

# POLITEHNIKA PULA

Visoka tehničko-poslovna škola s p.j.  
Stručni studij politehnike

## Elementi strojeva 2 Projektni zadatak

Kristijan Cetina\*

Pula, 13. srpnja 2018.

### Sažetak

U ovom radu predstavljam proračun strojnog sklopa - vratila prijenosnika snage i pripadajućih ležajeva koji je zadan kao sastavni dio kolegija Elementi strojeva 2.

---

\*kcetina@politehnika-pula.hr, JMBAG: 2424011721

## Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Proračun sklopa</b>	<b>3</b>
2.1	Zadani parametri	3
2.2	Projektni proračun sklopa	3
2.3	Konstruiranje sklopa	4
2.4	Proračun reakcija u ležajevima	5
2.5	Izbor valjnih ležajeva i proračun stvarne trajnosti	6
2.6	Proračun momenata savijanja i naprezanja	7
<b>3</b>	<b>Kontrolni proračun vratila</b>	<b>9</b>
	<b>Literatura</b>	<b>14</b>
	<b>Dodatak A: Radionički nacrt sklopa</b>	<b>15</b>

# 1 Uvod

Ovaj projektni zadatak nastoj je kao obavezni zadatak u sklopu kolegija Elementi strojeva 2 koji se održava pod vodstvom prof. dr. sc. Božidara Križana na stručnom studiju politehnike na Politehnici Pula.

U ovom radu obrađen je proračun vratila prijenosnika snage s pripadajućim ležajevima. Prema zadatku bilo je potrebno odrediti dimenzije vratila i ležaja te odabrati prikladni ležaj u odnosu na postavljene zahtjeve prenosa snage i traženu minimalnu trajnost.

## 2 Proračun sklopa

### 2.1 Zadani parametri

Prema projektnom zadatku zadani su sljedeći parametri sklopa:

Snaga koju prenose zupčanik i vratilo	$P = 23kW$
Brzina vrtnje	$800min^{-1}$
Materijal vratila	Ck45
Korjeni promjer zupčanika	$d_f = 96,25mm$
Diobeni promjer zupčanika	$d = 110mm$
Tjemeni promjer zupčanika	$d_a = 121mm$
Širina zupčanika	$b_z = 115mm$
Faktor sigurnosti	$\nu_d = 1,3$
Hrapavost površine na kritičnim mjestima	$R_a = 0,8\mu m$
Razmak ležajeva	$l = 165mm$
Razmak između središta ležaja A i središta zupčanika	$a = 80mm$
Minimalna trajnost ležajeva	$L_{10hmin} = 12000sati$

Mehanička svojstva korištenog materijala su sljedeća:

$$\begin{aligned}R_{dt0} &= 340 \frac{N}{mm^2} \\ R_{ds-1} &= 370 \frac{N}{mm^2} \\ R_e &= 490 \frac{N}{mm^2} \\ R_m &= 700 \frac{N}{mm^2}\end{aligned}$$

### 2.2 Projektni proračun sklopa

U projektnom proračunu sklopa ne uzima se u obzir svi detalji sklopa kao niti koncentracije lokalnog naprezanja, ali se zato uzima značajno veći faktor sigurnosti kako bi kompenzirali za izostavljene faktore. U projektnom proračunu za određivanje početnog promjera vratila uzeti su u obzir samo snaga koja se prenosi i materijal od kojeg se izrađuje vratilo. Kao mjerodavne vrijednosti uzeto je torzijsko naprezanje koje mora biti manje od dopuštenog, a faktor sigurnosti je usvojen  $\nu = 12$ . Kao glavni uvjet uzet je kriterij čvrstoće pri kojem torzijsko naprezanje mora biti manje od dopuštenog pri čemu torzijsko naprezanje možemo izraziti pomoću izraza

$$\tau_t = \frac{T}{W_p} \quad (1)$$

pri čemu je  $W_p$  za okrugli puni popreči presjek jednak

$$W_p = \frac{d_1^3 \cdot \pi}{16} \quad (2)$$

Okretni moment koji se prenosi izračunat je pomoću sljedećeg izraza

$$T = \frac{P}{\omega} \quad (3)$$

pri čemu je obodna brzina  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$ , a  $n$  je izražen u okretajima u sekundi  $[s^{-1}]$ . Uvršavanjem poznatih podataka u (3) dobije se okretni moment

$$T = \frac{60 \cdot 23 \cdot 10^3}{2 \cdot \pi \cdot 800}$$

$$T = \mathbf{274,5 \text{ Nm}}$$

Promjer vratila je izračunat pomoću izraza

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T \cdot \nu}{R_{dt0} \cdot \pi}} \quad (4)$$

