

02_Aufgabenblatt_AlexDixon

[02_Aufgabenblatt.pdf](#)

Aufgabe 1

[Grammatiken](#)

Gegeben sei die folgende Grammatiken:

$$\begin{aligned} G &= (T, V, S, P) \\ \text{mit } T &:= \{a, b, c, d\}, \\ V &:= \{S, A, D, M\} \\ P &:= \{S \rightarrow AMD \mid M, A \rightarrow AA \mid a, D \rightarrow DD \mid d, M \rightarrow bMc \mid \epsilon\} \end{aligned}$$

$$S \rightarrow aMD \rightarrow aMd \rightarrow ad$$

$$S \rightarrow M \rightarrow bMc \rightarrow bc$$

$$S \rightarrow AMD \rightarrow AAMD \rightarrow aAMD \rightarrow aaMD \rightarrow aaD \rightarrow aad$$

$$L = \{w \in \{a, b, c, d\}^* \mid (a^x b^y c^y d^z)\}$$

Aufgabe 2

[Pumping-Lemma für reguläre Sprachen](#)

Gegeben sei die Sprache $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ enthält gleich viele } a \text{ wie } b\}$

Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas, dass L nicht regulär ist.

$$\begin{aligned} w &= \{a, b\}^m \\ |w| &\geq m \\ w &= xyz, y \neq \text{leeres Wort}, |xy| \leq m \\ x &= a^i \\ y &= a^j \\ z &= a^{m-i-j} b^m \\ y \rightarrow y^2 : a^j a^j &= a^{2j} \\ w &= xy y z \\ w &= a^i a^{2j} a^{m-i-j} b^m \\ w &= a^{j+m} b^m \end{aligned}$$

Da $|a| > |b|$, liegt w nicht in der Sprache L . Somit ist gezeigt, dass L nicht regulär ist.

q.e.d.

Aufgabe 3

Pumping-Lemma für reguläre Sprachen

$$\begin{aligned}wcw^R &= abab\ c\ baba \\x &= ab \\y &= abc \\z &= baba \\y \rightarrow y^2 : y^2 &= abcabc \\xy^2z &= aba\ abcabc\ baba\end{aligned}$$

xy^2z liegt nicht in der Sprache L. Somit ist gezeigt, dass L nicht regulär ist.
q.e.d.

Aufgabe 4

Gegeben ist die Sprache

$$L = \{w_1w_2 \in \Sigma^* \mid w_1 \in \{a, b\}^*, w_2 \in \{b, c\}^*, \#_aw_1 + \#_bw_1 = \#_bw_2 + \#_cw_2\}$$

für das Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$

$\#_xw$ Häufigkeit des Vorkommens eines Zeichens $x \in \Sigma$ in einem Wort

$w \in \Sigma^*$ an

1. Zeigen Sie, dass L nicht regulär ist.

Pumping-Lemma für reguläre Sprachen

$$\begin{aligned}w_1 &= abab\ bcbc \\x &= ab \\y &= abb \\z &= cbc \\y \rightarrow y^2 : y^2 &= abbabb \\w_2 &= xy^2z = ab\ abbabb\ cbc \\ \#_aw_1 + \#_bw_1 &= \#_bw_2 + \#_cw_2 \\3 + 6 &\neq 6 + 2\end{aligned}$$

w_2 liegt nicht in der Sprache L. Somit ist gezeigt, dass L nicht regulär ist.
q.e.d

2. Geben Sie eine Chomsky-2-Grammatik an, durch die die Sprache L erzeugt werden kann.

Chomsky-Hierarchie

$$\begin{aligned}
&G(T, V, S, P) \\
&T = \{a, b, c\} \\
&V = \{A, B, C, S\} \\
&P = \{S \rightarrow ASB \mid \epsilon, A \rightarrow a \mid b, B \rightarrow b \mid c\}
\end{aligned}$$