

# Übungsaufgaben–Formale Sprachen

*Alphabet*  $\Sigma$  ist eine endliche Menge von Symbolen.

Jedes Element  $\sigma \in \Sigma$  ist ein *Zeichen* des Alphabets.

Jedes Element  $\omega \in \Sigma^*$  wird als *Wort* über  $\Sigma$  bezeichnet.

Jede Teilmenge  $L \subseteq \Sigma^*$  ist eine *formale Sprache* über  $\Sigma$ .

- Falls  $\Sigma$  ein Alphabet ist, so bezeichnet  $\Sigma^*$  die Menge aller Worte bestehend aus Buchstaben  $\in \Sigma$ .
- Menge  $\Sigma^*$  wird als Kleene'sche Hülle bezeichnet und fasst alle endlichen Symbolsequenzen zusammen, die mit Zeichen aus dem Alphabet  $\Sigma$  aufgebaut werden können.
- $\Sigma^+$  bezeichnet eine nicht-leere Menge.

## Aufgabe 1

Überlegen und beschreiben Sie Beispiele von „formalen“ Sprachen, die Sie im Studium, im Alltag oder im Unternehmen kennengelernt haben.

Nutzen Sie die Mengen- und Sprachbeschreibungen, wie Sie es zum Beispiel für Primzahlen kennengelernt haben, um sich einen Überblick zu verschaffen und definieren anschließend die Sprache  $L$ .

## Aufgabe 2

Gegeben sind die folgenden Alphabete:

$$\Sigma_1 := \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

$$\Sigma_2 := \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

$$\Sigma_3 := \{A, B, C, D, E, F\}$$

$$\Sigma_4 := \{8,9\}$$

Finden Sie umgangssprachliche Beschreibungen für die nachstehenden Sprachen:

a)  $\Sigma_2 \mid \Sigma_1 \Sigma_2^*$

b)  $(\Sigma_2 \cup \Sigma_3) \mid (\Sigma_1 \cup \Sigma_3) (\Sigma_2 \cup \Sigma_3)^*$

c)  $(\Sigma_2 \setminus \Sigma_4) \mid (\Sigma_1 \setminus \Sigma_4) (\Sigma_2 \setminus \Sigma_4)^*$

### Aufgabe 3

Gegeben sind die folgenden Mengen:

$$L_1 := \{aa, bb\}$$

$$L_2 := \{a\}^+$$

$$L_3 := \{b\}^+$$

Erzeugen Sie die folgenden Sprachen:

a)  $(L_1 \cup L_2)$

b)  $(L_1 \cup L_3)$

c)  $(L_1^* \cap L_2)$

### Aufgabe 4

Als Beispiel einer Grammatik haben Sie in diesem Kapitel die folgenden Produktionsregeln für eine Teilmenge der deutschen Sprache kennen gelernt:

<Satz>	→	<Subjekt> <Prädikat> <Objekt>
<Subjekt>	→	<Artikel><Adjektiv><Substantiv>
<Artikel>	→	Der   Die   Das
<Adjektiv>	→	kleine   süße   flinke
<Substantiv>	→	Eisbär   Elch   Kröte   Maus   Nilpferd
<Prädikat>	→	mag   fängt   isst
<Objekt>	→	Kekse   Schokolade   Käsepizza

Nicht alle Sätze, die sich aus den Produktionen ableiten lassen, sind grammatikalisch korrekt. Wie das Beispiel zeigt, lassen sich Wortsequenzen ableiten, in denen die Satzteile nicht zusammenpassen: „Das kleine Maus mag Käsepizza“.

Schreiben Sie die Grammatik so um, dass nur solche Sätze ableitbar sind, in denen Artikel und Substantiv sprachlich korrekt kombiniert werden.

## Aufgabe 5

Mit  $L_1$ ,  $L_2$  und  $L_3$  seien drei beliebige Sprachen gegeben. Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

a)  $(L_1 \cup L_2) L_3 = L_1 L_3 \cup L_2 L_3$

b)  $(L_1 \cap L_2) L_3 = L_1 L_3 \cap L_2 L_3$

c)  $(L_1 \cup L_2)^* = L_1^* \cup L_2^*$

d)  $(L_1 \cap L_2)^* = L_1^* \cap L_2^*$

e)  $(L_1^*)^* = L_1^*$

f)  $(L_1^+)^+ = L_1^+$

g)  $(L_1 L_2)^* L_1 = L_1 (L_2 L_1)^*$  h)  $(L_1 L_2)^+ L_1 = L_1 (L_2 L_1)^+$