



Interdisziplinäres Teamprojekt

oTToCAR

Andreas Himmel (184256) Viktoria Wiedmeyer (182541)

29. November 2013

Betreuer:

M. Sc. Juan Pablo Zometa *,

M. Sc. Michael Maiworm *

*Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Fakultät für Elektro- und Informationstechnik, Institut für Automatisierungstechnik - IFAT, Lehrstuhl für Systemtheorie und Regelungstechnik, Prof. Dr.-Ing. Rolf Findeisen, Universitätsplatz 2, 39106 Magdeburg

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Kinematisches Modell	2
2.1	Weltkoordinatensystem	2
2.2	Kinematische Bedingungen	4
2.3	Ackermannlenkung und Einspurmodell	6
3	Dynamisches Modell	9
3.1	Wirkende Kräfte und Kräftebilanzen	9
3.2	Zustandsgleichungen	11
4	Simulation des Modells	14
5	Konzepte der Parameterschätzung	21
5.1	Statistische Versuchsplanung	21
5.2	Parameterschätzung	22
6	Zusammenfassung	25
	Literaturverzeichnis	26

1 Einleitung

Im US-Bundesstaat Kalifornien wurde bereits im Herbst 2012 ein Gesetz erlassen, das den Einsatz autonomer Fahrzeuge im Straßenverkehr erlaubt, solange sich ein Fahrer am Steuer befindet (vgl. [1]).

Im August 2013 fand die erste ca. 100km lange „autonome Langstreckenfahrt im Überland- und Stadtverkehr mit seriennaher Sensorik“ mit dem „Forschungsfahrzeug S 500 INTELLIGENT DRIVE“ [2] von Mercedes-Benz in Deutschland statt.

Die öffentliche Diskussion wird nicht nur durch ähnliche Ereignisse und die Verfügbarkeit von Fahrerassistenzsystemen wie Spurhalteassistenten und Einparkautomatik für den privaten Verbraucher bestimmt. Im Jahr 2012 waren 85 % der Unfälle in Deutschland auf das Fehlverhalten von Kraftfahrzeugführern zurückzuführen (vgl. [3]). Die Idee eines autonomen Fahrzeugs dient vor allem dazu die Sicherheit im Straßenverkehr zu erhöhen und die Anzahl von Unfällen zu senken.

In der vorliegenden Arbeit werden theoretische Überlegungen dargestellt, die im Rahmen der Vorbereitung zum Hochschulwettbewerb „Carolo-Cup“ der TU Braunschweig benötigt werden. Das interdisziplinäre Team oTToCAR der Otto-von-Guericke-Universität entwickelt ein autonomes Modellfahrzeug für die Teilnahme am Wettbewerb. Im Wettbewerb müssen verschiedene Fahraufgaben möglichst schnell und fehlerfrei absolviert werden. Dabei handelt es sich um das Abfahren eines Rundkurses unter verschiedenen Bedingungen und um das Einparken. Außerdem müssen Konzepte für die Fahrzeugherstellung und die Bewältigung der Szenarien präsentiert werden (vgl. [4]).

Zur Entwicklung des Fahrzeugs hat das oTToCAR-Team verschiedene Aufgaben definiert. Dabei handelt es sich u.a. um die Konstruktion des Modellautos inklusive Chassis, Motortreiber, Sensorik usw. sowie die Inbetriebnahme der On-Board Kommunikation bis hin zum Einsatz echtzeitfähiger Regelungskonzepte um schließlich die Wettbewerbsszenarien realisieren zu können. In der vorliegenden Arbeit werden die kinematische Bedingungen betrachtet, um ein Verständnis für das Fahrzeugverhalten zu gewinnen (Kapitel 2). Durch dynamische Modellierung (Kapitel 3) wird das Fahrzeugverhalten weiter abgebildet und schließlich simuliert (Kapitel 4). Zum Abgleich mit dem realen Modellauto werden Konzepte der Parameterschätzung anhand von Messdaten (Kapitel 5) vorgestellt.

2 Kinematisches Modell

In diesem Kapitel werden kinematische Zusammenhänge dargestellt, die dem Verständnis des dynamischen Modells dienen. Zunächst wird das Fahrzeug im globalen Koordinatensystem lokalisiert. Mithilfe der kinematischen Bedingungen an die Räder für das vorliegende Fahrzeug wird die Verwendung des Einspurmodells begründet. Dieses Modell ist Grundlage des Kapitels 3. Auf eine Herleitung eines erweiterten kinematischen Modells für niedrige Geschwindigkeiten, wie in [5], wird verzichtet und stattdessen ein dynamisches Modell auch für kleine Geschwindigkeiten verwendet.

2.1 Weltkoordinatensystem

Es wird in der gesamten Arbeit davon ausgegangen, dass sich das Modellfahrzeug auf einer horizontalen Ebene befindet. Diese Annahme stimmt mit den im Carolo-Cup gestellten Rahmenbedingungen überein. Wie die Position aus der Umgebungswahrnehmung des Fahrzeuges in Roboterkoordinaten übersetzt werden kann, wird im Folgenden erläutert.

Der Zusammenhang zwischen lokalem bzw. fahrzeuginternem Koordinatensystem und einem festen globalen Weltkoordinatensystem als Bezugssystem wird in Abbildung 2.1 (vgl. [6]) veranschaulicht.

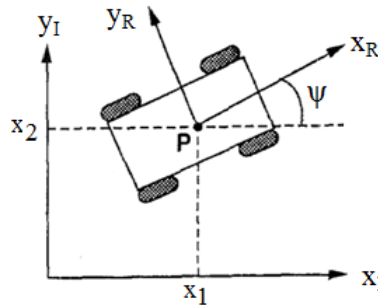


Abbildung 2.1: Weltkoordinatensystem und lokales Koordinatensystem

Die Inertialbasis $\{\mathbf{x}_I, \mathbf{y}_I\}$ ist im Gegensatz zur lokalen Basis des Roboters $\{\mathbf{x}_R, \mathbf{y}_R\}$ in der horizontalen Ebene fest. Die Position eines am Chassis beliebigen aber fixen Punktes P wird im globalen System wie folgt definiert

$$\xi_I = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \psi \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

mit der globalen Roboterposition x_1, x_2 und dem Winkel ψ der Roboterbasis zur globalen Basis.

Die Abbildung von der globalen zur lokalen Bewegung

$$\dot{\xi}_R = R(\psi)\dot{\xi}_I \quad (2.2)$$

erfolgt mithilfe von einer zur horizontalen Ebene orthogonalen Rotationsmatrix

$$R(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

In Abbildung 2.2 ist exemplarisch ein Winkel $\psi = \pi/2$ angenommen. Gleichung (2.2) ergibt sich damit zu

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_R \\ \dot{y}_R \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ -\dot{x}_1 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Eine Drehung des Fahrzeugs ist in beiden Koordinatensystemen äquivalent. In dieser Position entspricht einer Vorwärtsbewegung des Roboters eine Bewegung parallel zur y_I -Achse. Eine Veränderung der Position des Roboters in positiver y_R -Richtung ist mit einer globalen Bewegung in negativer x-Richtung verbunden.

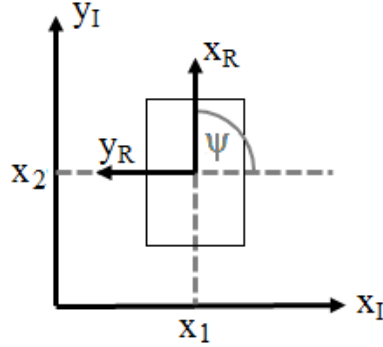


Abbildung 2.2: Das Modellfahrzeug im Weltkoordinatensystem mit $\psi = \pi/2$

Eine Veränderung der Position des Modellfahrzeugs resultiert aus der Bewegung seiner Komponenten. In Abhängigkeit der Radbewegung werden mögliche Fahrzeugbewegungen im Kapitel 2.2 untersucht.

Im Hinblick auf regelungstechnische Aufgaben kann eine Formulierung des kinematischen Modells in Polarkoordinaten wie in [7] bevorzugt werden, die in diesem Modell allerdings nicht verwendet wird. Ausblick: Formulierung in Polarkoordinaten

2.2 Kinematische Bedingungen

Kinematische Bedingungen eines Rades

Verschiedene Radtypen erlauben dem jeweiligen Roboter verschiedene Bewegungen. Mitrollende Räder werden in der Regel nicht betrachtet. Die Betrachtungen in dieser Arbeit werden auf feste und lenkbare Standardräder beschränkt. Zusätzlich zur Bewegung auf einer horizontalen Ebene, werden für die Entwicklung des kinematischen Modells die Annahmen getroffen, dass jedes Rad nur über einen Kontaktpunkt mit der Ebene verfügt und an diesem Punkt keine Reibung auftritt. Die Räder können sich ausschließlich durch Rotation und nicht etwa durch Rutschen bewegen. Das Drehen eines lenkbaren Rades erfolgt um die vertikale Achse durch den Kontaktpunkt und die Radmitte.

Abbildung 2.3 veranschaulicht, dass die durch das feste und das lenkbare Standardrad hervorgerufene Bewegung durch die Radgeschwindigkeit $\dot{\phi}(t)$ und den Radius r definiert wird.

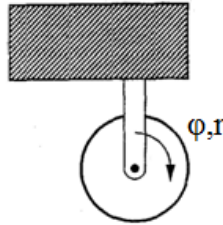


Abbildung 2.3: Festes / Gelenktes Standardrad am Chassis mit den Parametern Radgeschwindigkeit φ und Radius r (vgl. [6])

Weitere Parameter, die die Position des Rades am Chassis charakterisieren, sind in Abbildung 2.4 dargestellt. Parameter L gibt den Abstand von der Radaufhängung zum beliebigen aber festen Bezugspunkt P an. Winkel α bezieht sich auf die Radposition gegenüber der x_R -Achse des lokalen Rahmens.

