**LABORATORIO 1 – APLICACIÓN DE TÉCNICAS DE CONTROL**

**SISTEMA BALL AND BEAM**

**SISTEMAS DE CONTROL POR TÉCNICAS DE REALIMENTACIÓN DE ESTADOS**

1. **Objetivos**

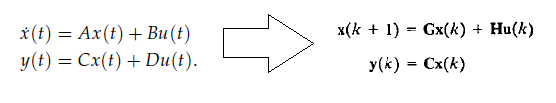
Implementar el control por realimentación de estados bajo los esquemas regulador y seguidor para el sistema de Ball & Beam.

* Evaluar cuál de los tres casos es más aconsejable para lograr el control correspondiente:
* Realimentación de orden completo.
* Realimentación de estados con observador de orden completo.
* Realimentación de estados con observador de orden reducido.
* Implementar los esquemas regulador y seguidor bajo la técnica de control más adecuada.

Determinar que las condiciones de operación que se dan para poder gobernar el sistema bajo los esquemas regulador y seguidor, son suficientes ante cualquier tipo de condiciones iniciales.

1. **FUNDAMENTACIÓN CONCEPTUAL**
   1. **Representación de sistemas en el espacio continuo y discreto**

* A partir dela ecuación diferencial del sistema dinámico (guía de laboratorio de la plataforma), hallaremos su representación en estados descrita por el modelo en el tiempo continuo ([1], cap.2 pag.10) el mismo que se discretizará para su posterior análisis, simulación e implementación en arduino ([4], cap.5).

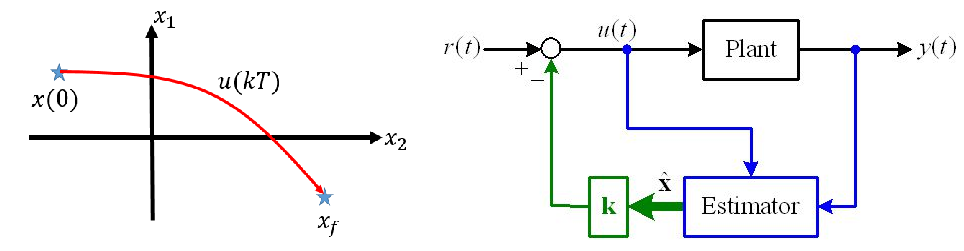


* **Estabilidad del sistema**

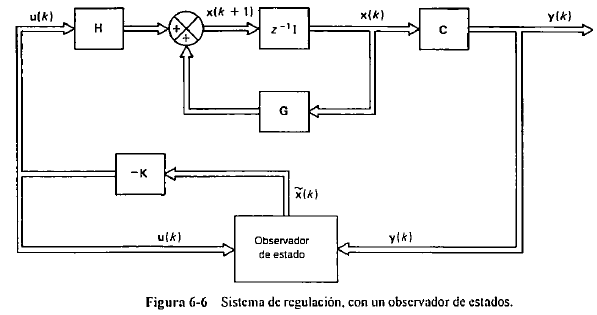
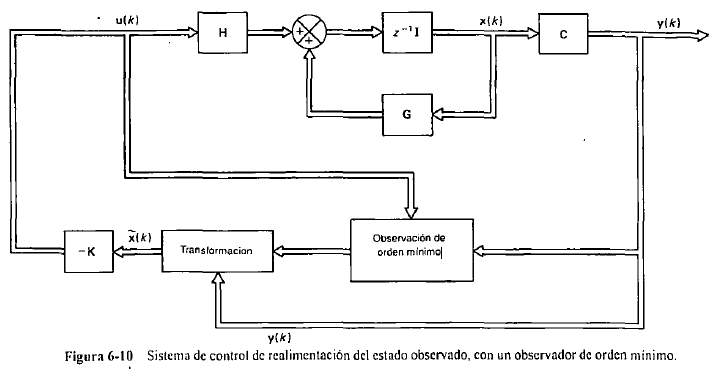
No basta con un juicio subjetivo o a priori para saber que el sistema a lazo abierto es inestable, hay que demostrarlo usando las herramientas analíticas de la bibliografía. Podemos verificar esta propiedad basándonos en la estabilidad BIBO o interna, se eligió la segunda opción y en específico, la ecuación de estabilidad discreta de Lyapunov ([1], cap.5, pag.84).



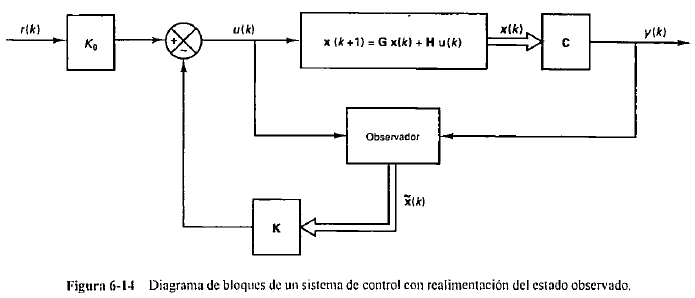
* 1. **Controlabilidad y Observabilidad del sistema discreto**
* Una vez obtenida la representación discreta del sistema, analizaremos las matrices de controlabilidad y observabilidad ([4], secciones 6.2 y 6.3) para comprobar que, en efecto, la salida del sistema puede llevarse de un estado a otro en un tiempo finito con una entrada de control y que las variables de estado que no podemos medir directamente (como la velocidad de la bola sobre la barra), se puedan estimar a partir de un observador de orden completo o reducido.

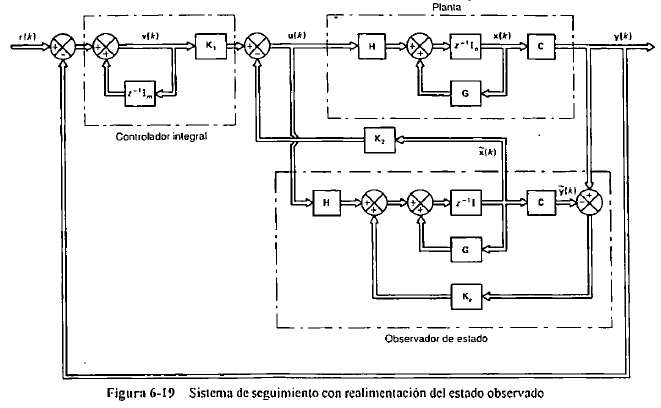


* 1. **Especificaciones y observadores de estado**
* Basados en las especificaciones de diseño, se calcularán la ubicación de los polos ideales para tal fin. Si el punto 2.2. es verificado, podremos concluir que los polos pueden asignarse arbitrariamente.
* Uno de los estados del sistema (la velocidad de la bola), no puede ser determinada fácilmente por lo que recurrimos al diseño ya sea de un observador de orden completo o reducido ([4], pag.437-439 y [4], pag.451-456) y así poder trabajar con esta variable en la implementación del sistema controlador.
  1. **Esquema Regulador con Observador** Ogata 412 = ackermann
* Si en el segundo punto de diseño, la observación de estados converge casi como sus trayectorias reales, podemos usar los mismos para el diseño de controladores de realimentación de estados con observadores completos ([4],pag.437-439), o de orden reducido ([4],pag.451,452) con el fin de que los estados converjan hacia el origen (regulador).



* 1. **Esquema Seguidor con Observador**
* Si deseamos que la salida de nuestro sistema completamente controlable y observable siga una entrada no nula, necesitamos una pre compensación para introducir dicha entrada. Otro modelo de realimentación muy útil es el de la acción integral para evitar ruidos indeseables en la entrada de control ([4], pag.456-464).





1. **DESARROLLO ANALÍTICO**
   1. **Identificación de Limitaciones**

De entre otras limitaciones podemos citar:

* El ángulo de inclinación de la barra tiene un límite mínimo, por lo cual la acción de control puede verse afectado si requiere mucha exactitud.
* Asimismo, el sensor ultrasónico tiene una zona “muerta” de medición, ya que no mide correctamente la distancia de la bola a menos de 5 cm, entonces en dicho sector de la barra, no podemos posicionar una salida aceptable a los esquemas de diseño.
* Limitación de corriente en la fuente de voltaje asignada para el control del servo motor.
  1. **Trabajo de Análisis y Diseño**

La función de transferencia de la planta en tiempo continuo:

Y el E.E. en tiempo contínuo:

Dónde:

Utilizando un mantenedor de orden cero y un periodo de muestro , la función de transferencia y el E.E. de la planta en tiempo discreto es:

(Transformada Bilineal)

* + 1. **Estabilidad del Sistema**

Evalúo si el sistema (a lazo abierto) es estable a través de las técnicas de análisis en el Espacio de Estados para el caso discreto. Como se debe realizar el análisis en el E.E. verifico la estabilidad según Liapunov:

(K. Ogata pg.333)

En las ecuaciones no se puede obtener el valor del término por lo que se concluye que el sistema a lazo abierto es inestable.

