Lab 2 report

組員:110062221 李品萱

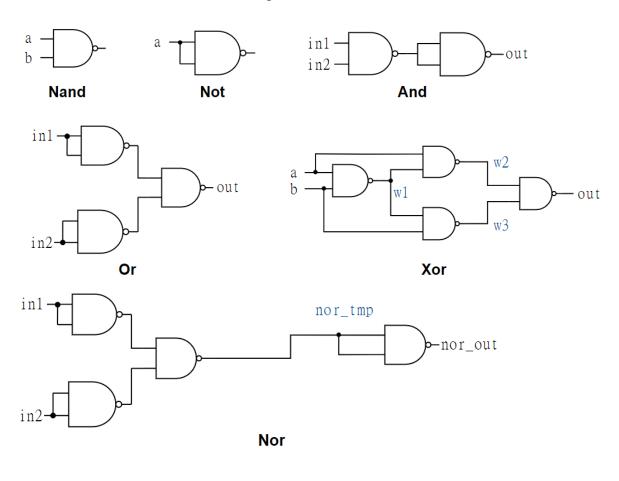
110062213 唐翊雯

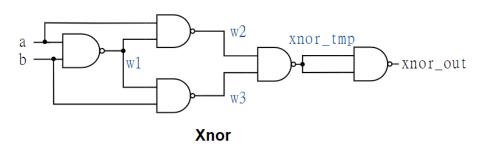
ı. (Gate Level) 8-bit ripple carry adder (RCA)

首先,這題我們使用了 Basic question 1 中以 NAND Gate 實作的 basic logic gates,以及在 Basic question 3 中以 NAND Gate 實作的 Full Adder。

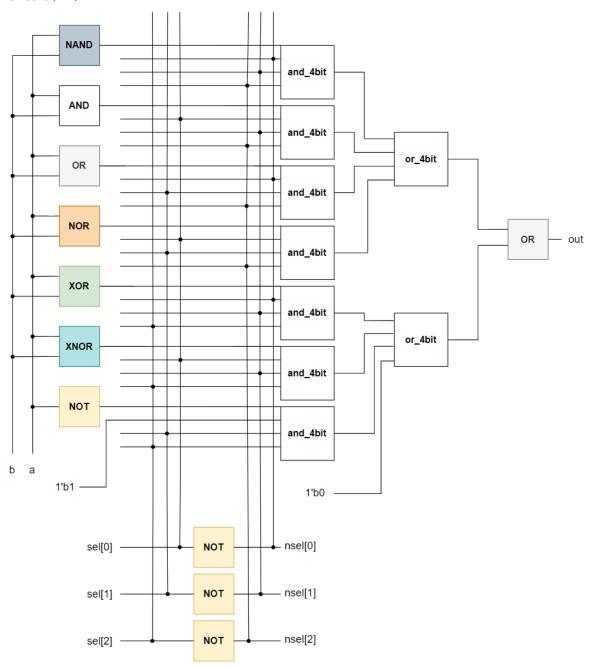
Basic question 1 :

以下為用 NAND Gate 實作的 Basic Logic Gates:

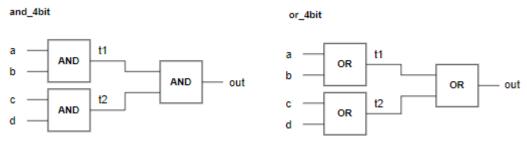




Select 的部分,我們沿用上面實作出來的 basic logic gate,並用 mux 的想法實作,circuit 如下:

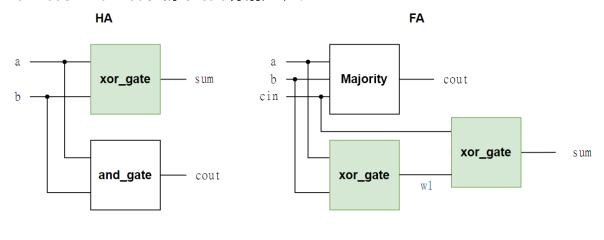


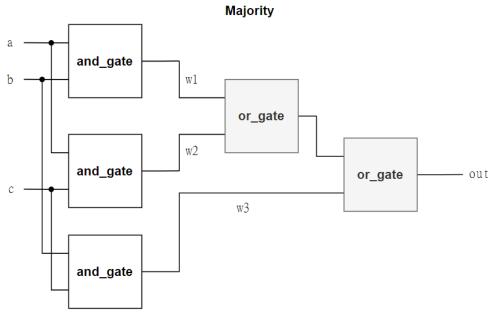
其中上面使用到 and_4bit 與 or_4bit 兩個 module,功能分別為對四個 bit 取 and 和對 4 個 bit 取 or,circuit 如下:



Basic question 3:

Half Adder、Full Adder 的 Circuit 分別如下:





兩個 Adder 的差別在於,Half Adder 只需要處理兩個 bit 相加,而 Full Adder 要處理三個,因此兩者在處理 sum 與 cout 的時候做法不太相同。

處理 sum 的時候,如果要相加的 bit 中,1 的數量為奇數個,則 sum = 1,否則 sum = 0(因為被進位了,或是原本的 input 皆為 0)。因此在實作 Half Adder 時,我們使用 Xor 來得到 sum(若 a != b 表示有奇數個 1,否則有偶數個)。而在實作 Full Adder 時,我們使用了兩個 Xor Gate 來得到 sum。第一個 Xor Gate 若 output 1,則表示 a、b 中有奇數個 1,這時再跟 cin 做 Xor,若 cin 為 1 則總共有偶數個 1,output 為 0,反之總共有奇數個 1,output 為 1;而若第一個 Xor Gate output 0,則表示 a、b 中有偶數個 1,這時再跟 cin 做 Xor,若 cin 為 1 則總共有奇數個 1,output 為 1,反之總共有偶數個 1,output 為 0。因此這樣的寫法可以得到 sum 的值。

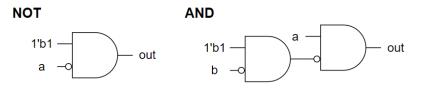
cout 的部分,如果 input 中 1 的數量 \geq 2,則 cout 為 1,否則為 0。因此 Half Adder 的 cout 只需要將 a、b 做 and,即為所求。至於 Full Adder 的 cout,只要 a & b、a & cin、b & cin 任一個成立,cout 的值便為 1,我們只要將這三項的值 做 or 即為 cout 的值,而這恰好是 Basic Question 2 實作的 circuit,可以直接拿來使用。

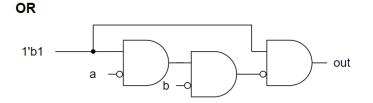
有了 Basic Question 1 與 Basic question 3 的 module,在做 8-bit ripple-carry adder 時,我們只要像題目給定的 circuit 一樣,使用 8 個 Basic question 3 的 Full Adder 並全部接起來就完成了。Testbench 的部分,我們讓 a 的值每次加 2、讓 b 與 cin 的值每次加 1,並賦予 a 和 b 不同的初始值,確認 output 是否正確。

Name	Value	0.00	D ns				5.000	ns .				10.00	00 ns				15.00	10 ns				20.00	00 ns				25.00	0 ns				30.00	0 ns	
> № a[7:0]	4a	0a	0с	0е	10	12	14	16	18	1a	1c	1e	20	22	24	26	28	2a	2с	2e	30	32	34	36	38	3a	3с	3e	40	42	44	46	48	4a
> 😻 b[7:0]	20	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	0a	Оь	Ос	0d	0e	0f	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1a	1b	1c	1d	1e	1f	20
¼ cin	0																																	
l a cout	0																																	
> % sum[7:0]	6a	0a	Ое	10	14	16	1a	1c	20	22	26	28	2с	2е	32	34	38	3a	3е	40	44	46	4a	4c	50	52	56	58	5c	5e	62	64	68	ба

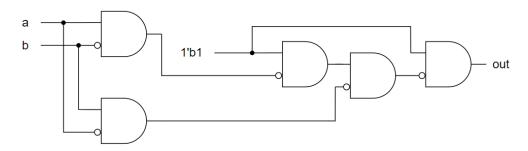
II. (Gate Level) Decode and execute

這題首先要使用給定的 universal gate,實作出其他所有的 basic logic gate,它們的 circuit 分別如下:

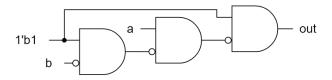




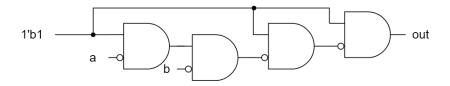
XOR



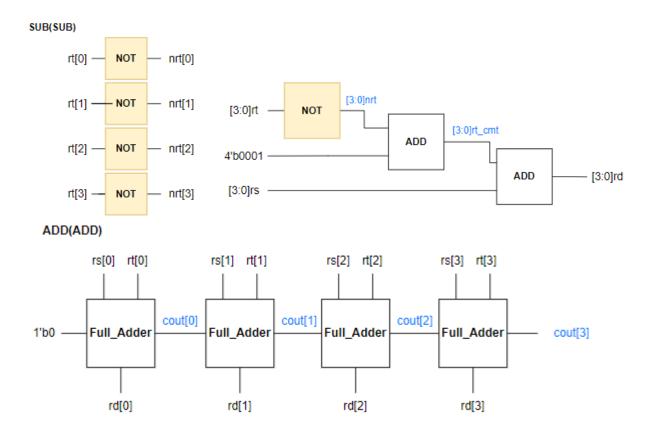
NAND

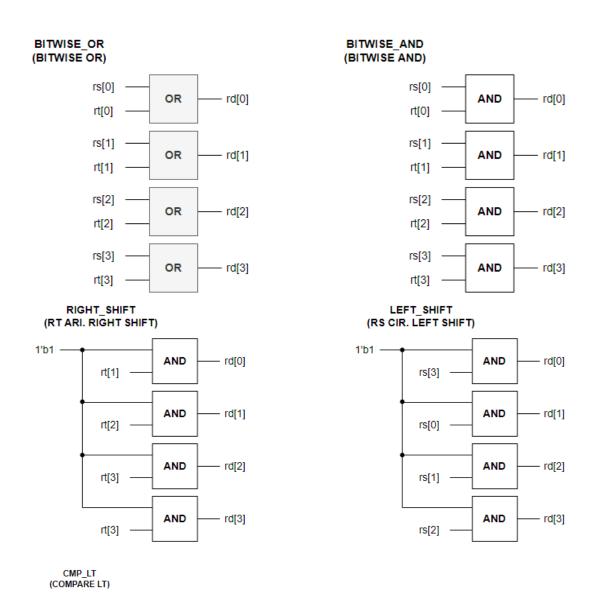


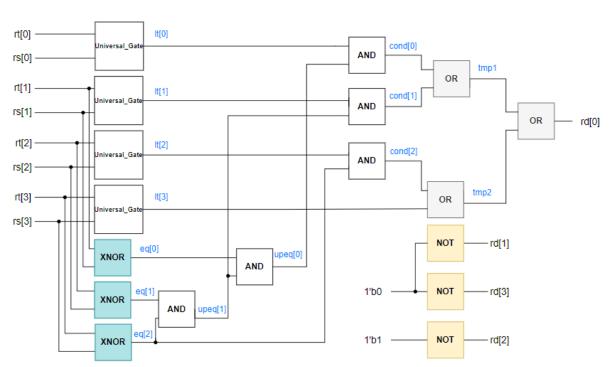
NOR



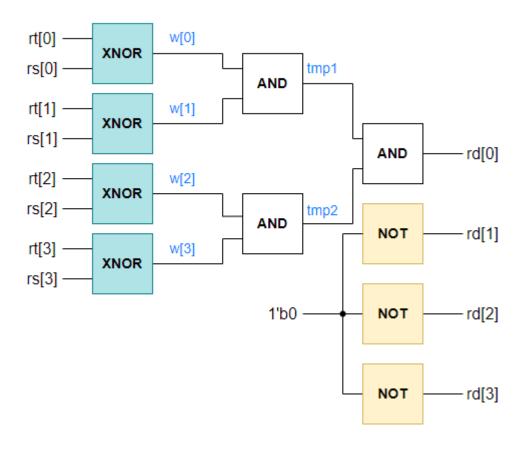
我們基於這些 basic logic gate,實作了題目所要求的各個 function,它們的 circuit 分別如下:







CMP_EQ (COMPARE EQ)



SUB 的實作使用到了二補數:首先, rd=rs-rt 這個 function 等同於 rd=rs+(-rt)。因此我們先對 rt 取負號,即計算它的二補數,接著再利用 ADD 這個 module 將 rs 與 rt 相加,得到我們要的輸出。計算二補數的方法是將所有的 bit 都倒過來再加一,因此我們先使用之前實作的 NOT gate,對 rt 所有的 bit 都取 not,再將它與 4′b0001,一樣利用 ADD 這個 module 將它們相加起來。

ADD 這個 function 的實作則是使用到了 4 個 Full Adder。基本上,每一個 Full Adder 的實作的方式與 basic question 3 的實作相同,只是把所有 basic logic gates 的實作從使用 NAND 改為使用題目規定的 universal gate。如上圖把 4 個 Full Adder 接在一起,便可以 實作出 rd=rs+rt 這個 function。

BITWISE OR 的實作相對單純:將 rs 與 rt 的每一個 bit 分別作 OR,便是這個 function 要的輸出。BITWISE AND 的實作也很相似:將 rs 與 rt 的每一個 bit 分別作 AND 即可。

RT ARI. RIGHT SHIFT 的部分,題目已經說明 rd 的每一個 bit 分別要是 rt 哪一個 bit 的值,這邊我們的做法是對這些值與 1'b1 取 AND,輸出即為所求。RS CIR. LEFT SHIFT 也

很相似,一樣,題目已經說明 rd 的每一個 bit 分別要是 rs 哪一個 bit 的值,對這些值 與 1'b1 取 AND,輸出即為所求。

COMPARE LT 的部分,我們實作的想法如下:比較兩個二進位數字的大小,首先要比較最高位的 bit,若不同則該 bit 比較出來的大小關係即為兩數的大小關係。若相同,則繼續往下一個較低位的 bit 比較,依此類推。因此若要符合 rs < rt,必須符合下列條件的其中一項:

- rs[3] < rt[3]
- rs[3] == rt[3] && rs[2] < rt[2]
- rs[3:2] == rt[3:2] && rs[1] < rt[1]
- rs[3:1] == rt[3:1] && rs[0] < rt[0]

