PREDAVANJE 6.

UVOD U ELEKTROMAGNETIZAM

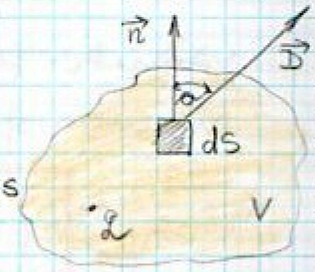
①* Napišite i ukratko objasnite Maxwellove jednadžbe u integralnom i diferencijalnom obliku!

PRVA MAXWELLOVA JEDNADŽBA

↳ GAUSSOV ZAKON ZA ELEKTRIČNO POLJE:

Tok električnog pomaka kroz bilo koju zatvorenu površinu S jednak je algebarskom zbroju naboja koji se nalaze unutar te zatvorene površine:

$$\boxed{\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \rho \, dV} \qquad \boxed{\operatorname{div} \vec{D} = \rho}$$



DRUGA MAXWELLOVA JEDNADŽBA

↳ GAUSSOV ZAKON ZA MAGNETSKO POLJE:

Tok magnetske indukcije kroz bilo koju zatvorenu površinu S jednak je nuli (tj. ne postoji izolirani mag. naboj):

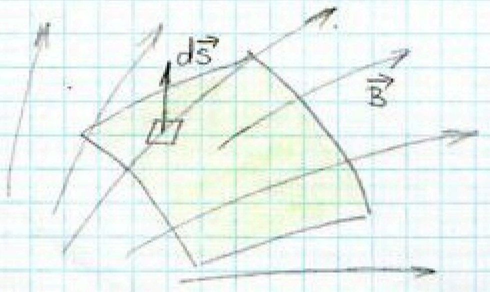
$$\boxed{\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0} \qquad \boxed{\operatorname{div} \vec{B} = 0}$$

TREĆA MAXWELLOVA JEDNADŽBA

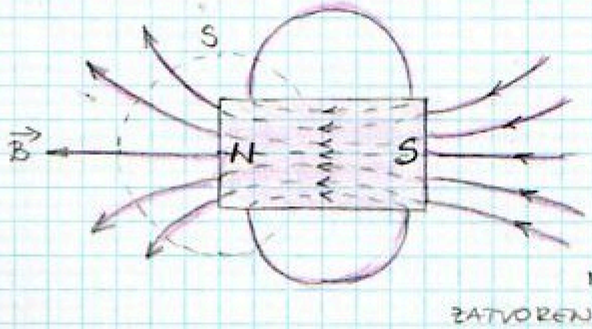
↳ FARADAYEV ZAKON ELEKTROMAGNETSKE INDUKCIJE:

Brzina promjene toka magnetske indukcije kroz petlju jednaka je elektromotornoj sili induciranoj u petlji, ili vremenski promjenjivo magnetsko polje stvara kružno električno polje:

$$\boxed{\oint_k \vec{E} \, d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}} \qquad \boxed{\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$



TOK MAG. POLJA



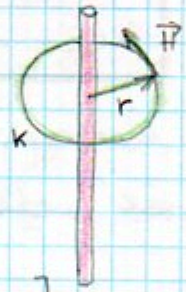
UKUPNI TOK MAG. POLJA KROZ ZATVORENU PLOHU (KUGLU)

ČETVRTA MAXWELLOVA JEDNADŽBA

↳ POOPĆENI AMPEROV ZAKON:

Linijski integral magnetskog polja po zatvorenoj krivulji jednak je zbroju provodne i pomačne struje koju ta petlja sadržava, ili, u odsutnosti provodnih struja, vremenski promjenjivo električno polje stvara kružno magnetsko polje:

$$\boxed{\oint_K \vec{H}\,d\vec{s} = \underbrace{\iint_S \vec{J}\,d\vec{S}}_{\text{provodna}} + \underbrace{\frac{d}{dt}\iint_S \vec{D}\,d\vec{S}}_{\text{pomačna}}} \qquad \boxed{\operatorname{rot}\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$$



IZRAČUNAVANJE CIRKULACIJE JAKOSTI MAG. POLJA

OSNOVNI POJMOVI ELEKTRODINAMIKE:

- $\vec{E}$ - električno polje [V/m]
- $\vec{D}$ - električni pomak
- ε - dielektrična konstanta [C^2/Nm^2]

$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$

- $\vec{H}$ - jakost magnetskog polja [A/m]
- $\vec{B}$ - magnetska indukcija [T] (gustoća mag. toka)
- μ - magnetska permeabilnost [Tm/A]

$\vec{B} = \mu \vec{H}$

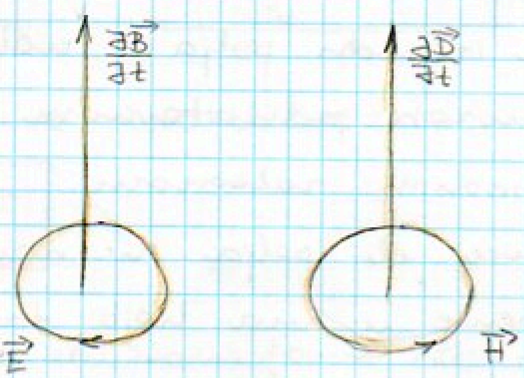
⇒ $\vec{E}$ i $\vec{B}$ definirani LORENTZOVOM SILOM: ukupnom silom na naboj u elektromagnetskom polju

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q\vec{v} \times \vec{B}$$

$\rho = \frac{Q}{V}$ $\quad \rho$ - gustoća naboja

$\vec{J}$ - gustoća struje

INDUCIRANJE EM SILE GIBANJEM MAGNETA KROZ ZAVOJNICU

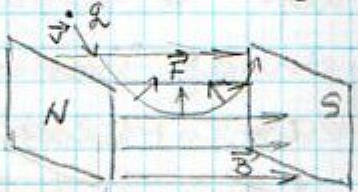


SIMETRIJA TREĆE I ČETVRTE MAXWELLOVE JEDNADŽBE

② * Koliko glasi sila na naboj u elektromagnetskom polju i o čemu ovisi gustoća energije električnog i magnetskog polja ?

LORENZOVA SILA (ukupna sila na naboj u elektromag. polju):

$$\boxed{\vec{F} = Q\vec{E} + Q\vec{v} \times \vec{B}}$$



GUSTOĆA ENERGIJE EL. POLJA (energija po jedinici volumena):

$$\boxed{u_E = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 = \frac{1}{2} ED}$$ [J/m³]

Gustoća energije u el. polju proporcionalna je kvadratu amplitude električnog polja u danoj točki.

GUSTOĆA ENERGIJE MAGNETSKOG POLJA:

$$\boxed{u_M = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2\mu} B^2 = \frac{1}{2} HB}$$

Gustoća energije magnetskog polja proporcionalna je kvadratu amplitude magnetskog polja u danoj točki.

=> I u prostoru bez ikakve materije, tj. u vakuumu, može postojati električno i magnetsko polje, a time i energija sadržana u tim poljima.

③ Objasnite Gaussov zakon za el. i mag. polje!

GAUSSOV ZAKON ZA ELEKTRIČNO POLJE:

Veza između polja i naboja koji proizvode to polje može se izraziti jednostavnom i korisnom relacijom, tzv. Gaussovim zakonom.
Silnice el. polja su zamišljene linije u prostoru čije su tangente u svakoj točki kolinearne s vektorom jakosti el. polja.

Tok električnog polja je skalar : $d\Phi_E = \vec{D} \cdot d\vec{S}$ i može se zorno predočiti brojem silnica koje prolaze kroz jediničnu površinu.

GAUSSOV ZAKON: Ukupni tok vektora el. pomaka (el. indukcije) D kroz zatvorenu plohu S jednak je ukupnom slobodnom naboju Q što ga ta ploha obuhvaća:

$$\boxed{\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \iiint_V \rho \, dV}$$

GAUSSOV ZAKON ZA MAGNETSKO POLJE:

Tok magnetskog polja : $d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{S}$ je definiran na isti način kao i tok električnog polja, i također se može predočiti silnicama koje prolaze kroz neku plohu.

Gaussov zakon za magnetizam : tok magnetskog polja kroz bilo koju zatvorenu plohu jednak je nuli.

$$\boxed{\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0}$$

④ Objasnite Faradayev zakon indukcije!

1820. Oersted je opazio da naboj u gibanju (el. struja) proizvodi magnetsko polje.

1831. Faraday otkrio da promjenjivo magnetsko polje stvara električno polje.

ELEKTROMOTORNA SILA

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}} \qquad \boxed{\varepsilon = \oint_k \vec{E} \cdot d\vec{s}}$$

Konačni oblik Faradayevog zakona indukcije:

$$\boxed{\oint_k \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}}$$

LENZOVO PRAVILO: Smjer inducirane elektromotorne sile uvijek je takav da struja što zbog nje protječe petljom, proizvodi mag. učinak kojim nastoji poništiti uzrok koji ju je izazvao, to je u biti posljedica zakona očuvanja energije.

⑤ Objasnite Biot - Savartov, odnosno Amperov zakon!

BIOT - SAVARTOV ZAKON omogućuje da se izračuna mag. polje koje proizvodi naboj koji se giba (struja).

$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I d\vec{s} \times \vec{r_0}}{r^2}} \qquad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ Tm/A$$

AMPEROV ZAKON (zakon protjecanja): cirkulacija magnetskog polja H po ma kojoj zatvorenoj krivulji jednaka je jakosti struje što protječe kroz površinu koju ta krivulja obuhvaća:

$$\boxed{\oint_K \vec{H} \cdot d\vec{s} = \iint \vec{J} \cdot d\vec{S}}$$

ρ - gustoća naboja

$\vec{v}$ - brzina naboja

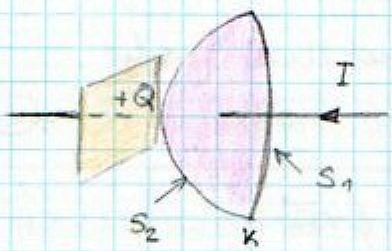
$\vec{J} = \rho \cdot \vec{v}$

Maxwell je proširio pojam električne struje, uveo je pojam struje pomaka (pomačne struje):

$\vec{J}_{pom} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$, te tzv. AMPER - MAXWELL zakon glasi:

$$\boxed{\oint_K \vec{H} d\vec{s} = \iint_S \vec{J} d\vec{S} + \frac{d}{dt} \iint_S \vec{D} d\vec{S}}$$

⑥ Objasnite pojam struje pomaka!