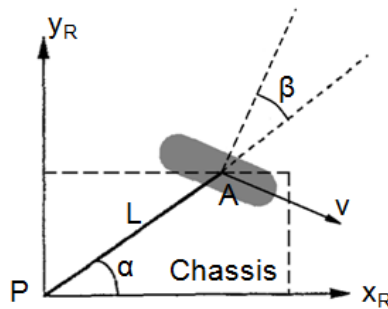


Abbildung 2.4: Festes / Gelenktes Standardrad am Chassis mit den Parametern Lenkwinkel β und den geometrischen Parametern α , L (vgl. [6])

Der Lenkwinkel β ist für das lenkbare Standardrad zeitabhängig $\beta(t)$. Auf die kinematischen Bedingungen hat dies keinen Einfluss, da im jeweiligen Betrachtungszeitpunkt

ein Winkel β eingenommen wird. Die kinematischen Bedingungen sind für das feste und das lenkbare Rad daher identisch. Sie kennzeichnen den Raum möglicher Bewegungen für das einzelne Rad. Die Rollbedingung an ein Rad lautet wie folgt

$$\begin{bmatrix} \sin(\alpha + \beta) & -\cos(\alpha + \beta) & (-L)\cos(\beta) \end{bmatrix} R(\psi)\dot{\xi}_I - r\dot{\varphi} = 0 \quad (2.5)$$

Jede Bewegung entlang der Radebene ist von einer entsprechenden Raddrehung begleitet, so dass ein Rollen am Kontaktpunkt stattfindet. Die Rutschbedingung besagt, dass sich kein Rad durch laterales Rutschen bewegen darf

$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha + \beta) & \sin(\alpha + \beta) & L\sin(\beta) \end{bmatrix} R(\psi)\dot{\xi}_I = 0 \quad (2.6)$$

In Abbildung 2.5 nimmt ein Rad exemplarisch die Winkel $\alpha = \pi/2$, $\beta = 0$ und $\psi = 0$ ein. Der Radabstand vom Bezugspunkt sei $L = 1$ und der Radradius betrage $r = 1$. Die

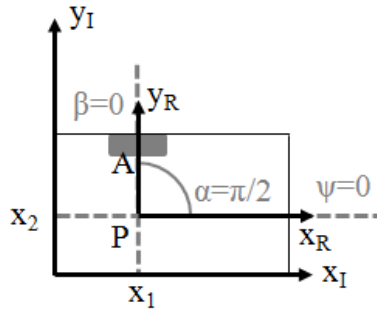


Abbildung 2.5: Kinematische Bedingungen für ein Rad am Chassis mit $\alpha = \pi/2$, $\beta = 0$ und $\psi = 0$

Rutschbedingung nach Gleichung (2.6) ergibt sich zu

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = 0 \quad (2.7)$$

Die Rutschbedingung fordert, dass eine Bewegung des betrachteten Rades in \mathbf{y}_I -Richtung nicht möglich ist.

Um den gesamten Bewegungsraum des Fahrzeugs zu bestimmen, ist eine Betrachtung der Gesamtheit der kinematischen Bedingungen für das spezifische Robotersystem notwendig.

Zusammenfassung der kinematischen Bedingungen

Zur Formulierung der kinematischen Bedingungen in Matrixschreibweise werden die N_f festen Räder und die N_s lenkbaren Räder zu $N = N_f + N_s$ Rädern zusammengefasst. β_f umfasst die Winkel von der Radebene zum Chassis für die festen Räder, $\beta_s(t)$ entsprechend für die lenkbaren Räder. Die Radgeschwindigkeit wird analog in φ_f und $\varphi_s(t)$ unterteilt.

Für die Rollbedingungen nach Gleichung (2.5) gilt

$$J_1(\beta_s)R(\psi)\dot{\xi}_I - J_2\dot{\varphi} = 0 \quad (2.8)$$

mit der $N \times N$ -Matrix der Radien J_2 und der $(N_f + N_s) \times 3$ -Matrix

$$J_1(\beta_s) = \begin{bmatrix} J_{1f} \\ J_{1s}(\beta_s) \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Die Rutschbedingungen werden wir folgt formuliert

$$C_1(\beta_s)R(\psi)\dot{\xi}_I = 0 \quad (2.10)$$

mit der $(N_f + N_s) \times 3$ -Matrix

$$C_1(\beta_s) = \begin{bmatrix} C_{1f} \\ C_{1s}(\beta_s) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

2.3 Ackermannlenkung und Einspurmodell

Das Regelwerk des Carolo-Cup (vgl. [4]) fordert eine Zweiradlenkung der Vorderachse vom Typ der Achsschenkellenkung, auch Ackermannlenkung. Nach dem Prinzip der Ackermann-Lenkung sind die lenkbaren Vorderräder gekoppelt (vgl. [8]). Die Geraden durch alle horizontalen Radachsen, die senkrecht zur jeweiligen Radebene stehen, schneiden sich in einem Punkt, dem Momentanpol (MP), wie in Abbildung 2.6 dargestellt. Diese Geraden werden auch als Nullbewegungslinien (vgl. [7]) bezeichnet, da in ihre

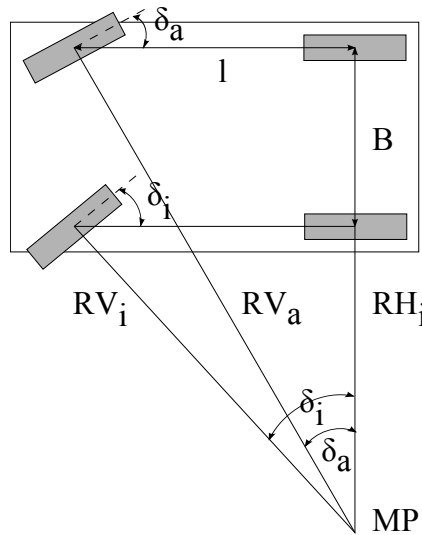


Abbildung 2.6: Fahrzeugaufbau für Achsschenkellenkung

Richtung die Rutschbedingung gilt und eine Bewegung verbietet.

Charakteristisch für die Achsschenkelenkung sind unterschiedliche Lenkwinkel und Drehgeschwindigkeiten der Vorderräder. Der Lenkwinkel des inneren Vorderrades werde mit δ_i , der des äußeren Vorderrades mit δ_a bezeichnet. B bezeichnet den Radabstand und l symbolisiert den Achsabstand. Der Abstand zum Momentanpol entspricht dem Kreisradius (RV_i inneres Vorderrad, RV_a äußeres Vorderrad, RH_i inneres Hinterrad, Schwenkradius ρ_P des Fahrzeugschwerpunkts im Kapitel 3 nach [9]) des jeweiligen Rades. Ein Radius $R = \infty$ entspricht einer Geradeausfahrt. Befindet sich das Fahrzeug, wie in Abbildung 2.6, in einer Linkskurve mit den Parametern $l = 28,5\text{ cm}$, $B = 18,5\text{ cm}$ und $RH_i = 80\text{ cm}$, so ist der innere Lenkwinkel $\delta_i = 19,6^\circ$ und der äußere Lenkwinkel $\delta_a = 16,1^\circ$. Der Lenkwinkel des inneren Rades ist größer als der des äußeren Rades.

Wie im Kapitel 2.2 erläutert, wird der Raum möglicher Bewegungen durch die unabhängigen kinematischen Bedingungen und nicht durch die Radanzahl definiert. Der Vergleich der Roboter in Abbildung 2.7(a) und 2.7(b) zeigt, dass das zusätzliche Hinter-

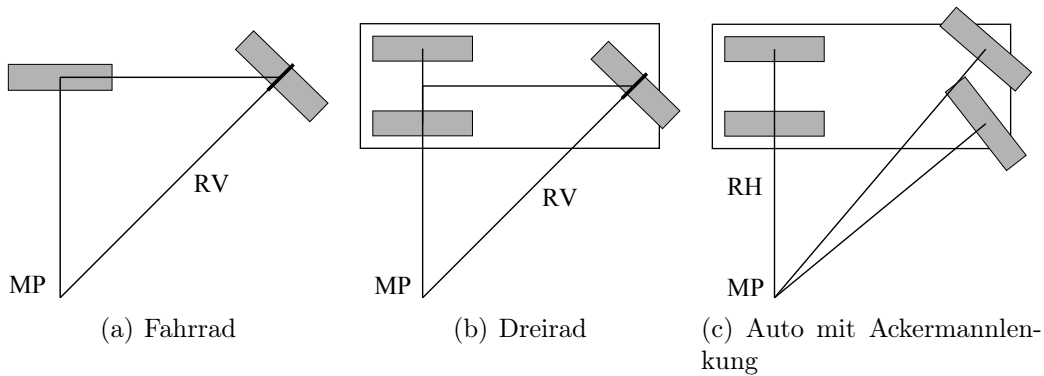


Abbildung 2.7: Momentanpol und Nullbewegungslinien für Fahrrad, Dreirad und Auto mit Ackermannlenkung im Vergleich

rad des Dreirads keinen Einfluss auf die Position des Momentanpols hat. Da die beiden Hinterräder fest mit der Hinterachse verbunden sind, wird keine zusätzliche unabhängige kinematische Bedingung geliefert. Für beide Roboter gibt es zwei unabhängige kinematische Bedingungen. In Abbildung 2.7(c) ist ein Fahrzeug mit einer Ackermannlenkung dargestellt.

Die Position des Momentanpols auf der Verlängerung der Hinterachse ist bereits durch eines der lenkbaren Vorderräder festgelegt. Das weitere Vorderrad liefert daher keine weitere unabhängige kinematische Bedingung. Auf dieser Grundlage beruht das Einspurmodell, das in Abbildung 2.8 veranschaulicht wird. Die Vorder- und Hinterräder des Ackermann-Fahrzeugs (Abb. 2.7(c)) werden durch jeweils ein Rad zusammengefasst, so dass sich ein Modell gemäß dem Fahrrad aus Abbildung 2.7(a) ergibt. Die Räder befinden sich nun auf der Mitte der Achsen. Dieses Modell wird auch als Grundlage für das dynamische Modell verwendet. Die an den Rädern einer Achse wirkenden Kräfte werden summiert. Für den Lenkwinkel des Vorderrades gilt

$$\delta_V = \frac{\delta_i + \delta_a}{2} \quad (2.12)$$

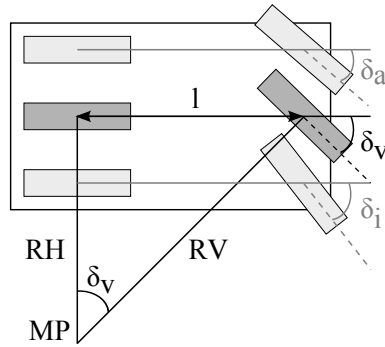


Abbildung 2.8: Einspurmodell für ein Fahrzeug mit Ackermannlenkung

Ein Lenkwinkel wirkt sich auf den aktuellen Kreisradius des Hinterrades wie folgt aus

$$\tan(\delta_v) = \frac{l}{RH} \quad (2.13)$$

Weitere Betrachtungen des Zusammenhangs zwischen Lenkwinkel und Krümmungsradius werden im Kapitel 3 in Bezug auf den Schwerpunkt des Fahrzeugs vorgenommen.

