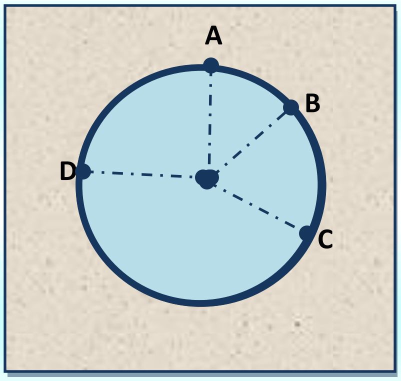
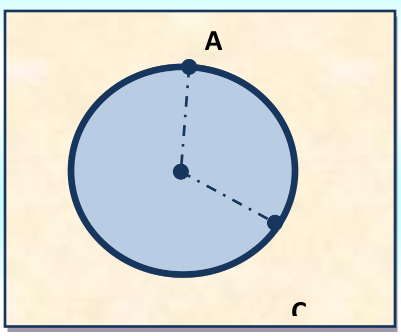
რკალი. რკალის გრადუსული ზომა

გავიხსენოთ წრეწირის განმარტება: წრეწირი იმ წერტილთა გეომეტრიული ადგილია, რომლებიც სიბრტყის მოემული O წერტილიდან ერთი და იგივე მანძილითაა დაშორებული.

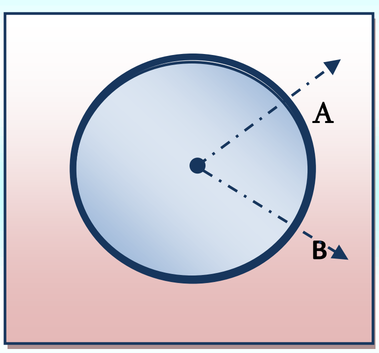


წრეწირის ნებისმიერ ნაწილს **რკალი** ეწოდება. მაგალითად რკალი AB, რკალი AC და ასე შემდეგ. ვინაიდან ნებისმიერი გეომეტრიული ფიგურა წერტილთა სიმრავლეა, ამიტომ რკალიც წერტილთა სიმრავლეა. რკალი რომელიმე წრეწირის წერტილთა სიმრავლეს წამოადგენს.

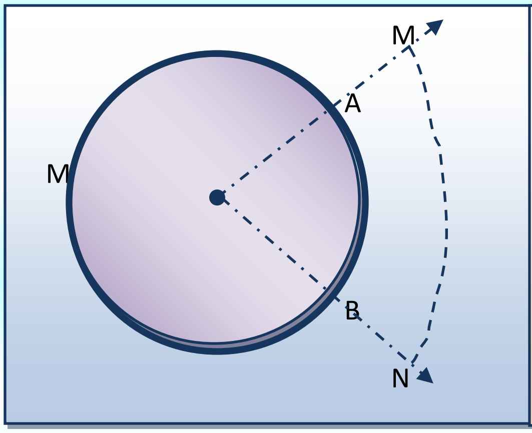
წრეწირის ყოველი ორი წერტილი წრეწირს ჰყოფს ორ რკალად. მაგალითად ნახაზზე A და C წერტილები წრეწირს ჰყოფენ ABC და ADC რკალებად. ეს ასე აღინიშნება: ∪ ABC და ∪ ADC. თუ A და C წერტილებს შევაერთებთ წრეწირის ცენტრთან, მივიღეთ ორ კუთხეს – მცირე AOC კუთხეს და დიდ ADC კუთხეს.



მცირე კუთხე ეყრდნობა ABC რკალს, ხოლო დიდი დიდი ADC კუთხე ეყრდნობა ADC რკალს. ABC რკალი უფრო მცირეა, ვიდრე ADC რკალი. ვინაიდან ვიხილავთ მცირე და დიდ რკალს, შესაბამისად უნდა გავცეთ გავცეთ პასუხი კითხვაზე, თუ ერთი კუთხე მეორეზე რამდენით მეტია ან რამდენჯერ მეტია, ამიტომ უნდა შეგვეძლოს რკალის გაზომვა. ამრიგად, რკალს გააჩნია საზომი ერთეული.



გავიხსენოთ განსაზღვრა: კუთხეს, რომლის წვერო წრეწირის ცენტრია, ხოლო გვერდები რადიუსის მომცველი სხივებია, ეწოდება ცენტრული კუთხე. < AOB ცენტრული კუთხეა . ეს კუთხე ეყრდნობა AB რკალს.



