

# Fizikai alapismeretek

## 4. előadás: Energia, munka, teljesítmény

Papp Ádám

[papp.adam@itk.ppke.hu](mailto:papp.adam@itk.ppke.hu)

407. szoba, 204. labor

2023. 10. 02.

# Munka

Megfigyelés: testek megmozdításához **munkát** kell végeznünk:

$$W = F \Delta s$$

$$\text{Mértékegysége: } J = \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}$$

Csak az elmozdulás irányába ható erőkomponens végez munkát.

A Newton törvényeknél láttuk, hogy az egyenletes mozgás fenntartásához nem kell erő, tehát nem végzünk munkát.

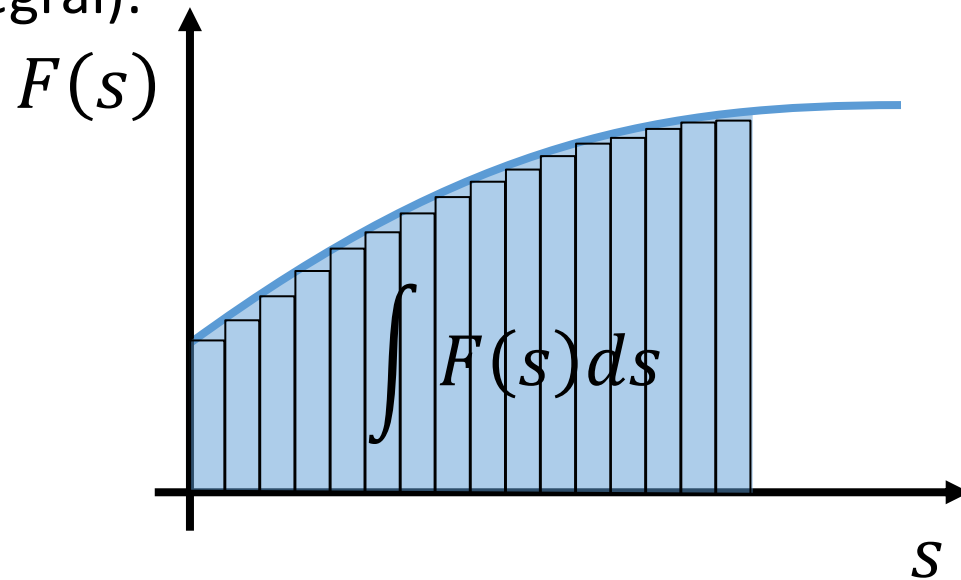
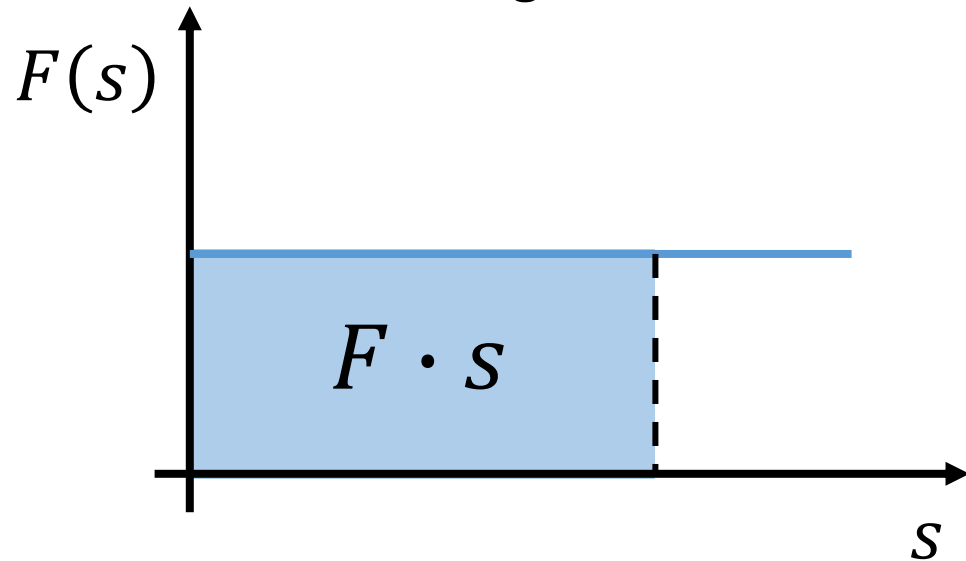
Kivétel: súrlódás  $\rightarrow$  a mozgás fenntartásához is munkát kell végezni.

Nemcsak a gyorsításhoz, de a lassításhoz is munkát kell végezni.