Aus den kinematischen Betrachtungen können folgende Schlussfolgerungen für das Ackermann-Fahrzeug gezogen werden: Die Linie des Momentanpols ist zwar durch die Hinterräder festgelegt, durch eine Drehung der Vorderräder kann der Momentanpol aber auf dieser Linie verschoben werden. Die Lage des Momentanpols des Fahrzeugs kann in diesem Modell somit nur durch Lenkung der Räder beeinflusst werden, nicht durch Geschwindigkeitsänderungen der Räder. Die Fahrzeuggeschwindigkeit kann über die Radgeschwindigkeit beeinflusst werden.

In einer beliebig großen Umgebung hat das Fahrzeug drei Freiheitsgrade, insofern, dass es von einer festen Ausgangsposition jede Position mit jedem beliebigen Winkel einnehmen kann. Die Fähigkeit bestimmte Pfade wählen zu können ist für das Fahrzeug nach Abbildung 2.8 aber eingeschränkt und von der Startposition abhängig.

3 Dynamisches Modell

3.1 Wirkende Kräfte und Kräftebilanzen

Bei der Herleitung des dynamischen Modells für das Modellfahrzeug des oTToCAR-Projekts wurde von einem Einspurmodell nach Abschnitt 2.3 ausgegangen. Abbildung

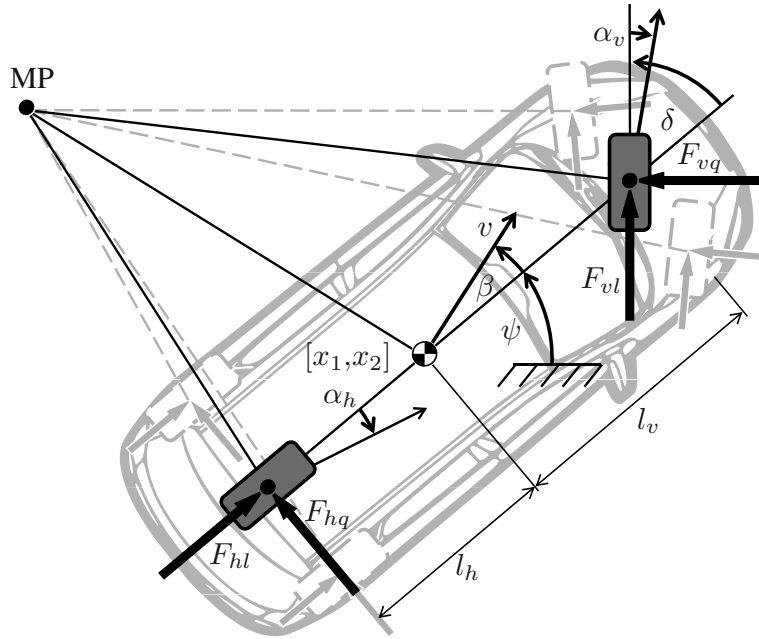


Abbildung 3.1: Einspurmodell mit Reifenkräften und relevanten Winkeln (aus [5])

3.1 zeigt das verwendete Einspurmodell mit den Reifenkräften $F_{h,l}$ und $F_{h,q}$ (Längs- und Querkraft am Hinterrad) sowie $F_{v,l}$ und $F_{v,q}$ (Längs- und Querkraft am Vorderrad) und den für das Modell wichtigen Winkeln δ (Einschlagwinkel am Vorderrad), β (Schwimmwinkel zwischen Fahrzeuglängsachse und Richtung der Geschwindigkeit v), ψ (Drehung der Fahrzeuglängsachse bzgl. des Weltkoordinatensystems) und α_h sowie α_v (Schräglaufwinkel am Hinter- bzw. am Vorderrad). Die Position des Schwerpunktes im Weltkoordinatensystem ist durch die Koordinaten x_1 und x_2 nach Kapitel 2.1 gegeben. Der Achsabstand l ergibt sich aus den Abständen l_h und l_v zwischen Hinterachse bzw. Vorderachse und Fahrzeugschwerpunkt

$$l = l_h + l_v \quad (3.1)$$

Weitere Kräfte, die im Modell Berücksichtigung finden, sind in Abbildung 3.2 schema-

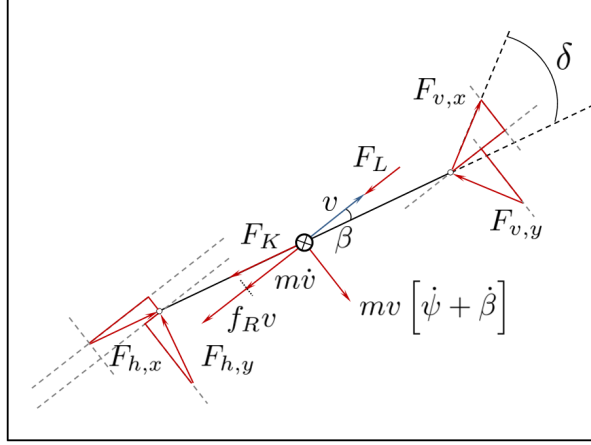


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung der angreifenden Kräfte

tisch dargestellt. Zusätzlich zu der Längs- und Querkraft an den Rädern sind hier die Trägheitskraft $m\dot{v}$ entgegen der Richtung von v und die Zentrifugalkraft $mv[\dot{\psi} + \dot{\beta}]$ senkrecht zur Richtung von v skizziert, wobei m die Masse des Fahrzeugs ist. Weiterhin ist in der Abbildung 3.2 der Luftwiderstand F_L , der Rollwiderstand F_R und die Kurvenkraft F_K , die man als Erhöhung des Rollwiderstandes während einer Kurvenfahrt (vgl. [10]) verstehen kann, angetragen.

Die Längskräfte berechnen sich als

$$F_{h,l} = (1 - \gamma) \frac{M_A}{r\xi_h} \quad (3.2)$$

$$F_{v,l} = \gamma \frac{M_A}{r\xi_v} \quad (3.3)$$

mit dem Radius der Räder r , dem Drehmoment am Motor M_A , den Übersetzungsfaktoren ξ_h und ξ_v , die die Übertragung der Kraft vom Motor auf die Räder beschreiben, sowie mit dem Übersetzungsfaktor $\gamma \in \mathbb{R}_{[0,1]}$, der die Kraftverteilung zwischen Vorder- und Hinterrad angibt.

Die Querkräfte sind gegeben durch

$$F_{h,q} = c_{h,\alpha} \arctan \left(\frac{l_h \dot{\psi}}{v} \right) \quad (3.4)$$

$$F_{v,q} = c_{v,\alpha} \delta - c_{v,\alpha} \arctan \left(\frac{l_v \dot{\psi}}{v} \right) \quad (3.5)$$

wobei $c_{h,\alpha}$ und $c_{v,\alpha}$ das Verhältnis zwischen Querkraft und Schräglaufwinkel angeben. Mit dem Luftwiderstandsbeiwert c_w , der Dichte der Luft ρ_L , der Stirnfläche A und dem Rollwiderstandsbeiwert f_r brechnen sich F_L laut [11] und F_R laut [12] als

$$F_L = \frac{1}{2} c_w \rho_L A v^2 \quad (3.6)$$

$$F_R = f_r v \quad (3.7)$$

Für den Kurvenwiderstand folgt aus [11] in Verbindung mit den Zusammenhängen für den Krümmungsradius, für die Massenverteilung am Fahrzeug und den Annahmen $|\alpha_v| \leq 5^\circ$ und $|\alpha_h| \leq 5^\circ$:

$$F_K = \left[\frac{l_h^2}{c_{v,\alpha}} + \frac{l_v^2}{c_{h,\alpha}} \right] \frac{m^2}{l^2} v^2 \dot{\psi}^2 \quad (3.8)$$

Im Folgenden werden die auf das Fahrzeug wirkenden Kräfte in drei Richtungen bilanziert. Dabei besitzen $F_{h,q}$, $F_{v,l}$ und $F_{v,q}$ Einfluss auf eine Drehung um den Fahrzeugschwerpunkt in Richtung des Gesamtdrehmoments $J_z \dot{\psi}$, mit dem Trägheitsmoment J_z des Fahrzeugs bei einer Rotation um eine Achse durch den Fahrzeugschwerpunkt in z-Richtung. Die Kräfte $F_{h,l}$, $F_{h,q}$, $F_{v,l}$, $F_{v,q}$ und F_K besitzen Anteile in Richtung der Zentrifugalkraft $mv[\dot{\psi} + \dot{\beta}]$. Die Kräfte $F_{h,l}$, $F_{h,q}$, $F_{v,l}$, $F_{v,q}$, F_R , F_K und F_L haben eine Wirkung in Richtung der Trägheit $m\dot{v}$ des Fahrzeuges. Die drei resultierenden Bewegungsgleichungen lauten

- Momentengleichgewicht um den Schwerpunkt

$$0 = J_z \ddot{\psi} + F_{h,q} l_h - F_{v,q} l_v \cos \delta - F_{v,l} l_v \sin \delta \quad (3.9)$$

- Kräftegleichgewicht senkrecht zur Fahrzeuggeschwindigkeit v

$$0 = mv \left[\dot{\psi} + \dot{\beta} \right] - F_{v,q} \cos(\delta - \beta) - F_{v,l} \sin(\delta - \beta) - F_{h,q} \cos \beta + F_{h,l} \sin \beta - F_K \sin \beta \quad (3.10)$$

