

POLITEHNIKA PULA

Visoka tehničko-poslovna škola s p.j.
Stručni studij politehnike

Elementi strojeva 2 Projektni zadatak

Kristijan Cetina*

Pula, 24. svibnja 2018.

Sažetak

U ovom radu predstavljam proračun strojnog sklopa - vratila prijenosnika snage i pripadajućih ležajeva koji je zadan kao sastavni dio kolegija Elementi strojeva 2.

*kcetina@politehnika-pula.hr, JMBAG: 2424011721

Sadržaj

1	Uvod	2
2	Proračun sklopa	3
2.1	Zadani parametri	3
2.2	Projektni proračun sklopa	3
2.3	Konstruiranje sklopa	4
2.4	Proračun reakcija u ležajevima	5
2.5	Izbor valjnih ležajeva i proračun stvarne trajnosti	6
2.6	Proračun momenata savijanja i naprezanja	7
3	Kontrolni proračun vratila	9
	Literatura	14
	Dodatak A: Radionički nacrt vratila	15

1 Uvod

Ovaj projektni zadatak nastoj je kao obavezni zadatak u sklopu kolegija Elementi strojeva 2 koji se održava pod vodstvom prof. dr. sc. Božidara Križana na stručnom studiju politehnike na Politehnici Pula.

U ovom radu obrađen je proračun vratila prijenosnika snage s pripadajućim ležajevima. Prema zadatku bilo je potrebno odrediti dimenzije vratila i ležaja te odabrati prikladni ležaj u odnosu na postavljene zahtjeve prenosa snage i traženu minimalnu trajnost.

2 Proračun sklopa

2.1 Zadani parametri

Prema projektnom zadatku zadani su sljedeći parametri sklopa:

Snaga koju prenose zupčanik i vratilo

Snaga koju prenose zupčanik i vratilo	$P = 23kW$
Brzina vrtnje	$800min^{-1}$
Materijal vratila	Ck45
Korjeni promjer zupčanika	$d_f = 96,25mm$
Diobeni promjer zupčanika	$d = 110mm$
Tjemeni promjer zupčanika	$d_a = 121mm$
Širina zupčanika	$b_z = 115mm$
Faktor sigurnosti	$\nu_d = 1,3$
Hrapavost površine na kritičnim mjestima	$R_a = 0,8\mu m$
Razmak ležajeva	$l = 165mm$
Razmak između središta ležaja A i središta zupčanika	$a = 80mm$
Minimalna trajnost ležajeva	$L_{10hmin} = 12000sati$

Mehanička svojstva korištenog materijala su sljedeća:

$$\begin{aligned}R_{dt0} &= 340 \frac{N}{mm^2} \\ R_{ds-1} &= 370 \frac{N}{mm^2} \\ R_e &= 490 \frac{N}{mm^2} \\ R_m &= 700 \frac{N}{mm^2}\end{aligned}$$

2.2 Projektni proračun sklopa

U projektnom proračunu sklopa ne uzima se u obzir svi detalji sklopa kao niti koncentracije lokalnog naprezanja, ali se zato uzima značajno veći faktor sigurnosti kako bi kompenzirali za izostavljene faktore. U projektnom proračunu za određivanje početnog promjera vratila uzeti su u obzir samo snaga koja se prenosi i materijal od kojeg se izrađuje vratilo. Kao mjerodavne vrijednosti uzeto je torzijsko naprezanje koje mora biti manje od dopuštenog, a faktor sigurnosti je usvojen $\nu = 12$. Kao glavni uvjet uzet je kriterij čvrstoće pri kojem torzijsko naprezanje mora biti manje od dopuštenog pri čemu torzijsko naprezanje možemo izraziti pomoću izraza

$$\tau_t = \frac{T}{W_p} \quad (1)$$

pri čemu je W_p za okrugli puni popreči presjek jednak

$$W_p = \frac{d_1^3 \cdot \pi}{16} \quad (2)$$

Okretni moment koji se prenosi izračunat je pomoću sljedećeg izraza

$$T = \frac{P}{\omega} \quad (3)$$

pri čemu je obodna brzina $\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$, a n je izražen u okretajima u sekundi $[s^{-1}]$. Uvršavanjem poznatih podataka u (3) dobije se okretni moment

$$T = \frac{60 \cdot 23 \cdot 10^3}{2 \cdot \pi \cdot 800}$$

$$T = \mathbf{274,5 \text{ Nm}}$$

Promjer vratila je izračunat pomoću izraza

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T \cdot \nu}{R_{dt0} \cdot \pi}} \quad (4)$$