Uvršavanjem poznatih podataka u izraz (4) dobije se početni promjer vratila  $d_1$

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 274,5 \cdot 10^3 \cdot 12}{340 \cdot \pi}}$$

$$d_1 \geq \mathbf{36,68mm}$$

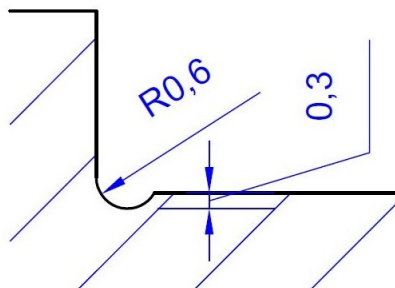
## 2.3 Konstruiranje sklopa

Prema tablici standardnih dimenzija krajeva cilindričnog vratila prema normi DIN 748 usvojena je dimenzija **38x80 DIN 748** ( $\phi 38k6$ ). Maksimalni radijus prijelaza je  $r_{max} = 1mm$ .

Prema tablici standardnih dimenzija uložnih pera po DIN 6885 normi usvojeno je pero **DIN6885 – A10 × 8 × 70 – E295** s dubinom utora u vratilu  $t_1 = 5mm$ . Dimenzija  $d_2$  je zbog standardnih dimenzija ležajeva usvojena **d<sub>2</sub> = 45mm**

### Žlijeb za izlaz alata

Usvojeme dimenzije žlijeba za izlaz alata prema  $d_2$  su **DIN 509 – E 0,6 × 0,3** ( $\rho_1 = 0,6mm$ ,  $t_1 = 0,3mm$ ). Na slici 1 prikazan je žlijeb za izlaz alata.



Slika 1: Skica žlijeba za izlaz alata

### Visina bočnog oslonca ležaja

Kao vrijednost visine bočnog oslonca ležaja usvojena je vrijednost  $h = 3,5mm$ . Promjer  $d_3$  je izračunat kao  $d_3 = d_2 + 2 \cdot h = \mathbf{52mm}$ . Vrijednost radijusa zakrivljenja  $\rho_2$  je usvojen  $\rho_2 = 5mm$ .

## 2.4 Proračun reakcija u ležajevima

Tangencijalna sila između zupčanika je izračunata pomoću momenta koji se prenosi i promjera zupčanika

$$F_t = \frac{2T}{d}$$

$$F_t = \frac{2 \cdot 274,5 \cdot 10^3}{110}$$

$$F_t = \mathbf{4990,9N}$$

Radijalna sila je izračunata pomoću tangencijalne sile i poznatog kuta zahvata zuba zupčanika koji iznosi  $\alpha_n = 20^\circ$

$$F_r = F_t \cdot \tan \alpha_n$$

$$F_r = 4990,9 \cdot \tan 20^\circ$$

$$F_r = \mathbf{1816,5N}$$

Kako sile međusobno djeluju pod pravim kutem njihova rezultanta se može izračunati po Pitagorinom poučku kao korijen zbroja kvadrata sila

$$F = \sqrt{F_t^2 + F_r^2}$$

$$F = \sqrt{4990,9^2 + 1816,5^2}$$

$$F = \mathbf{5311,2N}$$

Reakcija u osloncu  $B$  izračunata je pomoću uvijeta ravnoteže sume momenta oko oslonca  $A$

$$F_B = \frac{F \cdot 80}{168}$$

$$F_B = \frac{5311,2 \text{ N} \cdot 80}{168}$$

$$F_B = \mathbf{2575,1 \text{ N}}$$

reakcija u osloncu  $A$  izračunata je pomoću uvijeta ravnoteže sustava u kojem je suma sila i reakcija jednaka nuli

$$F_A = F - F_B$$

$$F_A = 5311,2 - 2575,1$$

$$F_A = \mathbf{2736,1 \text{ N}}$$

## 2.5 Izbor valjnih ležajeva i proračun stvarne trajnosti

Trajnost ležajeva se može proračunati po izrazu

$$L_{10h} = \left( \frac{C}{F} \cdot f_t \right)^p \cdot \frac{10^6}{60 \cdot n} \quad (5)$$

pri čemu je  $C$  - dinamička nosivost ležaja,  $p$  - eksponent vijeka trajanja. Za kuglične ležajeve  $p = 3$  i  $f_t$  - temperaturni faktor. Za  $\vartheta < 150^\circ \text{C} \Rightarrow f_t = 1$ .