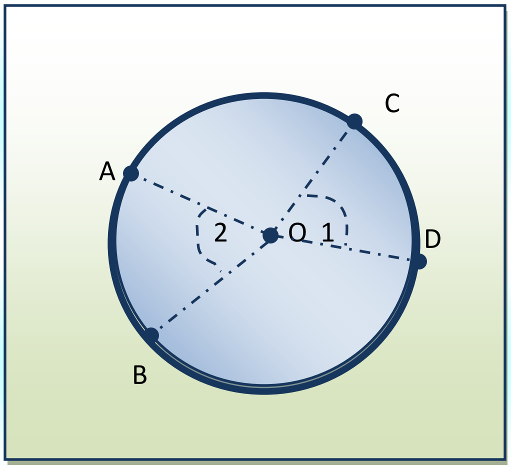
მოცემულ ნახაზზე MN რკალი უფრო გრძელია ვიდრე AB რკალი, მაგრამ რკალის სიგრძის შეფარდება შესაბამისი რადიუსის სიგრძესთან მუდმივი რიცხვია. $\frac{AB}{AO}=\frac{MN}{OM}$. რკალის საზომ ერთეულად მიღებულია გრადუსი. რკალის გრადუსული ზომა შესაბამისი ცენტრული კუთხის გრადუსული ზომის ტოლია.

თუ $\angle AOB=\alpha$, მაშინ $\cup AB=\alpha$. თუ მცირე რკალის გრადუსული ზომა არის α, მაშინ შესაბამისი დიდი რკალის გრადუსული ზომა არის $360^0-\alpha$.

წრეწირის რკალებს ეწოდება ტოლი, თუ მათი გრადუსული ზომები ტოლია.

დავამტკიცოთ დებულება: თუ წრეწირის ორი ქორდა ტოლია, მაშინ მათ მიერ მოჭიმული რკალებიც ტოლია.

დ ა მ ტ კ ი ც ე ბ ა



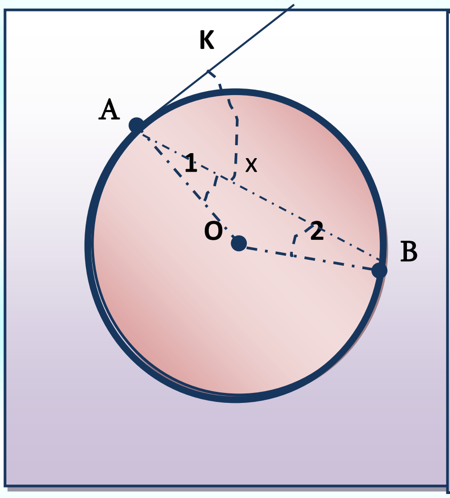
შევაერთოთ A,B,C,D წერტილები წრეწირის O ცენტრთან. მივიღებთ Δ AOB-ს და Δ COD–ს. მათ გვერდები ტოლი აქვთ. OA=OC=OD=OB (ყველა რადიუსია) და CD = AB გამომდინარე მოცემულობიდან. მაშინ, სამკუთხედების ტოლობის მესამე ნიშნიდან გამომდინარე, ეს სამკუთხედები ტოლია, რაც გულისხმობს შესაბამისი კუთხეების ტოლობას, ამიტომ $\angle 1=\angle 2$ და $\cup AB=\cup CD$, რის დამტკიცებაც გვინდოდა.

ამრიგად, შემოვიღეთ რკალის განმარტება, მისი საზომი ერთეული, ტოლი რკალების ცნება და პირობა, თუ როდის არის რკალები ტოლი.

დავამტკიცოთ თეორემები:

თეორემა 1: მხებითა და ქორდით შედგენილი კუთხე მხებსა და ქორდას შორის მოქცეული რკალის ნახევრის ტოლია.