- Kräftegleichgewicht in negativer Geschwindigkeitsrichtung

$$0 = m\dot{v} + F_{v,q} \sin(\delta - \beta) - F_{v,l} \cos(\delta - \beta) - F_{h,q} \sin \beta - F_{h,l} \cos \beta + F_R + F_K \cos \beta + F_L \quad (3.11)$$

3.2 Zustandsgleichungen

Die zeitliche Änderung der Position des Fahrzeuges im Weltkoordinatensystem ist durch

$$\dot{x}_1 = v \cos(\psi + \beta) \quad (3.12)$$

$$\dot{x}_2 = v \sin(\psi + \beta) \quad (3.13)$$

gegeben [5]. Um ein Zustandsmodell formulieren zu können, werden die entsprechenden physikalischen Größen als Zustands- und Eingangsvariablen definiert

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T = [x_1, x_2, \psi, \dot{\psi}, \beta, v]^T$$

$$\mathbf{u} = [u_1, u_2]^T = [\delta, M_A]^T$$

Die Gleichungen (3.12) und (3.13) ergeben die ersten beiden Zustandsgleichungen. Durch

Umstellen der Bilanzgleichungen (3.9), (3.10) und (3.11) ergeben sich die Ausdrücke für x_4 bis x_6 . Der Gierwinkel x_3 ist das Integral der Gierrate x_4 . Mit den Annahmen $|u_1| = |\delta| \leq 20^\circ$ und $|x_5| = |\beta| \leq 5^\circ$ genügen die Systemgleichungen der Form

$$\dot{x}_1 = x_6 \cos(x_3 + x_5) \quad (3.14a)$$

$$\dot{x}_2 = x_6 \sin(x_3 + x_5) \quad (3.14b)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (3.14c)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{J_z} [-F_{h,q}l_h + F_{v,q}l_v \cos u_1 + F_{v,l}l_v u_1] \quad (3.14d)$$

$$\dot{x}_5 = -x_4 + \frac{1}{mx_6} [F_{v,q} \cos(u_1 - x_5) + F_{v,l}(u_1 - x_5) + F_{h,q} - F_{h,l}x_5 + F_K x_5] \quad (3.14e)$$

$$\dot{x}_6 = \frac{1}{m} [-F_{v,q}(u_1 - x_5) + F_{v,l} \cos(u_1 - x_5) + F_{h,q}x_5 + F_{h,l} - F_R - F_K - F_L] \quad (3.14f)$$

Nach Einsetzen der Gleichungen (3.2) bis (3.8) ergibt sich das ausführliche Fahrzeugmodell in Zustandsraumdarstellung

$$\dot{x}_1 = x_6 \cos(x_3 + x_5) \quad (3.15a)$$

$$\dot{x}_2 = x_6 \sin(x_3 + x_5) \quad (3.15b)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (3.15c)$$

$$\dot{x}_4 = -p_1 \arctan\left(\frac{l_h x_4}{x_6}\right) + p_2 x_7 \cos x_7 - p_2 \arctan\left(\frac{l_v x_4}{x_6}\right) \cos x_7 + p_3 u_2 x_7 \quad (3.15d)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_5 = & -x_4 + p_4 \frac{x_7 \cos(x_7 - x_5)}{x_6} - p_4 \arctan\left(\frac{l_v x_4}{x_6}\right) \frac{\cos(x_7 - x_5)}{x_6} + \dots \\ & p_5 \frac{x_7 u_2}{x_6} - p_5 \frac{x_5 u_2}{x_6} + p_6 \arctan\left(\frac{l_h x_4}{x_6}\right) \frac{1}{x_6} - p_7 \frac{x_5 u_2}{x_6} + p_9 x_4^2 x_5 x_6 \end{aligned} \quad (3.15e)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_6 = & p_4 x_7 x_5 - p_4 x_7^2 - p_4 \arctan\left(\frac{l_v x_4}{x_6}\right) x_7 + p_4 \arctan\left(\frac{l_v x_4}{x_6}\right) x_5 + \dots \\ & p_5 u_2 \cos(x_7 - x_5) + p_6 \arctan\left(\frac{l_h x_4}{x_6}\right) x_5 + \dots \\ & p_7 u_2 - p_8 x_6 - p_9 x_6^2 x_4^2 - p_{10} x_6^2 \end{aligned} \quad (3.15f)$$

$$\dot{x}_7 = -\frac{x_7}{p_{11}} + \frac{u_1}{p_{11}} \quad (3.15g)$$

mit den Parametern aus Tabelle 3.1. Gleichzeitig wurde ein weiterer Zustand x_7 eingeführt, über den der Eingang u_1 mit einer PT1-Verzögerung auf das System gegeben werden kann. Infolgedessen wird ein eingangs-affines System erzeugt.

Tabelle 3.1: Systemparameter

Parameter bzgl. der Gierrate

Einfluss der hinteren Querdynamik:	$p_1 = \frac{c_{h,\alpha} l_h}{J_z}$
Einfluss der vorderen Querdynamik:	$p_2 = \frac{c_{v,\alpha} l_v}{J_z}$
Einfluss der vorderen Antriebskraft:	$p_3 = \frac{\gamma l_v}{J_z r \xi_v}$

Parameter bzgl. der Geschwindigkeit

Einfluss der vorderen Querdynamik:	$p_4 = \frac{c_{v,\alpha}}{m}$
Einfluss der vorderen Antriebskraft:	$p_5 = \frac{\gamma}{m r \xi_v}$
Einfluss der hinteren Querdynamik:	$p_6 = \frac{c_{h,\alpha}}{m}$
Einfluss der hinteren Antriebskraft:	$p_7 = \frac{1 - \gamma}{r \xi_h m}$
Einfluss der Rollreibung:	$p_8 = \frac{f_r}{m}$
Einfluss der Kurvenkraft:	$p_9 = \frac{c_{h,\alpha} m_v^2 + c_{v,\alpha} m_h^2}{m c_{v,\alpha} c_{h,\alpha}}$
Einfluss des Luftwiderstandes:	$p_{10} = \frac{c_w A \rho_L}{2m}$

Parameter bzgl. der Lenkverzögerung

Zeitkonstante:	$p_{11} = T$
----------------	--------------

4 Simulation des Modells

Im vorherigen Kapitel wurde aus theoretischen Betrachtungen ein dynamisches Fahrzeugmodell abgeleitet. Um dessen Aussagekraft auf das reale Fahrzeug zu analysieren, werden im Folgenden verschiedene Simulationen durchgeführt. Dabei soll Bezug auf das Eingangsverhalten sowie auf Unterschiede in der Parametrierung genommen werden. Die im letzten Abschnitt eingeführten Parameter \mathbf{p} berechnen sich aus physikalischen Entsprechungen. Einige dieser Größen können direkt gemessen und so in die Simulation einbezogen werden. Die in der Tabelle 4.1 aufgeführten Größen wurden direkt am oTToCAR gemessen.

Tabelle 4.1: Physikalische Größen welche direkt bestimmt werden können.

Physikalische Größe	Exakter Wert	Einheit
Radabstand	$l = 0,3$	[m]
Masse	$m = 2$	[kg]
Radius des Rades	$r = 0,02$	[m]
Dichte der Luft	$\rho_L = 1,204$	[kg s ⁻¹]

Im Weiteren soll die Dimension des auftretenden Parameterraums durch Einführung gezielter Annahmen weiter reduziert werden. Hierbei wird Bezug auf die Größen genommen, die durch einen Abgleich mit realen Messdaten experimentell bestimmt werden müssen. Hierzu zählen die Lage des Schwerpunktes (l_v, l_h), die Schräglauflübersetzungen ($c_{v,\alpha}, c_{h,\alpha}$) sowie die Getriebeübersetzungen (ξ_v, ξ_h). Unter den Annahmen, dass

$$\left. \begin{aligned} l &= 2l_v = 2l_h \\ C &:= c_{v,\alpha} = c_{h,\alpha} \\ \Xi &:= \xi_v = \xi_h = 0,4 \cdot 10^4 \\ T &= 0,01 \\ \gamma &= 0,5 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A1})$$

folgt, dass

$$p_1 = p_2, \quad p_4 = p_6, \quad \text{und} \quad p_9 = \frac{m}{2C}.$$

Nicht direkt zu messen und daher durch geeignete Schätzverfahren näherungsweise zu ermitteln sind die Größen, wie sie in Tabelle 4.2 angegeben werden. Die Richtwerte für die entsprechenden nominalen Größen wurden mit Hilfe der Arbeit [12] ermittelt.

Tabelle 4.2: Physikalische Größen welche durch Experimente bestimmt werden müssen.