Iz izraza (5) može se izračunati minimalna potrebna dinamička nosivost ležaja

$$C = \frac{F}{f_t} \cdot \sqrt[3]{\frac{L_{10h} \cdot 60 \cdot n}{10^6}}$$

$$C = \frac{2736,1}{1} \cdot \sqrt[3]{\frac{12000 \cdot 60 \cdot 800}{10^6}}$$

$$C \cong \mathbf{22,8 \text{ kN}}$$

Nakon pregleda kataloških podataka dostupnih ležajeva odabran je ležaj **SKF 6209** koji ima dinamičku nosivost od  $C = 35,1 \text{ kN}$ .

### Proračun stvarne trajnosti

Po izrazu (5) sada se može izračunati stvarna trajnost za odabrani ležaj

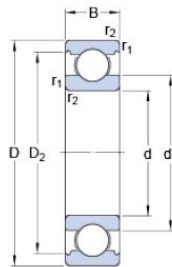
$$L_{10h} = \left( \frac{35100}{2736,1} \cdot 1 \right)^3 \cdot \frac{10^6}{60 \cdot 800}$$

$$L_{10h} = \mathbf{43983 \text{ h}}$$

## 6209

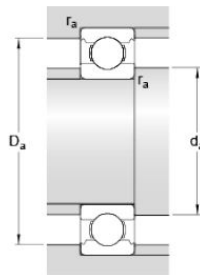
Popular item  
SKF Explorer

### Dimensions



d	45	mm
D	85	mm
B	19	mm
d <sub>1</sub>	57.6	mm
D <sub>2</sub>	75.19	mm
r <sub>1,2</sub>	min. 1.1	mm

### Abutment dimensions



d <sub>a</sub>	min. 52	mm
D <sub>a</sub>	max. 78	mm
r <sub>a</sub>	max. 1	mm

Slika 2: Tehnički podaci odabranog ležaja SKF 6209

## 2.6 Proračun momenata savijanja i naprezanja

U nastavku su dani proračuni momenata savijanja i naprezanja za svaki kritični presjek naznačen na slici 3.

$$M_{S1} = F_A \cdot \frac{B}{2} = 2736,1 \cdot \frac{19}{2} = 25933 Nmm$$

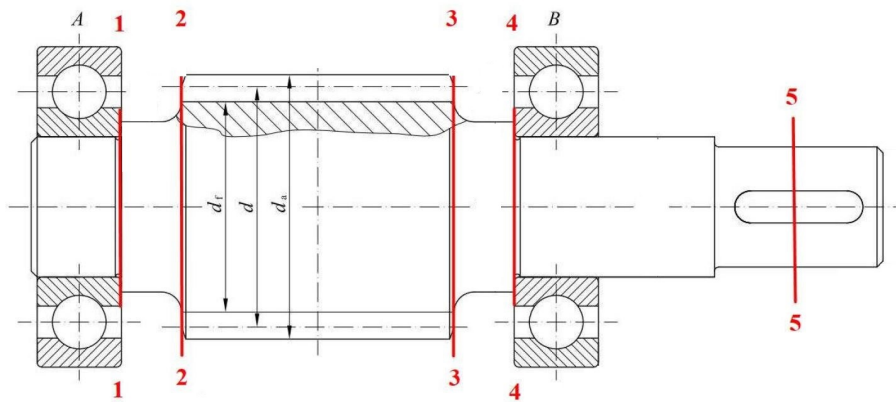
$$M_{S2} = F_A \cdot \left(a - \frac{b_z}{2}\right) = 2736,1 \cdot \left(80 - \frac{115}{2}\right) = 61562,3 Nmm$$

$$M_{S3} = F_B \cdot \left(l - a - \frac{b_z}{2}\right) = 2575,1 \cdot \left(165 - 80 - \frac{115}{2}\right) = 70815,3 Nmm$$

$$M_{S4} = F_B \cdot \frac{B}{2} = 2575,1 \cdot \frac{19}{2} = 24463,5 Nmm$$

$$M_{S5} = 0$$





Slika 3: Prikaz kritičnih presjeka na vratilu

### Geometrijske karakteristike poprečnih presjeka - $W$

$$W_1 = W_4 = \frac{d_2^3 \cdot \pi}{32} = \frac{45^3 \cdot \pi}{32} = 8946,2 \text{ mm}^3$$

$$W_2 = W_3 = \frac{d_3^3 \cdot \pi}{32} = \frac{52^3 \cdot \pi}{32} = 13804,2 \text{ mm}^3$$