დ ა მ ტ კ ი ც ე ბ ა



AK მხებია. **უ. დ.** $< x = (\cup AB) : 2$. AB ქორდის ბოლოები შევაერთოთ O ცენტრთან. მიღებული სამკუთხედი არის ტოლფერდა (AO და OB რადიუსებია). $< 1 + < 2 + < AOB = 180^0$, საიდანაც გამომდინარეობს, ($< 1 = < 2$, ვინაიდან სმკუთხედი ტოლფერდაა). $< 1 + < x = 90^0$. ავღნიშნოთ $< 1 = < 2 = \alpha$, $< AOB = \beta$, მაშინ $2\alpha + \beta = 180^0$;

საიდანაც ტოლობის ორივე მხარის 2 – ზე გაყოფით , მივიღებთ:

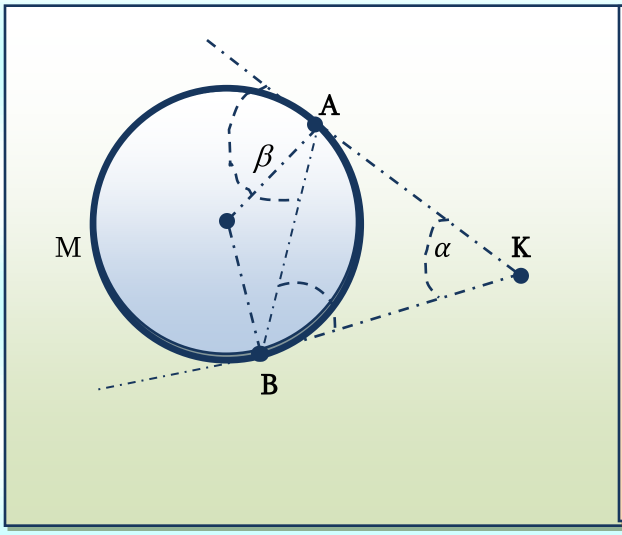
$\alpha + \dfrac{\beta}{2} = 90^0$. ამავე დროს $\alpha + < x = 90^0$, ამიტომ

$x = \dfrac{\beta}{2} = \dfrac{\cup AB}{2}$, რის დამტკიცებაც გვინდოდა.

თეორემა 2: თუ წრეწირის გარეთ აღებული წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია ორი მხები, მაშინ მხებებს შორის კუთხე იმ რკალების გრადუსულ ზომათა ნახევარსხვაობის ტოლია, რომლებადაც წრეწირი შეხების წერტილებით იყოფა.

დ ა მ ტ კ ი ც ე ბ ა

სიბრტყეზე აღებული წრეწირის გარეთ აღებული K წერტილიდან გავავლოთ AK და KB მხებები, სადაც უნდა დავამტკიცოთ, რომ $< K = \dfrac{\cup AMB}{2} - \dfrac{\cup AB}{2}$.

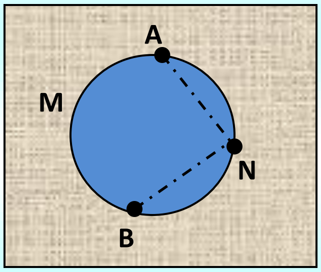


β კუთხე AKB სამკუთხედის გარე კუთხეა, ამიტომ $\beta = \alpha + \varphi$. φ კუთხე KB მხებითა და AB ქორდით შედგენილი კუთხეა, ამიტომ $\varphi = \frac{\cup AB}{2}$.

ანალოგიურად $\beta = \frac{\cup AMB}{2}$. მაშინ $\alpha = \beta - \varphi$, ანუ $\alpha = \frac{\cup AMB}{2} - \frac{\cup AB}{2}$, რის დამტკიცებაც გვინდოდა.

დავალებები

23.1.

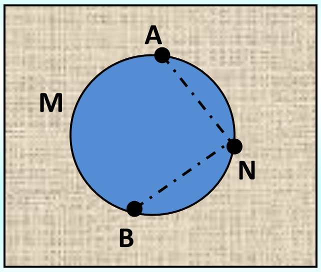


ნახაზზე A და B წერტილები წარმოადგენენ დიამეტრის ბოლოებს, მაშინ < ANB =

1) 90^0 2) 180^0

3) 360^0 4) 270^0

23.2.

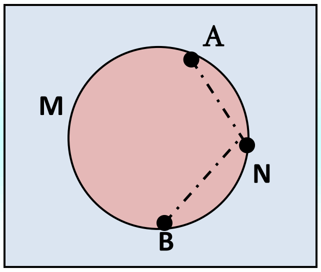


ნახაზზე A და B წერტილები წარმოადგენენ დიამეტრის ბოლოებს, მაშინ AMB რკალის გრადუსული ზომა იქნება

1) 90^0 2) 180^0

3) 360^0 4) 270^0

23.3.

