Automātu teorijas 2. mājasdarbs

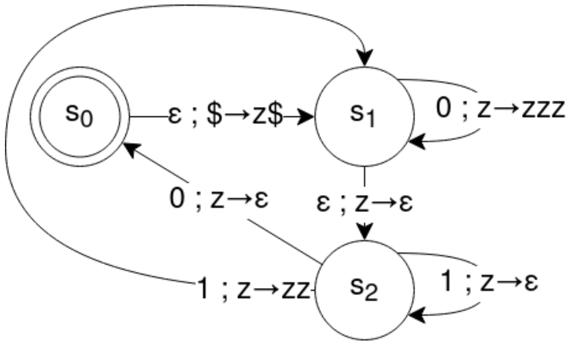
Krišjānis Petručeņa kp22084

1. uzdevums

Stāvokļu kopa $Q = \{s_0, s_1, s_2\}$. Ieejas alfabēts $X = \{0, 1\}$. Steka alfabēts $S = \{z, \$\}$.

Sākuma stāvoklis $q_0 = s_0$. Steka beigu simbols \$. Akceptējošo stāvokļu kopa $Q_A = \{s_0\}$.

Stāv. q	Ieeja x	Simb. no	Mērķis	Virkne uz
s_0	ε	\$	s_1	$z\$$
s_1	0	z	s_1	zzz
s_1	ε	z	s_2	ε
s_2	1	z	s_2	ε
s_2	0	z	s_0	ε
s_2	1	z	s_1	zz



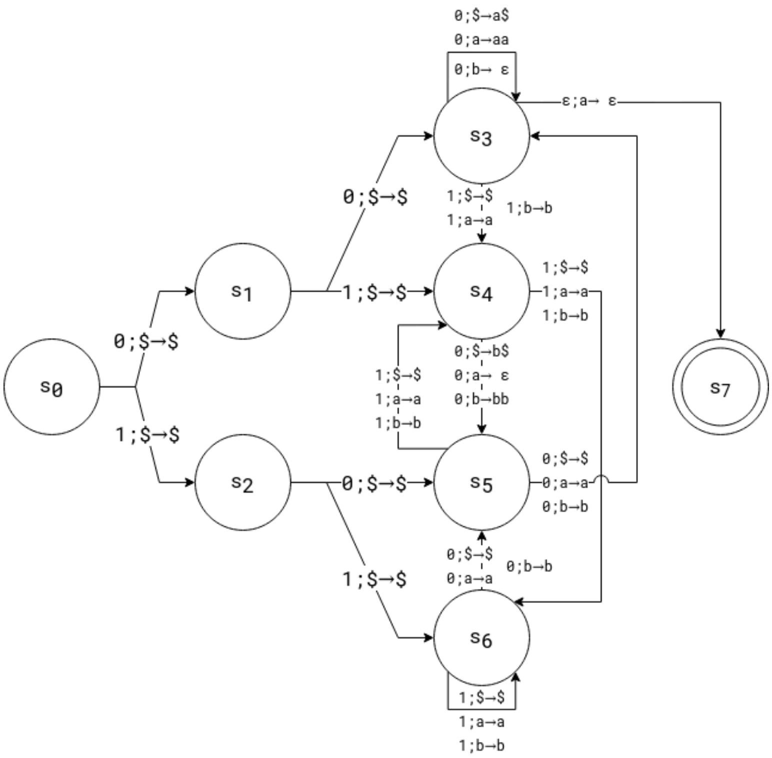
Valodas vārdi ar garumu ≤ 4: "ε" "00" "000" "0000" "0010" "010" "0100" "0110".

Rezultāts iegūts ar šo kodo: https://github.com/KrisjanisP/lu-automata-md2/blob/main/codes/1.cpp

2. uzdevums (a)

Jāuzbūvē akceptors, kurš akceptē vārdus, kuros apakšvirknes "010" ir mazāk nekā "000".

Stāvokļu kopa $Q = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}$. Ieejas alfabēts $X = \{0, 1\}$. Steka alfabēts $S = \{a, b, \$\}$. Sākuma stāvoklis $q_0 = s_0$. Steka beigu simbols \$. Akceptējošo stāvokļu kopa $Q_A = \{s_7\}$. Idejiski stekā jebkurā brīdī atrodas a un \$ vai b un \$ vai \$. Ja stekā ir a, tas nozīmē, ka "000" ir vairākumā. Ja stekā ir b, tas nozīmē, ka "010" ir vairākumā. Ja stekā ir \$, tas nozīmē, ka "010" un "000" ir vienādi daudz. Diagramma:



Pārejas funkcijas tabula:

Stāv. q	Ieeja x	Simb. no	Mērķis	Virkne uz
s_0	0	\$	s_1	\$
s_0	1	\$	s_2	\$
s_1	0	\$	s_3	\$
s_1	1	\$	s_4	\$
s_2	0	\$	s_5	\$
s_2	1	\$	s_6	\$
s_3	0	\$	s_3	$a\$$
s_3	0	a	s_3	aa
s_3	0	b	s_3	ε
s_3	1	\$	s_4	\$
s_3	1	a	s_4	a
s_3	1	b	s_4	b
s_4	0	\$	s_5	$b\$$
s_4	0	a	s_5	ε
s_4	0	b	s_5	bb
s_4	1	\$	s_6	\$
s_4	1	a	s_6	a
s_4	1	b	s_6	b
s_5	0	\$	s_3	\$
s_5	0	a	s_3	a
s_5	0	b	s_3	b
s_5	1	\$	s_4	\$
s_5	1	a	s_4	a
s_5	1	b	s_4	b
s_6	0	\$	s_5	\$
s_6	0	a	s_5	a
s_6	0	b	s_5	b
s_6	1	\$	s_6	\$
s_6	1	a	s_6	a
s_6	1	b	s_6	b
s_3	ε	a	s_7	ε

2. uzdevums (b)

Pumpēšanas lemma: ja A ir regulāra valoda, tad eksistē vesels skaitlis p (pumpēšanas garums), ka, ja $s \in A$ un $|s| \geq p$, tad $s = xyz$ tā, ka izpildās:

$$\forall i \geq 0(xy^i z \in A) \land (|y| > 0) \land (|xy| \leq p)$$

Valodu, kurā apakšvirknes "000" ir vairāk nekā "010" apzīmēsim ar A.

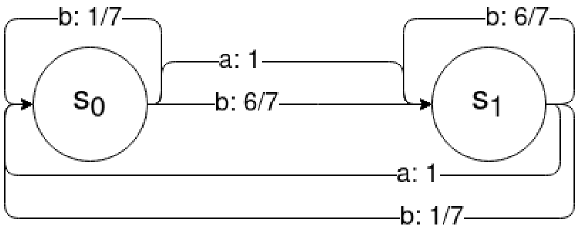
Apskatīsim $s =$"$00(0)^{p+1}110(10)^p$", kur $s \in A$. Vardā s apakšvirkne "000" parādās tieši vienu reizi vairāk nekā "010".

Pēc nosacījuma $|xy| \leq p$ skaidrs, ka y var saturēt tikai nulles.

Kad $i = 0$ jeb $s = xz$, xz nevar saturēt vairāk nekā $p + 2$ nulles prefiksā, jo $|y| > 0$, līdz ar to iegūta pretruna, jo apakšvirknes "000" ir ne vairāk kā p (tik ir arī apakšvirkņu "010").

3. uzdevums (a)

Stāv. q	Ieeja x	Mērķis	Varbūtība
s_0	a	s_1	1
s_0	b	s_0	$\frac{1}{7}$
s_0	b	s_1	$\frac{6}{7}$
s_1	a	s_0	1
s_1	b	s_0	$\frac{1}{7}$
s_1	b	s_1	$\frac{6}{7}$



$Q = \{s_0, s_1\}$ - stāvokļu kopa. $X = \{a, b\}$ - ieejas alfabēts. $q_0 = s_0$ - sākumstāvoklis. $Q_A = \{s_0\}$ - akceptējošo stāvokļu kopa. $\lambda = 0.5$ - akceptēšanas slieksnis.

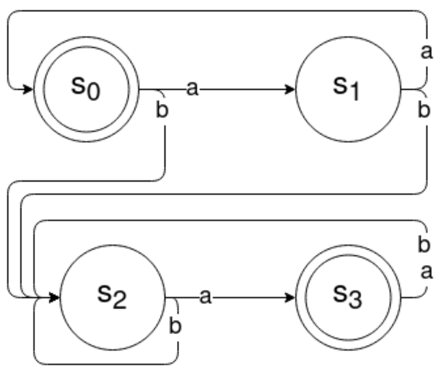
Valodas vārdi garumā ≤ 4: "ε", "aa", "ba", "aba", "bba", "aaaa", "aaba", "abba", "baaa", "baba", "bbba".

Rezultāts iegūts ar šo kodo: https://github.com/KrisjanisP/lu-automata-md2/blob/main/codes/3.py

3. uzdevums (b)

Automātā iespējams veikt novērojumu, ka pēc b atkārtotas ievades varbūtību sadalījums nemainās. Precīzāk pēc b ievades vienmēr tiek iegūts viens un tas pats varbūtību sadalījums: s_0 iegūst varbūtību $\frac{1}{7}$, bet s_1 iegūst varbūtību $\frac{6}{7}$. No šī sadalījumu citu var iegūt tikai pēc nepāra skaita a ievades. Balstoties uz šiem novērojumiem ir iespējams izveidot DFA.

Ja ir iespējams uzbūvēt DFA, tad tā ir regulāra valoda.