(K. Ogata pg.662, Criterio de Sylvester para matriz definida positiva)

* + 1. **Propiedades de Controlabilidad y Observabilidad del sistema**

Para poder aplicar el control por realimentación de estados es importante verificar si el sistema es controlable, para esto se halla la Matriz de Controlabilidad C, esta matriz tiene que ser del mismo orden del sistema y no singular.

Como se ve en el desarrollo cumple con la condición de Controlabilidad.

Para poder aplicar el control por realimentación de estados con observador es importante verificar si el sistema es observable, para esto se halla la Matriz de Observabilidad O, esta matriz tiene que ser del mismo orden del sistema y no singular.

Como se ve en el desarrollo cumple con la condición de Observabilidad.

* + 1. **Especificaciones de Desempeño para el Sistema**

Las especificaciones de desempeño son que el sistema con el controlador sea estable, además que tenga un tiempo de asentamiento de 2[s] y un máximo sobre pico del 6%.

Con estas especificaciones se puede calcular las constantes:

Los polos en el plano S se encuentran en los siguientes puntos:

En el plano Z, para poder trabajar en el caso discreto, con :

* + 1. **Diseño del Controlador**

Para el diseño del controlador debemos obtener la Matriz de Ganancia K, que puede ser determinada a partir de la fórmula de Ackermann, que para un sistema de segundo orden es:

Para el esquema seguidor se tiene una señal de referencia, se pretende que la salida del sistema tienda a la referencia. En este esquema se determina una ganancia de pre compensación N, para esto se debe resolver la siguiente ecuación que representa la función de transferencia a lazo cerrado:

Para evitar tener error en estado estacionario se realiza lo siguiente:

Observador de Estados de Orden Completo:

Para realizar el Observador de Orden Completo, debemos localizar los polos de este un cuarto de la constante de tiempo de los polos del control a lazo cerrado, para eso se realiza lo siguiente:

Para el diseño del observador debemos obtener la Matriz G, que puede ser determinada a partir de la fórmula de Ackermann, que para un sistema de segundo orden es:

Observador de Estados de Orden Reducido:

Para un comportamiento satisfactorio en el observador ya se determinó las raíces deseadas del observador, ahora se debe identificar cual es la variable a medir y la estimada:

Variable medible, no es necesario la estimación

Variable no medible, es necesario la estimación

Por lo tanto solo se tendrá una variable a ser estimada, entonces la raíz deseada del observador de orden reducido es:

Se define la matriz A de la siguiente forma:

Para obtener la Matriz del Observador G de orden reducido, se determina a partir de la Fórmula de Ackermann para una observador de primer orden es:

* + 1. **Matrices de Ganancias K y G**

La Matriz de Ganancia de Realimentación es:

La Pre compensación es:

La Matriz para el Observador de Orden Completo es:

La Realimentación del Observador de Orden Reducido es:

* + 1. **Análisis del Sistema Completo**

Para realizar el análisis del Sistema Completo, primero obtendremos las funciones de transferencia a lazo cerrado con Realimentación de Orden Completo, con Observador de Orden Completo y con Observador de Orden Reducido.

Función de Transferencia a lazo cerrado con Realimentación de Orden Completo:

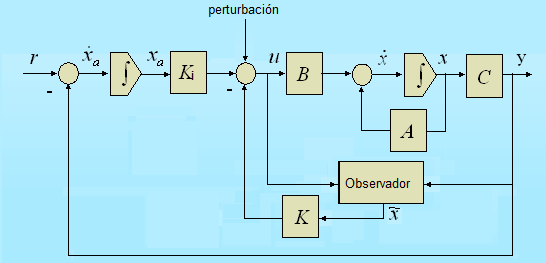
Función de Transferencia a lazo cerrado con Realimentación con Observador de Orden Completo:

Función de Transferencia a lazo cerrado con Realimentación con Observador de Orden Completo:

* + 1. **REALIMENTACIÓN DE ESTADOS CON ACCIÓN INTEGRAL (Para rechazo a perturbaciones)**

Consideremos la forma del sistema discreto a lazo abierto:

Si deseamos implementar una acción integral para la acumulación del error en cada instante de muestreo, necesitamos hallar el vector [K1 K2 Ki] que corresponde con la figura:



En lazo cerrado las ganancias K1, K2 y Ki se hallan de la siguiente forma:

(1)

Donde es la matriz de ganancias de Ackermann para realimentación de estados, *“n”* es el número de estados del sistema.

Hallamos primero para un sistema de 2 estados:(2)

La función se obtiene a partir de la ecuación característica deseada, misma que se construye con los polos deseados en Z:

(3)

Aún faltan las matrices , las cuales se obtienen así:

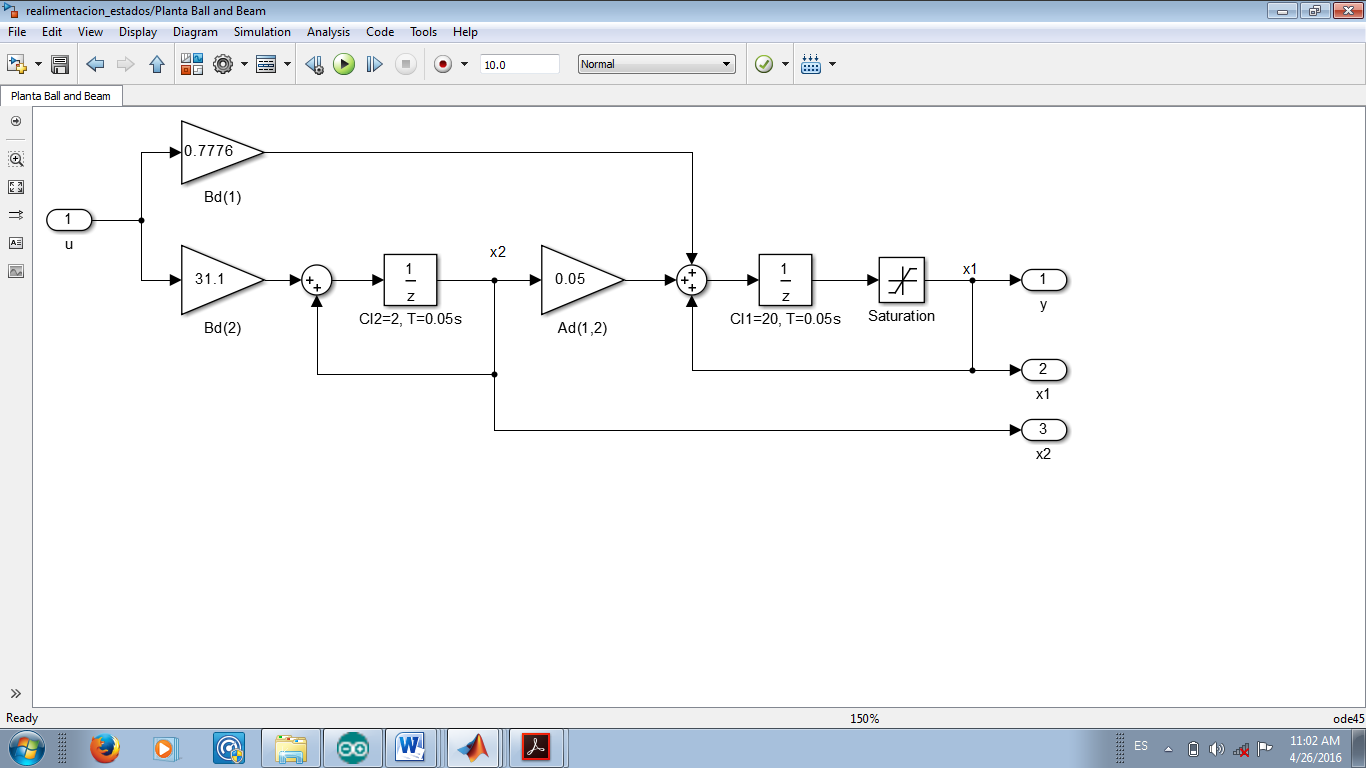
(4) (5)