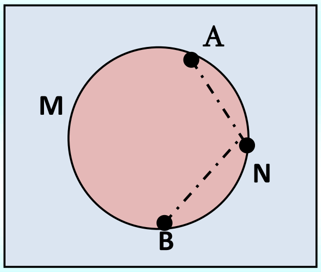


ნახაზზე **ANB** ჩახაზული კუთხე წვეროებით წრეწირს ყოფს შეფარდებით **7: 1: 1.** მაშინ AMB რკალის გრადუსული ზომა იქნება

1) 290^0 2) 280^0

3) 260^0 4) 270

23.4.

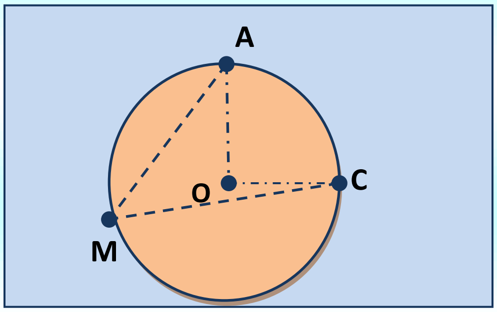


ნახაზზე **ANB** ჩახაზული კუთხე წვეროებით წრეწირს ყოფს შეფარდებით **7: 1: 1.** მაშინ AN რკალის გრადუსული ზომა იქნება

1) 60^0 **2)** 80^0

3) 40^0 **4)** 70^0

23.5.

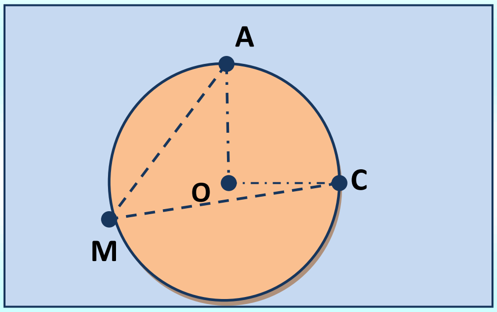


თუ $<AOC = 48^0$, მაშინ $\cup AC=$

1) 96^0 **2)** 48^0

3) 24^0 **4)** 128^0

23.6.

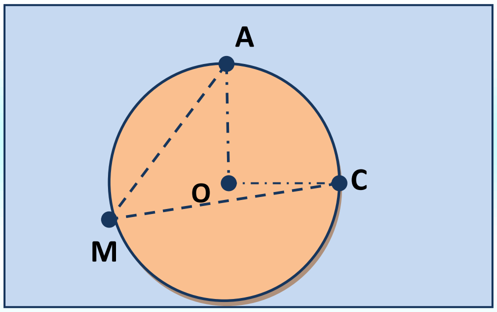


თუ $<AOC = 48^0$, მაშინ $\cup AMC=$

1) 196^0 **2)** 248^0

3) 312^0 **4)** 328^0

23.7.

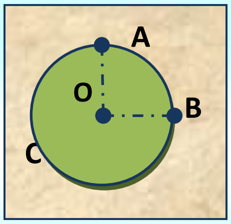


თუ $<AOC = 48^0$, მაშინ $< AMC=$

1) 96^0 **2)** 48^0

3) 24^0 **4)** 128^0

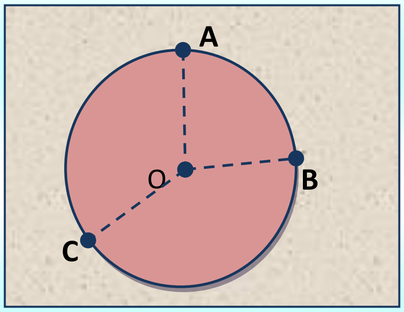
23.8.



თუ $<AOB = 94^0$, მაშინ $\cup ACB=$

1) 266^0 **2)** 246^0 **3)** 294^0 **4)** 248^0

23.9.

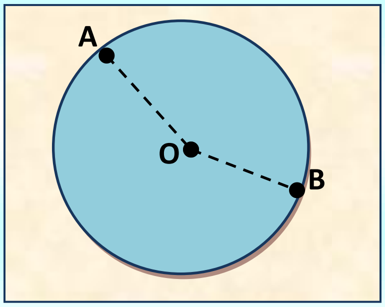


თუ $<AOB = 60^0$, C წერტილი ACB რკალს შუაზე ყოფს, მაშინ $< AOC =$

1) 120^0 2) 150^0

3) 180^0 4) 220^0

23.10. A და B წერტილებით წრეწირი გაიყო ორ ნაწილად (მცირე რკალი და დიდი რკალი). მათი ზომების შეფარდებაა 4 : 5. იპოვეთ დიდი რკალის ზომა.