Uvršavanjem poznatih podataka u izraz (4) dobije se početni promjer vratila d_1

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 274,5 \cdot 10^3 \cdot 12}{340 \cdot \pi}}$$

$$d_1 \geq \mathbf{36,68mm}$$

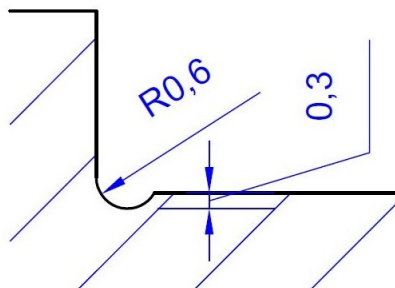
2.3 Konstruiranje sklopa

Prema tablici standardnih dimenzija krajeva cilindričnog vratila prema normi DIN 748 usvojena je dimenzija **38x80 DIN 748** ($\phi 38k6$). Maksimalni radijus prijelaza je $r_{max} = 1mm$.

Prema tablici standardnih dimenzija uložnih pera po DIN 6885 normi usvojeno je pero **DIN6885 – A10 × 8 × 70 – Ck45** s dubinom utora u vratilu $t_1 = 5mm$. Dimenzija d_2 je zbog standardnih dimenzija ležajeva usvojena **d₂ = 45mm**

Žlijeb za izlaz alata

Usvojeme dimenzije žlijeba za izlaz alata prema d_2 su **DIN 509 – E 0,6 × 0,3** ($\rho_1 = 0,6mm$, $t_1 = 0,3mm$). Na slici 1 prikazan je žlijeb za izlaz alata.



Slika 1: Skica žlijeba za izlaz alata

Visina bočnog oslonca ležaja

Kao vrijednost visine bočnog oslonca ležaja usvojena je vrijednost $h = 3,5mm$. Promjer d_3 je izračunat kao $d_3 = d_2 + 2 \cdot h = \mathbf{52mm}$. Vrijednost radijusa zakrivljenja ρ_2 je usvojen $\rho_2 = 5mm$.

2.4 Proračun reakcija u ležajevima

Tangencijalna sila između zupčanika je izračunata pomoću momenta koji se prenosi i promjera zupčanika

$$F_t = \frac{2T}{d}$$

$$F_t = \frac{2 \cdot 274,5 \cdot 10^3}{110}$$

$$F_t = \mathbf{4990,9N}$$

Radijalna sila je izračunata pomoću tangencijalne sile i poznatog kuta zahvata zuba zupčanika koji iznosi $\alpha_n = 20^\circ$

$$F_r = F_t \cdot \tan \alpha_n$$

$$F_r = 4990,9 \cdot \tan 20^\circ$$

$$F_r = \mathbf{1816,5N}$$

Kako sile međusobno djeluju pod pravim kutem njihova rezultanta se može izračunati po Pitagorinom poučku kao korijen zbroja kvadrata sila

$$F = \sqrt{F_t^2 + F_r^2}$$

$$F = \sqrt{4990,9^2 + 1816,5^2}$$

$$F = \mathbf{5311,2N}$$

Reakcija u osloncu B izračunata je pomoću uvijeta ravnoteže sume momenta oko oslonca A

$$F_B = \frac{F \cdot 80}{168}$$

$$F_B = \frac{5311,2 \text{ N} \cdot 80}{168}$$

$$F_B = \mathbf{2575,1 \text{ N}}$$

reakcija u osloncu A izračunata je pomoću uvijeta ravnoteže sustava u kojem je suma sila i reakcija jednaka nuli

$$F_A = F - F_B$$

$$F_A = 5311,2 - 2575,1$$

$$F_A = \mathbf{2736,1 \text{ N}}$$

2.5 Izbor valjnih ležajeva i proračun stvarne trajnosti

Trajnost ležajeva se može proračunati po izrazu

$$L_{10h} = \left(\frac{C}{F} \cdot f_t \right)^p \cdot \frac{10^6}{60 \cdot n} \quad (5)$$

pri čemu je C - dinamička nosivost ležaja, p - eksponent vijeka trajanja. Za kuglične ležajeve $p = 3$ i f_t - temperaturni faktor. Za $\vartheta < 150^\circ \text{C} \Rightarrow f_t = 1$.