Physikalische Größe	Nominalwert	Einheit
Schräglauflübersetzungen	$C = 0,2$	$[-]$
Trägheitsmoment	$J = 0,5$	$[\text{kg m}^2]$
Rollwiderstandsbeiwert	$f_r = 3$	$[-]$
Luftwiderstandsbeiwert (gewichtet)	$c_w A = 0,2$	$[\text{m}^2]$

I. Simulationsszenario

In einem ersten Testszenario soll das dynamische Verhalten bezüglich unterschiedlicher Servoeinstellungen betrachtet und diskutiert werden. Dabei finden die in den Tabellen 4.1 und 4.2 definierten physikalischen Größen ihre Anwendung. Die Motorleistung ist über den Motortreiber in verschiedenen Stufen einstellbar. Der Wertebereich umfasst ganzzahlige Größen im Bereich von

$$-128 \leq u_2 \leq 127.$$

Für die Simulation ist die Leistung auf $u_2 = 30$ konstant festgelegt. Die Winkeleinstellung des Servos liegt im Bereich

$$\Delta = \{u_1 \mid -0,35 \leq u_1 \leq 0,35\}.$$

Dieser Bereich ist durch die ganzzahligen Servovorgaben

$$\mathcal{U} = \{u_{1,M} \in \mathbb{N} \mid 250 \leq u_{1,M} \leq 500\}$$

abgedeckt. Eine Winkeleinstellung $\delta_S = 0$ entspricht dabei dem Wert $u_2 = 345$. Das Modell (3.15) muss demnach durch eine Abbildungsvorschrift $\pi_{u1} : \mathcal{U} \rightarrow \Delta$ erweitert werden. Hierfür gilt

$$\begin{aligned} u_1 &= \pi_{u1}(u_{1,M}) \\ &= 3,6744 \cdot 10^{-3} \cdot u_{1,M} - 1,26766 \end{aligned} \quad (4.1)$$

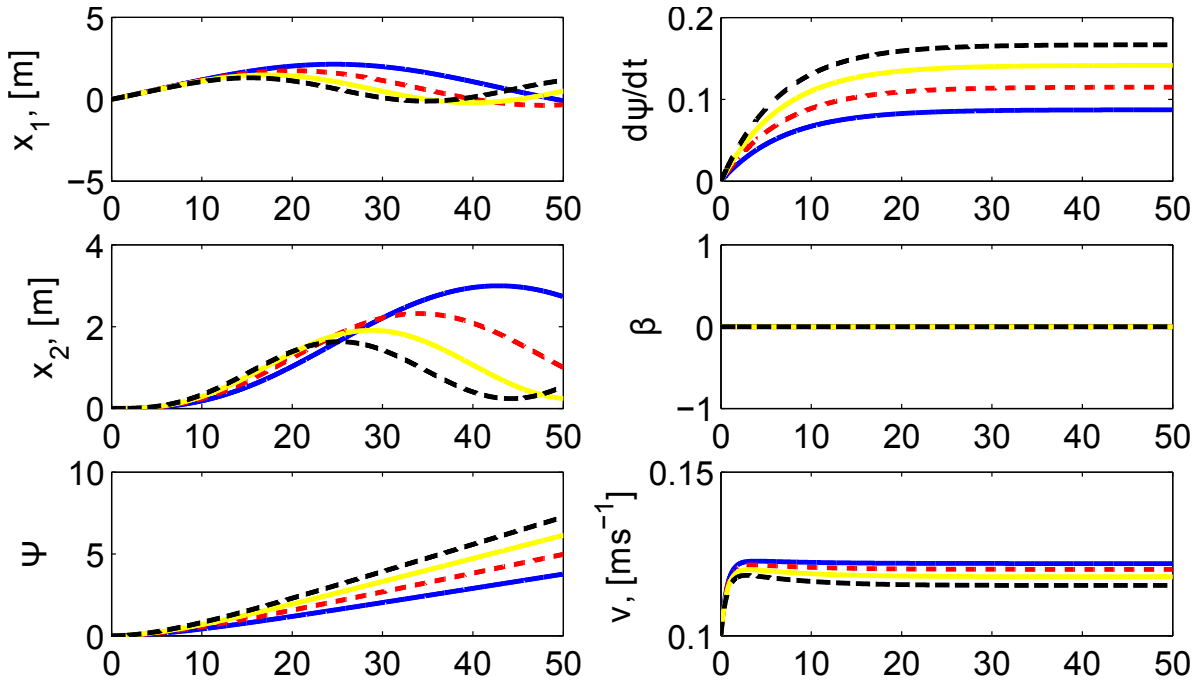
Betrachtet werden im Folgenden die in Tabelle 4.3 aufgeführten Servoeinstellungen.

Abbildung 4.1 zeigt den Verlauf der sieben Zustände $\begin{bmatrix} x_1, x_2, \psi, \dot{\psi}, \beta, v, \delta \end{bmatrix}^T$ sowie den Krümmungsradius κ_r . Die beiden ersten Zustände beschreiben das Bewegungsmuster des Fahrzeugs. Dieses ist in Abbildung 4.2 für die unterschiedlichen Eingangskonfigurationen aufgeführt. Der Legende ist zu entnehmen, dass bei gleicher Motorleistung u_2 und Simulationszeit der zurückgelegte Weg verschieden ist. Je größer der Radeinschlag δ , desto kleiner ist die abgefahrte Strecke. Diese Tatsache deckt sich auch mit physikalischen Überlegungen. Durch einen geringeren Kurvenradius κ_r (vgl. Abbildung 4.1 rechts unten) steigt der Einfluss auftretender Querkräfte. Dies bewirkt ein Geschwindigkeitsgefälle bzgl. der einzelnen Servoeinstellungen.

Tabelle 4.3: Servoeinstellungen

Fall	Servoeingang	Servoausgang
I	$u_{1,M} = 375$	$u_1 = 0,1102$
II	$u_{1,M} = 385$	$u_1 = 0,1470$
III	$u_{1,M} = 495$	$u_1 = 0,1837$
IV	$u_{1,M} = 405$	$u_1 = 0,2205$

Da der Wertebereich des Schwimmwinkels β sehr klein ist ($|\beta| \leq 0,087$) ist, kann deren Auswirkung auf die Systemdynamik vernachlässigt werden. Die entsprechende Systemgleichung $\dot{x}_5 = 0$ wird zu Null gesetzt. Der Startwert der Geschwindigkeit beträgt $v(0) = 0,1 \text{ ms}^{-1}$. Zu erkennen ist, dass bei gegebener Motorleistung die Geschwindigkeit auf einen stationären Wert ansteigt. Der Kurvenradius κ_r ist nach einer anfänglichen Einschwingphase über die gesamte Simulationszeit konstant. Das Fahrzeug bewegt sich damit auf einer Kreisbahn. Der Gierwinkel steigt mit konstanter Gierrate an.



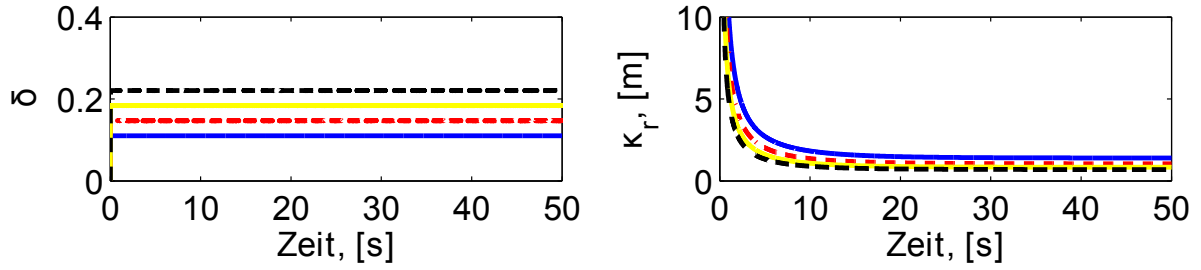


Abbildung 4.1: Zeitlicher Verlauf der sieben Zustandsgrößen $[x_1, x_2, \psi, \dot{\psi}, \beta, v, \delta]^T$ sowie des Krümmungsradius κ_r unter Einfluss der in Tabelle 4.3 aufgelisteten Servoeinstellungen. **Szenario I:** blaue Linie; **Szenario II:** rot gestrichelte Linie; **Szenario III:** gelbe Linie; **Szenario IV:** schwarz gestrichelte Linie.

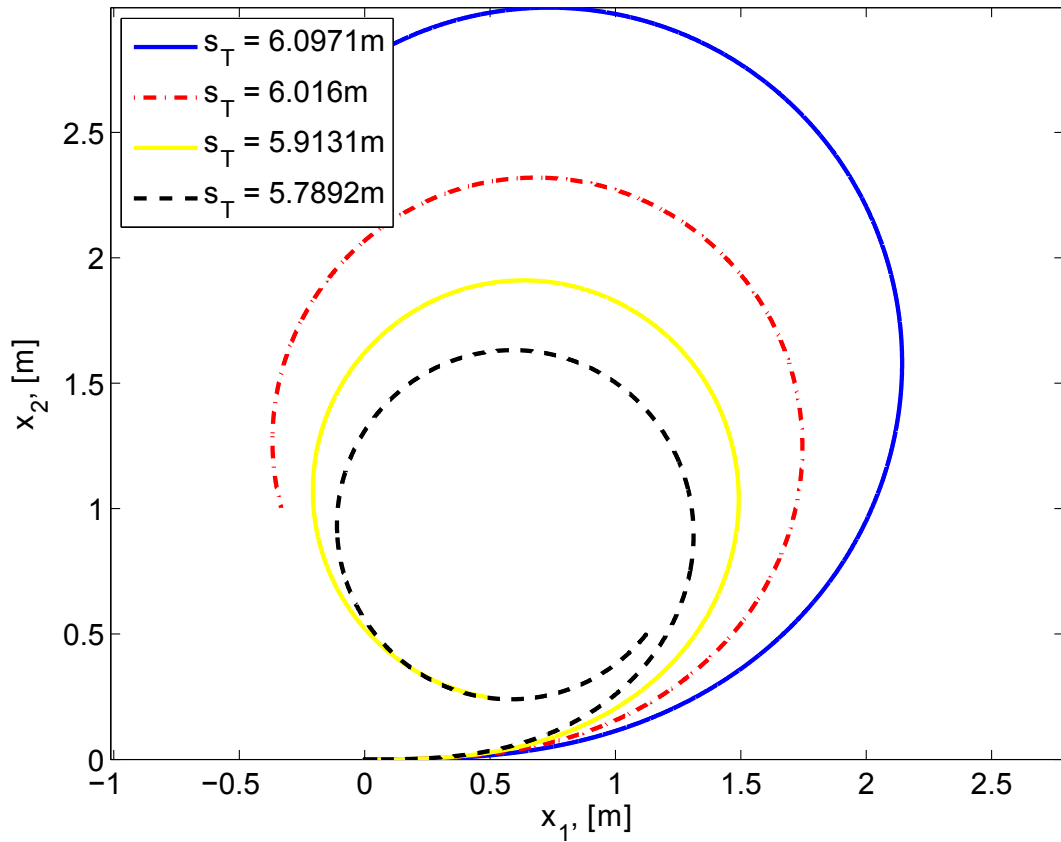


Abbildung 4.2: Bewegungsmuster des Fahrzeugs im Weltkoordinatensystem unter Einfluss der in Tabelle 4.3 aufgelisteten Servoeinstellungen. Die in der Legende angegebenen Größen s_T beschreiben den auf der Bahn zurück gelegten Weg. **Szenario I:** blaue Linie; **Szenario II:** rot gestrichelte Linie; **Szenario III:** gelbe Linie; **Szenario IV:** schwarz gestrichelte Linie.