### Polarni momenti otpora - $W_p$

$$W_{p2} = W_{p3} = \frac{d_3^3 \cdot \pi}{16} = \frac{52^3 \cdot \pi}{16} = 27608,3 \text{ mm}^3$$

$$W_{p4} = \frac{d_2^3 \cdot \pi}{16} = \frac{45^3 \cdot \pi}{16} = 17892,4 \text{ mm}^3$$

$$W_{p5} = \frac{(d_1 - t_1)^3 \cdot \pi}{16} = \frac{(38 - 5)^3 \cdot \pi}{16} = 7056,2 \text{ mm}^3$$

### presjek 1-1

$$\sigma_{s1} = \frac{M_{S1}}{W_1} = \frac{25933}{8946,2} = 2,9 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

#### presjek 2-2

$$\begin{aligned}\sigma_{s2} &= \frac{M_{S2}}{W_2} = \frac{61562,3}{13804,2} = 4,6 \frac{N}{mm^2} \\ \tau_{t2} &= \frac{T}{W_{p2}} = \frac{274,5 \cdot 10^3}{27608,3} = 9,9 \frac{N}{mm^2} \\ \sigma_{ekv2} &= \sqrt{\sigma_{s2}^2 + 3 \cdot (0,7 \cdot \tau_{t2})^2} \\ \sigma_{ekv2} &= \sqrt{4,6^2 + 3 \cdot (0,7 \cdot 9,9)^2} = \mathbf{12,9 \frac{N}{mm^2}}\end{aligned}$$

#### presjek 3-3

$$\begin{aligned}\sigma_{s3} &= \frac{M_{S3}}{W_3} = \frac{70815,3}{13804,2} = 5,1 \frac{N}{mm^2} \\ \tau_{t3} &= \frac{T}{W_{p3}} = \frac{274,5 \cdot 10^3}{27608,3} = 9,9 \frac{N}{mm^2} \\ \sigma_{ekv3} &= \sqrt{\sigma_{s3}^2 + 3 \cdot (0,7 \cdot \tau_{t3})^2} \\ \sigma_{ekv3} &= \sqrt{5,1^2 + 3 \cdot (0,7 \cdot 9,9)^2} = \mathbf{13 \frac{N}{mm^2}}\end{aligned}$$

#### presjek 4-4

$$\begin{aligned}\sigma_{s4} &= \frac{M_{S4}}{W_4} = \frac{23175,9}{8946,2} = 2,6 \frac{N}{mm^2} \\ \tau_{t4} &= \frac{T}{W_{p4}} = \frac{274,5 \cdot 10^3}{17892,4} = 15,3 \frac{N}{mm^2} \\ \sigma_{ekv4} &= \sqrt{\sigma_{s4}^2 + 3 \cdot (0,7 \cdot \tau_{t4})^2} \\ \sigma_{ekv4} &= \sqrt{2,6^2 + 3 \cdot (0,7 \cdot 15,3)^2} = \mathbf{18,7 \frac{N}{mm^2}}\end{aligned}$$

#### presjek 5-5

$$\tau_{t5} = \frac{T}{W_{p5}} = \frac{274,5 \cdot 10^3}{7056,2} = \mathbf{38,9 \frac{N}{mm^2}}$$

### 3 Kontrolni proračun vratila

Dopušteno naprezanje pri savijanju u kontrolnom proračunu uzima u obzir trajnu izmjeničnu dinamičku čvrstoću materijala pri savijanju, faktore  $b_{1\sigma}$  - faktor utjecaja površinske hrapavosti za vlak/tlak i savijanje,  $b_2$  - faktor utjecaja veličine konstrukcijskog elementa,  $\nu_d$  - faktor sigurnosti prikladan

za kontrolni proračun te  $\beta_{ks}$  - efektivni faktor koncentracije naprezanja pri savijanju i to sve u sljedećem izrazu

$$\sigma_{sdop} = \frac{R_{ds-1} \cdot b_{1\sigma} \cdot b_2}{\nu_d \cdot \beta_{ks}} \quad (6)$$

Za izračunati dopušteno naprezanje potrebni su i sljedeći podaci

$$\begin{aligned} R_z &= 4 \cdot R_a \\ R_z &= 4 \cdot 0,8 \mu m \\ R_z &= \mathbf{3,2 \mu m} \end{aligned}$$