Krivulja K omeđuje ravnu površinu S_1 i zakrivljenu površinu S_2. Obje površine S_1 i S_2 formiraju zatvorenu površinu koja obuhvaća jednu ploču kondenzatora. Prema Amperovom zakonu vrijedi: $\oint_K \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$.

I - struja koja prolazi kroz površinu koju omeđuje zatvorena krivulja K

Kada se uzme površina S_1 onda vrijedi: $\oint_K \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$

Međutim kad se razmatra površina S_2, kroz koju ne teče nikakva struja, proizlazi da je: $\oint_k B \cdot dl = 0$.

Ova dva rezultata su u kontradikciji. Rješenje je dao Maxwell definirajući struju pomaka:

$$\boxed{I_D = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \iint \vec{E} \cdot d\vec{S}}$$

7) Izvedite izraze za gustoću energije električnog / magnetskog polja.

ELEKTRIČNOG:

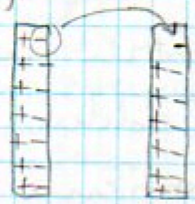
Za nabijanje kondenzatora potrebno je izvršiti određeni rad jer je nužno svladati odbojne sile pri dovođenju naboja na armaturu kondenzatora

Nabijanje kondenzatora možemo shvatiti kao prijenos naboja s jedne ploče na drugu; rad potreban da se naboj dQ prenese s jedne ploče na drugu pri naponu U između ploča je:

$$dW = U\,dQ = \frac{Q}{C}\,dQ$$

Integracijom dobivamo ukupni rad potreban za nabijanje kondenzatora kapaciteta C nabojem Q, odnosno do napona U:

$$W = \int_0^Q \frac{Q}{C}\,dQ = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{QU}{2}$$



Rad potreban za nabijanje kondenzatora pretvara se u potencijalnu energiju električnog polja unutar kondenzatora:

$$E_{el} = \frac{CU^2}{2}$$

Ako umjesto kapaciteta C u gornjoj relaciji pišemo $C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d}$ za kapacitet pločastog kondenzatora, primijenimo vezu $U = E \cdot d$ dobit ćemo:

$$E_{el} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} \cdot \frac{U^2}{2} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} \cdot \frac{E^2 d^2}{2} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r E^2 \overset{S \cdot d}{V}$$

gdje je $V = S \cdot d$ volumen kondenzatora. Iz gornje relacije dobivamo gustoću energije homogenog el. polja u vakuumu:

$$\boxed{u_e = \frac{dE_{el}}{dV} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}ED} \qquad [J/m^3]$$

MAGNETSKOG:

Kada zavojnicu induktiviteta L priključimo na izvor napona, struja neće odmah postići max. vrijednost jer će se ulazna elektromotorna sila suprotstaviti inducirani napon nastao vremenskim mijenjanjem struje.
Inducirani napon samoindukcije na krajevima zavojnice dan je izrazom:

$$U_L = -L\frac{dI}{dt}$$

Da bi se u zavojnici uspostavila struja, a time i mag. polje, potrebno je izvršiti određeni rad koji se pretvara u energiju mag. polja zavojnice.
Kada prekidačem isključimo izvor napona i krajeve zavojnice spojimo preko otpornika R, struja neće odmah pasti na 0, nego će se postepeno smanjivati obavljajući rad na otporniku. Taj je rad jednak radu koji smo utrošili na stvaranje mag. polja: mag. nam polje u obliku rada na otporniku vraća energiju.
Promjena energije mag. polja jednaka je, dakle, radu struje:

$$W = \int_0^\infty U_L I\,dt = -\int_0^\infty L\frac{dI}{dt}I\,dt = -L\int_I^0 I\,dI$$

$$W = \frac{LI^2}{2}$$

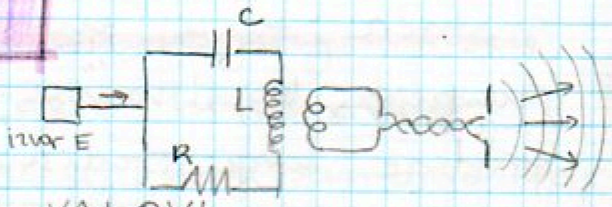
Uvrstimo li izraz za induktivitet zavojnice $L = \mu\frac{N^2S}{l}$ dobivamo izraz za energiju mag. polja zavojnice:

$$E_m = \mu\frac{N^2SI^2}{2l} = \frac{\mu}{2}VH^2$$

pri čemu smo uzeli u obzir da je mag. polje različito

od nule jedino unutar zavojnice, tj. u volumenu $V = S \cdot l$ te do nje je jakost $H = \frac{NI}{l}$.
gustoća energije magnetskog polja je:

$$u_m = \frac{E_m}{V} = \frac{\mu}{2} H^2 = \frac{B^2}{2\mu}$$



PREDAVANJE 7.

ELEKTROMAGNETSKI TITRAJI I VALOVI

(1)* Kako nastaju EM valovi? Koja je veza između smjera širenja vala, titranja električnog i magnetskog polja? Koji je izraz za brzinu vala?

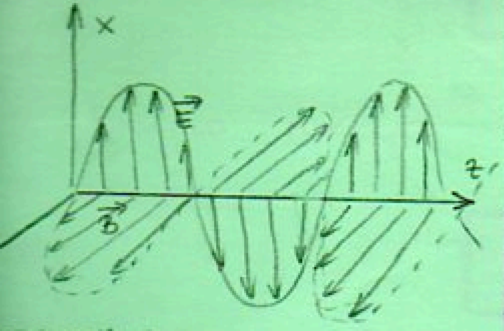
EM val nastaje kad se naboj akcelerira tj. kada postoji promjena vektora brzine naboja (elektrona).

Najjednostavniji izvor EM vala je otvoreni LC titrajni krug. To se postiže povećanjem razmaka između ploča kondenzatora i zavoja zavojnice pravocrtnim vodičem. Tako zapravo dobivamo pravocrtni vodič u kojem titraju elektroni. Titranje električnog i magnetskog polja se prenosi iz otvorenog titrajnog kruga u okolni prostor.

Pri širenju EM valova električno i magnetsko polje međusobno su okomiti, a okomiti su i na smjer širenja vala. Pri tome vektori el. i mag. polja titraju u fazi.

Brzina širenja valova u sredstvu s određenom dielektričnošću ε i permeabilnošću μ iznosi:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \qquad \mu = \mu_0 \mu_r \qquad \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$



EM vala u vakuumu ($\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$)

$$v = c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = 2.998 \cdot 10^8 \ \mathrm{m/s}$$

ENUTNA SLIKA SINUSOIDALNOG EM VALA

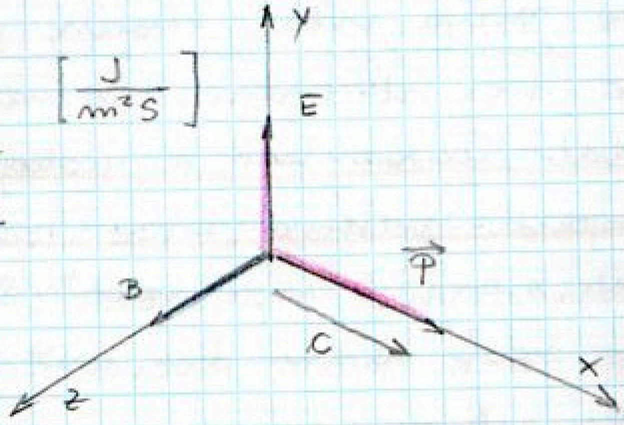
②* Što je to Poyntingov vektor? Kako glasi jednadžba električnog polja (magnetskog polja) ravnog EM vala, a kako sfernog vala?

EM val prenosi energiju kroz prostor.

Gustoća toka energije, tj. INTEZITET EM vala, je energija koju ravni EM val u jedinici vremena prenese kroz jedinicu površine.

Gustoća toka energije je vektorska veličina, a smjer joj je jednak smjeru širenja vala i zove se POYNTINGOV VEKTOR:

$$\boxed{\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H} = \frac{1}{\mu}(\vec{E} \times \vec{B})} \qquad \left[\frac{J}{m^2 s}\right]$$



Gustoća toka energije mijenja se s vremenom, a njezina srednja vrijednost unutar jednog perioda (intenzitet) iznosi:

$$\boxed{\overline{P} = I = \frac{1}{2} E_0 H_0 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\, E_0^2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\, H_0^2}$$

- Valna jednadžba za širenje EM valova dobije se iz Maxwellovih jednadžbi. Uz pretpostavku da se EM valovi šire u z smjeru, a vektor el. polja titra u x smjeru, valne jednadžbe za el. i mag. polje, i njihova rješenja su:

di se širi elek.

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad E_x(z,t) = E_0 \sin(\omega t - kz)$$

di se širi mag.

$$\frac{\partial^2 B_y}{\partial z^2} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 B_y}{\partial t^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad B_y(z,t) = B_0 \sin(\omega t - kz)$$

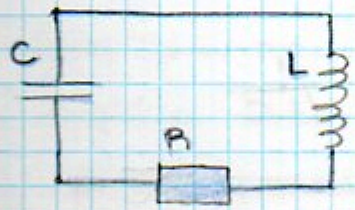
di se širi val

Za ravni EM val općenito vrijedi:

$$\vec{B} = \sqrt{\varepsilon\mu}\,(\vec{u} \times \vec{E}) \qquad \text{odnosno} \qquad \vec{E} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}(\vec{B} \times \vec{u})$$

gdje je $\vec{u}$ jedinični vektor u smjeru širenja vala.

③ Nacrtajte el. titrajni krug i objasnite EM titraje. Objasnite analogiju između mehaničkih i električnih titrajnih sistema.