II. Simulationsszenario

Um die Auswirkungen unterschiedlicher Parametrierungen auf die dynamischen Zustandsverläufe zu analysieren, wurden verschiedene Parameterkonfigurationen getestet. In Folge dieser Untersuchungen konnte ein Eindruck über die Gestaltung möglicher Experimente zur Parameterschätzung gewonnen werden.

Das im Folgenden diskutierte Szenario ist durch eine Variation des Trägheitsmoments J gekennzeichnet. Die verwendeten Werte sind in Tabelle 4.4 aufgelistet. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind die Startpositionen $[x_1 \ x_2]^T$ zwischen den Szenarien verändert worden.

Ebenso wurde die Motorleistung innerhalb der ersten 20 s konstant erhöht und für die restliche Simulationsdauer konstant gehalten. Infolgedessen erfährt das Modellauto eine gleichmäßige Beschleunigung. Für die beiden Eingangswerte gilt:

$$\begin{aligned} u_{1,M} &= 395 \rightarrow u_1 = 0,1837 \\ u_2 &= \begin{cases} 3,75t & t \leq 20 \\ 75 & \text{sonst.} \end{cases} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Tabelle 4.4: Trägheitseinstellungen

Fall	Trägheitsmoment	Startkoordinaten
I	$J = 0,5$	$[x_1 \ x_2]^T = [0 \ 0]^T$
II	$J = 1,0$	$[x_1 \ x_2]^T = [1 \ 0]^T$
III	$J = 1,5$	$[x_1 \ x_2]^T = [2 \ 0]^T$
IV	$J = 2,0$	$[x_1 \ x_2]^T = [3 \ 0]^T$

In Abbildung 4.3 werden die Zustandsverläufe $[x_1, x_2, \psi, \dot{\psi}, \beta, v, \delta]^T$ und der Krümmungsradius κ_r dargestellt. In den Diagrammen sind der Bereich, in welcher das Fahrzeug eine gleichmäßige Beschleunigung erfährt und der Bereich mit konstanter Geschwindigkeit durch eine Trennlinie besonders gekennzeichnet. In Abbildung 4.4 sind die Bewegungsverläufe in Weltkoordinaten dargestellt. Der Punkt auf den Trajektorien dient auch hier der Unterscheidung der beiden Bereiche nach Gleichung (4.2).

Innerhalb der ersten 20 s steigt die Geschwindigkeit in allen vier Fällen auf $v \approx 0,3 \text{ ms}^{-1}$ an. Danach fällt diese, je nach Trägheitsmoment, unterschiedlich stark. Je geringer dieses ist, umso größer ist der Geschwindigkeitsverlust. Dies liegt am weiteren Verlauf der Bewegung des Fahrzeugs und des damit verbundenen Krümmungsradius. Je kleiner dieser ist, desto größer ist der Einfluss der Querkräfte. Der Krümmungsradius κ_r fällt mit Verlauf der Simulationszeit auf einen stationären Wert.

Das Trägheitsmoment gibt an, inwieweit sich ein Objekt der Veränderung seiner Bewegungsbahn widersetzt. Entsprechend dieser physikalischen Bedeutung ist der Krümmungsradius umso größer, je größer das Trägheitsmoment ist. Die Gierrate und damit auch der Gierwinkel resultieren aus der geometrischen Form der Bewegung. Aufgrund

der anfänglichen Beschleunigung bewegt sich das Fahrzeug auf einer Spiralbahn. Der Gierwinkel steigt stärker an.

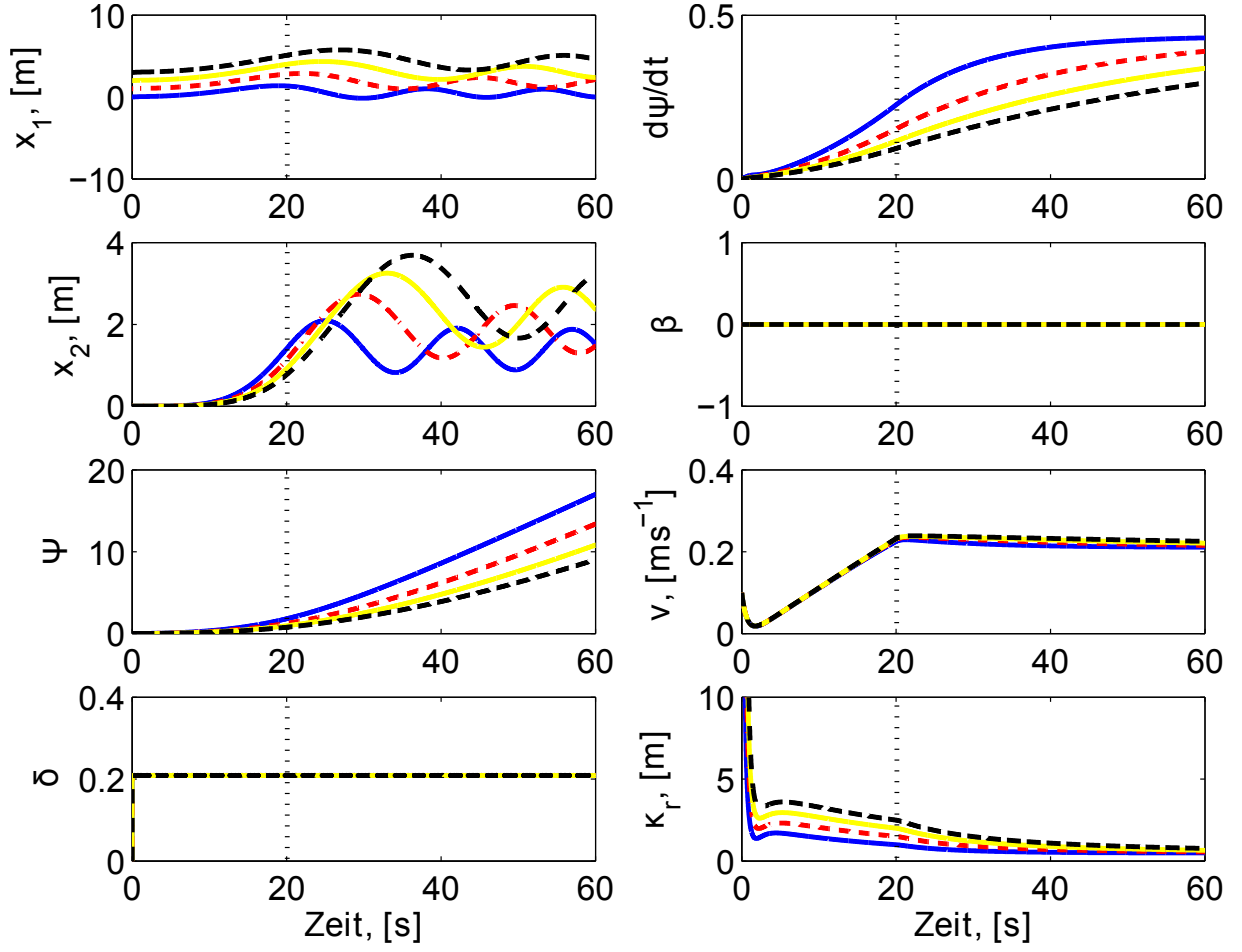


Abbildung 4.3: Zeitlicher Verlauf der sieben Zustandsgrößen $\begin{bmatrix} x_1, x_2, \psi, \dot{\psi}, \beta, v, \delta \end{bmatrix}^T$ sowie des Krümmungsradius κ_r unter Einfluss der in Tabelle 4.3 aufgelisteten Trägheitsmomente. **Szenario I:** blaue Linie; **Szenario II:** rot gestrichelte Linie; **Szenario III:** gelbe Linie; **Szenario IV:** schwarz gestrichelte Linie.

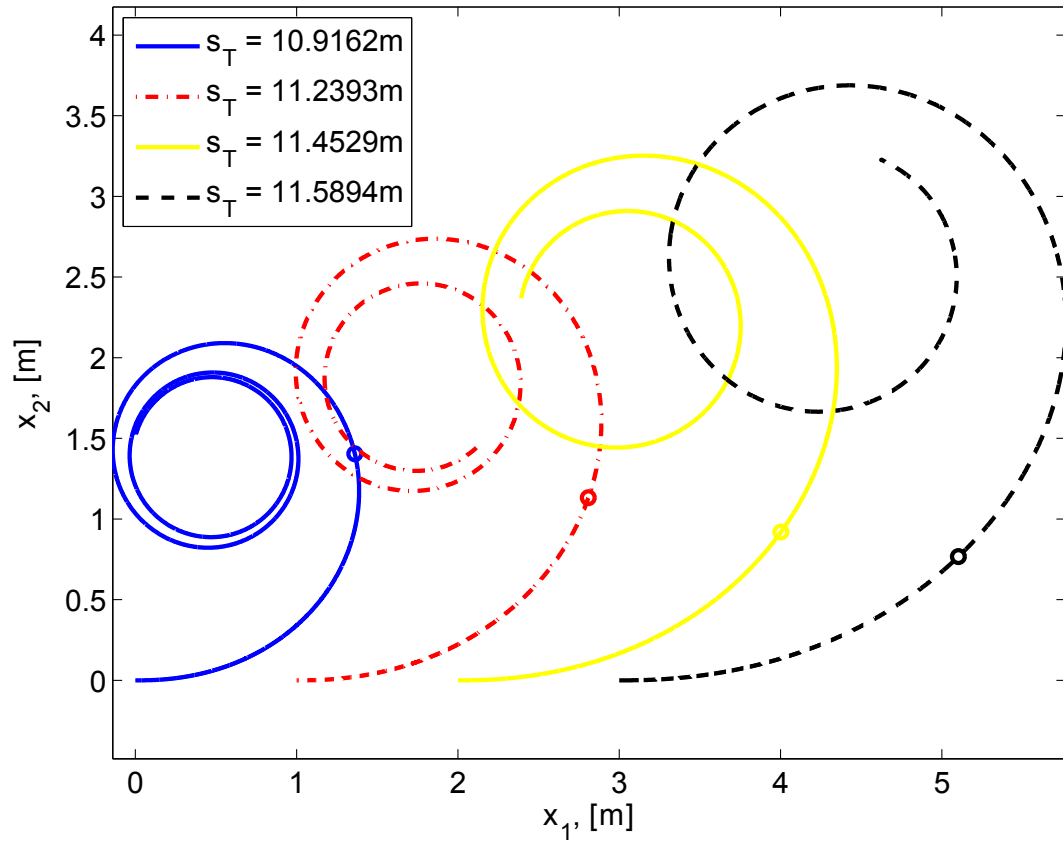


Abbildung 4.4: Bewegungsmuster des Fahrzeugs im Weltkoordinatensystem unter Einfluss der in Tabelle 4.3 aufgelisteten Trägheitsmomente. Die in der Legende angegebenen Größen s_T beschreiben den auf der Bahn zurückgelegten Weg. **Szenario I:** blaue Linie; **Szenario II:** rot gestrichelte Linie; **Szenario III:** gelbe Linie; **Szenario IV:** schwarz gestrichelte Linie.

