数字电子技术

习题课：第一、二章

数字逻辑基础

逻辑代数

EXIT

1.1 数制转换

- 将下列十进制数转换为二进制数、八进制和十六进制数。
- $(12.75)_{10}$

整数和小数分别转换

整数部分：除 2 取余法
小数部分：乘 2 取整法

		余数
2	12	
2	6	0
2	3	0
2	1	1
	0	1

读数顺序

一直除到商为 0 为止

	整数
0.750	
×2	
1.500	1
×2	
1.000	1

读数顺序

$(12.75)_{10} = (1100.11)_2$

1.1 数制转换

- 将下列十进制数转换为二进制数、**八进制**和十六进制数。
- $(12.75)_{10}$

整数和小数分别转换

整数部分：除 8 取余法
小数部分：乘 8 取整法

		余数
8	12	
8	1	4
	0	1

读数顺序

	整数
0.750	
×8	
6.000	6

读数顺序

$(12.75)_{10} = (14.6)_8$

1.1 数制转换

- 将下列十进制数转换为二进制数、八进制和**十六进制数**。
- $(12.75)_{10}$

整数和小数分别转换

整数部分：除 16 取余法

小数部分：乘 16 取整法

16 | 12 余数

0 12

C

读数顺序

0.750 整数

×16

12.000 12

C

读数顺序

$(12.75)_{10} = (C.C)_{16}$

1.1 数制转换

- 将二进制数转换为十进制数、**八进制数**和十六进制数
- $(110111.0101)_2$

从小数点开始，整数部分向左（小数部分向右）三位一组，最后不足三位的加 0 补足三位，再按顺序写出各组对应的八进制数 。

110111.0101

110111.010100

6 7 . 2 4

1.1 数制转换

- 将二进制数转换为十进制数、八进制数和**十六进制数**
- $(110111.0101)_2$

110111.0101

0011 0111 . 0101

3 7 . 5

从小数点开始，整数部分向左（小数部分向右）三位一组，最后不足三位的加 0 补足三位，再按顺序写出各组对应的八进制数 。

1.2 二-十进制代码 (BCD码)

将十进制数3692转换成二进制数和8421码

$(3692)_{10} = (111001101100)_2$

$(3692)_{10} = (0011011010010010)_{8421BCD}$

常用二－十进制代码表

比 8421BCD 码多余 3

十进制数	有权码				无权码
	8421 码	5421 码	2421(A)	2421(B)	余 3 码
0	0000	0000	0000	0000	0011
1	0001	0001	0001	0001	0100
2	0010	0010	0010	0010	0101
3	0011	0011	0011	0011	0110
4	0100	0100	0100	0100	0111
5	0101	1000	0101	1011	1000
6	0110	1001	0110	1100	1001
7	0111	1010	0111	1101	1010
8	1000	1011	1110	1110	1011
9	1001	1100	1111	1111	1100

权为 8、4、2、1

取四位自然二进制数的前 10 种组合，去掉后 6 种组合 1010 ~ 1111。

➢ 格雷码（Gray 码，又称循环码）

十进制数	格雷码（4位）			
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	1
3	0	0	1	0
4	0	1	1	0
5	0	1	1	1
6	0	1	0	1
7	0	1	0	0
8	1	1	0	0
9	1	1	0	1
10	1	1	1	1
11	1	1	1	0
12	1	0	1	0
13	1	0	1	1
14	1	0	0	1
15	1	0	0	0

相邻项或对称项只有一位不同
规避代码转换过程中的噪声
最大数和最小数也仅一位不同
循环码

典型格雷码构成规则：

最低位以 0110 为循环节

次低位以 00111100 为循环节

第三位以 0000111111110000 为循环节

1.3 原码、反码、补码

- 符号位+→0，-→1
- 原码：符号位加上真值的绝对值
- 反码：正数→自身，负数→符号位不变，其他取反(反码形式下，负数是其对应正数的反码)
- **+25→00011001，-25→11100110**
- 补码：正数→自身，负数→符号位不变，其他取反(求反码)，再加1(补码形式下，负数是其对应正数的补码)
- **+25→00011001，-25→11100111**