Faktor  $b_{1\sigma}$  vrijedi isti za cijeli sklop jer je navedeni kompletan izrađen od istog materijala jednake površinske obrade, a izračunat je po sljedećem izrazu

$$\begin{aligned} b_{1\sigma} &= 1 - 0,22 \cdot \log R_z \left( \log \frac{R_m}{20} - 1 \right) \\ b_{1\sigma} &= 1 - 0,22 \cdot \log 3,2 \left( \log \frac{700}{20} - 1 \right) \\ b_{1\sigma} &= \mathbf{0,939} \end{aligned}$$

Efektivni faktor koncentracije naprezanja pri savijanju  $\beta_{ks}$  se računa za svaki kritični presjek i to po izrazu

$$\beta_{ks} = 1 + \eta_k \cdot (\alpha_{ks} - 1) \quad (7)$$

Faktor osjetljivosti materijala na koncentraciju naprezanja  $\eta_k$  se računa po sljedećem izrazu

$$\eta_k = \frac{1}{1 + \frac{8}{\rho} \cdot \left( 1 - \frac{R_e}{R_m} \right)^3} \quad (8)$$

Geometrijski faktor koncentracije naprezanja pri savijanju  $\alpha_{ks}$  je očitao iz skripte, slika 8 na stranici 6. Faktor utjecaja veličine konstrukcijskog elementa  $b_2$  je očitao iz slike 7, stranica 5 skripte.

### presjek 1-1

Zakrivljenost žlijeba za izlaz alata je  $\rho_1 = 0,6mm$ , vrijednost geometrijskog faktora koncentracije naprezanja pri savijanju je očitana  $\alpha_{ks} = 3,1$  i faktor utjecaja veličine konstrukcijskog elementa je  $d_2 = 45mm \Rightarrow b_2 = 0,835$ . Kada se uvrste poznati podaci u (8) faktor osjetljivosti materijala na koncentraciju naprezanja  $\eta_k$  za navedene presjeke iznosi

$$\begin{aligned} \eta_k &= \frac{1}{1 + \frac{8}{0,6} \cdot \left( 1 - \frac{490}{700} \right)^3} \\ \eta_k &= \mathbf{0,735} \end{aligned}$$

$\alpha_{ks}$  je očitán iz slike 8 na stranici 6 s slijedećim parametrima:

$$\begin{aligned}d &= d_2 - t_1 = 44,7mm \\D &= d_3 = 52mm \\ \rho &= 1mm \\ t &= \frac{D - d}{2} = 3,65mm\end{aligned}$$

Uvrštavanjem poznatih podataka u (7) dobije se

$$\begin{aligned}\beta_{ks} &= 1 + 0,735 \cdot (3,1 - 1) \\ \beta_{ks} &= 2,54\end{aligned}$$

Slijedom navedenog može se izračunati dopušteno naprezanje za navedene presjeke uvrštavanjem poznatih podataka u izraz (6)

$$\begin{aligned}\sigma_{sdop1} &= \frac{370 \cdot 0,939 \cdot 0,835}{1,3 \cdot 2,54} \\ \sigma_{sdop1} &= 88 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \\ \sigma_{sdop1} &> \sigma_{s1}\end{aligned}$$

Vidljivo je kako dopušteno naprezanje iznosi više od ekvivalentnih naprezanja koji se javljaju u danim presjecima te da oni zadovoljavaju kriterij čvrstoće.

## presjek 2-2

Za dane presjeke  $d_3 = 52mm \Rightarrow b_2 = 0,814$ , zakrivljenje  $\rho = 5mm$  i  $\alpha_{ks} = 1,9$ . Uvrštavanjem poznatih podataka u (8) faktor osjetljivosti materijala na koncentraciju naprezanja  $\eta_k$  za navedene presjeke iznosi

$$\begin{aligned}\eta_k &= \frac{1}{1 + \frac{8}{5} \cdot \left(1 - \frac{490}{700}\right)^3} \\ \eta_k &= 0,956\end{aligned}$$

$\alpha_{ks}$  je očitán iz slike 8 na stranici 6 s slijedećim parametrima:

$$\begin{aligned}d &= d_3 = 47mm \\D &= d_f = 96,25mm \\ \rho &= \rho_2 = 5mm \\ t &= \frac{D - d}{2} = 22,125mm\end{aligned}$$