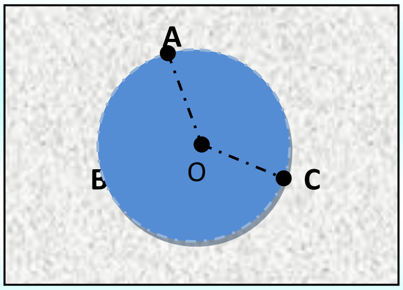
1) 200^0

2) 150^0

3) 180^0

4) 210^0

23.11. O წრეწირის ცენტრია. $< AOC = 100^0$, მაშინ $\cup ABC=$



1) 180^0 2) 260^0

3) 240^0 4) 280^0

23. 12. თუ წრეწირის ცენტრზე გამავალი წრფეები მართობულია, მაშინ ამ წრფეებით წრეწირი ოთხ რკალად იყოფა, სადაც თითოეული რკალის გრადუსული ზომაა

1) 45^0 2) 60^0 3) 180^0 4) 90^0

23.13. წრეწირის ქორდა რადიუსის ტოლია. რისი ტოლია ამ ქორდით მოჭიმული მცირე რკალის გრადუსული ზომა?

1) 45^0 2) 60^0 3) 180^0 4) 90^0

23.14. წრეწირის ქორდა რადიუსის ტოლია. რისი ტოლია ამ ქორდით მოჭიმული დიდი რკალის გრადუსული ზომა?

1) 145^0 2) 160^0 3) 180^0 4) 300^0

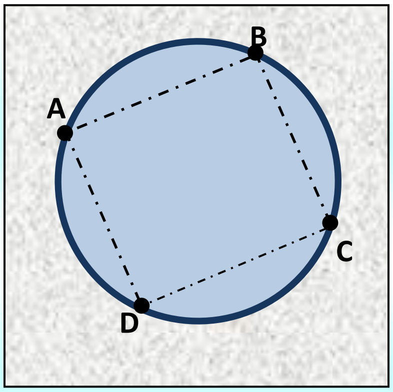
23.15. როცა საათი ზუსტად 3 საათს აჩვენებს, რამდენი გრადუსია კუთხე საათის ისრებს შორის?

1) 45^0 2) 60^0 3) 90^0 4) 120^0

23.16. როცა საათი ზუსტად 6 საათს აჩვენებს, რამდენი გრადუსია კუთხე საათის ისრებს შორის?

1) 180^0 2) 100^0 3) 90^0 4) 120^0

23.17.

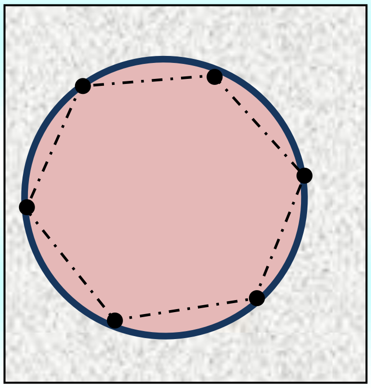


ნახაზზე მოცემული წრეწირი ტოლი ქორდებით მიმდევრობით დაყოფილია ოთხ ტოლ რკალად. რამდენი გრადუსია თითოეული რკალის გრადუსული ზომა?

1) 70^0 2) 80^0

3) 90^0 4) 60^0

23.18.

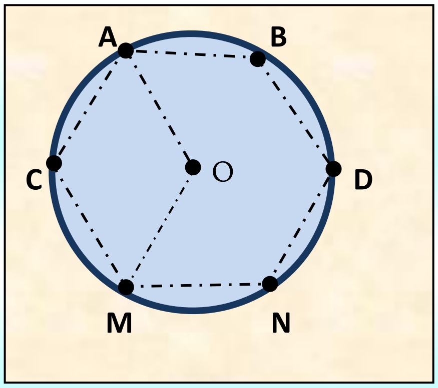


ნახაზზე მოცემული წრეწირი ტოლი ქორდებით მიმდევრობით დაყოფილია ექვს ტოლ რკალად. რამდენი გრადუსია თითოეული რკალის გრადუსული ზომა?