5 Konzepte der Parameterschätzung

Nachdem in den letzten beiden Abschnitten das Fahrzeugmodell hergeleitet und in ersten Simulationen untersucht wurde, gilt es nun deren Aussagekraft bzgl. des realen Fahrzeugs zu validieren. Hierzu müssen durch gezielte Experimente die vom Fahrzeug gemessenen Daten mit denen der Simulation verglichen werden. Damit verbunden ist die Identifikation bestimmter Modellparameter.

5.1 Statistische Versuchsplanung

Aufgrund der unterschiedlichen Auswirkungen, die die Parameter innerhalb des Systemmodells aufweisen, können vorab Klassifizierungen der Experimente durchgeführt werden. Zum einen kann zwischen der geradlinigen Fahrt und der Kurvenfahrt unterschieden werden. Zum anderen kann dabei die Geschwindigkeit konstant gehalten oder variiert werden. Die Annahmen (A1) aus dem vorherigen Abschnitt behalten ihre Gültigkeit. Der zu identifizierende Parameterraum $\chi \in \mathbb{R}^{n_\chi}$ wird aufgespannt durch

$\chi_1 := C$	Einfluss auf die Querdynamik
$\chi_2 := J$	Einfluss auf die Querdynamik
<hr/>	
$\chi_3 := f_r$	Einfluss auf die Längsdynamik
$\chi_4 := c_w A$	Einfluss auf die Längsdynamik.

Um Einfluss auf das dynamische Verhalten nehmen zu können, werden die beiden Eingangsgrößen u_1 und u_2 betrachtet. In einer ersten Klassifizierung der Experimente soll zunächst nur die Bahnform variiert werden. Die Geschwindigkeit bleibt über den gesamten Zeithorizont konstant. Der Motoreingang u_2 wird auf einem bestimmten Wert festgelegt.

1. Experiment - Geradlinige Fahrt

Ist der Kurveneinschlag $u_1 = 0$, so fährt das Fahrzeug geradeaus, wodurch die Querkräfte verschwinden. Die Geschwindigkeit v verläuft in Richtung der Längsachse des Fahrzeugs. Ihr entgegen wirkt die Rollreibung F_R und der Luftwiderstand F_L (vgl. Abbildung 3.2). Diese beiden Kräfte enthalten die Parameter χ_3 und χ_4 , die somit bestimmt werden können. Ebenso ist es möglich auf diese Weise den Übertragungskoeffizienten ξ näher zu untersuchen. Dabei ist eine Durchführung für mehrere Motorleistungen sinnvoll, da die Einwirkung von F_L und F_R nach Gleichung (3.6) und (3.7) von der Geschwindigkeit abhängt. Die Rollreibung geht linear ein, wodurch diese bei geringen Geschwindigkeiten stärker ins Gewicht fällt. Der Luftwiderstand wird hingegen durch das Quadrat der Geschwindigkeit gewichtet.

2. Experiment - Kurvenfahrt

Bei einem Kurveneinschlag $u_1 \neq 0$ ist der Einfluss der Querkräfte zu berücksichtigen. Diese steigen mit größer werdendem $|u_1|$ und damit steigt auch die Bedeutung der Parameter χ_1 und χ_2 . Ein mögliches Experiment, um χ_1 und χ_2 zu identifizieren, sieht vor, das Fahrverhalten bei unterschiedlichen Kurveneinschlägen u_1 mit jeweils konstant gehaltener Motoreinstellung u_2 zu untersuchen. Weiterhin ist zu untersuchen, welchen Einfluss die Fahrzeuggeschwindigkeit v auf die Querkräfte hat. Dazu wird das zuletzt beschriebene Experiment mit den selben Einstellungen für u_1 bei verschiedenen (während der Dauer des Experiments aber konstant gehaltenen) Motoreinstellungen wiederholt. Es ist zu erwarten, dass sich zeigt, wie groß der Einfluss einer Kurvenfahrt auf die Längsdynamik ist.

In der Praxis weist das Fahrzeug bei zu großen Geschwindigkeiten auf vermutlich staubigem Untergrund ein unvorhersagbares Verhalten auf. Deshalb sollte zusätzlich noch ermittelt werden, bis zu welcher Geschwindigkeit bei verschiedenen großen Kurveneinschlägen für das Fahrzeug mit einer sicheren Fahrlinie zu rechnen ist, also in welchem Bereich das aufgestellte Modell Gültigkeit besitzt.

5.2 Parameterschätzung

Um die Parameter abgleichen zu können, müssen reale Messdaten zur Verfügung stehen. Diese können über Sensoren, welche direkt am Auto verarbeitet sind, oder auch über externe Messeinrichtungen ermittelt werden. Hierzu zählt z.B. ein Kamerasystem mit deren Hilfe das Auto während seiner Bewegung verfolgt werden kann.

Es ist damit zu rechnen, dass das Sensorsystem Informationen über die Gierrate und damit über den Gierwinkel, die Beschleunigung, den Krümmungsradius sowie den Bewegungsverlauf in den Weltkoordinaten bereit stellen kann. Gemessen über einen definierten Zeithorizont $[t_0 \ t_{n_t}]$ ergibt sich eine Messmatrix der Form:

$$\Psi = \begin{bmatrix} t_0 & \eta_1(t_0) & \cdots & \eta_{n_y}(t_0) \\ t_1 & \eta_1(t_1) & \cdots & \eta_{n_y}(t_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{n_t} & \eta_1(t_{n_t}) & \cdots & \eta_{n_y}(t_{n_t}) \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Die Matrix Ψ enthält neben dem Zeitvektor auch zeilenweise das Messsignal $\eta \in \mathbb{R}^{n_y}$. Ein geeignetes Verfahren für die Parameterschätzung basiert auf einem „multiple shooting Algorithmus“ (zum Beispiel nach [13]). Dabei wird auf einem diskretisierten Zeithorizont $[t_0 \ t_{n_t}]$ die Zielfunktion F_1 unter Berücksichtigung eventueller Nebenbedingungen $F_2 = 0$

minimiert. Die Gestalt der Zielfunktion genügt der Form

$$F_1 = \begin{bmatrix} \sigma_{0,1}^{-1} (\eta_1(t_0) - h_1((\mathbf{x}(t_0, \boldsymbol{\chi}), \boldsymbol{\chi}))) \\ \sigma_{0,2}^{-1} (\eta_2(t_0) - h_2((\mathbf{x}(t_0, \boldsymbol{\chi}), \boldsymbol{\chi}))) \\ \vdots \\ \sigma_{0,n_y}^{-1} (\eta_{n_y}(t_0) - h_{n_y}((\mathbf{x}(t_0, \boldsymbol{\chi}), \boldsymbol{\chi}))) \\ \vdots \\ \sigma_{n_t,1}^{-1} (\eta_1(t_{n_t}) - h_1((\mathbf{x}(t_{n_t}, \boldsymbol{\chi}), \boldsymbol{\chi}))) \\ \sigma_{n_t,2}^{-1} (\eta_2(t_{n_t}) - h_2((\mathbf{x}(t_{n_t}, \boldsymbol{\chi}), \boldsymbol{\chi}))) \\ \vdots \\ \sigma_{n_t,n_y}^{-1} (\eta_{n_y}(t_{n_t}) - h_{n_y}((\mathbf{x}(t_{n_t}, \boldsymbol{\chi}), \boldsymbol{\chi}))) \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Der Vektor in Gleichung (5.2) beschreibt die über die Kovarianz σ_{ij} gewichteten Fehler $\epsilon_{ij} = \eta_j(t_i) - h_j(t_i)$. Die Funktion $h_j(\mathbf{x}(t_i, \boldsymbol{\chi}), \boldsymbol{\chi})$ stellt die Ausgangsgleichung des Fahrzeugmodells für den Messwert η_j zum Zeitpunkt t_i dar. Der Fehlerterm ist normalverteilt und es gilt

$$\epsilon_{ij} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{ij})$$

Um die Ausgangsgleichungen auswerten zu können, müssen parallel dazu die Systemgleichungen (3.15) gelöst werden. Dies erfolgt, aufgrund der Unterteilung des Zeithorizonts $t_0 < t_1 < \dots < t_{n_t-1} < t_{n_t}$, separat für jedes Teilintervall. Daher müssen zusätzlich Stetigkeitsbedingungen eingeführt werden, um so zu garantieren, dass die Lösungstrajektorie $\mathbf{x}([t_0, t_{n_t}]) \in C^0$ ist. Diese gehen als Gleichungsnebenbedingungen in das Schätzungsproblem ein.