1.3 原码、反码、补码

- 补码→真值：正数→自身，负数→补码按位求反，再加1，即可得到其真值绝对值。
- -25→11100111→按位求反00011000→加一00011001
- 补码：+25→00011001，-25→11100111

1.3 原码、反码、补码

- 原码：$-(2^n-1)\sim 2^n-1$，关于0对称，有+0和-0两个形式。（1 0000）和（0 0000）
- 补码的理解：**符号位参与运算**（符号位也有位权）

n位

-2^{n-1}	2^{n-2}	…	…	…	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}

符号位　　小数点

- **减法也可用加法运算实现**

1.3 原码、反码、补码

- 符号数运算
- 数值存储一律用补码形式。
- 加法：补码直接相加，结果为正数时，结果为原码，结果为负数时，结果为补码。
- 减法：取减数的补码后，变成加法运算，舍去进位。

EXIT

1.3 原码、反码、补码

加法

	00000111		7	
+	00000110	+	4	
	00001101		11	
	00001111		15	
+	11111010	+	-6	
舍去1	00001001		9	

1.3 原码、反码、补码

加法

	00010000		**16**
+	**11101000**	**+**	**-24**
舍去1	**11111000**		**-8**

	11111011		**-5**
+	**11110111**	**+**	**-9**
	11110010		**-14**

1.3 原码、反码、补码

减法1.10

	00001000		8
+	11111101	+	-3
舍去1	00000101		5

	00001100		12
+	00001001	+	9
	00010101		21

1.3 原码、反码、补码

减法1.10

	11100111		-25
+	11101101	+	-19
舍去1	11010100		-44

	10001000		-120
+	00011110	+	30
	10100110		-90

2.1 逻辑代数基本定理

- 逻辑常量运算公式

$$0\cdot 0=0\quad 0\cdot 1=0\quad 1\cdot 0=0\quad 1\cdot 1=1$$

$$0+0=0\quad 0+1=1\quad 1+0=1\quad 1+1=1$$

$$\overline{1}=0\quad \overline{0}=1$$

- 逻辑变量与常量的运算公式

0－1律	重迭律	互补律	还原律
$0+A=A$ $1+A=1$ $1\cdot A=A$ $0\cdot A=0$	$A+A=A$ $A\cdot A=A$	$A+\overline{A}=1$ $A\cdot\overline{A}=0$	$\overline{\overline{A}}=A$

2.1 逻辑代数基本定理

基本定律

（一）与普通代数相似的定律

交换律 $A + B = B + A$ $\quad$ $A \cdot B = B \cdot A$

结合律 $(A + B) + C = A + (B + C)$ $\quad$ $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$

分配律 $A(B + C) = AB + AC$ $\quad$ $A + BC = (A + B)(A + C)$

逻辑等式的证明方法

- 利用真值表
- 利用基本公式和基本定律

2.1 逻辑代数基本定理

（二）逻辑代数的特殊定律

- 吸收律

$AB+A\overline{B}=A$　　$A+AB=A$　　$A+\overline{A}B=A+B$

$AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$

推广公式：

$AB+\overline{A}C+BCD\cdots=AB+\overline{A}C$

- 摩根定律(又称反演律)

$\overline{A\cdot B}=\overline{A}+\overline{B}$　　$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$

推广公式：

$$\overline{A\cdot B\cdot C\cdots}=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+\cdots$$

$$\overline{A+B+C+\cdots}=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdots$$