1) 30^0 2) 45^0

3) 60^0 4) 50^0

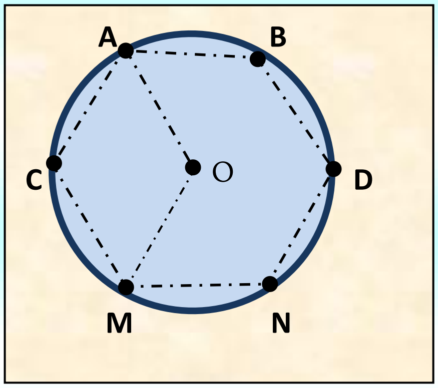
23.19. ნახაზზე მოცემული წრეწირი ტოლი ქორდებით მიმდევრობით დაყოფილია ექვს ტოლ ნაწილად. მოცემული ნახაზის მიხედვით რამდენი გრადუსი იქნება AOM ცენტრული კუთხე?



1) 150^0 **2)** 130^0

3) 100^0 **4)** 120^0

23.20. ნახაზზე მოცემული წრეწირი ტოლი ქორდებით მიმდევრობით დაყოფილია ექვს ტოლ ნაწილად. მოცემული ნახაზის მიხედვით რამდენი გრადუსი იქნება ACM რკალის გრადუსული ზომა?



1) 150^0 **2)** 130^0

3) 100^0 **4)** 120^0

23.21. წრეწირი რადიუსის ტოლი ქორდებით დაყოფილია 6 ტოლ ნაწილად. იპოვეთ მიღებული ექვსკუთხედის პერიმეტრი, თუ რადიუსის სიგრძე 12 სმ - ის ტოლია.

1) 48 სმ **2)** 78 სმ **3)** 72 სმ **4)** 60 სმ

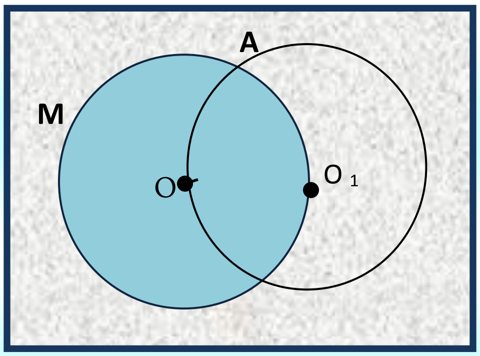
23.22. წრეწირი ორი ურთიერთმართობული დიამეტრით იყოფა ოთხ ტოლ ნაწილად. მიღებული წერტილები მიმდევრობით შეერთებულია ქორდებით. იპოვეთ მიღებული ოთხკუთხედის პერიმეტრი, თუ დიამეტრის სიგრძე $18\sqrt{2}$ - ის ტოლია.

1) 48 სმ **2)** 78 სმ **3)** 72 სმ **4)** 60 სმ

23.23. წრეწირის გარეთ აღებული წერტილიდან წრეწირისადმი გავლებულია ორი მხები, რომელთა შორის კუთხეც 60^0 - ია. იპოვეთ წრეწირზე მიღებული უმცირესი რკალის გრადუსული ზომა.

1) 145^0 **2)** 120^0 **3)** 100^0 **4)** 140^0

23.24.

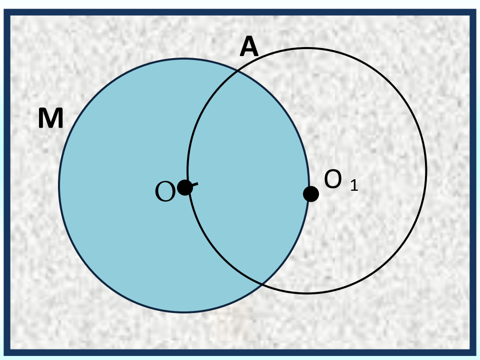


მოცემული ნახაზის მიხედვით, რისი ტოლი იქნება AOB რკალის გრადუსული ზომა?

1) 145^0 **2)** 120^0

3) 100^0 **4)** 140^0

23.25.



მოცემული ნახაზის მიხედვით, რისი ტოლი იქნება AMB რკალის გრადუსული ზომა?

1) 245^0 **2)** 220^0

3) 200^0 **4)** 240^0

ავტორები : გულიკო საბაძე , ნუნუ წიკლაური **gulikosabadze@gmail.com**