$$F_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 - \mathbf{x}_0(t_1; t_0, \mathbf{s}_0, \boldsymbol{\chi}) \\ \mathbf{s}_2 - \mathbf{x}_1(t_2; t_1, \mathbf{s}_1, \boldsymbol{\chi}) \\ \vdots \\ \mathbf{s}_{n_t} - \mathbf{x}_{n_t-1}(t_{n_t}; t_{n_t-1}, \mathbf{s}_{n_t-1}, \boldsymbol{\chi}) \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Die Größe $\mathbf{s}_i \in \mathbb{R}^{n_x}$ mit $i = 0, 1, \dots, n_t$ sind die Anfangswerte der Intervalle. Ebenso abschnittsweise definiert sind die Lösung der Zustandsgleichungen $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_i(t; t_{i-1}, \mathbf{s}_{i-1}, \boldsymbol{\chi}) \in \mathbb{R}^{n_x}$. Zusätzlich müssen neben den Parametern $\boldsymbol{\chi} \in \mathbb{R}^{n_\chi}$ nun auch noch die jeweiligen Startwerte \mathbf{s}_i mit geschätzt werden. Der Suchraum wird somit weiter aufgebläht. Ein Vorteil, der sich durch das Splitten des Zeithorizonts ergibt, ist eine höhere Stabilität beim Umgang mit nichtlinearen Systemmodellen. Die Parameterschätzung genügt damit einem Optimierungsproblem der Form

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{s}_0, \dots, \mathbf{s}_{n_t}; \boldsymbol{\chi}} \quad & \|F_1\|_2^2 \\ \text{s.t.} \quad & F_2 = 0 \end{aligned} \quad (5.4)$$

Um das Problem (5.4) lösen zu können, wird ein Verallgemeinertes-Gauss-Newton Verfahren angewendet. Dieses sieht vor die beiden Funktionen F_1 und F_2 zu linearisieren

und das Ersatzproblem iterativ zu lösen. Durch Zusammenfassen der gesuchten Größen in einem Vektor $\boldsymbol{\omega} = [\mathbf{s}_0^T, \dots, \mathbf{s}_{nt}^T, \boldsymbol{\chi}^T]^T$ genügt das Optimierungsproblem der Form

$$\begin{aligned} \min_{\Delta \boldsymbol{\omega}} & \frac{1}{2} \|F_1(\boldsymbol{\omega}^k) + J_1(\boldsymbol{\omega}^k) \Delta \boldsymbol{\omega}^k\|_2^2 \\ \text{s.t. } & F_2(\boldsymbol{\omega}^k) + J_2(\boldsymbol{\omega}^k) \Delta \boldsymbol{\omega}^k = 0. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Das Ersatzproblem kann nun über die Nullraummethode gelöst werden. Deren Schrittfolge wurde aus [14] entnommen. Der implementierte Algorithmus kann wie folgt angegeben werden

Algorithmus - Parameterschätzung

1. Wähle einen Startvektor $\boldsymbol{\omega}^0 \in \mathbb{R}^{n_x \cdot n_t + n_\chi}$ und setze $k = 0$
2. Berechne $F_1 = F_1(\boldsymbol{\omega}^k)$, $F_2 = F_2(\boldsymbol{\omega}^k)$, $J_1 = \frac{d}{d\boldsymbol{\omega}} F_1(\boldsymbol{\omega})|_{\boldsymbol{\omega}^k} \in \mathbb{R}^{n_y \cdot n_t \times n_\omega}$ und $J_2 = \frac{d}{d\boldsymbol{\omega}} F_2(\boldsymbol{\omega})|_{\boldsymbol{\omega}^k} \in \mathbb{R}^{n_x \cdot n_\omega}$ wobei $n_\omega = n_t \times n_x \cdot n_t + n_\chi$
3. Lösen des Problems (5.5) durch die Nullraummethode
 - a) Bestimme die QR-Zerlegung von $J_2^T = Q_2 R_2$
 - b) Definiere $\begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix} := Q_2^T \boldsymbol{\omega}$ mit $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{n_x \cdot n_t}$ und $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{n_\omega - n_x \cdot n_t}$
 - c) Lösen der Gleichung $R_2^T Q_2^T \boldsymbol{\omega} = R_2^T \mathbf{y} = -F_2$ nach \mathbf{y}
 - d) Definition der Größen
$$\hat{F}_1 := F_1 + [J_1 Q_2]_{1 \dots n_x \cdot n_t} \mathbf{y}$$

$$\hat{J}_1 := F_1 + [J_1 Q_2]_{n_x \cdot n_t + 1 \dots n_\omega}$$
 - e) Bestimme die QR-Zerlegung von $\hat{J}_1^T = Q_1 R_1$
 - f) Lösen der Gleichung $R_1 \mathbf{z} = -Q_1^T \hat{F}_1$ nach \mathbf{z}
 - g) Erhalte $\Delta \boldsymbol{\omega} = Q_2 \begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix}$
4. Iteriere $\boldsymbol{\omega}^{k+1} = \boldsymbol{\omega}^k + \Delta \boldsymbol{\omega}$ und setze $k = k + 1$
5. Abbruchbedingung: Wenn $\|\boldsymbol{\omega}^{k+1} - \boldsymbol{\omega}^k\| \leq \varepsilon$ dann ENDE sonst SCHRITT 2

6 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit ist Bestandteil des oTToCAR-Projekts zur Erstellung eines autonomen Fahrzeugs im Rahmen des Carolo-Cup Wettbewerbs. Inhaltlich bezieht sich die Arbeit auf den systemtheoretischen und regelungstechnischen Aspekt von oTToCAR.

In Kapitel 2 wird ein erstes Fahrzeugverständnis durch die Untersuchung kinematischer Bedingungen für das spezifische Fahrzeug mit Ackermann-Lenkung gewonnen. Aus den kinematischen Bedingungen wird die Verwendbarkeit eines Einspurmodells abgeleitet. Anschließend wird im Kapitel 3 unter verschiedenen Annahmen ein dynamisches Einspurmodell für das Fahrverhalten in Zustandsraumdarstellung entwickelt. Dieses Modell ist in MATLAB implementiert und für verschiedene Parameter untersucht worden. Die Gültigkeit des Modells ist anhand der Plausibilität der Ergebnisse verschiedener Test-szenarien in Kapitel 4 geprüft. Im Anschluss an diese Arbeit soll die Aussagekraft des dynamischen Modells weiter geprüft und dazu mit realen Messdaten abgeglichen werden. Verändern sich Fahrzeug oder Fahrzeugumgebung während der weiteren Entwicklung, kann das implementierte Modell genutzt werden, um das neue Fahrzeugverhalten zu simulieren.

Die Implementierung des dynamischen Modells ermöglicht eine Identifikation der Modellparameter in Kapitel 5. Die Parameterschätzung wird mit dem Multiple Shooting Verfahren durchgeführt. Zunächst können in der Simulation eingesetzte Parameter zurück geschätzt werden. Anschließend können Tests an realen, vom Fahrzeug generierten Messdaten durchgeführt werden. Dabei wird darauf geachtet, dass die Durchführung des Verfahrens jederzeit und ohne viel Aufwand wiederholbar ist. Dies garantiert eine mögliche Anpassung der Parameter bei baulichen Veränderungen des Fahrzeugs sowie bei Änderungen der Untergrundbeschaffenheit beim späteren Wettkampf.

Literaturverzeichnis

- [1] BIERMANN, K.: *Kalifornien lässt autonome Autos auf die Straße*. September 2012. – <http://www.zeit.de/digital/mobil/2012-09/google-autonome-autos> (Stand 22.11.2013)
- [2] Daimler Communications: *Mercedes-Benz & smart Media Night am Vorabend der IAA. Presseinformation*. 70546 Stuttgart Germany, September 2013. – http://www.daimler.com/Projects/c2c/channel/documents/2370749_PM_MB___smart_Media_Night_IAA2013_de.pdf (Stand 22.11.2013)
- [3] Statistisches Bundesamt: *Verkehr - Verkehrsunfälle 2012*. Wiesbaden, 2013 (8)
- [4] Institut für Regelungstechnik, Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig: *Carolo-Cup Regelwerk 2014*. – <https://wiki.ifr.ing.tu-bs.de/carolocup/wettbewerb/2014/regelwerk> (Stand: 09.06.2013)
- [5] WERLING, M.: *Ein neues Konzept für die Trajektoriengenerierung und -stabilisierung in zeitkritischen Verkehrsszenarien*. Karlsruhe : KIT Scientific Publishing, 2010. – ISBN 978-3-866-44631-1
- [6] CAMPION, G. ; BASTIN, G. ; ANDRÉA-NOVEL, B. D.: Structural Properties and Classification of Kinematic and Dynamic Models of Wheeled Mobile Robots. In: *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 12 (1996), S. 47–62
- [7] SIEGWART, R. ; NOURBAKHSI, I. R.: *Introduction to Autonomous Mobile Robots*. New. Cambridge : MIT Press, 2004. – ISBN 978-0-262-19502-7
- [8] KUNZE, G. ; GÖHRING, H. ; JACOB, K.: *Baumaschinen - Erdbau- Und Tagebaumaschinen*. 1. Aufl. Wiesbaden : Vieweg + Teubner, 2002. – ISBN 978-3-528-06628-4
- [9] MITSCHKE, M.: *Dynamik der Kraftfahrzeuge. C. Fahrverhalten*. Berlin, Heidelberg : Springer, 1990. – ISBN 978-0-387-15476-3
- [10] REIF, K.: *Bremsen und Bremsregelsysteme*. Berlin : Springer DE, 2010. – ISBN 978-3-834-89714-5
- [11] MITSCHKE, M.: *Dynamik der Kraftfahrzeuge. A. Antrieb und Bremsung*. Berlin, Heidelberg : Springer, 1995. – ISBN 978-3-540-56164-1
- [12] SCHRÖDER, A.: *Längsregelung eines autonom fahrenden Fahrzeugs im niedrigen Geschwindigkeitsbereich*, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Diplomarbeit, März 2013

- [13] BOCK, H. G. ; CARRARO, T. ; JÄGER, W. ; KÖRKEL, S. ; RANNACHER, R. ; SCHLÖDER, J. P.: *Model Based Parameter Estimation - Theory and Applications*. Berlin, Heidelberg : Springer, 2013. – ISBN 978-3-642-30367-8
- [14] SAGER, Prof. S.: *Optimierung für die Modellierung - Skript*. – Institute of Mathematical Optimization, Algorithmic Optimization, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg