Д/З № 3.

1. нашла точку, точку ф-ю не имеющую
предела в ∞:

$$\lim_{x \to \pm \infty} (\sin x)$$
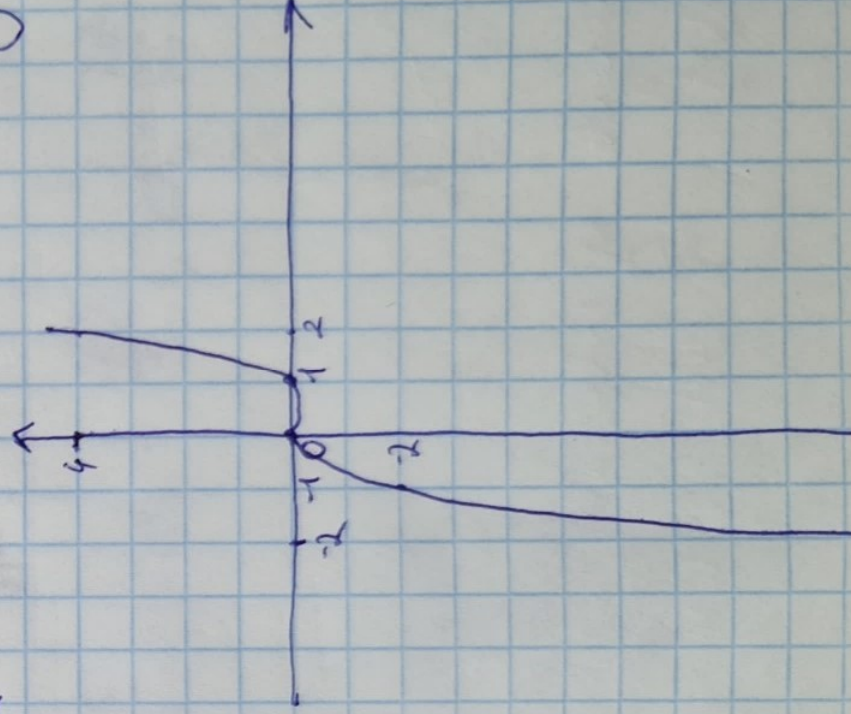
2. $f(x) = \dfrac{1}{x}$

$y = \begin{cases} x=0, & 0 \\ x \neq 0, & 1/x \end{cases}$

3. $f(x) = x^3 - x^2$

9. область задания и область значения.

$y = x^3 - x^2$

x	0	1	-1	2	-2
y	0	0	-2	4	-12

область
значений: ℝ, ?

$(-\infty, +\infty)$

b. Нули ф-ии и их кратность.

$y = 0$ при $x = 0$, $x = 1$

Нули ф-ии: 1, 0

Кратность?

$x^3 - x^2 = 0$

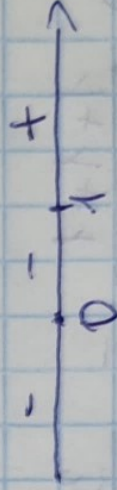$x^2(x-1) = 0$ → $x - 1 = 0$

$x^2 = 0$ → $x = 1$

$x = 0$

0 кратен 2, 1 кратен 1.

c. Отрезки знакопостоянства:

$(-\infty, 1)$ Знак отриц.

$[1, +\infty)$ Знак полож.

d. Интервалы монотонности.

$(x^3 - x^2)' = 3x^2 - 2x$

$3x^2 - 2x = 0$

$x_1 = 0$, $x_2 = 2/3$

$(-\infty, 0) \cup [2/3, +\infty)$ возрастает

$(0, 2/3)$ убывает

e. φр-я на четная, ни нечетная

f. φ-я Неограничена.

g. φ-я не явл. периодической

4.

a. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x^3 - 2x^2}{4x^2} = \dfrac{x^2(3x-2)}{4x^2} = \dfrac{(3x-2)}{4} = -\dfrac{2}{4} = -\dfrac{1}{2}$

b. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1} \cdot \dfrac{\sqrt{1+x}+1}{\sqrt{1+x}+1} \cdot \dfrac{\sqrt[3]{(1+x)^2}+\sqrt[3]{1+x}+1}{\sqrt[3]{(1+x)^2}+\sqrt[3]{1+x}+1} = \dfrac{0}{0} =$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{x} \cdot \dfrac{\sqrt[3]{(1+x)^2}+\sqrt[3]{1+x}+1}{\sqrt{1+x}+1} =$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1+1+1}{1+1} = \dfrac{3}{2}$

c. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x+3}{x}\right)^{4x+1} = \lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x}{x}+\dfrac{3}{x}\right)^{4x+1} = \lim\limits_{x\to\infty} \left(1+\dfrac{1}{x/3}\right)^{4x+1} =$

$= \lim\limits_{\substack{x\to\infty \\ x/3\to\infty}} \left(1+\dfrac{1}{x/3}\right)^{\frac{x}{3}\cdot\frac{3}{x}\cdot(4x+1)} =$

$$\lim_{x \to \infty} e^{\frac{3(4x+1)}{x}} = \underline{\underline{e^{12}}}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{3(4x+1)}{x} = 3\left(4 + \frac{1}{x}\right) = 12 + \underbrace{\frac{3}{x}}_{\to 0} = 12$$