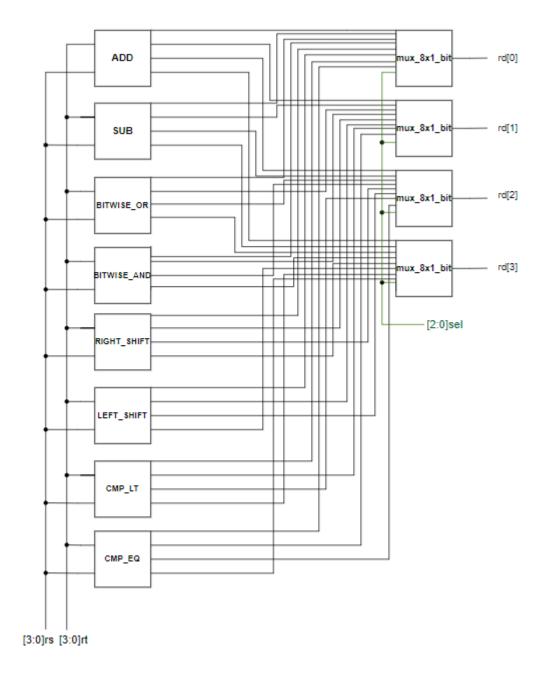
因此,我們分別用 logic gate 得到上述關係式的結果,再將所有結果取 OR · output 即為 rd[0]。 rd[3:1] 的部分,題目已經指定每個 bit 的值,這邊我們直接使用三個 NOT gate:輸入分別放題目要求的值的相反;輸出分別放 rd[0]、rd[1]、rd[2],便能達到題目要求。

COMPARE EQ 的實作,我們的想法如下:比較兩個二進位數字的是否相等,要比較兩數的每一個 bit 是否都相同。也就是說,若 rt=rs,下列的值皆須為 true:

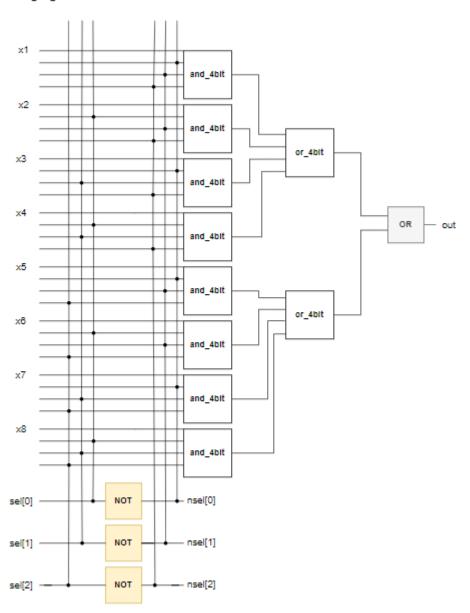
- rs[3] == rt[3]
- rs[2] == rt[2]
- rs[1] == rt[1]
- rs[0] == rt[0]

判斷相等的部分我們使用 XNOR 實作,若兩 bit 作 XNOR 的值為 true,即代表兩 bit 相等。最後把上述 4 個值取 AND,即為 rd[0] 的值。rd[3:1] 的部分與 COMPARE LT 的部分相同,使用三個 NOT gate 給 rd[3:1] 題目所要求的值。

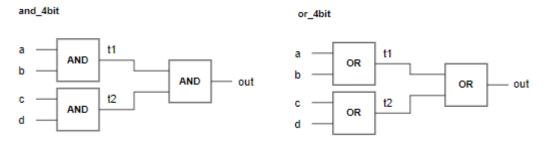
最後,根據 sel 的值,我們要給出相對應的 output。在得到各個 function 的 output 之後,我們使用了 4 個 8 to 1 的 MUX (1 bit),分別得到 output 的每個 bit 的值,circuit 如下:



而 8 to 1 的 MUX (1 bit) \cdot 其 circuit 如下:



其中使用到了 4 bit 的 AND 以及 4 bit 的 OR, circuit 分別如下:

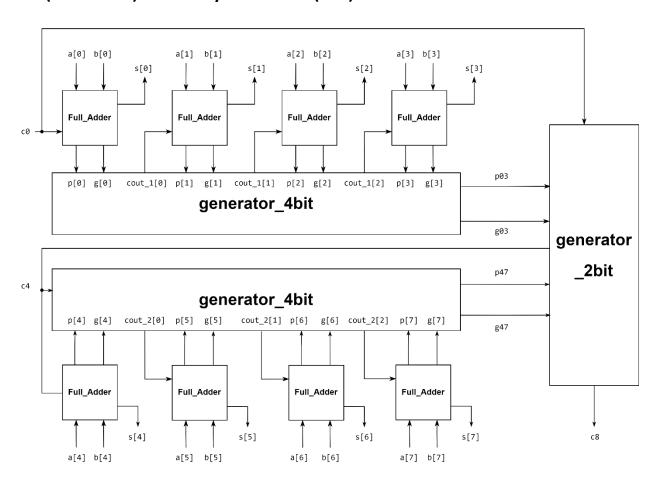


Testbench 的部分,對於前 6 個 function,我們讓 rs 的值每次加 2、讓 rt 的值每次加 1,並賦予不同的初始值下去確認每個 function 的 output 是否正確。而對 COMPARE LT 的部分,我們多跑了幾次,以確認在 $rs == rt \cdot rs < rt$ 以及 rs > rt 的情況下,

output 都會是正確的。COMPARE EQ 的部分,我們也特別 assign 了 rs 與 rt 的值,以確保在 rs == rt 以及 rs! = rt 的情況下,output 都是正確的。