Uvrštavanjem poznatih podataka u (7) dobije se

$$\begin{aligned}\beta_{ks} &= 1 + 0,956 \cdot (1,9 - 1) \\ \beta_{ks} &= 1,86\end{aligned}$$

Slijednom izračunatog može se izračunati dopušteno naprezanje za navedene presjeke uvrštavanjem poznatih podataka u izraz (6)

$$\sigma_{sdop} = \frac{370 \cdot 0,939 \cdot 0,814}{1,3 \cdot 1,86}$$

$$\sigma_{sdop} = 117 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Vidljivo je kako dopušteno naprezanje iznosi više od ekvivalentnih naprezanja koji se javljaju u danim presjecima te da oni zadovoljavaju kriterij čvrstoće.

### presjek 3-3

U pogledu konstrukcijskih karakteristika i naprezanaja presjeci 2-2 i 3-3 mogu se smatrati jednakima te je stoga i njihovo dopušteno naprezanje jednako.

$$\sigma_{sdop3} = \sigma_{sdop2}$$

$$\sigma_{sdop3} > \sigma_{s3}$$

### presjek 4-4

U pogledu konstrukcijskih karakteristika i naprezanaja presjeci 1-1 i 4-4 mogu se smatrati jednakima te je stoga i njihovo dopušteno naprezanje jednako.

$$\sigma_{sdop4} = \sigma_{sdop1}$$

$$\sigma_{sdop4} > \sigma_{s4}$$

### presjek 5-5

U presjeku 5-5 djeluje samo torzijsko naprezanje te se dopušteno naprezanje računa s podacima za tu vrstu naprezanja po izrazu

$$\tau_{tdop} = \frac{R_{dt0} \cdot b_{1\tau} \cdot b_2}{\nu_d \cdot \beta_{kt}} \quad (9)$$

pri čemu su  $R_{dt0}$  - trajna ishodišna dinamička čvrstoća pri torziji,  $b_{1\tau}$  - faktor utjecaja površinske hrapavosti za torziju i  $\beta_{kt}$  - efektivni faktor koncentracije naprezanja pri torziji. Efektivni faktor koncentracije naprezanja pri torziji  $\beta_{kt}$  računa se po izrazu

$$\beta_{kt} = 1 + \eta_k \cdot (\alpha_{kt} - 1) \quad (10)$$

Za zadani presjek  $d_1 = 38mm \Rightarrow b_2 = 0,856$ , iz slike 7, stranica 10 skripte očitani su  $\alpha_{kt} = 2,8$  i  $\rho = 0,25mm$ .  $b_{1\tau}$  - faktor utjecaja poršinske hrpa-vosti za torziju izračunat je po izrazu

$$\begin{aligned} b_{1\tau} &= 0,575 \cdot b_{1\sigma} + 0,425 \\ b_{1\tau} &= 0,575 \cdot 0,939 + 0,425 \\ b_{1\tau} &= 0,965 \end{aligned}$$

Uvrštanjem poznatih podataka u (8) faktor osjetljivosti materijala na koncentraciju naprezanja  $\eta_k$  za navedeni presjek iznosi

$$\begin{aligned} \eta_k &= \frac{1}{1 + \frac{8}{0,25} \cdot \left(1 - \frac{490}{700}\right)^3} \\ \eta_k &= 0,54 \end{aligned}$$

Uvrštavanjem poznatih podataka u (10) dobije se

$$\begin{aligned} \beta_{kt} &= 1 + 0,54 \cdot (2,8 - 1) \\ \beta_{kt} &= 1,97 \end{aligned}$$

Slijednom izračunatog može se izračunati dopušteno naprezanje za navedeni presjek uvrštavanjem poznatih podataka u izraz (9)

$$\begin{aligned} \tau_{tdop} &= \frac{340 \cdot 0,965 \cdot 0,856}{1,3 \cdot 1,97} \\ \tau_{tdop} &= \mathbf{109,7 \frac{N}{mm^2}} \\ \tau_{tdop} &> \tau_{t5} \end{aligned}$$

Vidljivo je kako dopušteno naprezanje iznosi više od torzijskog naprezanja koji se javlja u danom presjeku te da isti zadovoljava kriterij čvrstoće.

## Literatura

- [1] B. Križan, *Interna skripta iz kolegija Elementi strojeva 2 za konstrukcijske vježbe*. Politehnika Pula, 2018.
- [2] B. Križan, *Osnove proračuna i oblikovanja konstrukcijskih elemenata*. Školska knjiga, Zagreb, 2008.