* Prvo se kondenzator nabije nabojem Q_0, zatim prekidačem isključimo izvor napona i zatvorimo LC krug (R se zanemari) tako da se kondenzator izbija kroz zavojnicu. Zbog samoindukcije zavojnice kroz LC-krug struja eksponencijalno raste, i kada se kondenzator izbije, dosegne max. vrijednost I_0. Energija el. polja kondenzatora $E_C = \frac{Q^2}{2C}$ pritom se pretvori u energiju mag. polja zavojnice $E_L = \frac{LI_0^2}{2}$. Kada se kondenzator isprazni struja ne prestaje teći jer zbog samoindukcije zadržava isti smjer i postepeno se smanjuje do nule, nabijući ponovno kondenzator, ovaj put suprotnim polaritetom. Tada ponovno počinje izbijanje kondenzatora i proces teče u suprotnom smjeru.

=> Rezultat je periodično nabijanje i izbijanje kondenzatora odnosno pretvaranje energije el. polja u energiju mag. polja i obratno.

ANALOGIJA IZMEĐU MEHANIČKIH I EL. TITRAJNIH SISTEMA omogućuje primjenu rezultata mehaničkog titranja na el. titrajne krugove.

U idealnom LC-krugu (R = 0) zbroj el. i mag. energije u svakom je trenutku konstantan:

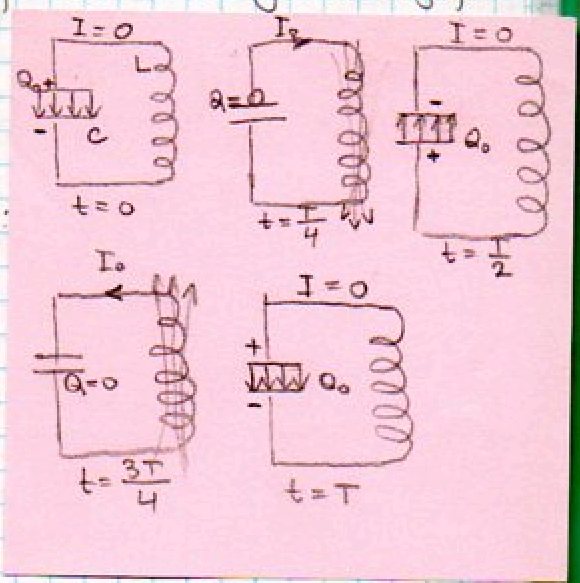
$$\frac{Q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = konst.$$

Deriviranjem po vremenu dobivamo:

$$\frac{Q}{C}\cdot\frac{dQ}{dt} + LI\frac{dI}{dt} = 0$$

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{Q}{C} + L\frac{d^2Q}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{1}{LC}Q = 0$$



Ta je jednadžba analogna jednadžbi harmoničkog oscilatora u mehanici: $\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{k}{m} s = 0$

pa na osnovi analogije slijedi rješenje:

$$\boxed{Q = Q_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$$

MEHANIČKI SISTEM	ELEKTRIČNI SISTEM
pomak, s	naboj, Q
masa, m	induktivitet, L
brzina, $v = \frac{ds}{dt}$	struja, $I = \frac{dQ}{dt}$
konstanta opruge, k	recipročna vrijednost kapaciteta, $1/C$
sila, F	elektromotorna sila, $\mathcal{E}$
vlastita f, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$	vlastita f, $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$
koeficijent otpora, b	otpor, R
koef. prigušenja, $\delta = \frac{b}{2m}$	koeficijent prigušenja, $\delta = \frac{R}{2L}$

④ Kako nastaju EM valovi? Koja je veza između smjera širenja vala i titranja el. i mag. polja? Koji je izraz za brzinu EM valova? Pretpostavite smjer širenja vala i smjer titranja el. polja, te napišite valnu jednadžbu za el. i mag. polje i pripadajuća rješenja. Koja je veza između el. i mag. polja u EM valu?

+ Amplitude električnog i magnetskog polja u svakom trenutku povezane su relacijom:

$$\boxed{\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}}$$

U svakom trenutku omjer amplitude el. polja i mag. indukcije jednak je brzini svjetlosti.

$$\boxed{\frac{E}{B} = c}$$

5) Izvedite izraz za gustoću toka energije EM vala (Poyntingov vektor) te za intezitet EM vala.

Kao i svaki drugi val, i EM val može prenositi energiju kroz prostor. Odredimo energiju kroz ravni EM val u jedinici vremena kroz jedinicu površine, tj. odredimo GUSTOĆU TOKA ENERGIJE ili kako se često zove INTEZITET EM vala.

Ukupna gustoća energije EM polja je zbroj gustoća energije električnog polja i gustoće energije mag. polja:

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon E_x^2 + \frac{1}{2\mu}B_y^2$$

$$H_y = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,E_x \quad \Rightarrow \quad w = \varepsilon E_x^2 = \frac{1}{\mu}B_y^2$$

U vremenu dt kroz površinu S prođe energija:

$$P\,dt = w\,dV = w\,S\,dz = w\,S\,v\,dt$$

te je gustoća toka energije (intenziteta), tj. snaga po jediničnoj površini:

$$p = wv = v\varepsilon E_x^2 = v\mu H_y^2 = E_x H_y$$

Gustoća toka energije je vektorska veličina, a smjer joj je jednak smjeru širenja vala i zove se POYNTINGOV VEKTOR.

$$\boxed{\vec{p} = \vec{E}\times\vec{H} = \frac{1}{\mu}(\vec{E}\times\vec{B})}$$

gustoća energije harmoničkog EM vala mijenja se s vremenom. Srednja gustoća energije jednaka je polovici max. vrijednosti:

$$\overline{w} = \frac{1}{2}\varepsilon E_0^2$$

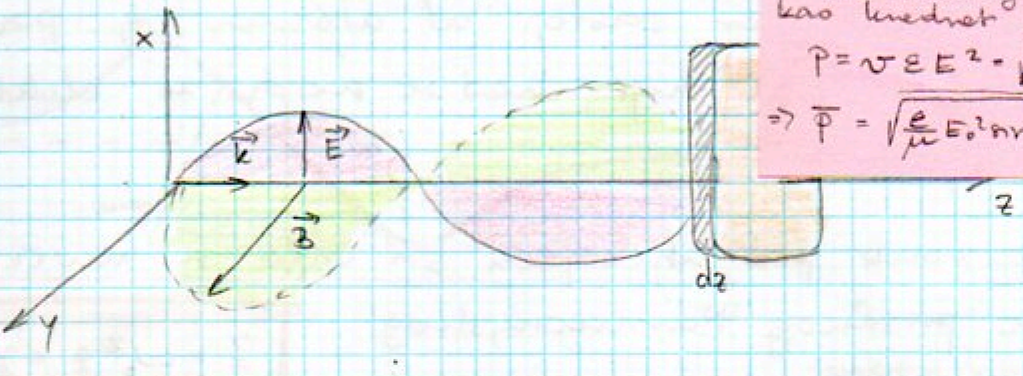
jer je srednja vrijednost kvadrata funkcije sinus jednaka 1/2. Budući da je $p = w\cdot v$, i iznos Poyntingova vektora ravnog harmoničkog vala mijenja se kao kvadrat funkcije sinus

$$p = v\varepsilon E^2 = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^2\sin^2(\omega t - kz)$$

$$\Rightarrow \overline{p} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^2\,\overline{\sin^2(\omega t - kz)} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^2$$

Srednja vrijednost: *

$$\overline{p} = \frac{1}{2}E_0H_0 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^2 = \frac{1}{2}$$



⑥ Opišite spektar EM valova.

Elektromagnetski spektar se sastoji od radiovalova (najveća λ, najmanja f), mikrovalova i televizijskih valova, zatim infracrvene, vidljive i ultraljubičaste svjetlosti, rendgenskog zračenja, gama zračenja te kozmičkih zraka (najmanja λ, najveća f).

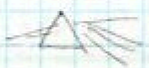
=> Ne postoji oštra granica između ovih skupina, spektar je kontinuiran, tek naša osjetila ili uređaji za mjerenje mogu odvojiti jednu skupinu od druge.

PREDAVANJE 8.

INTERAKCIJA ELEKTROMAGNETSKOG ZRAČENJA I TVARI

①* Što je disperzija svjetlosti? Što je polarizacija?

Pojava da se sunčeva svjetlost pri prolazu kroz prozirnu prizmu cijepa na zrake različitih boja (najmanje se lomi crvena, a najviše ljubičasta) se zove DISPERZIJA ili RASAP SVJETLOSTI.


?

Uzrok pojave disperzije ili rasapa je ovisnost indeksa loma odnosno brzine širenja svjetlosti o valnoj duljini odnosno frekvenciji svjetlosti $n = f(\omega)$.

Empirijski utvrđena vrijednost za vidljivi dio spektra može se opisati Cauchyevom formulom:

$$\boxed{n = A + \frac{B}{\lambda^2}}$$

A, B - konstante karakteristične za pojedini materijal

Rasap svjetlosti se može razumjeti polazeći od činjenice da se tvar sastoji od atoma, tj. pozitivnih i negativnih naboja koji, kad se nađu u elektromag. polju, titraju.

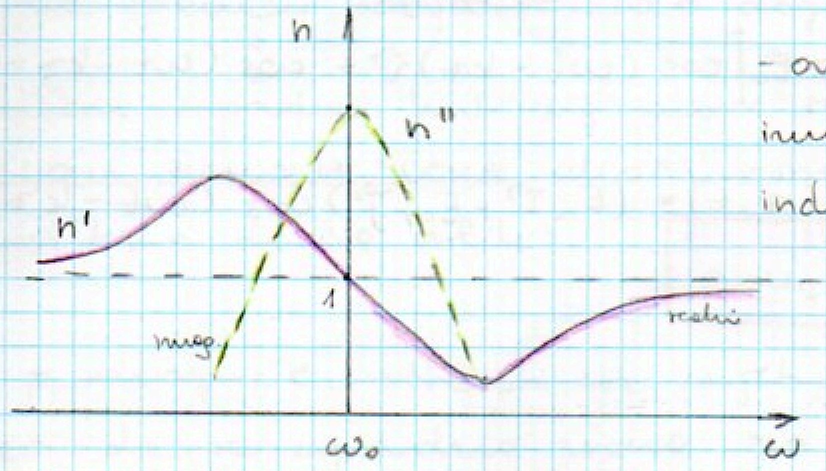
Gibanje elektrona pod utjecajem EM vala se može predočiti modelom prisilnog harmonijskog titranja s prigušenjem:

$$\boxed{\ddot{z} + \omega_0^2 z + \gamma \dot{z} = eE_0 e^{i\omega t}}$$

POLARIZACIJA – svojstvo svih transverzalnih valova pa tako i elektromagnetskog vala. U načelu val može biti polariziran i nepolariziran.
Stanje polarizacije definira se pravcem duž kojeg titra vektor el. polja. Ako vektor el. polja titra uvijek duž istog pravca (koji je naravno okomit na smjer širenja vala) val je LINEARNO polariziran.
Kod CIRKULARNO polariziranog vala vektor el. polja rotira u ravnini okomitoj na pravac širenja kutnom brzinom ω koja je jednaka kružnoj frekvenciji vala.
Ako se smjer pravca duž kojeg titra vektor el. polja mijenja od trenutka do trenutka onda se kaže da je val NEPOLARIZIRAN ; nema istaknutog pravca duž kojeg titra vektor el. polja.

② Što je normalna, a što anomalna disperzija?

Općenito, indeks loma se povećava s frekvencijom, i ta pojava se zove (normalna) disperzija. Iznimka je područje frekvencije oko vlastite frekvencije elektrona ω_0 : u njemu se indeks loma smanjuje s povećanjem frekvencije ω. To područje oko ω_0 zove se područje ANOMALNE DISPERZIJE.



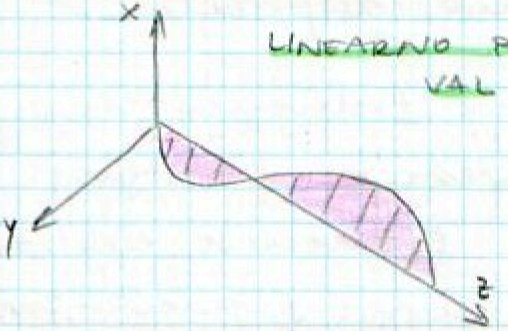
- ovisnost realnog i imaginarnog dijela indeksa loma o frekvenciji

imag. = koeficijent apsorpcije

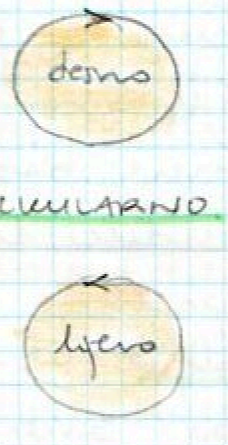
Pojava anomalne disperzije povezana je s apsorpcijom EM valova. Svako tijelo u području u kojem pokazuje anomalnu disperziju jako apsorbira svjetlost. REALNI DIO INDEKSA LOMA, naime, određuje faznu brzinu valova, a IMAGINARNI DIO određuje apsorpciju vala odnosno smanjenje njegove amplitude.
U području anomalne disperzije $n' \approx 1$, a n'' je velik. Koeficijent apsorpcije u tom je slučaju vrlo velik. Dakle, disperzija i apsorpcija bitno ovise o relativnoj vrijednosti frekvencije vala s obzirom na vlastitu frekvenciju molekularnih dipola.
U ovim smo razmatranjima pretpostavili da atom ima samo jednu vlastitu frekvenciju. To ne odgovara stvarnosti jer atomi emitiraju i apsorbiraju svjetlost različitih frekvencija.

③ Koja su sve moguća stanja polarizacije EM vala? Kako se sve može dobiti polarizirani val?

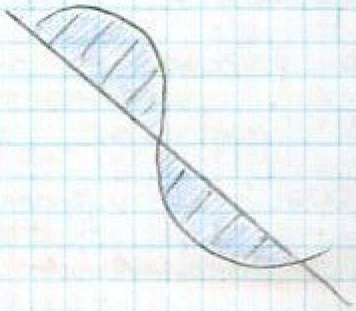
LINEARNO POLARIZIRAN VAL



1) $$\vec{E}(z,t) = E_0 \vec{i} \cos(\omega t - kz)$$



NEPOLARIZIRAN

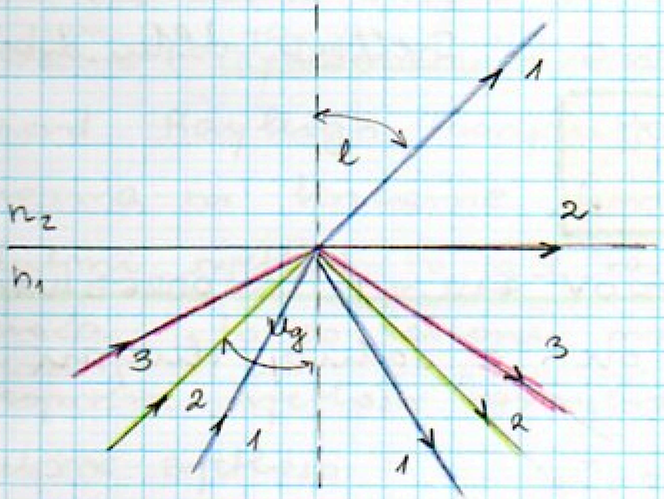


2) $$\vec{E}(z,t) = E_0 \left[\cos(\omega t - kz)\vec{i} + \cos\left(\omega t - kz - \frac{\pi}{2}\right)\vec{j} \right]$$

3) $$\vec{E}(z,t) = (E_{0x}\vec{i} + E_{0y}\vec{j}) \cos(\omega t - kz)$$

Polarizirano svjetlo može se dobiti na više načina:
- polarizacija refleksijom (Brewsterov kut)
- polarizatorima - polarizacija selektivnom apsorpcijom
- polarizacija raspršenjem
- polarizacija prolazom svjetlosti kroz kristale dvolomce (dvoosne)

④* Što je totalna refleksija i kad se javlja?



Ako zraka svjetlosti padne na granicu dvaju optički različitih sredstava, dio svjetlosti se odbije, a dio se lomi u drugo sredstvo. To je prikazano zrakom 1 na slici.
Pri širenju svjetlosti iz optički gušćeg u optički rjeđe sredstvo kut loma veći je od upadnog kuta. Povećanjem upadnog kuta, povećava se i kut loma. Za neki granični upadni kut u_g kut loma dosegne vrijednost 90° pa se lomljena zraka širi po samoj granici tih sredstava. To je prikazano zrakom 2 na slici.
Sve zrake svjetlosti čiji je upadni kut veći od graničnog u_g, reflektiraju se potpuno, tj. sva svjetlost koja je pala na granicu odbija se. To se događa sa zrakom 3.

- Granični upadni kut u_g može se odrediti iz SNELLOVA ZAKONA LOMA ako uvrstimo: $\sin l = \sin 90° = 1$.
Tako time dobiva dalje:

$$\boxed{\sin u_g = \frac{n_2}{n_1}}$$

Što je moguće ostvariti uz uvjet da je $n_1 > n_2$, a to znači da se upadna zraka širi u sredstvu većeg indeksa loma (staklo - zrak, voda - zrak).

(5) Izvedite izraz za Brewsterov kut!

Monokromatska zraka svjetlosti koja se širi sredstvom indeksa loma n_1 padne na granicu prozirnog sredstva indeksa loma n_2 pod kutem u. Ona se djelomično lomi pod kutem l, a djelomično se reflektira. Reflektirana je zraka potpuno linearno polarizirana ako vrijedi da je zbroj kutova:

$$u + l = 90°,$$

pa primjenom zakona loma u Snellovu obliku, dobivamo

$$\boxed{n_1 \sin u = n_2 \cos u}$$

odnosno

$$\boxed{\operatorname{tg} u = \frac{n_2}{n_1}}$$

Napisani je izraz BREWSTEROV ZAKON ZA ODREĐIVANJE KUTA POLARIZACIJE. Taj kut ovisi o valnoj duljini upadne svjetlosti.

(6) Objasnite Malusov zakon!

Polarizirana odbijena zraka ima svojstvo da vektor električnog polja titra okomito na ravninu refleksije! U pokusu o polarizaciji svjetlosti refleksijom nećemo dobiti reflektiranu zraku s druge ploče ako ravnine refleksije tih ploča čine kut 90°.

Svijetla mrlja na zastoru Z_1 bit će najintenzivnija ako se ravnine refleksije obaju stakala podudaraju.

Intenzitet svjetla na zastoru Z_1 mijenja se prema MALUSOVU ZAKONU:

$$\boxed{I_\varphi = I_0 \cos^2 \varphi}$$

φ - kut između ravnine refleksije prve i druge ploče

I_0 - intenzitet zrake odbijene na drugoj ploči kad je $\varphi = 0$

Ploča na kojoj se događa prva refleksija je POLARIZATOR, a druga ploča je ANALIZATOR.

Polarizaciju refleksijom otkrio je MALUS, kad je kroz dvolomac motrio prozore jedne palače u Parizu obasjane večernjim suncem (1808.).

7) Objasnite polarizaciju raspršenjem!

Ako prozirno sredstvo zamutimo finim česticama, pri prolazu svjetlosti kroz nj nastaje RASPRŠENJE SVJETLOSTI na tim česticama. Tako se svjetlost raspršuje na česticama magle u zraku, česticama dima i prašine (TYNDALLOV EFEKT).

Lord Rayleigh teorijski je pokazao da se na česticama kojima su linearne dimenzije malene prema valnoj duljini svjetlost to jače raspršuje, što je valna duljina kraća, i to po zakonu prema kojemu je intenzitet raspršene svjetlosti razmjeran četvrtoj potenciji valne duljine svjetlosti:

$$I_s = \frac{1}{\lambda^4}$$

• Valja istaknuti još jednu činjenicu važnu za Tyndallov efekt: raspršena je svjetlost polarizirana! Ako raspršenu svjetlost motrimo iz smjera koji sa snopom u cijevi zatvara pravi kut, onda el. vektor u raspršenoj svjetlosti titra okomito na ravninu određenu pravcem snopa i pravcem promatranja.

=) Vedro je nebo modro jer se sunčeva svjetlost raspršuje na molekulama zraka, i to kratkovalni dio spektra jače nego dugovalni (crveni). Na većim nadmorskim visinama nebo je tamnije jer je svjetlost na putu prema Zemlji susrela manje molekula. Astronauti u svemirskom brodu lete kroz zrakoprazni prostor. Njima je nebo crno. Tako je i gledano s Mjeseca.

Sunčana je svjetlost u velikim gradovima siromašna ultraljubičastom komponentom jer je atmosfera puna dima i drugih sitnih čestica koje raspršuju to zračenje.

⑧ Objasnite što su Fresnelove jednadžbe!

Na granici dvaju sredstava jedan dio EM vala se reflektira, a jedan dio se prenosi u drugo sredstvo. Intenzitet reflektiranog i transmitiranog vala ne ovisi samo o kutu upada i loma nego i o tome titra li el. polje okomito ili paralelno s upadnom ravninom.
Augustin Fresnel prvi je izveo izraze iz kojih se mogu izračunati koliki je omjer amplituda el. polja reflektiranog i transmitiranog vala u odnosu na upadni.

GRANIČNI UVJETI ZA EL. i MAG. POLJE:

$$\boxed{\begin{aligned} D_{n_2} - D_{n_1} &= \sigma \\ H_{t_2} - H_{t_1} &= i \end{aligned}}$$

površinska gustoća naboja
površinska gustoća struje

$$\boxed{\begin{aligned} B_{n_2} &= B_{n_1} \\ E_{t_2} &= E_{t_1} \end{aligned}}$$

D_n, B_n - komponente okomite na granicu
H_t, E_t - komponente paralelne s graničnom površinom

=> El. i mag. polje mogu titrati paralelno s upadnom ravninom i okomito na upadnu ravninu!

a) El. polje titra OKOMITO na upadnu ravninu
(u - kut upada, r - kut refleksije, l - kut loma):

$$\boxed{R_{\perp} = \frac{I_r}{I_u} = \frac{\sin^2(u-l)}{\sin^2(u+l)}} \qquad \boxed{T_{\perp} = \frac{I_t}{I_u} = \frac{4\sin^2 l \cos^2 l}{\sin^2(u+l)}}$$

KOEFICIJENT REFLEKSIJE   KOEFICIJENT TRANSMISIJE

b) El. polje titra PARALELNO s upadnom ravninom:

$$\boxed{R_{\parallel} = \frac{I_r}{I_u} = \frac{\mathrm{tg}^2(u-l)}{\mathrm{tg}^2(u+l)}} \qquad \boxed{T_{\parallel} = \frac{I_t}{I_u} = \frac{4\sin^2 l \cos^2 u}{\sin^2(u+l)\cos^2(u-l)}}$$

- Kad se val širi iz optički rjeđeg u optički gušće ($n_2 > n_1$) na granici dvaju sredstava reflektirani val ima skok u fazi za π u odnosu na upadni val.
- Pri okomitom upadu EM vala Fresnelove relacije gube smisao, nestaju razlike između paralelnih i okomitih komponenti.

 PREDAVANJE 9.

FIZIKALNA OPTIKA

① Ukratko objasni sljedeće pojmove: konstruktivna i destruktivna interferencija, ogib, optička rešetka.

Dio optike koji uzima u obzir valnu prirodu svjetlosti naziva se FIZIKALNA OPTIKA.

INTERFERENCIJA SVJETLOSTI je pojava preklapanja u dva ili više valova svjetlosti.

- uvjet za svjetlo (konstruktivna interferencija):

$$\boxed{n(r_2 - r_1) = m\lambda} \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \ldots$$

- uvjet za tamu (destruktivna interferencija):

$$\boxed{\underbrace{n(r_2 - r_1)}_{\text{optička razlika putova}} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}}$$

- interferencija je moguća samo onda kad smjerovi polarizacije el. polja nisu međusobno okomiti

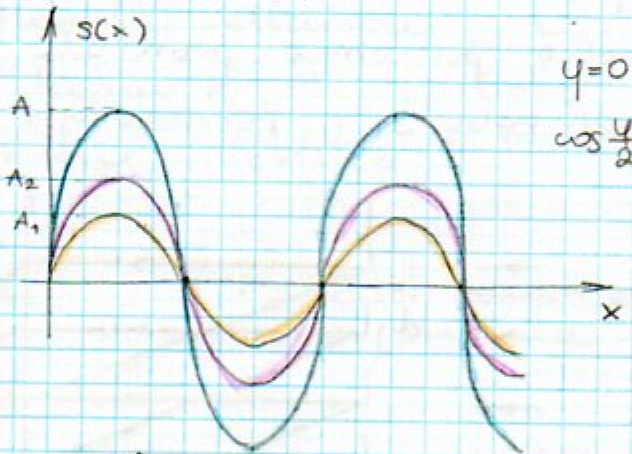
KONSTRUKTIVNA INTERFERENCIJA: razlika u hodu mora biti ili jednaka 0 ili cijelom broju valnih duljina

$$\boxed{d \sin\theta_{svjetlo} = m\lambda}$$

m - redni broj interf. pruge

$m = 0$, nulti maksimum

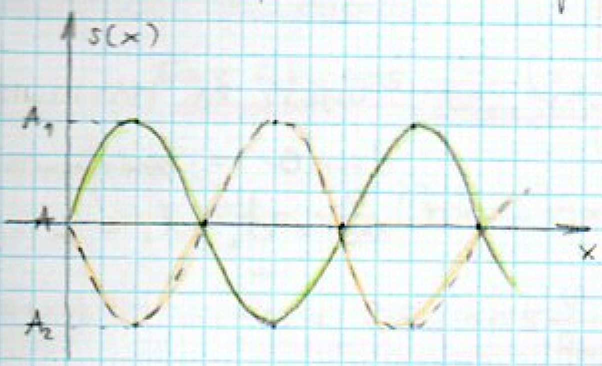
$m = \pm 1$, interfer. pruge prvog reda



$\varphi = 0$

$\cos\frac{\varphi}{2} = 1$

DESTRUKTIVNA INTERFERENCIJA: javlja se kad je razlika u hodu jednaka neparnom broju valnih poluduljina.



$$\boxed{d \sin\theta_{tama} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}}$$

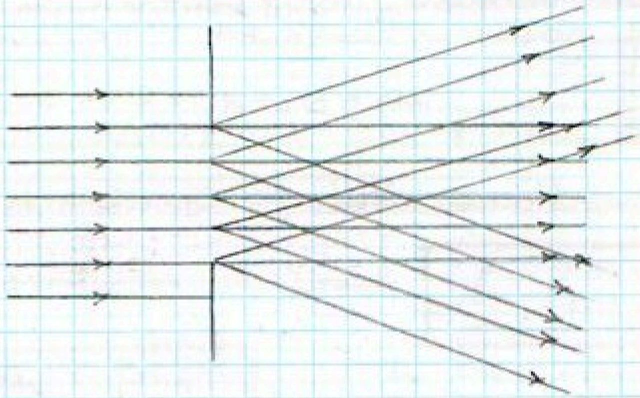
$m = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$

$\varphi = \pi$

$\cos\frac{\pi}{2} = 0$

OGIB (DIFRAKCIJA) - opća karakteristika svih valova

- javlja se kadgod se valne fronte deformiraju: kad valna fronta svjetlosnog vala naiđe na prepreku deformira se i svjetlo se javlja i u područjima geometrijske sjene
- ogib se opaža kad su dimenzije prepreke ili pukotine usporedive s valnom duljinom
- razlikujemo Fresnelov i Fraunhoferov ogib

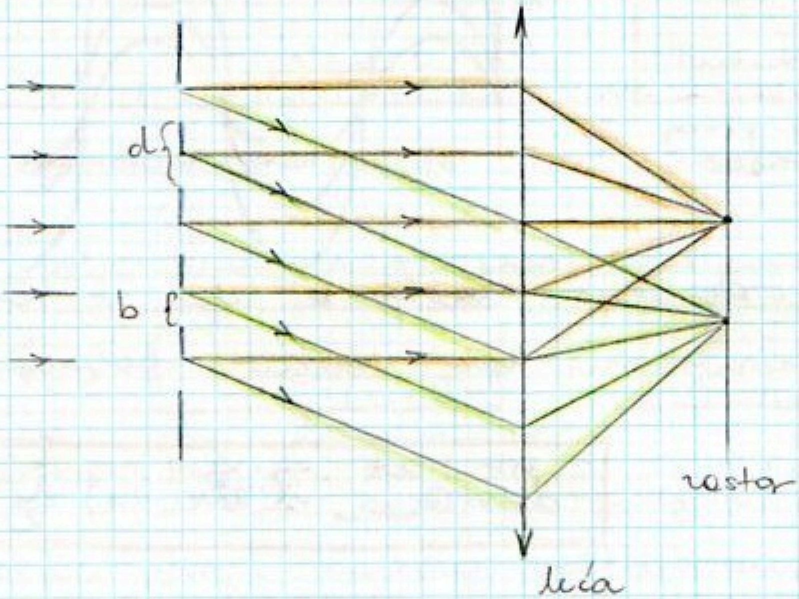


FRAUNHOFEROV OGIB

OPTIČKA REŠETKA - sastoji se od velikog broja ekvidistantnih pukotina (tipično ima nekoliko 1000 pukotina po cm)

- intenzitet uzorka na zastoru rezultat je kombinacije ogiba i interferencije:

svaka pukotina proizvodi ogib, ogibni snopovi interferiraju međusobno i formiraju konačni uzorak



b - širina pukotine

d - udaljenost između pukotina

UVJETI ZA MAXIMUME

$d \sin\theta = m\lambda$

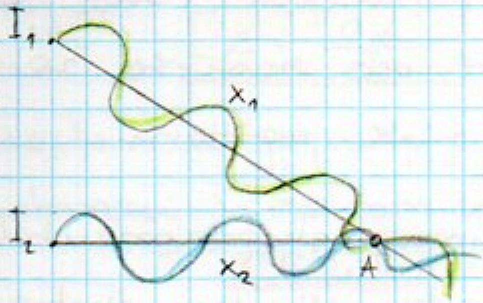
$m = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$

② Objasnite interferenciju harmoničkih valova svjetlosti.