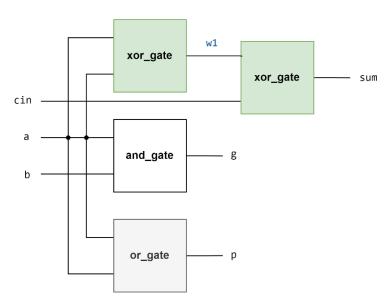


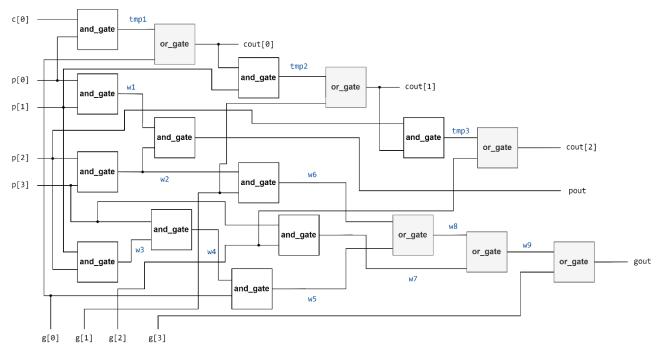
III. (Gate Level) 8-bit carry-lookahead (CLA) Adder



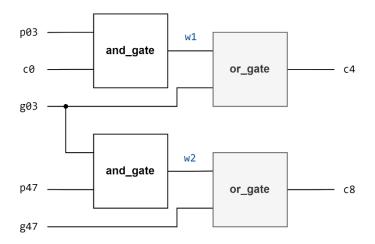
如上圖,這題我們需要八個 Full Adder、兩個 4-bit Carry-Look-Ahead Generator 與一個 2-bit Carry-Look-Ahead Generator。CLA 特別的地方在於它的 p, g 及 generator,讓它可以提前知道兩數相加時的 carry,且每個 bit 的 Full Adder 可以直接拿自己的 carry in 同時進行運算,而不用像 RCA 需要等待上一個 bit 做完之後才知道 carry out 的值,能夠減少延遲時間,也不須依賴前面的計算結果來獲得值,因此較為有效率,這也能夠從電路圖中看出來,同樣是 8bits 的 adder,RCA 需要的 and gate 及 or gate 個數相較之下比 CLA 多,因此在運算上也會較為耗時。

為了實作 generator,我們需要先做出 p 與 g 兩個訊號,p 代表的是 propagate,負責將兩個 bit 做 or,也就是說如果兩個 bit 中至少有一個 bit 為 1 就會是 1,此時當 carry in 是 1 時就會將此 carry 往下傳遞;g 代表的是 generate,負責將兩個 bit 做 and,意即當兩個 bit 都是 1 時必會出現 carry out。而在設計的部分我們將 input 丟進 Full Adder 中讓它 output, p, g, sum 再將 p, g 傳入 generator 中,這部分的 Full Adder 如下圖。





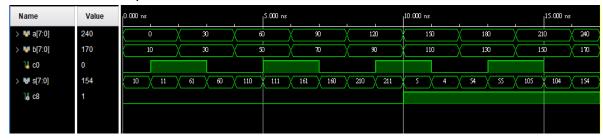
而後,4bit generator 的 pout 及 gout 會再傳入 2bit generator 做上述 c4 及 c8 的 equation 再 output 出 c4 及 c8,如下圖。



在 code 的部分,考慮到 c4 與其它 cout 接出來的地方不同,為了寫 code 上的方便,我們單獨處理 c4,並將 cout 分為 cout_1 及 cout_2 兩部分,各為 4bits,下圖為我們在 Carry Look Ahead Adder 8bit 這個 module 中呼叫 Full Adder 及 generator 的部分。

```
// deal with FA
full_Adder fa1(a[0], b[0], c0, p[0], g[0], s[0]);
full_Adder fa2[3:1](a[3:1], b[3:1], cout_1[2:0], p[3:1], g[3:1], s[3:1]);
full_Adder fa3(a[4], b[4], c4, p[4], g[4], s[4]);
full_Adder fa4[7:5](a[7:5], b[7:5], cout_2[2:0], p[7:5], g[7:5], s[7:5]);
// deal with gen
generator_4bit genA(p[3:0], g[3:0], c0, p03, g03, cout_1);
generator_4bit genC(p[7:4], g[7:4], c4, p47, g47, cout_2);
generator_2bit genB(p03, g03, p47, g47, c0, c4, c8);
```

在 test 的部份我們用 clock 延遲的方式讓 c0 會在 a 與 b 沒有變動時出現 0 跟 1 兩種情況,以便確認 carry 這部分沒有問題,如下圖。