Iz izraza (5) može se izračunati minimalna potrebna dinamička nosivost ležaja

$$C = \frac{F}{f_t} \cdot \sqrt[3]{\frac{L_{10h} \cdot 60 \cdot n}{10^6}}$$

$$C = \frac{2736,1}{1} \cdot \sqrt[3]{\frac{12000 \cdot 60 \cdot 800}{10^6}}$$

$$C \cong \mathbf{22,8 \text{ kN}}$$

Nakon pregleda kataloških podataka dostupnih ležajeva odabran je ležaj **SKF 6209** koji ima dinamičku nosivost od $C = 35,1 \text{ kN}$.

Proračun stvarne trajnosti

Po izrazu (5) sada se može izračunati stvarna trajnost za odabrani ležaj

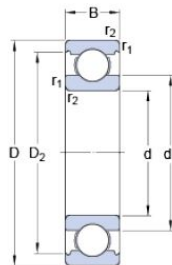
$$L_{10h} = \left(\frac{35100}{2736,1} \cdot 1 \right)^3 \cdot \frac{10^6}{60 \cdot 800}$$

$$L_{10h} = \mathbf{43983 \text{ h}}$$

6209

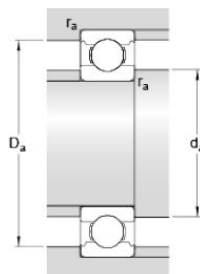
Popular item
SKF Explorer

Dimensions



d	45	mm
D	85	mm
B	19	mm
d ₁	57.6	mm
D ₂	75.19	mm
r _{1,2}	min. 1.1	mm

Abutment dimensions



d _a	min. 52	mm
D _a	max. 78	mm
r _a	max. 1	mm

Slika 2: Tehnički podaci odabranog ležaja SKF 6209

2.6 Proračun momenata savijanja i naprezanja

U nastavku su dani proračuni momenata savijanja i naprezanja za svaki kritični presjek naznačen na slici 3.

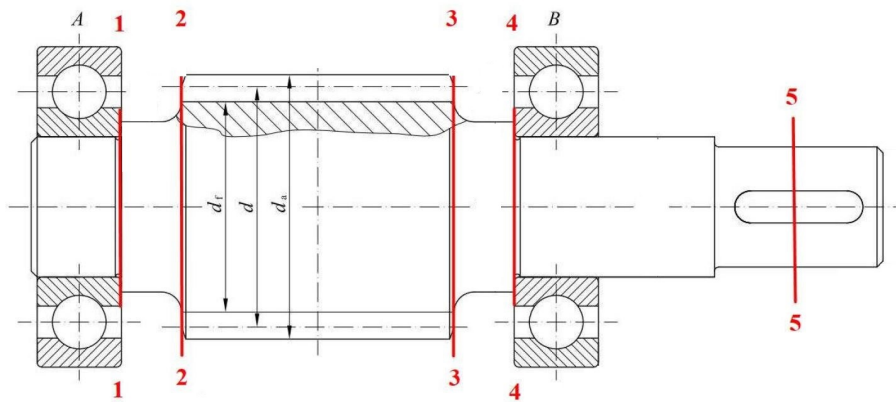
$$M_{S1} = F_A \cdot \frac{B}{2} = 2736,1 \cdot \frac{19}{2} = 25933 Nmm$$

$$M_{S2} = F_A \cdot \left(a - \frac{b_z}{2} \right) = 2736,1 \cdot \left(80 - \frac{115}{2} \right) = 61562,3 Nmm$$

$$M_{S3} = F_B \cdot \left(l - a - \frac{b_z}{2} \right) = 2575,1 \cdot \left(165 - 80 - \frac{115}{2} \right) = 70815,3 Nmm$$

$$M_{S4} = F_B \cdot \frac{B}{2} = 2575,1 \cdot \frac{19}{2} = 24463,5 Nmm$$

$$M_{S5} = 0$$



Slika 3: Prikaz kritičnih presjeka na vratilu

Geometrijske karakteristike poprečnih presjeka - W

$$W_1 = W_4 = \frac{d_2^3 \cdot \pi}{32} = \frac{45^3 \cdot \pi}{32} = 8946,2 \text{ mm}^3$$

$$W_2 = W_3 = \frac{d_3^3 \cdot \pi}{32} = \frac{52^3 \cdot \pi}{32} = 13804,2 \text{ mm}^3$$