2.1 逻辑代数基本定理

化简意义

使逻辑式最简，以便设计出最简的逻辑电路，从而节省元器件、优化生产工艺、降低成本和提高系统可靠性。

不同形式逻辑式有不同的最简式，一般先求取最简与－或式，然后通过变换得到所需最简式。

最简与－或式标准

(1) 乘积项(即与项)的个数最少

(2) 每个乘积项中的变量数最少

用与门个数最少
与门的输入端数最少

最简与非式标准

(1) 非号个数最少

(2) 每个非号中的变量数最少

用与非门个数最少
与非门的输入端数最少

2.1 逻辑代数基本定理

例如 $Y=A\bar{B}+B\bar{C}$ 与或表达式

$=(A+B)(\bar{B}+\bar{C})$ 或与表达式

$=\overline{\overline{A\bar{B}}\cdot\overline{B\bar{C}}}$ 与非－与非表达式

$=\overline{\overline{A+B}+\overline{\bar{B}+\bar{C}}}$ 或非－或非表达式

$=\overline{\bar{A}\bar{B}+BC}$ 与或非表达式

转换方法举例

与或式→与非式

$Y=A\bar{B}+B\bar{C}$

$=\overline{\overline{A\bar{B}+B\bar{C}}}$ 用还原律

$=\overline{\overline{A\bar{B}}\cdot\overline{B\bar{C}}}$ 用摩根定律

或与式→或非式→与或非式

$Y=(A+B)(\bar{B}+\bar{C})$

$=\overline{\overline{(A+B)(\bar{B}+\bar{C})}}$ 用还原律

$=\overline{\overline{A+B}+\overline{\bar{B}+\bar{C}}}$ 用摩根定律

$=\overline{\bar{A}\bar{B}+BC}$ 用摩根定律

2.1 逻辑代数基本定理

常用的化简方法

- 并项法：运用 $AB+A\overline{B}=A$，将两项合并为一项，并消去一个变量。
- 吸收法：运用$A+AB=A$ 和 $AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$，消去多余的与项。
- 消去法：运用吸收律 $A+\overline{A}B=A+B$，消去多余因子。
- 配项法：通过乘 $A+\overline{A}=1$ 或加入零项 $A\cdot\overline{A}=0$ 进行配项，然后再化简。
- 综合灵活运用上述方法

2.1 逻辑代数基本定理

习题2-1

$$(A+B)(A+C)$$
$$= A\cdot A + AB + AC + BC$$ （AA=A，重叠律）
$$= A + AB + AC + BC$$ （利用*A*+*AB*=*A*）
$$= A + BC$$

$$\left[(A+B+C')'C'D\right]' + (B+C')(AB'D+B'C')$$ （利用反演律 ）
$$= (A+B+C') + C + D' + (B+C')(AB'D+B'C')$$
$$= 1$$

2.1 逻辑代数基本定理

例化简逻辑函数： $L = AB + AC' + B'C + BC' + B'D + BD' + ADE(F+G)$

解： $L = A(B'C)' + B'C + BC' + B'D + BD' + ADE(F+G)$ （利用反演律 ）

$= A + B'C + BC' + B'D + BD' + ADE(F+G)$ （利用 $A + A'B = A + B$ ）

$= A + B'C + BC' + B'D + BD'$ （利用A+AB=A）

$= A + B'C(D+D') + BC' + B'D + BD'(C+C')$ （配项法）

$= A + B'CD + B'CD' + BC' + B'D + BCD' + BC'D'$

$= A + B'CD' + BC' + B'D + BCD'$ （利用A+AB=A）

$= A + CD'(B'+B) + BC' + B'D$

$= A + CD' + BC' + B'D$ （利用 $A + A' = 1$ ）

2.1 逻辑代数基本定理

习题2-3

$$Y = AB' + B + A'B = AB' + B = A + B$$

并项法

0-1律

（利用 $A + A'B = A + B$ ）

$$Y = AB'C + A' + B + C' = \left(AB'C\right)'' + A' + B + C'$$

$$= \left(A' + B + C'\right)' + A' + B + C' = 1$$

德摩根反演定律

$$Y = \left(A'BC\right)' + \left(AB'\right)' = \left(A'BC \cdot AB'\right)' = 1$$

$$Y = \left(A'BC\right)' + \left(AB'\right)' = A + B' + C' + A' + B = 1$$

德摩根反演定律

2.1 逻辑代数基本定理

习题2-3

$$Y = AB'CD + ABD + AC'D$$
$$= AB'CD + ABCD + ABC'D + AC'D$$
$$= ACD + AC'D = AD$$

配项法+分配律

$$Y = AB'CD + ABD + AC'D$$
$$= AD\left(B'C + B + C'\right)$$
$$= AD\left(B + C + C'\right) = AD$$