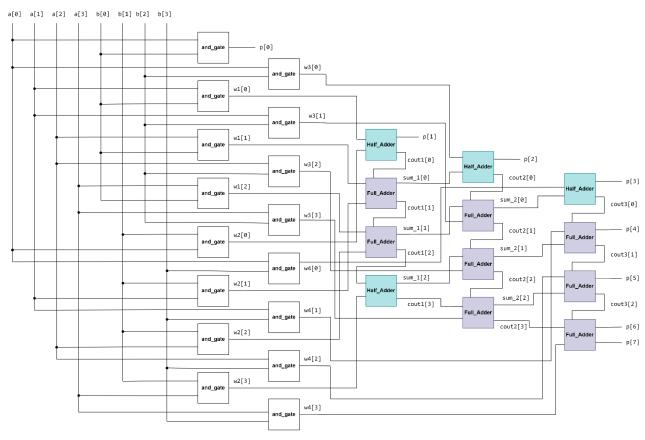
且為了觀察 c8 的狀況,我們這邊選擇讓 a 每次加 30 · b 每次加 20 · 而當 s 產生 carry out · 也就是 c8 為 1 時,可以發現 s 的數值無法完整呈現 a · b 相加該有的結果,這是因為 s 只有 8bits · 因此最大值以十進位表示為 255 · 超過則會發生溢位的狀況,此時若以二進位觀察可以發現 s 是 a+b 的後面 8 個 bits · 如下圖。若將 c8 與 s cascade 起來就會得到正確的結果。



iv. (Gate Level) 4-bit multiplier

這題我們需要設計一個 4bit 的 multiplier,其中我們會用到前面時做過的 Full Adder 及 Half Adder,它的原理與直式乘法類似,透過計算每個 partial product 再將他們送至 adder 中做運算得到最後的值。如下圖,首先我們將 a 與 b 每個 bit 互相 and,其中, a[0]·b[0] 即為 p[0],其他 bit 做完 and 的結果我們以 wire 接出來,由於我們這邊的作 法是將 a 作為被乘數,b 作為乘數,因此我們將 a[i]·b[j] 對應到 wj+1,接下來先將 w1 接出來的訊號送入圖中最左邊那一個 column 的 adder 中,這邊我們採用兩個 Half Adder 及兩個 Full Adder,因為該 column 最上方的 Half Adder 不會有 carry in,我們用 設計上比較簡單的 Half Adder 進行運算,這個 Half Adder 的 output 即為 p[1]。而接下來兩個 bits 都會有 carry in,所以都採用 Full Adder;每個 Full Adder 會將 sum 送進右方

的 Adder 中,並將 carry out 往下傳,類似 Ripple Carry Adder;值得注意的是該 column 最下方的也是使用 Half Adder,其原因並不是沒有 carry in,而是將 carry in 視為 Half Adder input 的其中 1 bit,將此 carry in 與 partial product(也就是 w2[3])相加。第二個 column 與前述類似,最上方的 Half Adder 即會算出 p[2],而最下方我們使用的是 Full Adder,因為這邊要接左方的 cout1[3]、w3[2]及前一個 Full Adder 的 carry out(即 cout[2])做運算。第三個 column 與左方相同,這邊的 sum 即為 p 的第 3 個 bit 到第 7 個 bit。



這邊 testbench 我們就簡單的讓 a 跟 b 每次加 1,觀察 p 的值是否符合 a 與 b 相乘的結果。

										9 000 ns
Name	Value	0.000 ns	1.000 ns	2.000 ns	3.000 ns	4.000 ns	5.000 ns	6.000 ns	7.000 ns	8.000 ns
> 💆 a[3:0]	8	0	1	2	3	4	5	6	7	8
> 😻 b[3:0]	10	2	3	4	5	6	7	8	9	10
> 😽 p[7:0]	80	0	3	8	15	24	35	48	63	80

v. An exhaustive testbench design

這一題我們要 design 一個可以正確找出錯誤的 testbench,所以我們設計了一個 faulty 的 RCA 與題目要求的 testbench。

首先,在 testbench 的部分,由於題目要求要枚舉所有可能,參考 template 上的 example 後,我們用三層 repeat 來實作,首先固定 cin 為 0、b 為 0,讓 a 先從 0 跑到 15,依序對 b 為 1 到 15 的狀況讓 a 從 0 跑到 15,最後在對 cin 為 1 時做相同的事,這樣就會覆蓋到 a[3:0] + b[3:0]的所有可能情況。在最內層的 repeat 中,我們先延遲一個 clock,在將 error 設為 0,這樣做的用意是對每個要檢查的結果做 error 的初始化,且符合題目要求的「若檢查結果正確則在 input 進來 1ns 後將 error 設為 0。接下來我們用 if 對 RCA 的 output 進行檢查,這邊的想法是既然我們要確認 output 的正確性,那我們就先用 input 做出正確的結果,再檢查 output 與結果是否相等,一開始我們是想到 bitwise operation 可以做出正確結果,但要對每個 bit 做太麻煩了,後來想到其實直接如下圖將 a、b、cin 加起來就好,此時我們再將 cout 與 sum 做串接,並用嚴格不等於確保他們是逐位相等且只會回傳 0 與 1,在 if 條件成立即為偵測到錯誤,此時因為前面已經延遲過一個 clock,所以會馬上 raise error;if 條件判斷完後,我們讓他維持 4 個 clock 再改變 a 的值,因此加上下一次進 repeat 後即會有維持 5 個 clock 的 error 及 input 訊號。

```
initial begin
32
          repeat(2**1)begin
              repeat(2**4) begin
34
                  repeat(2**4) begin
36
                       #1;
37
                       error = 1'b0;
                       if({cout, sum[3:0]}!==a[3:0]+b[3:0]+cin) begin
                           error = 1'b1;
40
                       end
                       #4;
                       a = a+4'b0001;
42
                  end
                  b = b+4'b0001;
44
45
              end
              cin = cin +1'b1;
46
47
          end
          done = 1'b1;
49
          #1 error = 1'b0;
          #5 done = 1'b0;
51
     end
```