Polarni momenti otpora - W_p

$$W_{p2} = W_{p3} = \frac{d_3^3 \cdot \pi}{16} = \frac{52^3 \cdot \pi}{16} = 27608,3 \text{ mm}^3$$

$$W_{p4} = \frac{d_2^3 \cdot \pi}{16} = \frac{45^3 \cdot \pi}{16} = 17892,4 \text{ mm}^3$$

$$W_{p5} = \frac{(d_1 - t_1)^3 \cdot \pi}{16} = \frac{(38 - 5)^3 \cdot \pi}{16} = 7056,2 \text{ mm}^3$$

presjek 1-1

$$\sigma_{s1} = \frac{M_{S1}}{W_1} = \frac{25933}{8946,2} = 2,9 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

presjek 2-2

$$\begin{aligned}\sigma_{s2} &= \frac{M_{S2}}{W_2} = \frac{61562,3}{13804,2} = 4,6 \frac{N}{mm^2} \\ \tau_{t2} &= \frac{T}{W_{p2}} = \frac{274,5 \cdot 10^3}{27608,3} = 9,9 \frac{N}{mm^2} \\ \sigma_{ekv2} &= \sqrt{\sigma_{s2}^2 + 3 \cdot (0,7 \cdot \tau_{t2})^2} \\ \sigma_{ekv2} &= \sqrt{4,6^2 + 3 \cdot (0,7 \cdot 9,9)^2} = \mathbf{12,9 \frac{N}{mm^2}}\end{aligned}$$

presjek 3-3

$$\begin{aligned}\sigma_{s3} &= \frac{M_{S3}}{W_3} = \frac{70815,3}{13804,2} = 5,1 \frac{N}{mm^2} \\ \tau_{t3} &= \frac{T}{W_{p3}} = \frac{274,5 \cdot 10^3}{27608,3} = 9,9 \frac{N}{mm^2} \\ \sigma_{ekv3} &= \sqrt{\sigma_{s3}^2 + 3 \cdot (0,7 \cdot \tau_{t3})^2} \\ \sigma_{ekv3} &= \sqrt{5,1^2 + 3 \cdot (0,7 \cdot 9,9)^2} = \mathbf{13 \frac{N}{mm^2}}\end{aligned}$$

presjek 4-4

$$\begin{aligned}\sigma_{s4} &= \frac{M_{S4}}{W_4} = \frac{23175,9}{8946,2} = 2,6 \frac{N}{mm^2} \\ \tau_{t4} &= \frac{T}{W_{p4}} = \frac{274,5 \cdot 10^3}{17892,4} = 15,3 \frac{N}{mm^2} \\ \sigma_{ekv4} &= \sqrt{\sigma_{s4}^2 + 3 \cdot (0,7 \cdot \tau_{t4})^2} \\ \sigma_{ekv4} &= \sqrt{2,6^2 + 3 \cdot (0,7 \cdot 15,3)^2} = \mathbf{18,7 \frac{N}{mm^2}}\end{aligned}$$

presjek 5-5

$$\tau_{t5} = \frac{T}{W_{p5}} = \frac{274,5 \cdot 10^3}{7056,2} = \mathbf{38,9 \frac{N}{mm^2}}$$

3 Kontrolni proračun vratila

Dopušteno naprezanje pri savijanju u kontrolnom proračunu uzima u obzir trajnu izmjeničnu dinamičku čvrstoću materijala pri savijanju, faktore $b_{1\sigma}$ - faktor utjecaja površinske hrapavosti za vlak/tlak i savijanje, b_2 - faktor utjecaja veličine konstrukcijskog elementa, ν_d - faktor sigurnosti prikladan

za kontrolni proračun te β_{ks} - efektivni faktor koncentracije naprezanja pri savijanju i to sve u sljedećem izrazu

$$\sigma_{sdop} = \frac{R_{ds-1} \cdot b_{1\sigma} \cdot b_2}{\nu_d \cdot \beta_{ks}} \quad (6)$$

Za izračunati dopušteno naprezanje potrebni su i sljedeći podaci

$$\begin{aligned} R_z &= 4 \cdot R_a \\ R_z &= 4 \cdot 0,8\mu m \\ R_z &= \mathbf{3,2\mu m} \end{aligned}$$

Faktor $b_{1\sigma}$ vrijedi isti za cijeli sklop jer je navedeni kompletan izrađen od istog materijala jednake površinske obrade, a izračunat je po sljedećem izrazu

$$\begin{aligned} b_{1\sigma} &= 1 - 0,22 \cdot \log R_z \left(\log \frac{R_m}{20} - 1 \right) \\ b_{1\sigma} &= 1 - 0,22 \cdot \log 3,2 \left(\log \frac{700}{20} - 1 \right) \\ b_{1\sigma} &= \mathbf{0,939} \end{aligned}$$

Efektivni faktor koncentracije naprezanja pri savijanju β_{ks} se računa za svaki kritični presjek i to po izrazu

$$\beta_{ks} = 1 + \eta_k \cdot (\alpha_{ks} - 1) \quad (7)$$

Faktor osjetljivosti materijala na koncentraciju naprezanja η_k se računa po sljedećem izrazu

$$\eta_k = \frac{1}{1 + \frac{8}{\rho} \cdot \left(1 - \frac{R_e}{R_m} \right)^3} \quad (8)$$

Geometrijski faktor koncentracije naprezanja pri savijanju α_{ks} je očitao iz skripte, slika 8 na stranici 6. Faktor utjecaja veličine konstrukcijskog elementa b_2 je očitao iz slike 7, stranica 5 skripte.

presjek 1-1

Zakrivljenost žlijeba za izlaz alata je $\rho_1 = 0,6mm$, vrijednost geometrijskog faktora koncentracije naprezanja pri savijanju je očitana $\alpha_{ks} = 3,1$ i faktor utjecaja veličine konstrukcijskog elementa je $d_2 = 45mm \Rightarrow b_2 = 0,835$. Kada se uvrste poznati podaci u (8) faktor osjetljivosti materijala na koncentraciju naprezanja η_k za navedene presjeke iznosi

$$\begin{aligned} \eta_k &= \frac{1}{1 + \frac{8}{0,6} \cdot \left(1 - \frac{490}{700} \right)^3} \\ \eta_k &= \mathbf{0,735} \end{aligned}$$

α_{ks} je očitán iz slike 8 na stranici 6 s slijedećim parametrima:

$$\begin{aligned}d &= d_2 - t_1 = 44,7mm \\D &= d_3 = 52mm \\ \rho &= 1mm \\ t &= \frac{D - d}{2} = 3,65mm\end{aligned}$$

Uvrštavanjem poznatih podataka u (7) dobije se

$$\begin{aligned}\beta_{ks} &= 1 + 0,735 \cdot (3,1 - 1) \\ \beta_{ks} &= 2,54\end{aligned}$$

Slijednom navedenog može se izračunati dopušteno naprezanje za navedene presjeke uvrštavanjem poznatih podataka u izraz (6)

$$\begin{aligned}\sigma_{sdop1} &= \frac{370 \cdot 0,939 \cdot 0,835}{1,3 \cdot 2,54} \\ \sigma_{sdop1} &= 88 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \\ \sigma_{sdop1} &> \sigma_{s1}\end{aligned}$$

Vidljivo je kako dopušteno naprezanje iznosi više od ekvivalentnih naprezanja koji se javljaju u danim presjecima te da oni zadovoljavaju kriterij čvrstoće.

presjek 2-2

Za dane presjeke $d_3 = 52mm \Rightarrow b_2 = 0,814$, zakrivljenje $\rho = 5mm$ i $\alpha_{ks} = 1,9$. Uvrštavanjem poznatih podataka u (8) faktor osjetljivosti materijala na koncentraciju naprezanja η_k za navedene presjeke iznosi

$$\begin{aligned}\eta_k &= \frac{1}{1 + \frac{8}{5} \cdot \left(1 - \frac{490}{700}\right)^3} \\ \eta_k &= 0,956\end{aligned}$$

α_{ks} je očitán iz slike 8 na stranici 6 s slijedećim parametrima:

$$\begin{aligned}d &= d_3 = 47mm \\D &= d_f = 96,25mm \\ \rho &= \rho_2 = 5mm \\ t &= \frac{D - d}{2} = 22,125mm\end{aligned}$$

Uvrštavanjem poznatih podataka u (7) dobije se

$$\begin{aligned}\beta_{ks} &= 1 + 0,956 \cdot (1,9 - 1) \\ \beta_{ks} &= 1,86\end{aligned}$$

Slijednom izračunatog može se izračunati dopušteno naprezanje za navedene presjeke uvrštavanjem poznatih podataka u izraz (6)

$$\sigma_{sdop} = \frac{370 \cdot 0,939 \cdot 0,814}{1,3 \cdot 1,86}$$

$$\sigma_{sdop} = 117 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Vidljivo je kako dopušteno naprezanje iznosi više od ekvivalentnih naprezanja koji se javljaju u danim presjecima te da oni zadovoljavaju kriterij čvrstoće.

presjek 3-3

U pogledu konstrukcijskih karakteristika i naprezanaja presjeci 2-2 i 3-3 mogu se smatrati jednakima te je stoga i njihovo dopušteno naprezanje jednako.

$$\sigma_{sdop3} = \sigma_{sdop2}$$

$$\sigma_{sdop3} > \sigma_{s3}$$

presjek 4-4

U pogledu konstrukcijskih karakteristika i naprezanaja presjeci 1-1 i 4-4 mogu se smatrati jednakima te je stoga i njihovo dopušteno naprezanje jednako.

$$\sigma_{sdop4} = \sigma_{sdop1}$$

$$\sigma_{sdop4} > \sigma_{s4}$$

presjek 5-5

U presjeku 5-5 djeluje samo torzijsko naprezanje te se dopušteno naprezanje računa s podacima za tu vrstu naprezanja po izrazu

$$\tau_{tdop} = \frac{R_{dt0} \cdot b_{1\tau} \cdot b_2}{\nu_d \cdot \beta_{kt}} \quad (9)$$

pri čemu su R_{dt0} - trajna ishodišna dinamička čvrstoća pri torziji, $b_{1\tau}$ - faktor utjecaja površinske hrapavosti za torziju i β_{kt} - efektivni faktor koncentracije naprezanja pri torziji. Efektivni faktor koncentracije naprezanja pri torziji β_{kt} računa se po izrazu

$$\beta_{kt} = 1 + \eta_k \cdot (\alpha_{kt} - 1) \quad (10)$$

Za zadani presjek $d_1 = 38mm \Rightarrow b_2 = 0,856$, iz slike 7, stranica 10 skripte očitani su $\alpha_{kt} = 2,8$ i $\rho = 0,25mm$. $b_{1\tau}$ - faktor utjecaja poršinske hrpa-vosti za torziju izračunat je po izrazu

$$\begin{aligned} b_{1\tau} &= 0,575 \cdot b_{1\sigma} + 0,425 \\ b_{1\tau} &= 0,575 \cdot 0,939 + 0,425 \\ b_{1\tau} &= 0,965 \end{aligned}$$

Uvrštanjem poznatih podataka u (8) faktor osjetljivosti materijala na koncentraciju naprezanja η_k za navedeni presjek iznosi

$$\begin{aligned} \eta_k &= \frac{1}{1 + \frac{8}{0,25} \cdot \left(1 - \frac{490}{700}\right)^3} \\ \eta_k &= 0,54 \end{aligned}$$

Uvrštavanjem poznatih podataka u (10) dobije se

$$\begin{aligned} \beta_{kt} &= 1 + 0,54 \cdot (2,8 - 1) \\ \beta_{kt} &= 1,97 \end{aligned}$$

Slijednom izračunatog može se izračunati dopušteno naprezanje za navedeni presjek uvrštavanjem poznatih podataka u izraz (9)

$$\begin{aligned} \tau_{tdop} &= \frac{340 \cdot 0,965 \cdot 0,856}{1,3 \cdot 1,97} \\ \tau_{tdop} &= \mathbf{109,7 \frac{N}{mm^2}} \\ \tau_{tdop} &> \tau_{t5} \end{aligned}$$

Vidljivo je kako dopušteno naprezanje iznosi više od torzijskog naprezanja koji se javlja u danom presjeku te da isti zadovoljava kriterij čvrstoće.

Literatura

- [1] B. Križan, *Interna skripta iz kolegija Elementi strojeva 2 za konstrukcijske vježbe*. Politehnika Pula, 2018.
- [2] B. Križan, *Osnove proračuna i oblikovanja konstrukcijskih elemenata*. Školska knjiga, Zagreb, 2008.

Dodatak A: Radionički nacrt vratila