

ДОМАШНО №2 ПО ДИСКРЕТНИ СТРУКТУРИ  
НА СПЕЦИАЛНОСТ КОМПЮТЪРНИ НАУКИ, 2 ПОТОК,  
ЗИМЕН СЕМЕСТЪР 2024/2025Г.,

изготвено на 25 декември 2024г.

краен срок за предаване: 08 януари 2025 г., сряда, преди 24 часа

Име: ..... Ф№: ..... Група: ...

Задача	1	2	3	4	5	Макс.
получени точки						
от максимално	35	15	15	35	20	120

**Задача 1:** Нека  $n \in \mathbb{N}^+$ . Нека  $S(n) = \{-n, -n+1, \dots, -2, -1, 1, 2, \dots, n-1, n\}$ . Нека  $P(X)$  и  $Q(X)$  са предикати с домейн  $2^{S(n)}$ , дефинирани така:

- $P(X)$  е “ $X$  не съдържа последователни положителни числа”, а
- $Q(X)$  е “ $X$  не съдържа двойка числа със сума 0”.

Нека

$$T(n) = \{X \subseteq S(n) \mid P(X) \wedge Q(X)\}$$

Намерете  $|T(n)|$  като първо съставите подходящо рекурентно уравнение и после решите това рекурентно уравнение.

**Задача 2:** Даден е граф  $G$ . Докажете, че поне единият от  $G$  и  $\overline{G}$  е свързан.

**Задача 3:** Нека  $G = (V, E)$  е граф и  $u \in V$ . Докажете, че  $\overline{G - u} = \overline{G} - u$ .

**Задача 4:** Нека  $G$  е граф, който е изоморфен на своето допълнение  $\overline{G}$ . Докажете, че  $G$  има срязващ връх тогава и само тогава, когато  $G$  има връх от степен 1.

**Задача 5:** На лекции доказахме, че граф е двуделен тстк няма нечетни цикли. Тук се иска да докажете по-слабо твърдение:

Ако граф няма нечетни цикли, то той е двуделен.

но с доказателство **по индукция**.

10 т. • Докажете твърдението с индукция по броя на ребрата.

10 т. • Докажете твърдението с индукция по броя на върховете.