- Ez lehet „pozitív” munka – munkát végzünk a testen,
- vagy „negatív” munka – számunkra hasznos munkát végez a test

# Munka változó erő esetén

A munka az erő-út görbe alatti terület (integrál):



Gyorsítás  $v$  sebességre (állandó gyorsulással):

$$W = F \cdot s = ma \cdot \frac{a}{2} t^2 = \frac{1}{2} m(at)^2 = \frac{1}{2} mv^2$$

Gyorsítás  $v$  sebességre (általános esetben):

$$W = \int F ds = \int ma ds = \int m \frac{dv}{dt} ds = \int m \frac{ds}{dt} dv = \int mv dv = \frac{1}{2} mv^2$$

# Energia

Energia: munkavégzésre való képesség, „tárolt munka”. **Mértékegysége:**  $J = \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}$

Mozgási energia: 0 sebességről  $v$  sebességre gyorsításhoz szükséges munka.

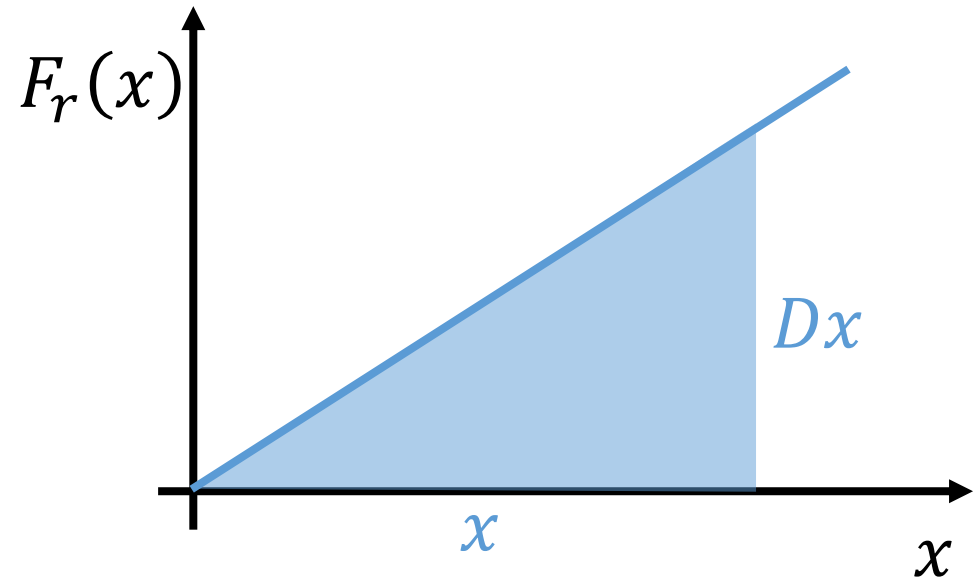
$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$$

Ugyanekkora munka szükséges egy mozgó test megállításához.  
A mozgó test munkavégzésre képes, mozgási energiája van.

Potenciális energia

Pl.: rugóban tárolt energia:

$$E_r = \frac{1}{2}Dx^2$$



# Erőterek

Ha egy test környezetében a más testekre ható erő a térkoordinátáktól függően változik, erőterként (vektortérként) kezelhetjük.

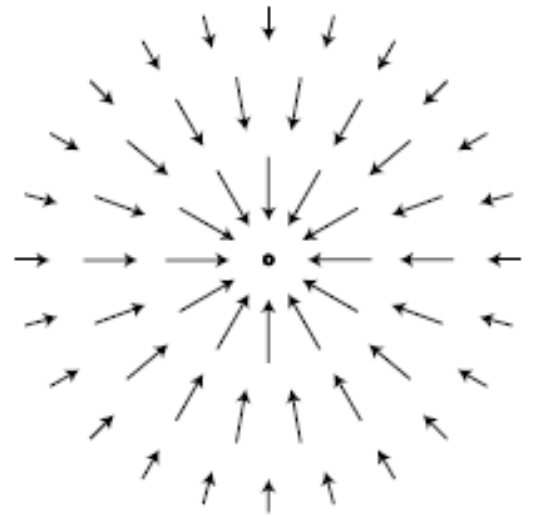
## Gravitációs erőter:

Két tömeg között ható erő:

$$\mathbf{F}_g = -\gamma \frac{Mm}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

Egységnyi tömegre ható erő (gravitációs gyorsulás):

$$\mathbf{g} = -\gamma \frac{M}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

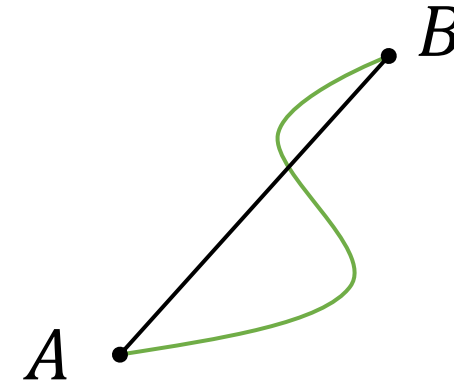


Hamarosan: elektromos és mágneses tér

# Konzervatív erőter

Olyan erőter, amelyben bármely A és B pont közötti úton végzett munka független az útvonaltól, csak a végpontoktól függ.