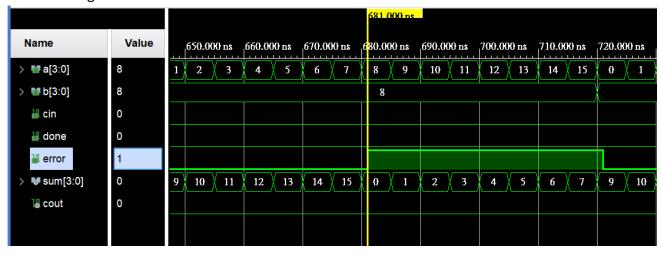
為了檢察我們的 testbench 設計是否正確,我們先用正確的 RCA 確定它不會 raise error 也有正確的呈現 done 訊號,再用一個會產生錯誤結果的 RCA 進一步檢查,我們假設了兩種錯誤情況。

第一種是 cout 出錯,如下圖,我們讓這個 RCA 只在 c3 及 c4 都為 1 時才會產生 cout。

```
module Ripple_Carry_Adder(a, b, cin, cout, sum);
input [3:0] a, b;
input cin;
output cout;
output [3:0] sum;
wire c1, c2, c3;
wire c4;

full_Adder fa1(a[0], b[0], cin, c1, sum[0]);
Full_Adder fa2(a[1], b[1], c1, c2, sum[1]);
Full_Adder fa3(a[2], b[2], c2, c3, sum[2]);
Full_Adder fa4(a[3], b[3], c3, c4, sum[3]);
and_gate and1(cout, c3, c4);
```

這個情況的 simulation 結果如下圖,在 b=8,a=8 到 a=15 時 cout 沒有呈現 1,所以在偵測到錯誤 1ns 後,error 就會為 1,且由於他在這段區間內都是錯的,因此 error 會一直呈現 high 的狀態,一直到偵測到正確值 1ns 後才會變為 0。



這邊我們也能看到在 a=8 · b=14 時 · cout 輸出 0 · 因此會 raise 5 ns 的 error · 在所有可能都跑過後 · done 會在偵測到最後一個 input 5ns 後變為 1 · 並如同 spec 圖中在 5ns 後恢復成 0 ·



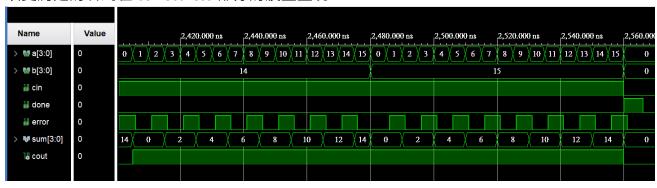
第二種情況是 sum 出現錯誤,如下圖,我們將原本 sum[0]的位子換成 c4,並將它與 0

做 and, 造成它在應該輸出 1 時反而輸出 0。

```
module Ripple_Carry_Adder(a, b, cin, cout, sum);
input [3:0] a, b;
input cin;
output cout;
output [3:0] sum;
wire c1, c2, c3;
wire c4;

full_Adder fa1(a[0], b[0], cin, c1, c4);
Full_Adder fa2(a[1], b[1], c1, c2, sum[1]);
Full_Adder fa3(a[2], b[2], c2, c3, sum[2]);
full_Adder fa4(a[3], b[3], c3, cout, sum[3]);
and_gate and2(sum[0], 1'b0, c4);
```

這個情況的 simulation 結果如下圖。由於我們在枚舉時是每次加 1,而 raise error 與否決定在 sum[0],因此 error 的狀況多數時候會交替出現,這個 RCA 的設計也是為了可以更清楚的看到在 correctness 部分的波型呈現。

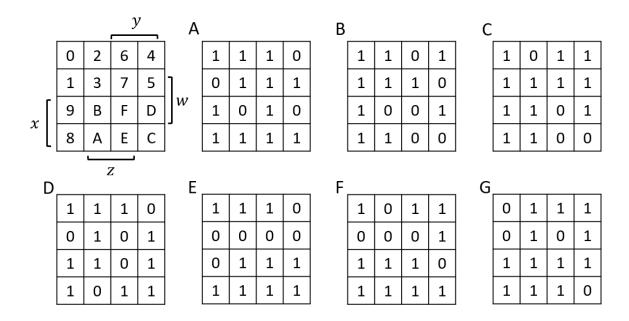


vi. FPGA: (Gate Level) Decode and execute

這題是要沿用 Advance question 2 的 module,並將結果顯示在 FPGA 板上,我們使用了gate-level circuit 來完成這題。由於要用 7-segment display 來顯示我們的 output,首先我們要對每個數字及各個 segment 做對應。對於 0~F 的每一個數字,它們對二進位以及 7-segment 的對應分別如下:

Hex	Binary	7-segment
0	0000	ABCDEF
1	0001	ВС
2	0010	ABDEG
3	0011	ABCDG
4	0100	BCFG
5	0101	ACDFG
6	0110	ACDEFG
7	0111	ABC
8	1000	ABCDEFG
9	1001	ABCDFG
Α	1010	ABCEFG
В	1011	CDEFG
С	1100	ADEF
D	1101	BCDEG
E	1110	ADEFG
F	1111	AEFG

我們對 7-segment 的每一個線段,去紀錄它們分別在 output 為哪些值時會亮,並使用 k-map 去寫出 function。下列的 k-map,1 表示要亮、0 表示不亮。 $x \times y \times z \times w$ 分別代表 rd[3]、rd[2]、rd[1]、rd[0] 的值,A~G 則分別代表每一個 segment:



將每個 k-map 化簡之後,可以得到如下 sum of product 的算式:

$$A: xw' + yz + x'z + x'y'w' + x'yw + xy'z'$$

$$B: y'z' + x'y' + x'z'w' + y'w' + xz'w + x'zw$$

$$C: y'z' + x'w + xy' + x'y + z'w$$

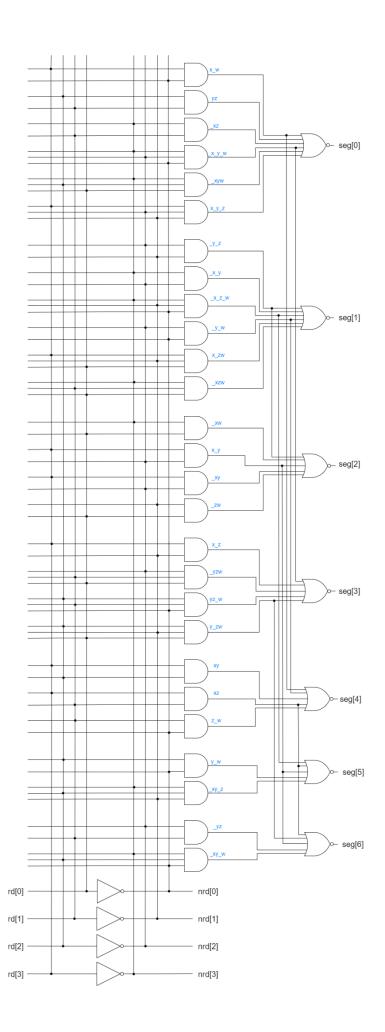
$$D: xz' + x'y'w' + y'zw + yzw' + yz'w$$

$$E: xw' + xy + xz + zw' + y'w'$$

$$F: xy' + xz + yw' + x'yz' + x'z'w'$$

$$G: xy' + xz + y'z + x'yw' + yz'w$$

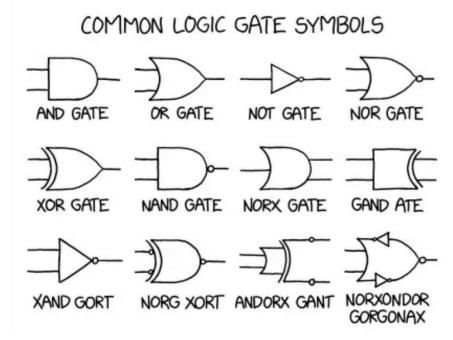
有了這些式子後,我們便可以用 logic gate 去實現它們,進而從 output 得知每個 segment 需要亮或不亮。由於前面使用 k-map 的時候,定義 1 表示要亮、0 表示不亮,因此每個 segment 最後的 output 要再接一個 NOT 才是正確的值,整體的 circuit 如下。



vII. Summary

這次的 Lab 實作量比較大,也比上一次的 Lab 需要思考,在這次的 Lab 中,我們對不同的 adder 有了更多的了解,並能夠利用基本的 adder 去接出可以執行較複雜運算的 RCA、CLA 及 Multiplier,也了解到 FA 及 HA 的不同與應用;在 Decode and execute 中,我們運用 universal logic gate 組合出需要的 logic gate,學習如何用 logic gate 設計出需要的運算方式,除此之外也用到了 Mux 去做 select;在 FPGA 的部分也比上一次較為複雜,我們運用了在邏輯設計學過的 k-map,將其實際應用在 7-segment 上;在設計 testbench 的部分,我們需要設計出正確的時間延遲,並測試自己的 testbench 是否能成功判斷 Adder 設計的對或錯,對 testbench 的操作也有更進一步的認識。

比起上次基本上只要做接線及組合 logic gate 的動做就能得出結果,這次我們需要自己依照題目要求去設計,logic gate 的組合也更為複雜,所以多花了不少時間,但跟 logic gate 也有更緊密的接觸,如下圖。



vIII. Contributions

Code:

(Gate Level) 8-bit ripple carry adder (RCA) by 李品萱 (Gate Level) Decode and execute by 李品萱 (Gate Level) 8-bit carry-lookahead (CLA) Adder by 唐翊雯 (Gate Level) 4-bit multiplier by 唐翊雯 An exhaustive testbench design by 唐翊雯 FPGA: (Gate Level) Decode and execute by 李品萱

• Report:

兩人先描述各自在 code 部分負責的題目及畫電路圖,再由唐翊雯寫 summary。