Pod pojmom INTERFERENCIJE podrazumijevamo slaganje, tj. superponiranje dvaju ili više valova. Tu ćemo pojavu promotriti u slučaju kad se valovi šire iz 2 točkaste izvora, I_1 i I_2, koji titraju amplitudama a_1 i a_2 frekvencijom ω tako da se trenutna elongacija y_1 i y_2 mijenja kao funkcija sinus:

$$y_1 = a_1 \sin \omega t$$

$$y_2 = a_2 \sin \omega t$$



Valovi se iz izvora šire na sve strane. Odaberemo točku A u kojoj nastaje slaganje valova iz oba izvora. Val koji stiže od prvog izvora u točku A ima elongaciju:

$$y_1 = a_1 \sin \omega \left(t - \frac{x_1}{v}\right)$$

a drugi:

$$y_2 = a_2 \sin \omega \left(t - \frac{x_2}{v}\right)$$

v - brzina rasprostiranja valova

Ako je riječ o valovima svjetlosti, tj. o EM valovima $\Rightarrow$ $v = \frac{c}{n}$, gdje je c brzina svjetlosti u vakuumu, n indeks loma sredstva kojim se širi svjetlost valne duljine λ, izrazi poprimaju oblike:

$$E_1 = E_{10} \sin \omega \left(t - \frac{n x_1}{c}\right)$$

$$E_2 = E_{20} \sin \omega \left(t - \frac{n x_2}{c}\right)$$

E - vektor jakosti el. polja EM vala

Njihova superpozicija daje iznos elongacije E_A u točki A:

Uz $E_{10} = E_{20} = E_0$:

$$E_A = 2 E_0 \cos \underbrace{\frac{\omega}{2c}(n x_2 - n x_1)}_{\varphi} \sin \left[\omega t - \underbrace{\frac{\omega}{2} \cdot \frac{n}{c}(x_1 + x_2)}_{\mathcal{L}}\right]$$

zamjena:

$$\varphi = \frac{\omega}{c}(n x_1 - n x_2) \qquad \mathcal{L} = \frac{\omega}{2} \cdot \frac{n}{c}(x_1 + x_2)$$

$$\Rightarrow \quad E_A = 2 E_0 \cos \frac{\varphi}{2} \sin(\omega t - \mathcal{L}) = E_{012} \sin(\omega t - \mathcal{L})$$

Uvjet za svjetlo imat će oblik:

$$nx_2 - nx_1 = (k-l)\lambda$$

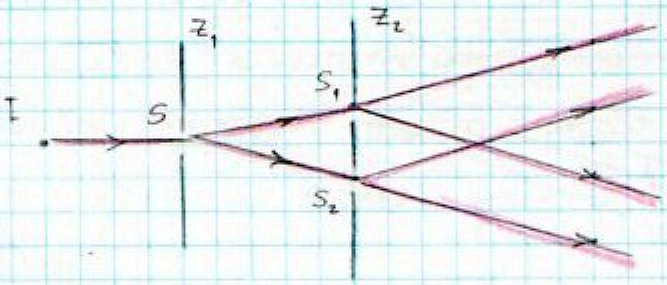
Uvjet za tamu: $k = 1, 2, 3 \ldots$

$$nx_2 - nx_1 = \frac{2k-l}{2}\lambda$$

$nx_2 - nx_1$ - optička razlika u hodu

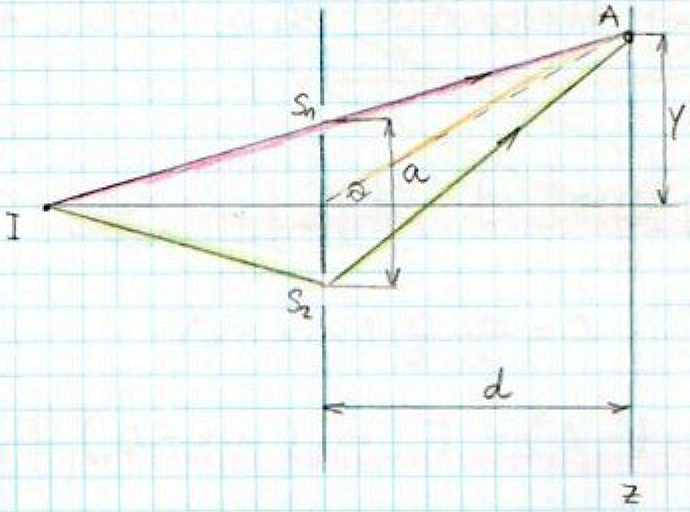
$x_2 - x_1$ - geometrijska razlika u hodu

③ Opišite Youngov eksperiment. Izvedite izraz za udaljenost maximuma svjetlosti od središta zastora i izraz za intenzitet svijetlih pruga na zastoru.



Najranije eksperimentalni uređaj za demonstraciju interferencije svjetla načinio je Young.

Svjetlo iz monokromatskog izvora pada na prvi zaslon Z_1 s malim okruglim otvorom. Taj je otvor zapravo točkasti izvor svjetlosti. Svjetlo iz tog izvora pada na drugi zaslon Z_2 s dvije male rupice, S_1 i S_2, na malom razmaku. Otvori S_1 i S_2 djeluju kao sekundarni monokromatski točkasti izvori koji su koherentni. Na zaslonu nastaje preklapanje snopova svjetlosti koji se šire od tih izvora, pa se javlja interferencija. Na zastoru se vide svijetle i tamne pruge interferencije (svijetle kao posljedica konstruktivne, a tamne kao posljedica destruktivne interferencije).



Dvije valne koje interferiraju na zastoru Z u točki A imaju razliku u hodu:

$$\boxed{\Delta = \sqrt{d^2 + \left(y + \frac{a}{2}\right)^2} - \sqrt{d^2 + \left(y - \frac{a}{2}\right)^2}}$$

d - udaljenost pukotina do zastora

a - udaljenost između pukotina

y - položaj točke A mjeren od središta zastora

Budući da je ispunjen uvjet $\boxed{d \gg y + \frac{a}{2}}$, razvojem u binomni red, prema izrazu:

$$\boxed{\sqrt{1+x^2} \approx 1 + \frac{x^2}{2}}$$

dobiva se razlika u hodu:

$$\boxed{\Delta = d\left[1 + \frac{\left(y+\frac{a}{2}\right)^2}{2d^2} - 1 - \frac{\left(y-\frac{a}{2}\right)^2}{2d^2}\right]}$$

odnosno: $\boxed{\Delta = \frac{ay}{d}}$

Na zastoru se pojavljuje svjetlo ako je razlika u hodu cjelobrojni višekratnik valnih duljina svjetlosti, tj.

$$\Delta = k\lambda$$

Udaljenost maksimuma svjetlosti od središta zastora je prema tome: $\boxed{y = k\frac{d\lambda}{a}}$

- Iznos rezultantnog el. polja u točki A dobije se temeljem principa superpozicije:

$$E_A = E_1 + E_2 = E_0\left[\sin\omega t + \sin(\omega t + \varphi)\right]$$

To se može zapisati u obliku:

$$E_P = 2E_0\cos\frac{\varphi}{2}\sin\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right)$$

Intenzitet svjetla u promatranoj točki proporcionalan je kvadratu rezultante amplitude el. polja u toj točki:

$$\boxed{I = I_{max}\cos^2\left(\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}\right) \approx I_{max}\cos^2\left(\frac{\pi a}{\lambda d}y\right)}$$

$$\boxed{I_{max} = 4E_0^2}$$

- ovo vrijedi samo kad je $d \gg a$ i za male kutove θ

$$y = d\,tg\,\theta \approx d\sin\theta$$

④ Što je ogib svjetlosti? Objasnite ogib na jednoj pukotini. Izvedite i objasnite uvjete za minimume i maksimume.

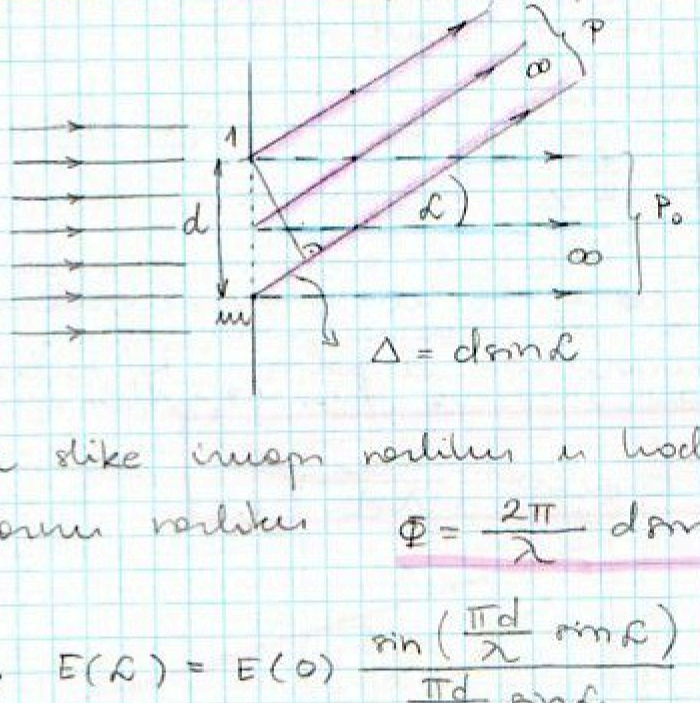
OGIB (DIFRAKCIJA) - opća karakteristika svih valova; javlja se kad god se valne fronte deformiraju (onda se svjetlo javlja i u području geometrijske sjene)

- ogib se opaža kad su dimenzije prepreke ili pukotine usporedive s valnom duljinom
- razlikujemo 2 vrste ogiba s obzirom na udaljenost izvora svjetlosti i zastora od pukotine na kojoj se događa ogib:

FRESNELOV: izvor svjetlosti i zastor nalaze se na konačnoj udaljenosti od pukotine

FRAUNHOFEROV: izvor svjetlosti i zastor su jako daleko od pukotine, valne plohe su ravnine, zrake svjetlosti su međusobno paralelne; granični slučaj Fresnelovog

FRAUNHOFEROV OGIB NA JEDNOJ PUKOTINI:



Rezultirajuća amplituda $E(\alpha)$ u smjeru α dobiva se u točki u beskonačnosti zbrajanjem svih amplituda valova koji imaju ogib za kut α. Zrake 1 i m sa slike imaju razliku u hodu $\Delta = d\sin\alpha$ i faznu razliku $\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} d\sin\alpha$.

$$\Rightarrow E(\alpha) = E(0)\frac{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\alpha\right)}{\frac{\pi d}{\lambda}\sin\alpha} \Rightarrow E(\alpha) = E(0)\frac{\sin\frac{\Phi}{2}}{\frac{\Phi}{2}}$$