分配律+ （利用 $A + A'B = A + B$ ）

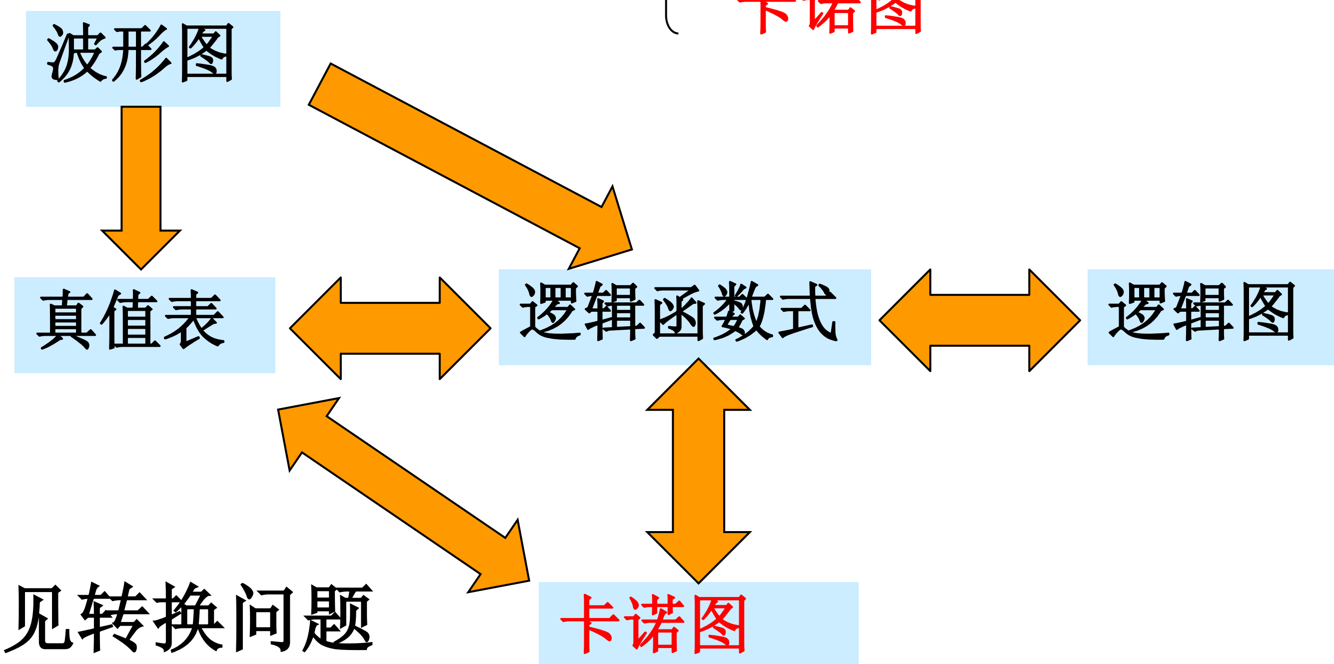
$$Y = AB'\left[A'CD + \left(AD + B'C'\right)'\left(A' + B\right)\right]$$
$$= AB' \cdot A'CD + AB' \cdot \left(AD + B'C'\right)'\left(A' + B\right)$$

分配律

$$= AB' \cdot A'CD + \left(AD + B'C'\right)'\left(AB' \cdot A' + AB' \cdot B\right) = 0$$