4. uzdevums

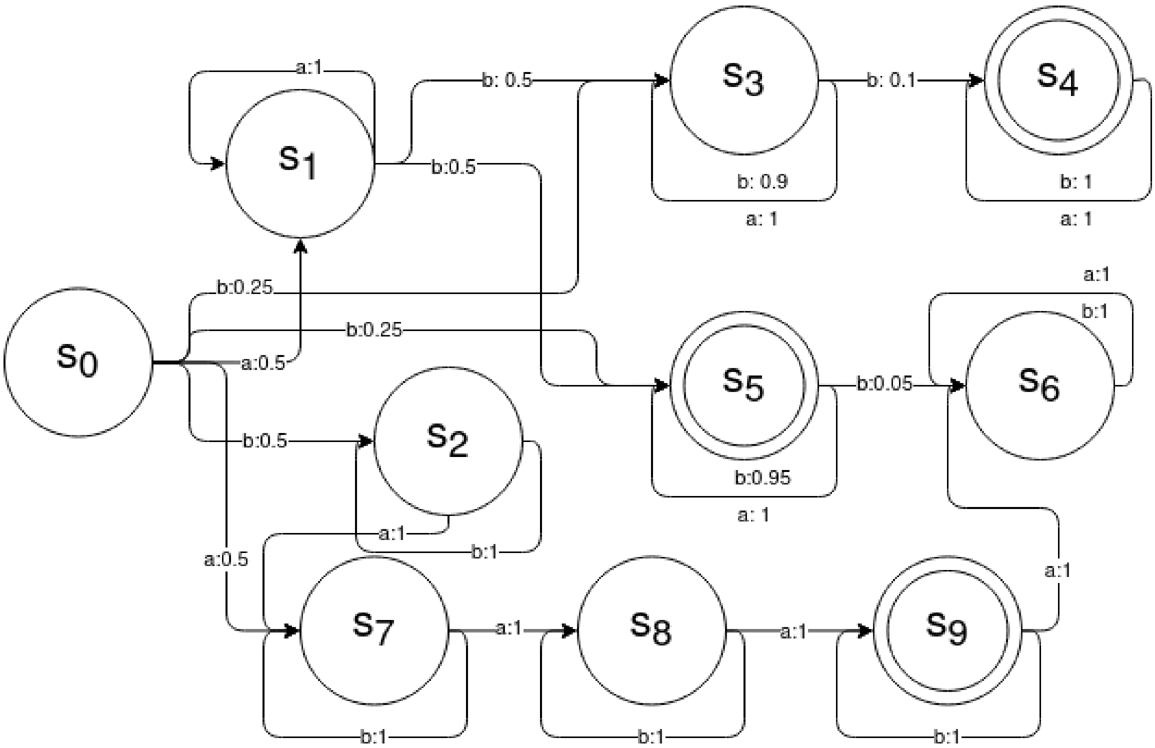
Jāuzbūvē varbūtiskais akceptors, kurš akceptē tādus un tikai tādus vārdus, kuros a burtu skaits ir 3, b burtu skaits ir 14.

Risinājums:

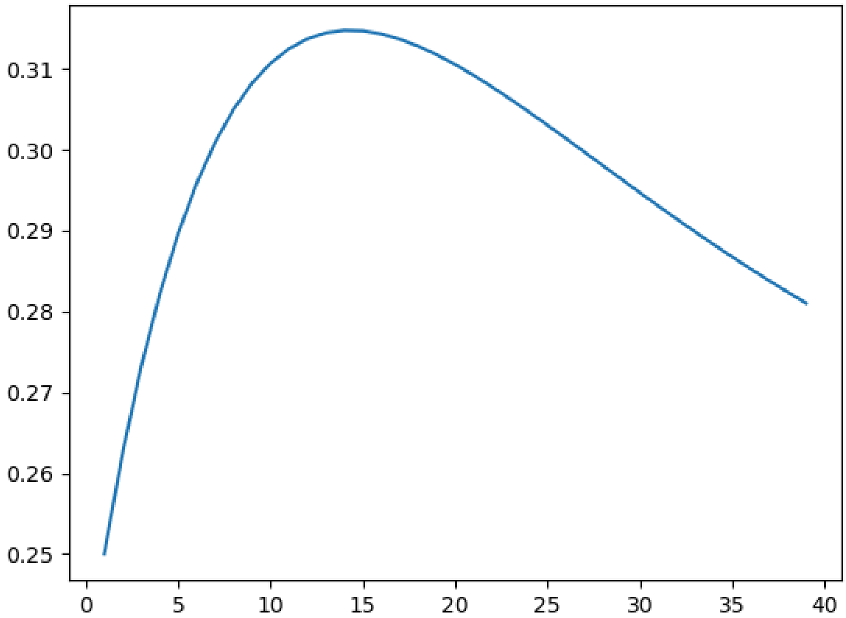
$Q = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8, s_9\}$ - stāvokļu kopa. $X = \{a, b\}$ - ieejas alfabēts. $q_0 = s_0$ - sākumstāvoklis. $Q_A = \{s_4, s_5, s_9\}$ - akceptējošo stāvokļu kopa.

$\lambda = 0.5 + 0.31479 = 0.81479$ - akceptēšanas slieksnis.

Diagramma:



Apskatot s_5 un s_4 summu pie dažādiem b skaitiem, pīķis tiek sasniegts pie 14.



Vērtība $(s_5 + s_4)$ pie $b = 1$ ir 0.25, pie $b = 13$ ir 0.31448, pie $b = 14$ ir 0.31479, pie $b = 15$ ir 0.31472.

Pārejas funkcijas tabula:

Stāv. q	Ieeja x	Mērķis	Varbūtība