

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Μάθημα	Σήματα και Συστήματα	<i>AEM</i>
Όνομα	Επώνυμο	$\text{mod}(AEM, 5)$
Βαθμολογία		Εξάμηνο

Να λύσετε τα προβλήματα, να επισυνάψετε τις λύσεις μετά τις εκφωνήσεις, να σκανάρετε το δοκίμιο και να το μετατρέψετε σε pdf. Να αναρτήσετε στο **elearning** το αρχείο pdf ως την **Τετάρτη 11 Ιανουαρίου 2023 και ώρα 13:00** Για να προσμετρηθεί ο επιπρόσθετος βαθμός στην τελική βαθμολογία θα πρέπει να συγκεντρώσετε τουλάχιστον 1.8 από τις 3.5 μονάδες στην 2η ενδιάμεση εξέταση είτε στο μέρος Β της τελικής γραπτής εξέτασης.

ΘΕΜΑ Β1 (Μονάδες 0.5)

$\text{mod}(AEM, 5) = 0$: Οι συχνότητες αποκοπής ενός ζωνοδιαβατού φίλτρου διακριτού χρόνου ορίζονται για τη ζώνη διάβασης $\omega_p = \frac{AEM}{80000} \pi$ και τη ζώνη αποκοπής $\omega_s = \frac{AEM}{40000} \pi$ ακτίνια ανά κύκλο δειγματοληψίας. Αν η περίοδος δειγματοληψίας είναι $T_s = 1$ msec, να εκφράσετε τις δύο συχνότητες σε Hz.

$\text{mod}(AEM, 5) = 1$: Έστω σήμα διακριτού χρόνου με μετασχηματισμό Fourier διακριτού χρόνου $X(\omega)$ που μηδενίζεται για $\frac{AEM}{10000} \pi \leq \omega < \pi$. Το σήμα μετατρέπεται σε σήμα συνεχούς χρόνου χρησιμοποιώντας το Θεώρημα Δειγματοληψίας του Shannon με περίοδο δειγματοληψίας $T_s = 1$ msec. Να προσδιορίσετε τις συχνότητες σε Hz για τις οποίες μηδενίζεται ο μετασχηματισμός Fourier συνεχούς χρόνου.

$\text{mod}(AEM, 5) = 2$: Ένα σήμα συνεχούς χρόνου υποβάλλεται σε δειγματοληψία με συχνότητα δειγματοληψίας $F_s = 10$ KHz. Υπολογίζετε το διακριτό μετασχηματισμό Fourier μήκους $N = 2048$ δειγμάτων. Να προσδιορίσετε την απόσταση δύο διαδοχικών δειγμάτων συχνότητας σε Hz.

$\text{mod}(AEM, 5) = 3$: Έστω δύο σήματα $x[n]$ μήκους $P = 15$ δειγμάτων και $h[n]$ μήκους $L = 30$ δειγμάτων. Υπολογίζουμε το διακριτό μετασχηματισμούς Fourier των δύο σημάτων για $N = 30$, τους πολλαπλασιάζουμε και αντιστρέφουμε την ακολουθία $W[k] = X[k]H[k]$. Ποιά δείγματα του σήματος $w[n]$ αντιστοιχούν σε έγκυρα δείγματα της γραμμικής συνέλιξης των σημάτων $x[n]$ και $h[n]$;

$\text{mod}(AEM, 5) = 4$: Να περιγράψετε τα βήματα του υπολογισμού της γραμμικής συνέλιξης δύο σημάτων $x[n]$ μήκους $N_1 = 20$ δειγμάτων και $h[n]$ μήκους $N_2 = 25$ δειγμάτων χρησιμοποιώντας διακριτούς μετασχηματισμούς Fourier.

ΘΕΜΑ Β2 (Μονάδες 0.5)

$\text{mod}(AEM, 5) = 0$: Αν $a > 0$, να υπολογίσετε τα μηδενικά και τους πόλους του συστήματος με κρουστική απόκριση $h[n] = a^n$ για $0 \leq n \leq N - 1$. Ποιά είναι η περιοχή σύγκλισης της συνάρτησης μεταφοράς του σήματος;

$\text{mod}(AEM, 5) = 1$: Να αντιστρέψετε τους μετασχηματισμούς \mathcal{Z} : α) $X(z) = \frac{2}{z-3}$, $|z| > 3$. β) $X(z) = \frac{2}{z-3}$, $|z| < 3$.

$\text{mod}(AEM, 5) = 2$: Να υπολογίσετε τη συνέλιξη $y[n] = x_1[n + 3] * x_2[-n + 2]$ αν $x_1[n] = (\frac{1}{2})^n u[n]$ και $x_2[n] = (\frac{1}{3})^n u[n]$ με χρήση του μετασχηματισμού \mathcal{Z} .

$\text{mod}(AEM, 5) = 3$: Έστω $x[n] = 2u[n]$ και $h[n] = a^n u[n]$ με $0 < a < 1$. Να υπολογίσετε την έξοδο του συστήματος χρησιμοποιώντας το μετασχηματισμό \mathcal{Z} .

$\text{mod}(AEM, 5) = 4$: Θεωρήστε το γραμμικό χρονοαμετάβλητο σύστημα διακριτού χρόνου με κρουστική απόκριση $h[n] = a^{-n} u[n]$. Με χρήση του μετασχηματισμού \mathcal{Z} να προσδιορίσετε τότε το σύστημα είναι α) αιτιατό και β) ευσταθές.

ΘΕΜΑ B3 (Μονάδες 0.5)

$\text{mod}(AEM, 5) = 0$: Θεωρήστε το σήμα διακριτού χρόνου

$$x[n] = \begin{cases} 1 & \text{αν } |n| \leq 2 \\ 0 & \text{αλλού.} \end{cases}$$

α) Να σχεδιάσετε το σήμα $x[n]$. Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε το μετασχηματισμό Fourier διακριτού χρόνου $X(\omega)$ του σήματος $x[n]$.

β) Να σχεδιάσετε το σήμα $x_{(2)}[n]$ και το μετασχηματισμό Fourier διακριτού χρόνου $X_{(2)}(\omega)$.

$\text{mod}(AEM, 5) = 1$ ή $\text{mod}(AEM, 5) = 2$: Ένα αιτιατό γραμμικό χρονοαμετάβλητο σύστημα διακριτού χρόνου ορίζεται από τη σχέση εισόδου-εξόδου:

$$\begin{aligned} y[n] - (4/3)y[n-1] + (1/3)y[n-2] &= x[n] & \text{αν } \text{mod}(AEM, 5) = 1 \\ y[n] - (4/3)y[n-1] + (1/3)y[n-2] &= x[n+1] & \text{αν } \text{mod}(AEM, 5) = 2 \end{aligned}$$

όπου $x[n]$ είναι η είσοδος και $y[n]$ είναι η έξοδος.

α) Να προσδιορίσετε τη συνάρτηση συστήματος.

β) Να βρείτε την κρουστική απόκριση του συστήματος.

γ) Να βρείτε τη βηματική απόκριση του συστήματος.

$\text{mod}(AEM, 5) = 3$ ή $\text{mod}(AEM, 5) = 4$: Η έξοδος ενός συστήματος διακριτού χρόνου σχετίζεται με την είσοδο $x[n]$ μέσω της εξίσωσης

$$\begin{aligned} y[n] &= x[n] + 0.9x[n-1] & \text{αν } \text{mod}(AEM, 5) = 3 \\ y[n] &= x[n] - 0.8x[n-1] & \text{αν } \text{mod}(AEM, 5) = 4. \end{aligned}$$

α) Να βρείτε τη συνάρτηση συστήματος, να προσδιορίσετε τους πόλους και τα μηδενικά της, να σχεδιάσετε το διάγραμμα πόλων-μηδενικών και να προσδιορίσετε την περιοχή σύγκλισης.

β) Ποιό είναι το μέτρο της απόκρισης συχνότητας του συστήματος;

γ) Ποιά είναι η συχνοτική συμπεριφορά του συστήματος.