2.2 逻辑函数描述方法

逻辑函数的表示方法
- 真值表
- 逻辑函数式
- 逻辑图
- 波形图
- 卡诺图



常见转换问题

- 逻辑函数常用的表示方法有：真值表、逻辑函数式、卡诺图、逻辑图和波形图。

不同表示方法各有特点，适宜不同的应用。

真值表通常用于分析逻辑函数的功能、根据逻辑功能要求建立逻辑函数和证明逻辑等式等。

逻辑式便于进行运算和变换。在分析电路逻辑功能时，通常首先要根据逻辑图写出逻辑式；而设计逻辑电路时需要先写出逻辑式，然后才能画出逻辑图。

卡诺图主要用于化简逻辑式。

逻辑图是分析和安装实际电路的依据。

波形图可用于检验逻辑电路功能。

- 真值表、逻辑式、卡诺图和逻辑图之间可相互转换

逻辑式 ⇓ 真值表

(1) 按 n 位二进制数递增的方式列出输入变量的各种取值组合。
(2) 分别求出各种组合对应的输出逻辑值填入表格。

真值表 ⇓ 逻辑式

(1) 找出函数值为 1 的项。
(2) 将这些项中输入变量取值为 1 的用原变量代替，取值为 0 的用反变量代替，则得到一系列与项。
(3) 将这些与项相加即得逻辑式。

实用中通常先由真值表画卡诺图，然后应用卡诺图化简法写出简化表达式。

逻辑式 ⇩ 卡诺图

(1) 应用摩根定律和分配律等求出与或表达式。
(2) 根据变量数 *n* 画出变量卡诺图。
(3) 根据与或式填图。

逻辑式 ⇩ 逻辑图

将各级逻辑运算用相应逻辑门去实现。

逻辑图 ⇩ 逻辑式

根据电路逐级写出相应逻辑运算。

2.2 逻辑函数描述方法

习题2-2
习题2-4

M	N	P	O	Z
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

$$Z = M'N'PO + M'NPO' + M'NPO + MN'PO + MNP'O' + MNP'O + MNPO' + MNPO$$

配项

$$= M'N'PO + M'NPO + MN'PO + MNPO + MNP'O' + MNP'O + MNPO' + MNPO + M'NPO' + MNPO'$$

$$= PO + MN + NPO'$$

MN \ PO	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	1	1
11	1	1	1	1
10	0	0	1	0

习题2-2 2.2 逻辑函数描述方法

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

$$Y = A'B'C + A'BC' + AB'C'$$

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	0	0

2.2 逻辑函数描述方法

习题2-4

$L = A'B + BC'$

$= A'BC + A'BC' + ABC' + A'BC'$

$= A'BC + A'BC' + ABC'$

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

$$F = \left\{\left[(AB)'C\right]' + (A'B'+C)'\right\}'$$

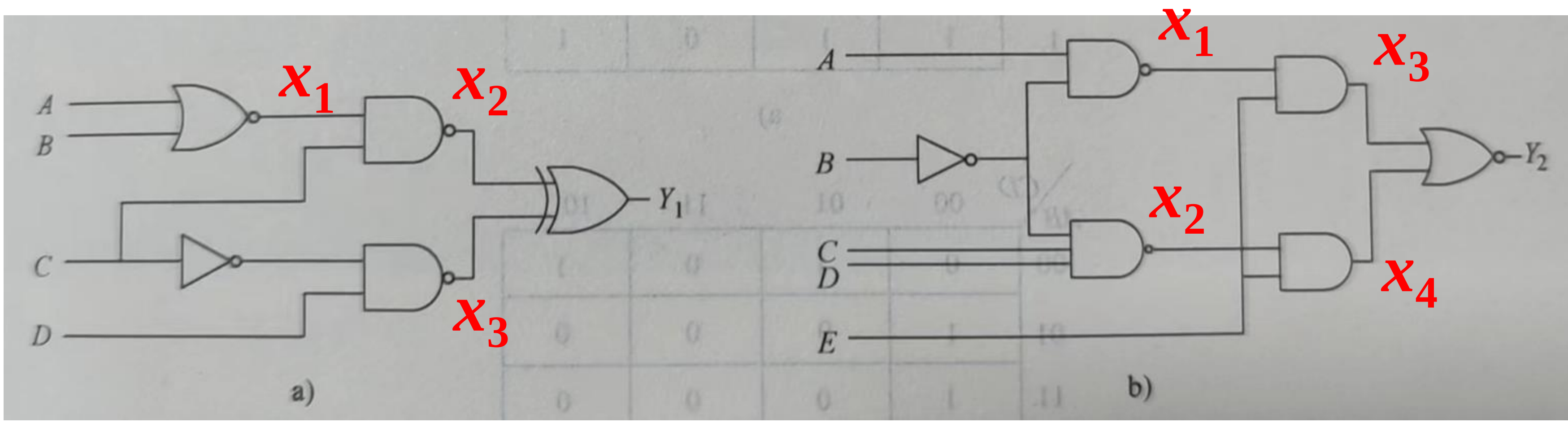
$$= (AB)'C\cdot(A'B'+C) = (A'+B')\cdot(A'B'C+C)$$

$$= (A'+B')\cdot C = A'C + B'C$$

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

2.2 逻辑函数描述方法

习题2-5



$$Y_1 = \left[(A+B)' C \right]' \oplus (C'D)'$$

$$x_1 = (A+B)'$$

$$x_2 = \left[(A+B)' C \right]' \quad x_3 = (C'D)'$$

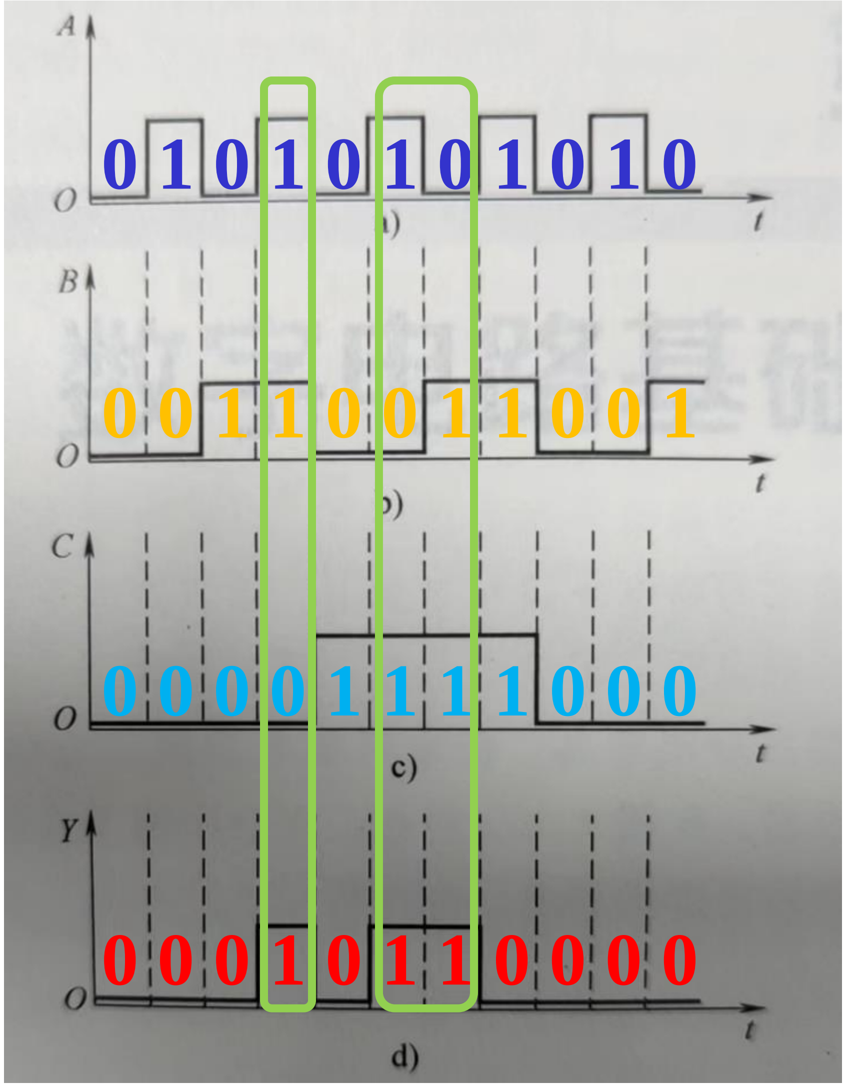
$$Y_2 = \left((AB')' E + (B'CD) E \right)'$$