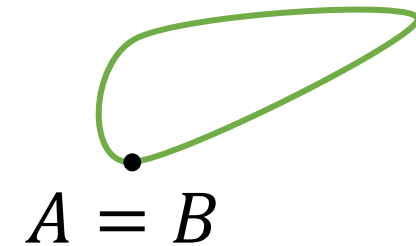
$$W_{AB} = \int_A^B \mathbf{F} d\mathbf{s} = E_B - E_A$$



Konzervatív erőterben bármely zárt útvonalon a végzett munka 0:

$$W_{AB} = \oint \mathbf{F} d\mathbf{s} = 0$$

**konzervatív = megőrzi az energiát**



Disszipáció nem lehet konzervatív erőterben.

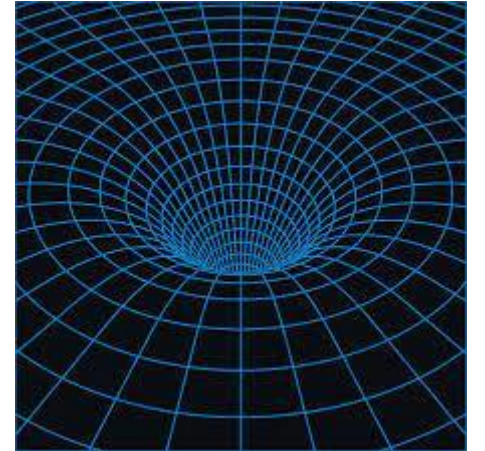
# Potenciál, potenciális energia

Konzervatív erőterhez mindig található olyan  $U$  potenciál, melynek gradiense az erőter:

$$\mathbf{F} = -\text{grad } U$$

Gravitációs potenciál:

$$\mathbf{g} = -\gamma \frac{M}{r^2} \hat{\mathbf{r}} = -\text{grad } U_g \rightarrow U_g = -\gamma \frac{M}{r}$$



Gravitációs potenciális energia:

$$E_{pot} = -\gamma \frac{Mm}{r}$$

A végtelenben nulla,  
közeledve csökken,  
nullában  $-\infty$ !

Közelítés: kis magasságváltozásnál  $F$  állandó:

$$\Delta E_{pot} = F_g \Delta r = mgh$$

$$\left( \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{\Delta E_{pot}}{\Delta r} = \frac{dE_{pot}}{dr} = F_g \right)$$

# Energiamegmaradás törvénye

---

Zárt rendszerben a különböző formákban tárolt energiák összege állandó:

$$E_{kin} + E_{pot} = \text{áll.}$$

Két test **rugalmas** ütközésekor az energiák összege nem változik:

$$E_{kin}^{(1)}(t_1) + E_{kin}^{(2)}(t_1) = E_{kin}^{(1)}(t_2) + E_{kin}^{(2)}(t_2)$$

Rugalmas ütközés: veszteségmentes.

Rugalmatlan ütközés veszteséges, az energia nem marad meg (pl.: hővé alakul).

DE a lendület megmarad rugalmatlan ütközéskor is!



# Reverzibilitás

---

Konzervatív erőterekben a folyamatok megfordíthatók (reverzibilisek).

Ha pl.: egy testet földobunk, az vissza fog esni.

Ha egy test egy rugónak ütközik, az visszapattan.

Ha a potenciálnak van minimuma, akkor ekörül periodikus mozgás jöhet létre, pl.:

- Rugó nyugalmi megnyúlása körüli rezgés
- Tömegpont körüli keringés
- Inga mozgása gravitációs térben
- Golyó mozgása egy völgyben

Ha a test kinetikus energiája az erőterben haladva elfogy és az erő itt nem 0 (a potenciál gradiense/merevedsége nem 0), akkor a test az erő irányába tovább/vissza halad.

# Teljesítmény

Munkavégzés gyorsasága, egységnyi idő alatt végzett munka.

$$P = \frac{W}{t}$$

**Mértékegysége:**  $W = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^3}$

Pillanatnyi teljesítmény:

$$P = \frac{dW}{dt}$$

Visszafelé származtatható belőle egy praktikus energiamértékegység:

$$\text{kWh} = \frac{1000 \text{ J}}{\text{s}} 3600 \text{ s} = 3.6 \text{ MJ}$$

Ez elég sok Joule kb. 40 Ft-ért...