Reemplazando (4) en (3), y luego (5), (4) y (3) en (2), obtenemos:

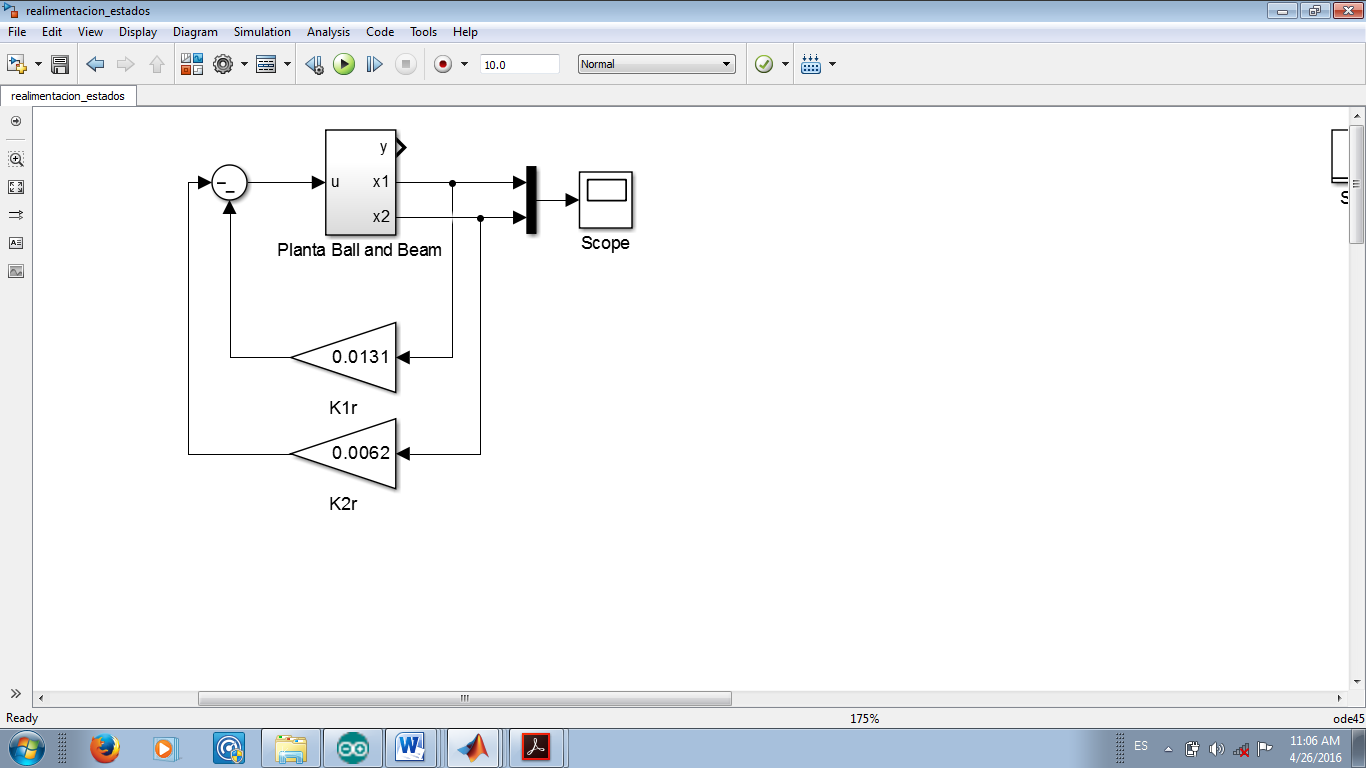
Finalmente la última ecuación en (1):

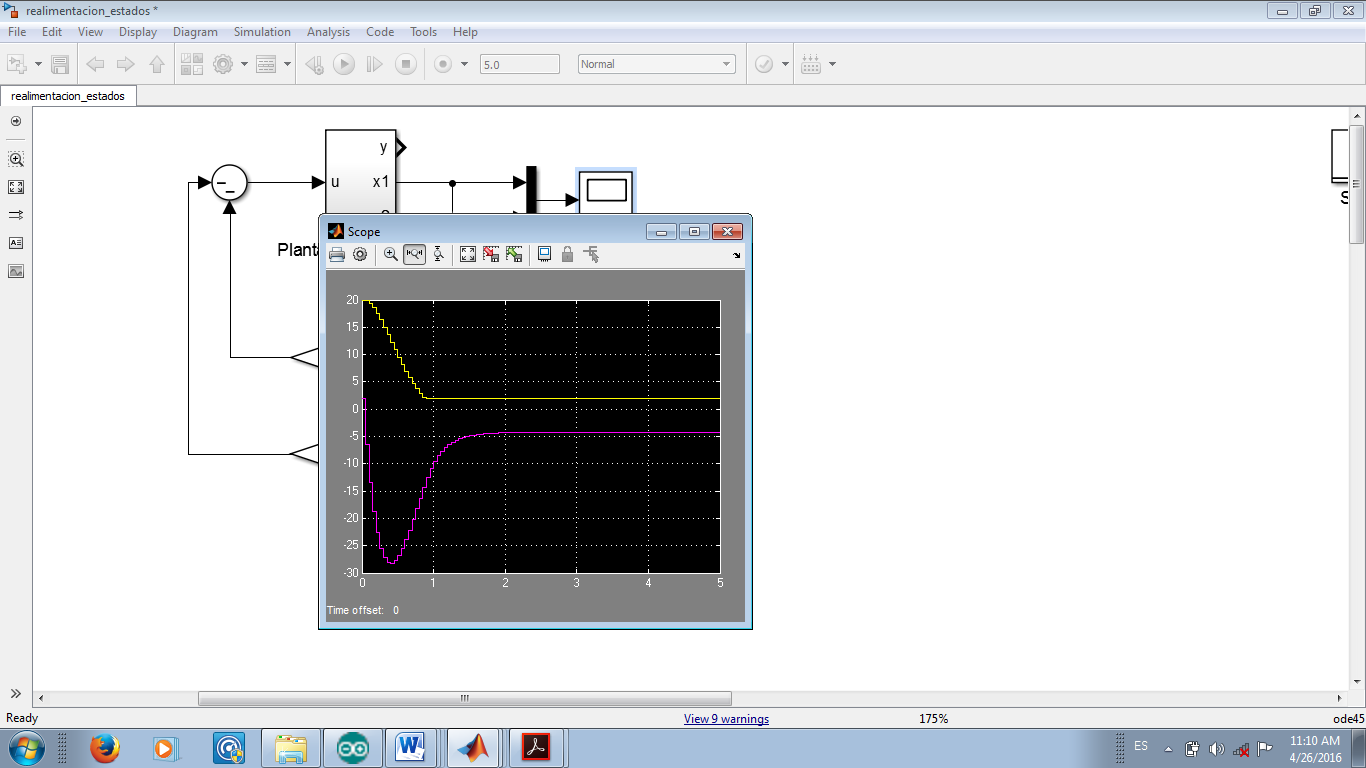
1. **ANÁLISIS DEL PROCEDIMIENTO DE SIMULACIÓN**
   * 1. **Simulación para Análisis Estático y Comportamiento Dinámico**

Esquema de la Planta “Ball & Beam”:

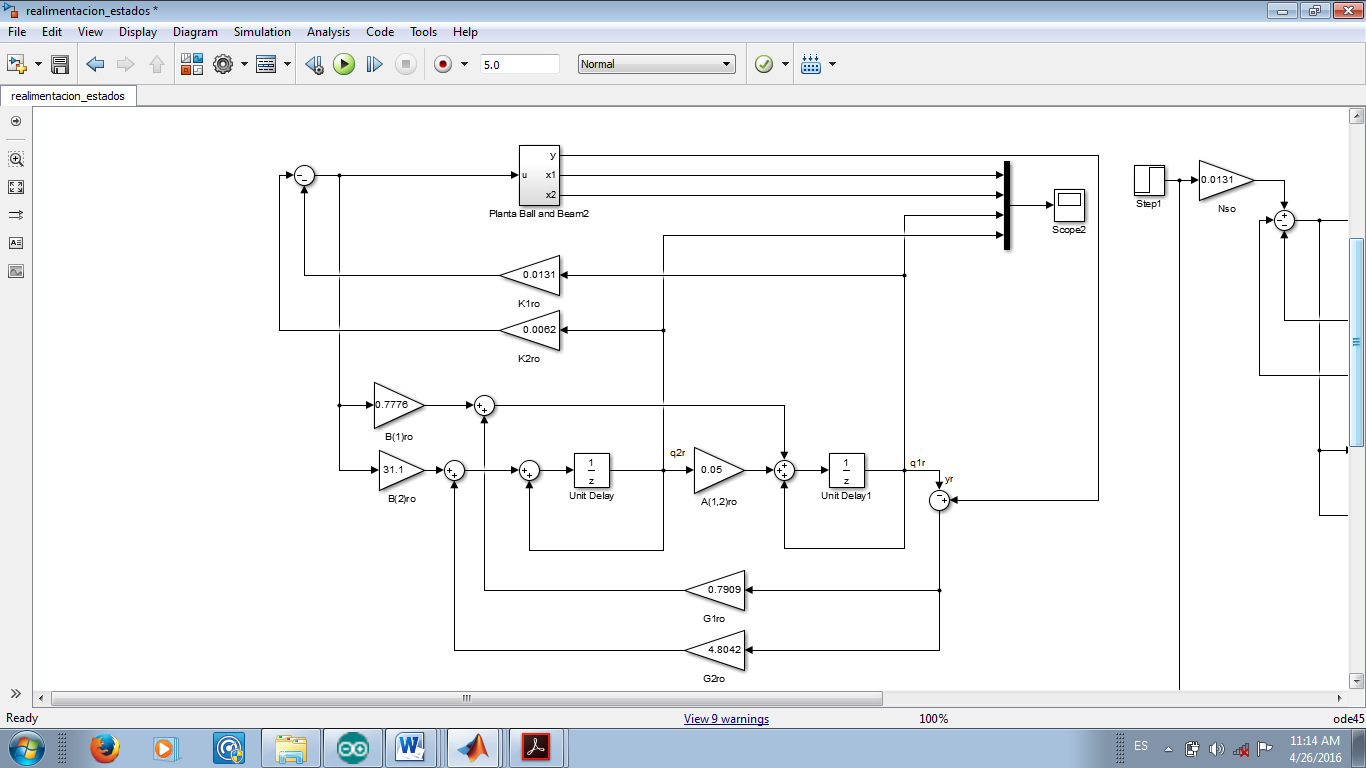


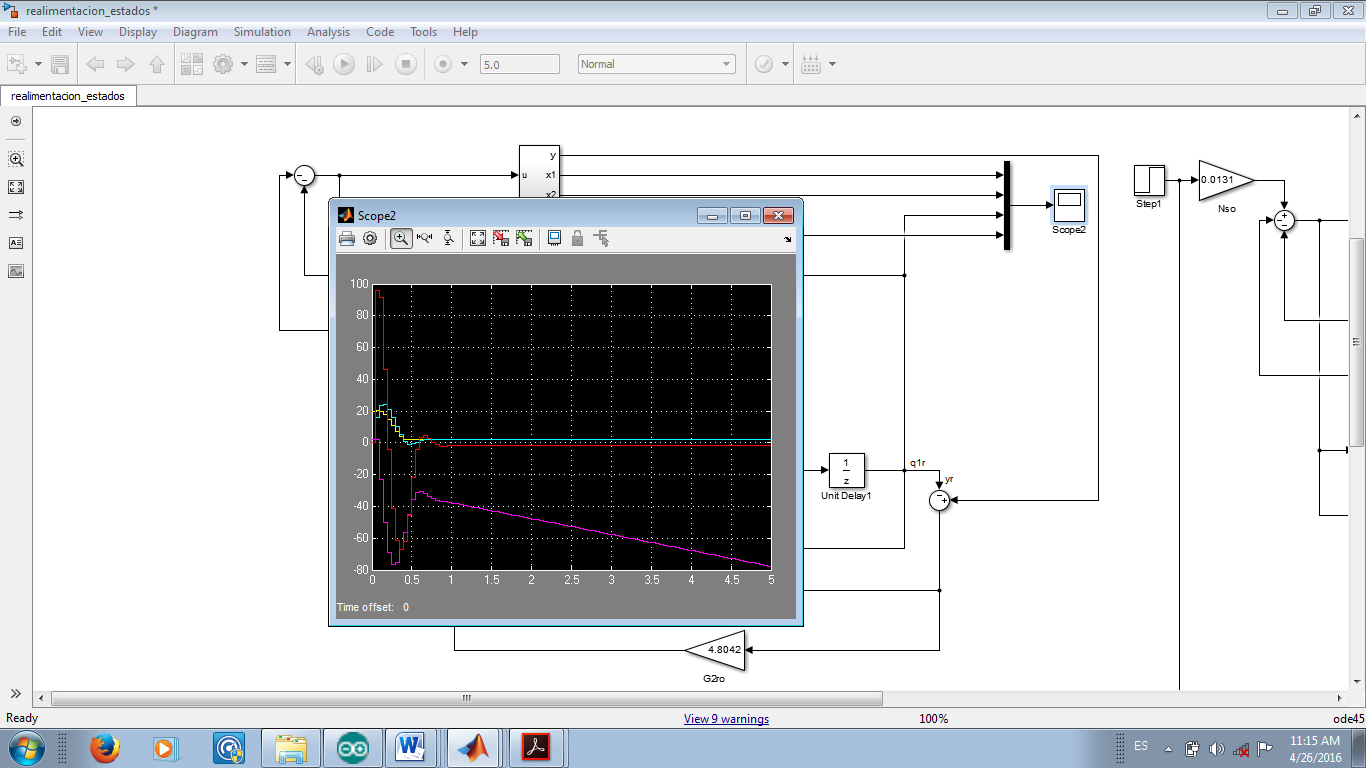
Esquema Regulador con Realimentación de Orden Completo:



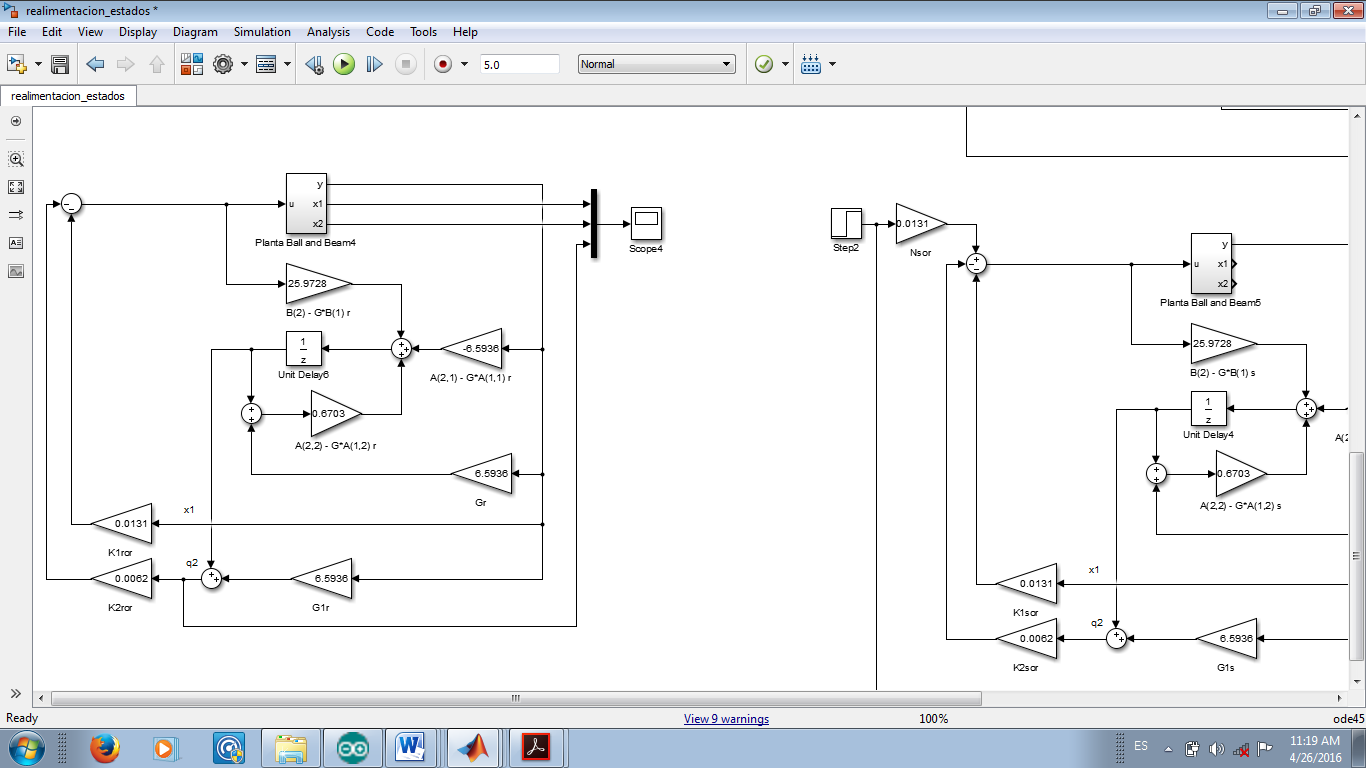


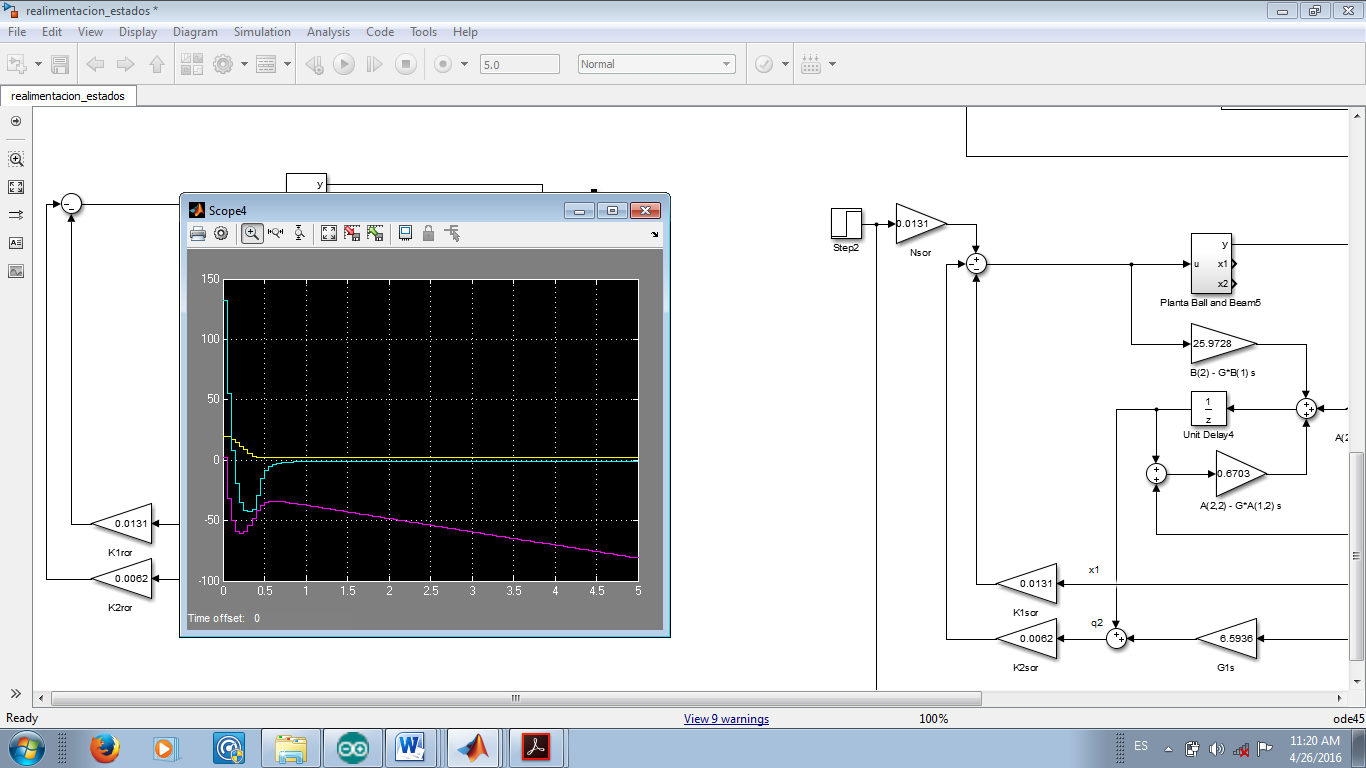
Esquema Regulador con Realimentación de Estados con Observador de Orden Completo:



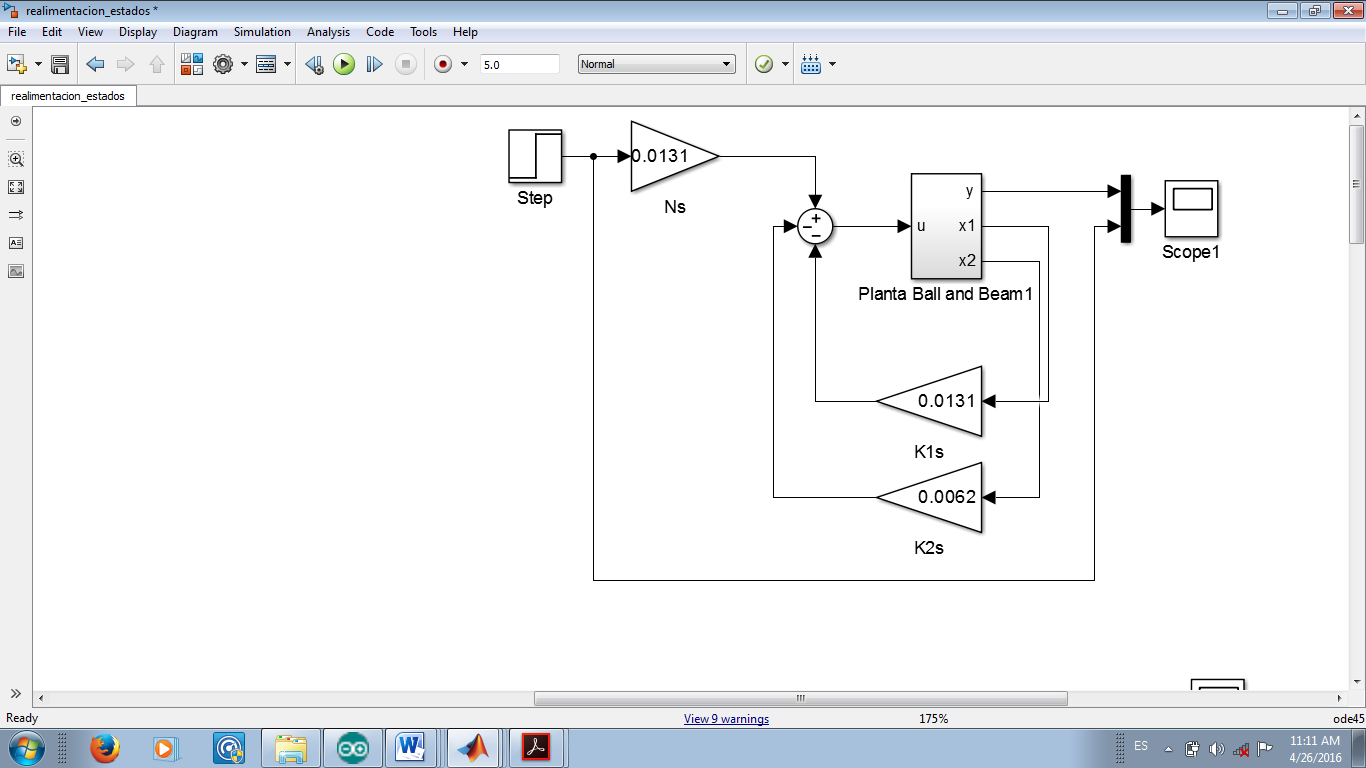


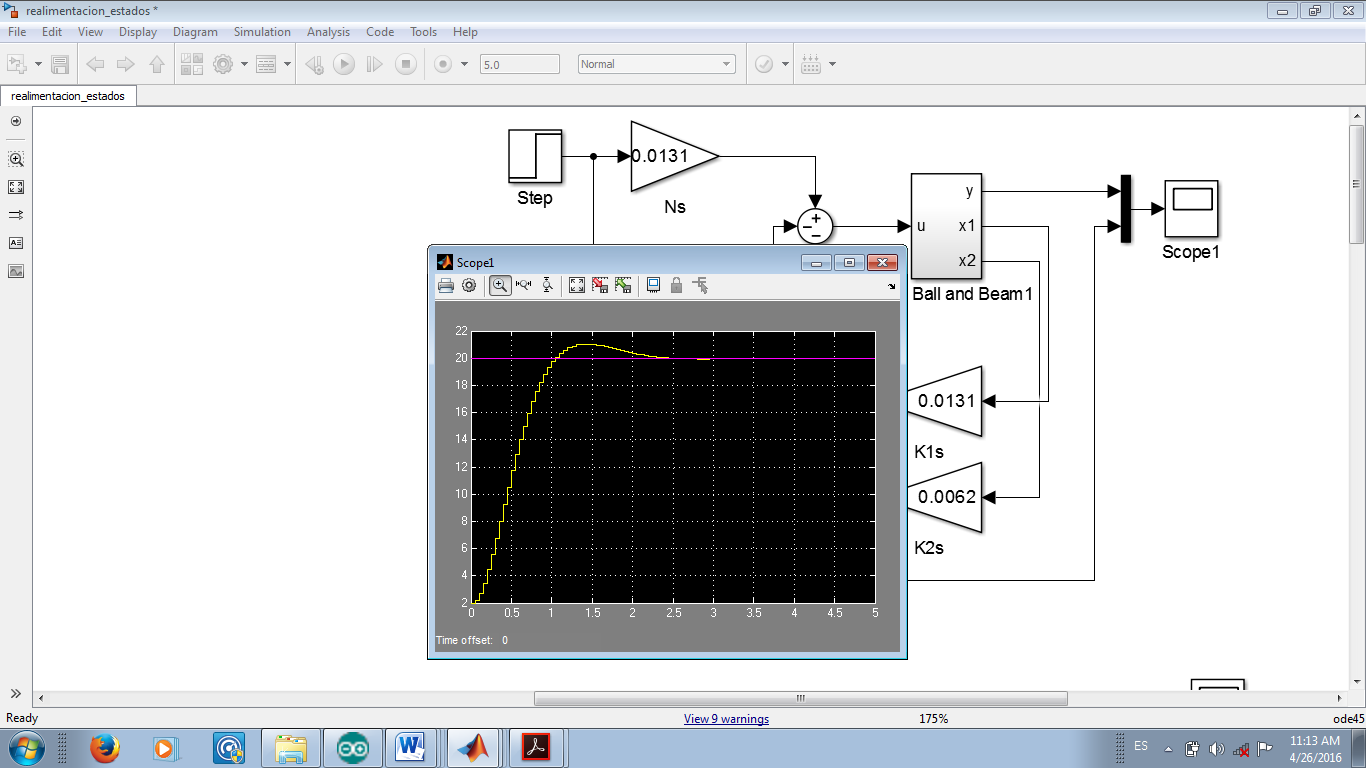
Esquema Regulador con Realimentación de Estados con Observador de Orden Reducido:



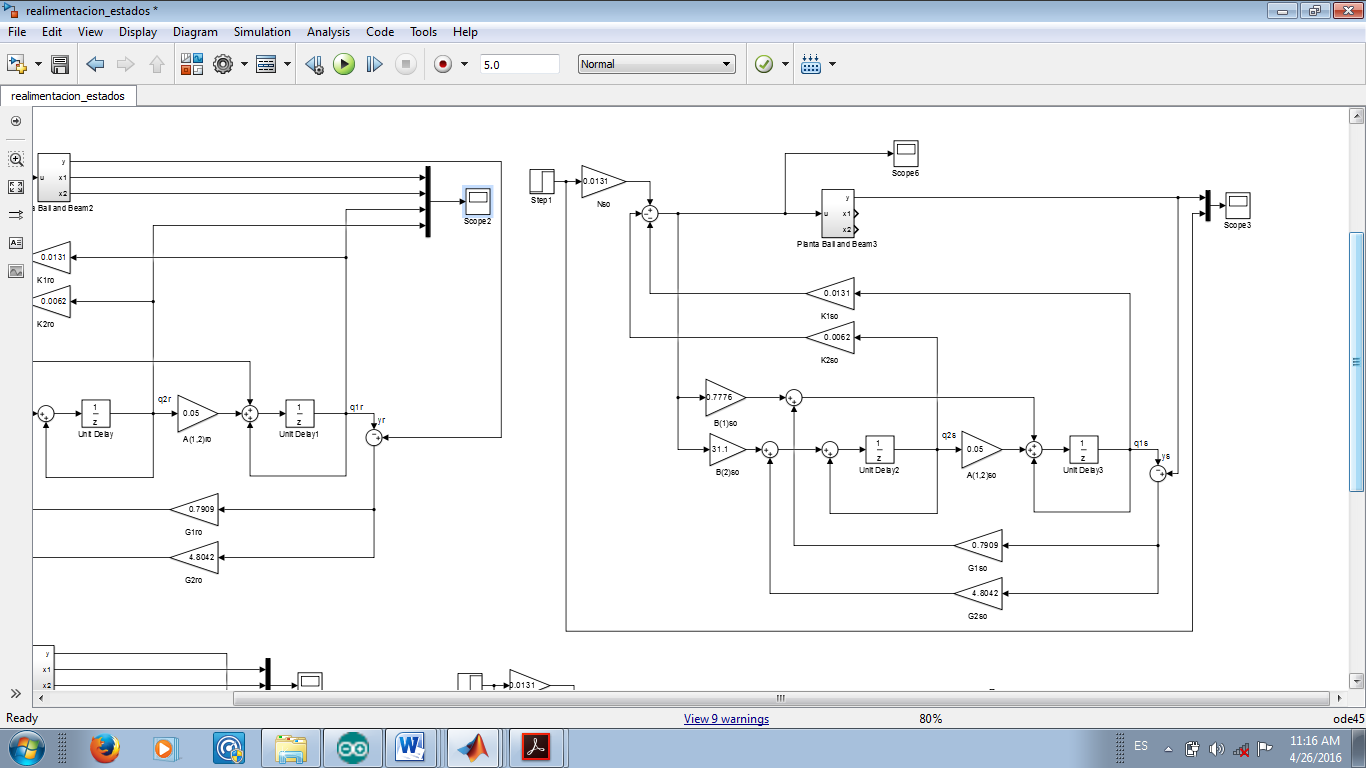


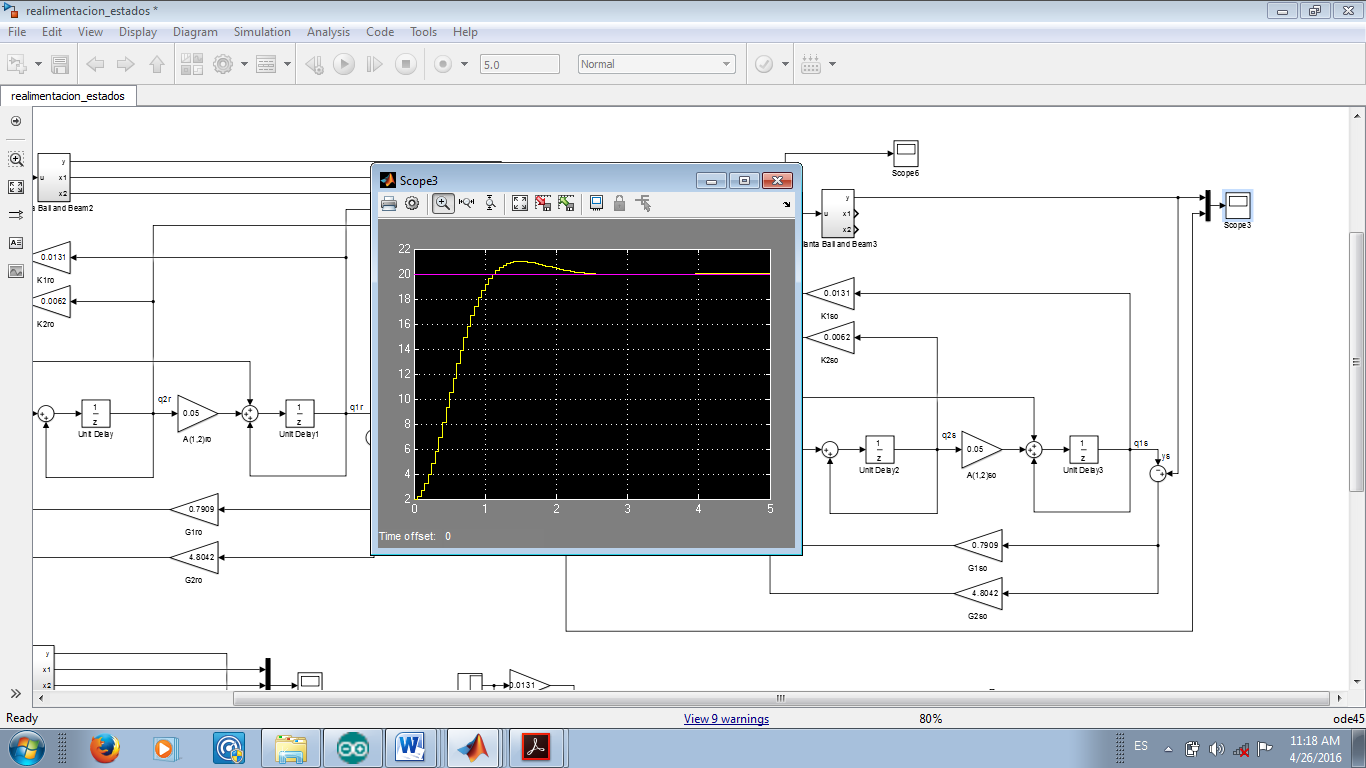
Esquema Seguidor con Realimentación de Orden Completo:



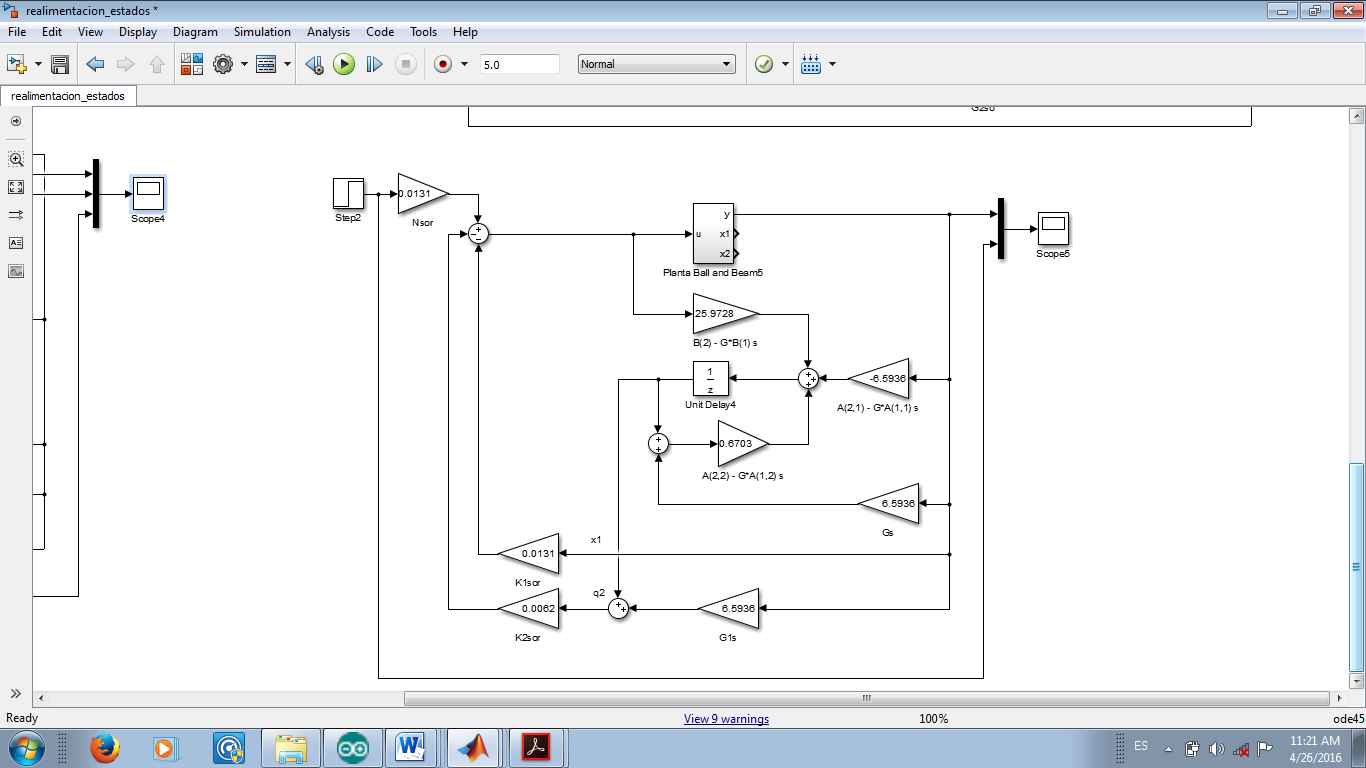


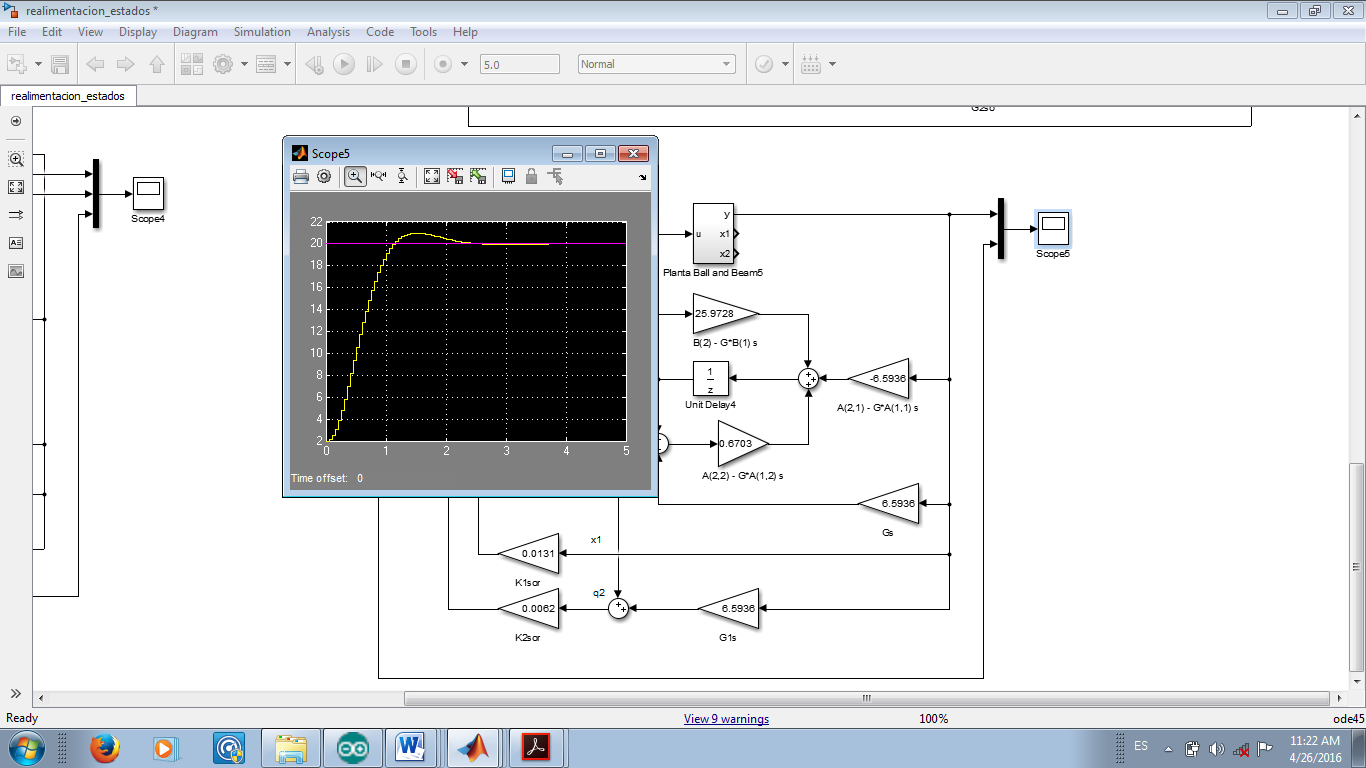
Esquema Seguidor con Realimentación de Estados con Observador de Orden Completo:





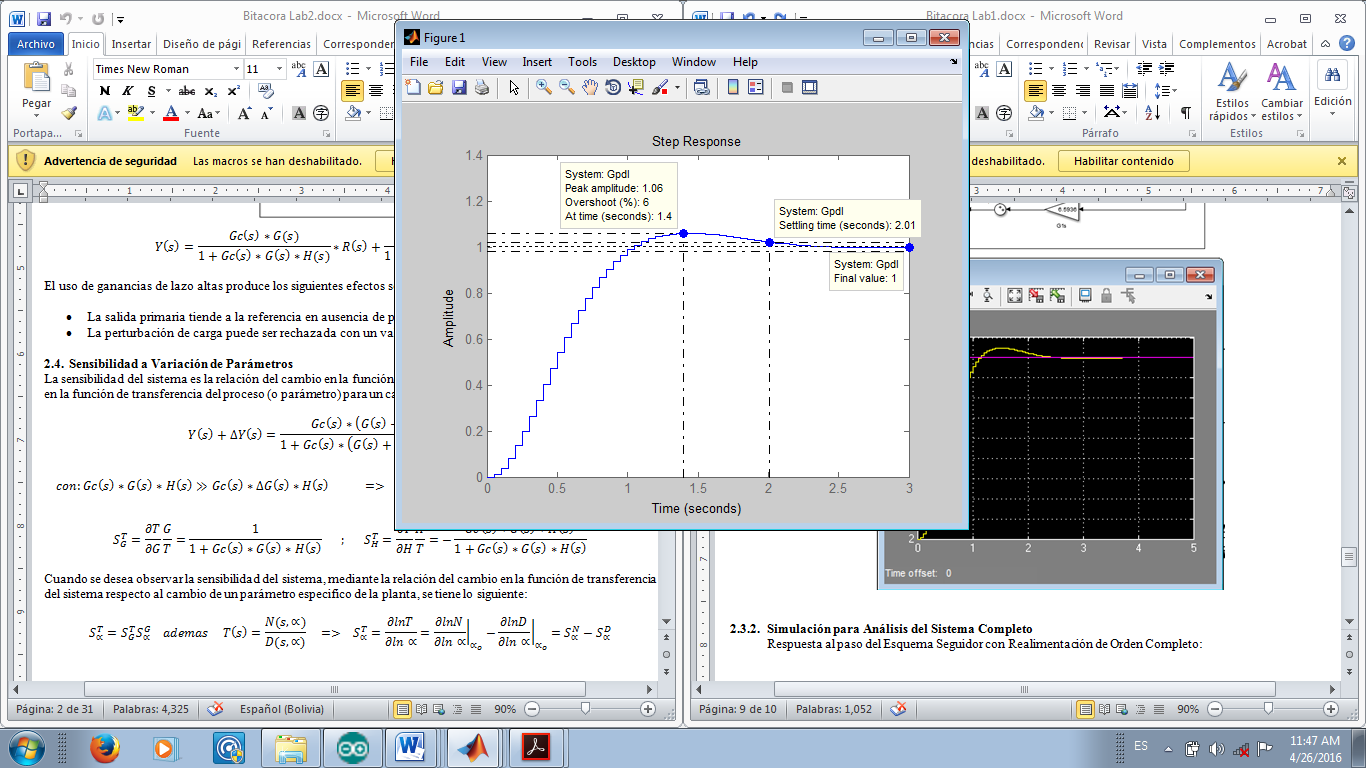
Esquema Seguidor con Realimentación de Estados con Observador de Orden Reducido:

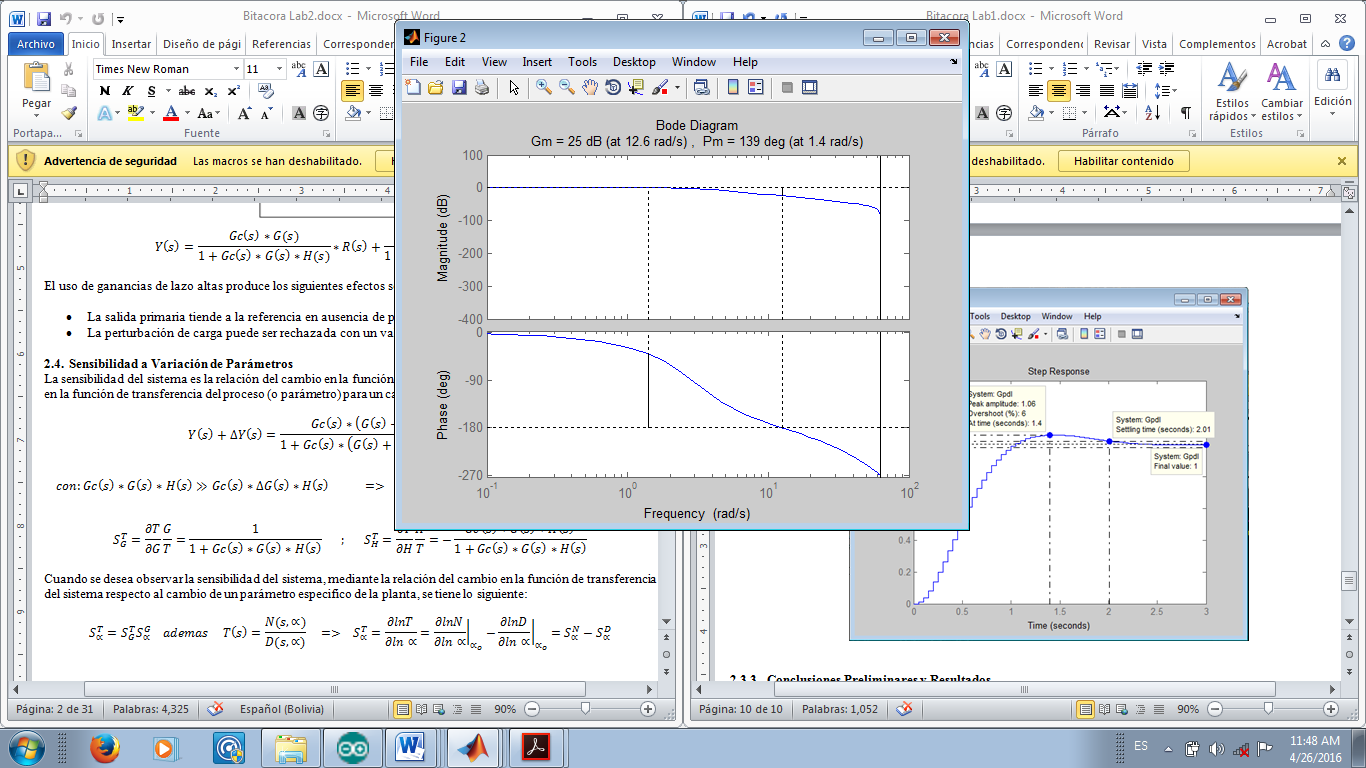




* + 1. **Simulación para Análisis del Sistema Completo**

Respuesta al paso y diagrama de Bode del Esquema Seguidor con Realimentación de Orden Completo:





Respuesta al paso y diagrama de Bode del Esquema Seguidor con Realimentación de Estados con Observador de Orden Completo:

Respuesta al paso y diagrama de Bode del Esquema Seguidor con Realimentación de Estados con Observador de Orden Reducido:

* + 1. **Conclusiones Preliminares y Resultados**
    2. **Comparación (Benchmarking)**
  1. **Trabajo de Implementación**
     1. **Elección de Transductores**
     2. **Adaptación de Señales**
     3. **Diseño Electrónico del Controlador**
     4. **Análisis de los Resultados Observados en Simulación**
     5. **Conclusiones Preliminares y Resultados de la Simulación**
     6. **Comparación (Benchmarking)**
  2. **Trabajo de Implementación Física**
  3. **Trabajo Orientado a conclusiones y recomendaciones**