

MatIntroMatNat

OPGAVEFORSIDE

AFLEVERINGSOPGAVE# 2

DATO(dd-mm-åå): 17. september 2022

Klasse# 6 Skemagruppe (A eller C): C

Studieretning: Machine Learning

Navn (inkl. mellemnavne):

Joshua Victor Niemelä

KU-brugernavn: gmw103

Hvis mapledelen er udfærdiget i samarbejde med andre (max. 2 andre) angives deres navne og KU-brugernavn her:

Opgave 2.1

a)

Grænseværdierne løst via Maple.

$$f(x) := \frac{3}{x} - \frac{3 \cos(x)}{\sin(x)}:$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (f(x)) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} (f(x)) = \infty$$

Grænseværdierne løst uden Maple.

b)

c)

Opgave 2.2

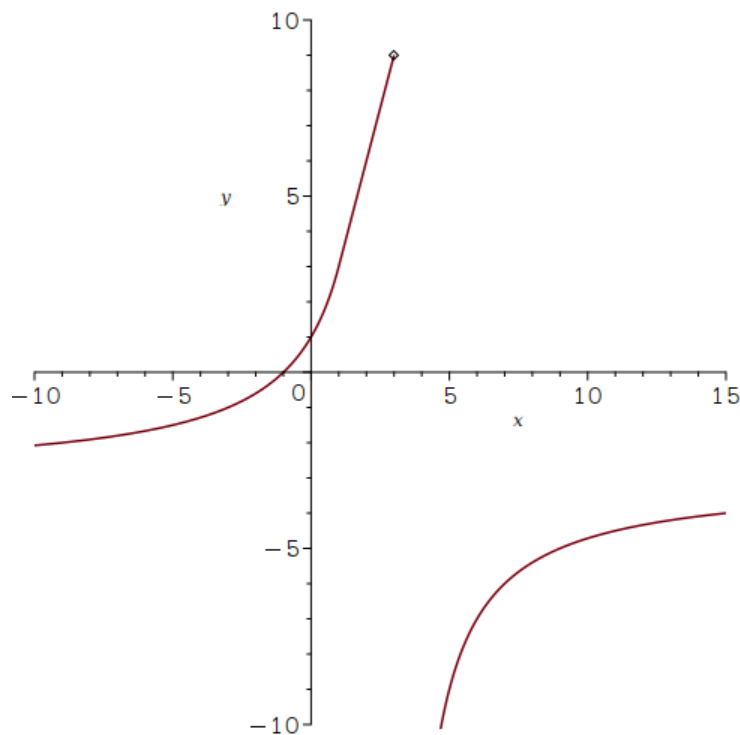
a)

with(plots):

$$f(x) := \text{piecewise}(x < 1, \frac{3 \cdot (1 - x^2)}{(x - 1) \cdot (x - 3)}, 1 \leq x \leq 3, 3 \cdot x, x > 3, \frac{3 \cdot (1 - x^2)}{(x - 1) \cdot (x - 3)})$$

$$f := x \mapsto \begin{cases} \frac{3 - 3 \cdot x^2}{(x - 1) \cdot (x - 3)} & x < 1 \\ 3 \cdot x & 1 \leq x \leq 3 \\ \frac{3 - 3 \cdot x^2}{(x - 1) \cdot (x - 3)} & 3 < x \end{cases} \quad (1)$$

plot(f(x), x = -10..15, y = -10..10, discontin = true)



Det ses at $f(x)$ har en diskontinuitet i $x = 3$. Derudover så går $f(x) \rightarrow -3$ når $x \rightarrow \pm\infty$.

b): Kan funktionen differentieres ved $x = 1$?

For at den sammensatte funktionen, $f(x)$ kan være differentiabel i $x=1$, skal have den samme grænseværdi ved $\lim_{x \rightarrow 1^+}$ og $\lim_{x \rightarrow 1^-}$

Jeg forsøger at beregne begge grænseværdier for at bekræfte at de har samme

værdi.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} 3x = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3(1-x^2)}{(x-1)(x-3)} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} 3x = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-3(x^2-1)}{(x-1)(x-3)} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} 3x = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-3(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-3)} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} 3x = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-3(x+1)}{(x-3)} \quad (6)$$

Indsætter $x=1$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} 3(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-3((1)+1)}{((1)-3)} \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} 3(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-3(2)}{-2} \quad (8)$$

$$3 = 3 \quad (9)$$

Begge dele af grænseværdien er 3, så funktionen er differentiabel i $x=1$.

Opgave 2.3

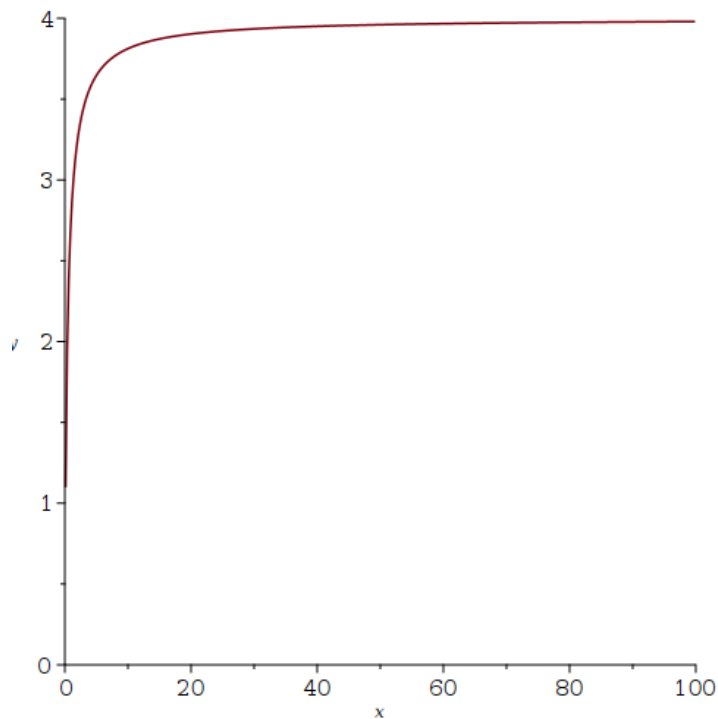
a): Plot $f(x)$

Jeg plotter funktionen med Maple:

with(plots):

$f(x) := 4 \cdot x \cdot (\ln(x+1) - \ln(x))$:

plot(f(x), x = 0..100, y = 0..4)



$f(x)$ ser ud til at gå imod grænseværdien 4.

b): Beregn værdier af $f(x)$ med Maple

Jeg bruger $f(x)$ fra opgave a) og beregner værdierne af 10^n fra 0 til 10 og derefter indsætter jeg dem i $f(x)$

Digits := 20:

`evalf(seq(f(x), x = seq(10^n, n = 0..10)))`

```
2.7725887222397812377, 3.812407192172994404,
3.9801323412672332, 3.998001332334133, 3.99980001333234,
3.9999800001332, 3.999998000000, 3.99999980000,
3.9999999800, 4.0, 4.0
```

(10)

Her ses at $f(x)$ går imod grænseværdien 4 for høje værdier af x , som forventet af opgave a)

c): Bestem grænseværdien uden brug af Maple

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} 4x(\ln(x+1) - \ln(x)), x > 0 \quad (11)$$

Bruger logaritmeegenskaber og udregner.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 4 \lim_{x \rightarrow \infty} x(\ln(\frac{x+1}{x})), x > 0 \quad (12)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 4 \lim_{x \rightarrow \infty} \ln \left(\left(\frac{x+1}{x} \right)^x \right), x > 0 \quad (13)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 4 \lim_{x \rightarrow \infty} \ln \left(\left(1 + \frac{1}{x} \right)^x \right), x > 0 \quad (14)$$

Jeg har en sammensat funktion som jeg forsøger at tage grænseværdien af, da logaritmen ikke er afhængig af x, kan jeg bare tage grænseværdien af den indre funktion.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 4 \ln \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x \right), x > 0 \quad (15)$$

Den indre funktion er definitionen på tallet e , så jeg erstatter det med e .

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 4 \ln(e), x > 0 \quad (16)$$

Logaritmen af e er 1, så jeg får grænseværdien af $f(x)$ til at være:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 4 \quad (17)$$

KOMMENTER RESULTATERNE HER