Budući da je intenzitet svjetlosti proporcionalan kvadratu amplitude vala, tj. $I \sim E^2$, dobiva se intenzitet $I(\alpha)$ za smjer α:

$$I(\alpha) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\alpha\right)}{\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\alpha\right)^2} \Rightarrow I(\alpha) = I_0 \frac{\sin^2\frac{\Phi}{2}}{\left(\frac{\Phi}{2}\right)^2}$$

INTERFERENCIJSKI MINIMUM, tj. intenzitet jednak je nuli kada je $\frac{\pi d}{\lambda}\sin\alpha = k\pi$, odnosno dobivamo uvjet za minimum:

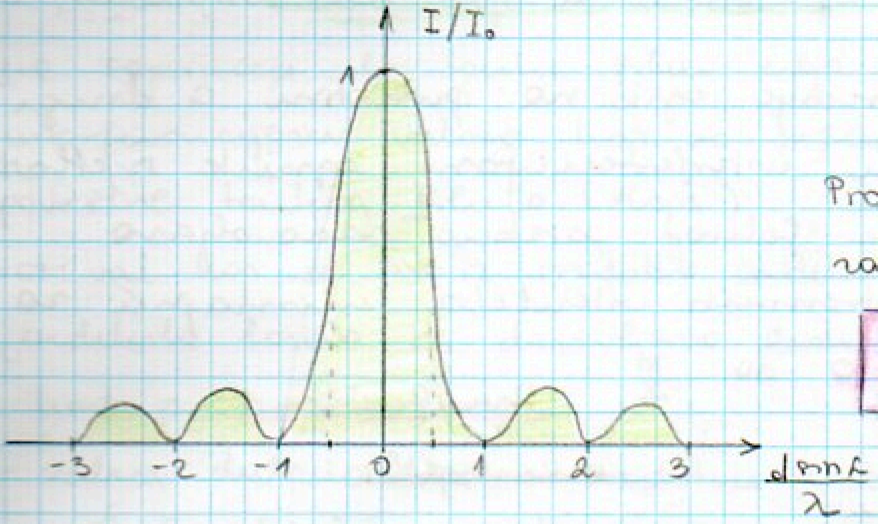
$$\boxed{d \sin\alpha = k\pi} \qquad k = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$

Vrijednost $k=0$ odgovara kutu $\alpha = 0$, tj. $\frac{\Phi}{2} = 0$.

Pritome vrijedi: $\boxed{\left(\frac{\sin\frac{\Phi}{2}}{\frac{\Phi}{2}}\right) = 1}$

$\Rightarrow$ TO je uvjet za najveći, GLAVNI MAKSIMUM intenziteta I_0, koji leži u sredini ogibne slike. Između minimuma u ogibnoj slici, simetrično lijevo i desno od glavnog maksimuma slijede pokrajnji maksimumi.

Njihov se položaj određuje iz nužnog uvjeta da je prva derivacija intenziteta svjetlosti jednaka nuli, tj:



$$\frac{dI}{d\frac{\Phi}{2}} = 0$$

Provedeni račun daje uvjet za POKRAJNJI MAKSIMUM:

$$\boxed{d \sin\alpha = \frac{2k \pm 1}{2}\lambda}$$

Intenziteti pokrajnjih maksimuma maleni su u usporedbi s glavnim max. I_0 i smanjuju se povećanjem broja k.

⑤ Što je optička rešetka? Izvedite i objasnite izraz za dobivanje glavnih maksimuma.

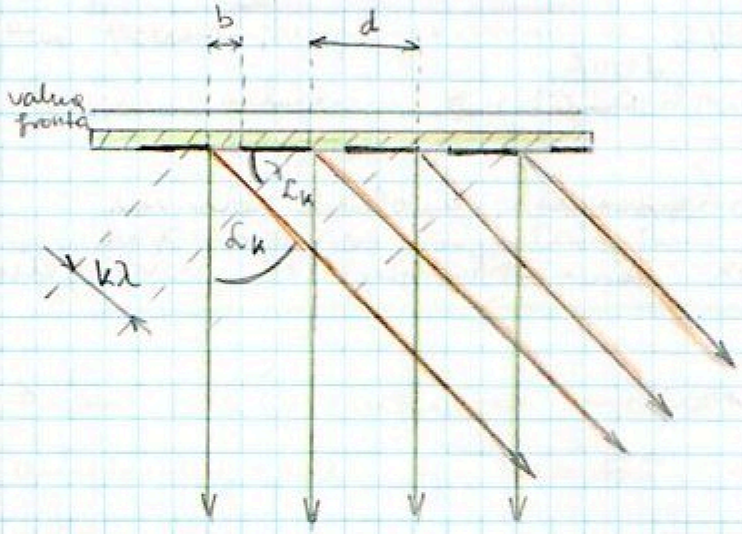
Optička rešetka sastoji se od velikog broja ekvidistantnih pukotina na kojima se ogiba svjetlost. Svaka pukotina proizvodi ogib, ogibni snopovi međusobno interferiraju i formiraju uzorak.

Opažamo da se u području maksimuma svjetla pri ogibu na pukotini pojavljuju novi maksimumi i minimumi svjetlosti zbog dodatnih interferencija valova iz više pukotina.

Intenzitet svjetla je opisan izrazom s dva faktora, poput izraza za ogib na dvije pukotine. U drugom je faktoru broj 2 u brojniku zamijenjen sa N, tj. brojem pukotina. Za intenzitet svjetla ogibnutog pod kutem α dobivamo izraz:

$$\boxed{I(\alpha) = I_0 \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin\alpha\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin\alpha} \right]^2 \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{2\pi N d}{\lambda} \sin\alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin\alpha\right)} \right]^2}$$

Prvi faktor izraza određuje ogib na pukotini, a drugi modulaciju uzrokovanu interferencijom ogibnute svjetlosti iz svih pukotina. Svaki faktor posebno zadovoljava uvjete za dobivanje ekstremnih intenziteta uzimajući za kut α vrijednost od 0 do $\frac{\pi}{2}$.



Prvi faktor,

max. svjetla:

$b \sin\alpha = (2k'+1)\frac{\lambda}{2}$

i $\alpha = 0$

min. svjetla:

$b \sin\alpha = k'\lambda$

$k' = 1, 2, 3, \dots$

b - širina pukotine

Drugi faktor,

maksimum svjetla : $d \sin\alpha = k\lambda$

$k = 0, 1, 2 \ldots$

d - udaljenost između pukotina, konstanta rešetke

Ti se max. nazivaju GLAVNI MAKSIMUMI.

Između 2 glavna max. nalazi se $N-1$ min., tamnih mjesta, a između 2 susjedna min. smješten je jedan pokrajnji max. Njegov je intenzitet samo mali dio intenziteta glavnog maksimuma i smanjuje se s povećanjem broja pukotina.

Stoga za uvjet tame za drugi faktor imamo vrijedi:

$$d \sin\alpha = \left(k + \frac{m}{N}\right)\lambda \qquad k = 0, 1, 2 \ldots$$

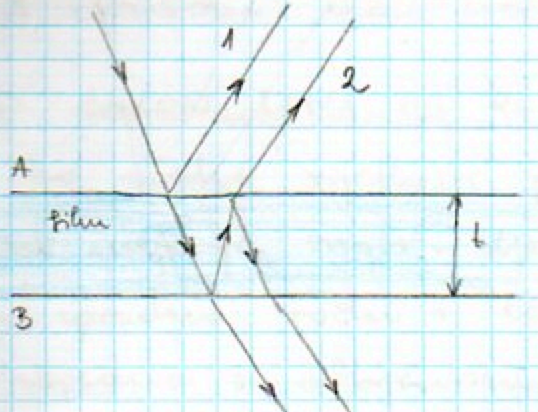
$m = 1, 2, 3 \ldots (N-1)$

⑥ Interferencija na tankim listićima?

Interferencijski efekti se često nočavaju na tankim filmovima: primjeri takve interferencije su mjehurići sapunice i film ulja na vodi

=> Različite boje koje se nočavaju kod svjetlost pada na sapunicu ili tanki film ulja na vodi, nastaju interferencijom valova koji se reflektiraju na dvije površine tankog filma (sloja)

- EM val koji se širi iz sredstva indeksa loma n_1 u sredstvo indeksa loma n_2 doživljava skok u fazi za 180° kad je $n_2 > n_1$
- valna duljina λ_n u sredstvu indeksa loma n iznosi $\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$, gdje je λ valna duljina u vakuumu



Pretpostavimo da su zrake svjetlosti gotovo okomite na dvije površine tankog filma (sloja).

Zraka 1 se reflektira na površini A i doživljava skok u fazi za 180° u odnosu na upadnu zraku.

Zraka 2 se reflektira na donjoj površini filma (B) i ne doživljava skok u fazi u odnosu na upadnu zraku. Zraka 2 ima duži put za 2t prije nego se ponovno preklope.

Uvjet za konstruktivnu interferenciju zraka 1 i 2 je:

$$\boxed{(2t)n = \left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda} \qquad m = 0, 1, 2 \dots$$

Uvjet za destruktivnu interferenciju:

$$\boxed{(2t)n = m\lambda} \qquad m = 0, 1, 2 \dots$$

7. Objasnite Rayleigh kriterij za moć razlučivanja dvaju izvora.

Dva izvora će se razlučiti ako prvi ogibni minimum (tama) jednog izvora padne u centralni maksimum (svjetlo) drugog izvora.

$$\boxed{\theta_{min} \approx 1.22 \frac{\lambda}{D}}$$

Ova relacija definira minimalni kut između dva izvora koja se još mogu razlučiti. Relacija vrijedi za male kutove $\theta_{min} < 10°$ izražene u radijanima.

primjer: Razlučivanje farova automobila se smanjuje kako se povećava udaljenost

PREDAVANJE 10.

GEOMETRIJSKA OPTIKA

①* Što je to geometrijska optika? Kako glasi zakon loma i refleksije? Kako se ponašaju valna duljina i frekvencija svjetlosti pri prijelazu iz jednog sredstva u drugo?