$$x_1 = (AB')' \quad x_2 = (B'CD)'$$

$$x_3 = (AB')' E \quad x_4 = (B'CD)' E$$

EXIT

习题2-6 2.2 逻辑函数描述方法



A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

$$Y = A'BC + AB'C + ABC'$$

2.1 逻辑代数基本定理

例如 $Y = A\bar{B} + B\bar{C}$ 与或表达式

$= (A+B)(\bar{B}+\bar{C})$ 或与表达式

$= \overline{\overline{A\bar{B}} \cdot \overline{B\bar{C}}}$ 与非－与非表达式

$= \overline{\overline{A+B} + \overline{\bar{B}+\bar{C}}}$ 或非－或非表达式

$= \overline{\bar{A}\bar{B} + BC}$ 与或非表达式

转换方法举例

与或式 ⟶ 与非式

$Y = A\bar{B} + B\bar{C}$

$= \overline{\overline{A\bar{B} + B\bar{C}}}$ 用还原律

$= \overline{\overline{A\bar{B}} \cdot \overline{B\bar{C}}}$ 用摩根定律

或与式 ⟶ 或非式 ⟶ 与或非式

$Y = (A+B)(\bar{B}+\bar{C})$

$= \overline{\overline{(A+B)(\bar{B}+\bar{C})}}$ 用还原律

$= \overline{\overline{A+B} + \overline{\bar{B}+\bar{C}}}$ 用摩根定律

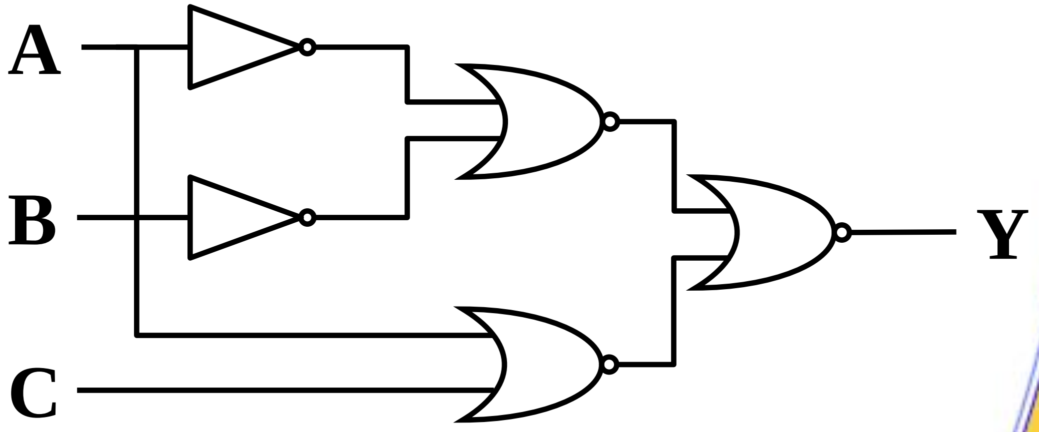
$= \overline{\bar{A}\bar{B} + BC}$ 用摩根定律

EXIT

习题2-7 2.2 逻辑函数描述方法

或非或非

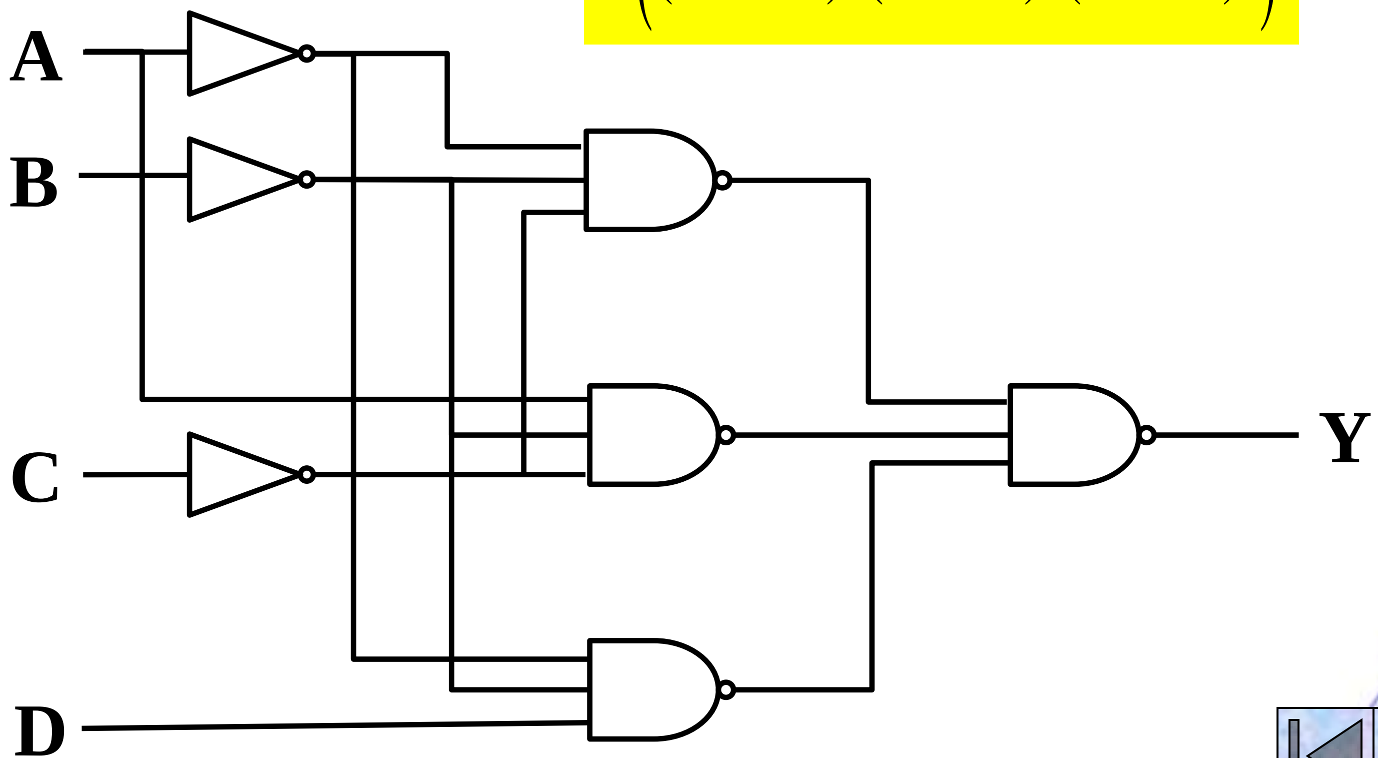
$$Y = AB' + A'C$$
$$= (A+C)(A'+B')$$
$$= ((A+C)(A'+B'))''$$
$$= \left((A+C)' + (A'+B')'\right)'$$



习题2-7 2.2 逻辑函数描述方法

$$Y = A'B'C' + AB'C' + A'B'D$$
$$= \left(A'B'C' + AB'C' + A'B'D\right)''$$
$$= \left(\left(A'B'C'\right)'\left(AB'C'\right)'\left(A'B'D\right)'\right)'$$

与非与非



2.3 卡诺图化简

卡诺图化简法步骤

- 画函数卡诺图
- 对填 1 的相邻最小项方格画包围圈，不能圈0
- 将各圈分别化简
- 将各圈化简结果逻辑加

画包围圈规则

（1）包围圈必须包含 2^n 个相邻 1 方格，且必须成方形。先圈小再圈大，圈越少越好，圈越大越好；

（2） 1 方格可重复圈，但须每圈有新 1；

（3） 每个“1”格须圈到，孤立项也不能掉。

注意

同一列最上边和最下边循环相邻，可画圈；
同一行最左边和最右边循环相邻，可画圈；
四个角上的 1 方格也循环相邻，可画圈。

卡诺图化简

2-8

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	1	1	0	1

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	1	0	0	0
11	1	0	0	0
10	0	1	0	1

2-9

卡诺图化简

四变量卡诺图

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

$F(A, B, C, D) = \sum m(0,2,4,6,9,13) + \sum d(1,3,5,7,11,15)$

卡诺图化简

四变量卡诺图

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	×	×	1
01	1	×	×	1
11		1	×	
10		1	×	

F(A, B, C, D)= ∑m(0,2,4,6,9,13)+∑d(1,3,5,7,11,15)

=A’+D