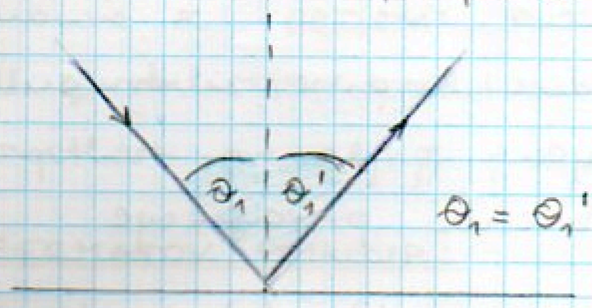
GEOMETRIJSKA OPTIKA je dio optike u kojoj se za opis svjetlosnih pojava služimo svjetlosnom zrakom, odnosno kako svjetlosne zrake formiraju sliku. Pravila geometrijske optike se mogu primijeniti kada je valna duljina mnogo manja od prepreke na koje svjetlo nailazi ($\lambda \ll a$), jer tada nema pojave ogiba koja iskazuje valnu prirodu svjetlosti.

ZAKONI GEOMETRIJSKE OPTIKE ($\lambda \to 0$):

① Zakon o pravocrtnom širenju: U optički jednolikom i prozirnom sredstvu, svjetlost se širi po pravcu.

② Ako se 2 snopa svjetlosti sijeku, nema uzajamnog utjecaja tih snopova.

③ ZAKON ODBIJANJA ILI REFLEKSIJE:

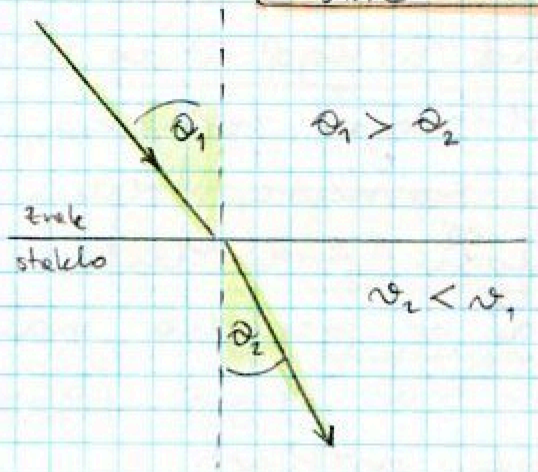


Ako na glatku plohu padne zraka svjetlosti, ona se od nje odbije. Upadna zraka, normala na plohu u upadnoj točki i odbijena zraka leže u istoj ravnini, a pri tome je kut odbijanja jednak upadnom kutu (kutevi se mjere s obzirom na normalu na graničnu plohu).

④ ZAKON LOMA ILI REFRAKCIJE:

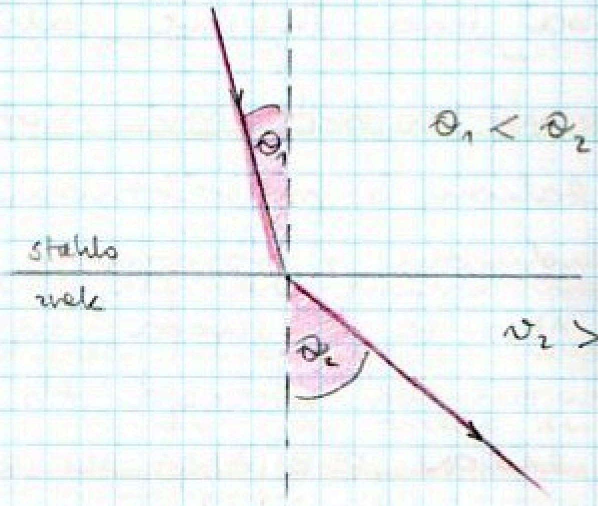
Ako zraka svjetlosti prelazi iz jednog sredstva u drugo, ona mijenja smjer. Upadna zraka, normala na granicu u upadnoj točki i lomljena zraka leže u ravnini zajedno s odbijenom zrakom. Upadni kut u i kut loma l povezani su SNELLOVIM ZAKONOM, gdje je n_1 indeks loma sredstva u kojem se širi upadna zraka, a n_2 indeks loma sredstva u kojem se širi lomljena zraka:

$$\boxed{\frac{\sin u}{\sin l} = \frac{n_2}{n_1}}$$



Kad svjetlo upade iz optički rjeđeg u optički gušće sredstvo, svjetlosna zraka lomi se k okomici, kut loma je manji od kuta upada.

Kada svjetlo upade iz optički gušćeg u optički rjeđe sredstvo, svjetlosna zraka se lomi od okomice, kut loma je veći od kuta upada.



- Kad se svjetlost širi iz jedne sredine u drugu njegova frekvencija se ne mijenja: mijenja se valna duljina i brzina propagacije

$$\boxed{v = f \cdot \lambda} \qquad f_1 = f_2,\; v_1 \neq v_2,\; \lambda_1 \neq \lambda_2$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{c}{n_1}}{\frac{c}{n_2}} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$n = \frac{\lambda}{\lambda_n}$$ - vakuum - sredstvo

2.* Objasnite nastanak totalne refleksije i jednu njenu primjenu.

Fenomen totalne refleksije se javlja kada se svjetlost širi iz optički gušćeg sredstva (većeg indeksa loma) u optički rjeđe sredstvo (manjeg indeksa loma) - $n_1 > n_2$ ....

PRIMJENA:

Prijenos informacija svjetlovodima - jezgra kabela omotaje se oblogom (to je sloj koji ima manji indeks loma od jezgre što osigurava da će svjetlost pri prolazu kroz svjetlovod doživljavati totalnu refleksiju).

3. Što je to Fermatov princip? Izvedite zakon loma i refleksije iz Fermatovog principa.

INDEKS LOMA - omjer brzine svjetlosti u vakuumu i brzine svjetlosti u nekom sredstvu.

Udaljenost koju svjetlost prevaljuje naziva se GEOMETRIJSKI PUT (d) svjetlosti.

Umnožak indeksa loma i geometrijskog puta naziva se OPTIČKI PUT ($\delta = n \cdot d$) svjetlosti.

U 2 različita sredstva u jednakim intervalima svjetlost prevaljuje jednako velike optičke putove.

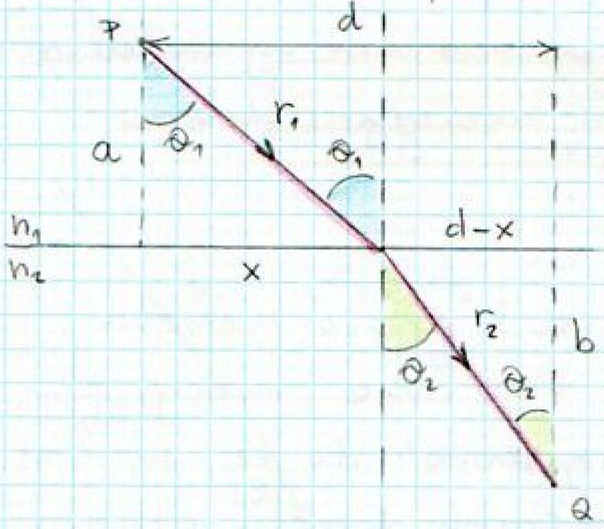
FERMATOV PRINCIP:

Svjetlo koje se lomi i odbija prevaljuje takav put između dviju točaka da pripadni optički put uvijek ima ekstremnu vrijednost, odnosno svjetlo prolazi put u ekstremnom vremenu (obično je taj ekstrem minimum).

Pomoću Fermatova principa mogu se izvesti zakon refleksije i zakon loma svjetlosti.

ZAKON LOMA:

Svjetlost koja se lomi ili reflektira giba se između dvije točke putanjom koja zahtijeva najkraće vrijeme.



$$t = \frac{r_1}{v_1} + \frac{r_2}{v_2} = \frac{\sqrt{a^2+x^2}}{\frac{c}{n_1}} + \frac{\sqrt{b^2+(d-x)^2}}{\frac{c}{n_2}}$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{n_1 x}{c\sqrt{a^2+x^2}} - \frac{n_2(d-x)}{c\sqrt{b^2+(d-x)^2}} = 0$$

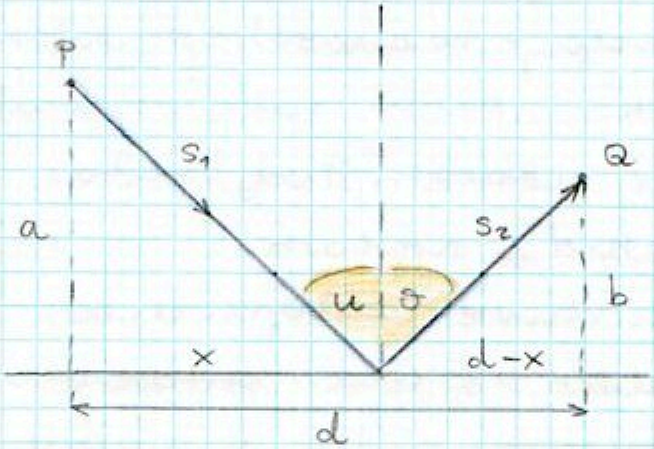
$$n_1 \sin\theta_1 - n_2 \sin\theta_2 = 0$$

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

ZAKON REFLEKSIJE:

Vrijeme t_s u kojem svjetlo prijeđe put $s = s_1 + s_2$ možemo izraziti kao:

$$t_s = \frac{s_1}{v} + \frac{s_2}{v} = \frac{1}{v}\left(\sqrt{a^2+x^2} + \sqrt{(d-x)^2+b^2}\right)$$



Uvjet za ekstrem:

$$\frac{dt_s}{dx} = 0$$

$$\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} - \frac{d-x}{\sqrt{(d-x)^2+b^2}} = 0$$

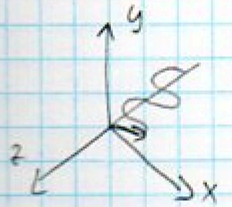
$$\sin u - \sin \sigma = 0$$

$$\sin u = \sin \sigma$$

$$u = \sigma$$

u - upadni kut

σ - kut odbijanja



val se giba po neg. osi z, čestice po x

$$\frac{\partial^2 x}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = 0 \qquad x(z,t) = A\sin(\omega t + kz)$$

koja je os u pitanju

gdje idu čestice

+ u neg smjeru

− u poz smjeru