

Méter mérés

Nagy Dániel Zoltán (FZ1AU9)

Mérés ideje: 2019.02.18. 13:15-16:00

Mérés helye: Pázmány Péter Katolikus Egyetem, Információs Technológiai és Bionikai Kar
1083 Budapest, Práter utca 50/a

nagy.daniel.zoltan@hallgato.ppke.hu

I. SI MÉRTÉKEGYSÉGRENDSZER

A fizikában és a méréstudományban mértékegységeknek (jele: [x]) hívjuk azokat a méréshez használt egységeket, amivel a fizikai mennyiségeket (jele: x) pontosan meg tudjuk határozni. A megmért mennyiség és az alapul választott mértékegység hányadosát mérőszámnak nevezzük (jele: x). Ennek megfelelően a **fizikai mennyiség a számérték és mértékegység szorzata**:

$$x = x \cdot [x]$$

A kísérletek megismételhetősége a tudományos módszer legfontosabb jellemzője. Ehhez szabványokra van szükségünk, és ahhoz, hogy egységes mérési szabványokat hozzunk létre, szükségünk van a mértékegységek rendszerére. [1]

Az SI, azaz Nemzetközi mértékegységrendszer hét alap mértékegységet tartalmaz (I táblázat), és a 10 hatványain alapul. Elődjét MKSA-nak nevezték, mely csupán 4 mértékegységet tartalmazott (Meter, Kilogramm, Secundum, Amper), és 1948-ban került kibővítésre. A mértékegységek rendszerét az alapegységek, és a velük leírható kiegészítő egységek és származtatott egységek alkotják. A hét SI-alapegység mindegyike dimenziófüggetlen a többitől, és ezekből származtatható le a többi egység (például m/s) a hatványaiknak szorzataként vagy hányadosaként. Néhány származtatott egységnek külön neve is van:

Példák:

frekvencia: $Hz(hertz) = s^{-1}$

erő: $N(newton) = kg \cdot m \cdot s^{-2}$

nyomás: $Pa(pascal) = N \cdot m^{-2}$

energia, munka, hő: $J(joule) = N \cdot m$

Kiegészítő egységből 2 van használatban, a radián és a szteradián (II táblázat). 1995 óta ezeket is a származtatott egységekhez soroljuk, mivel valójában dimenzió nélküli arányok, melyek két azonos SI-egység osztásával keletkeznek. Formálisan SI-egységük egyszerűen az 1, de kaptak nevet olyan esetekre, amikor az egység hiánya félreértéshez vezethet. [2]

Mértékegység neve	Jele	Mennyiség neve	Jele
méter	m	hossz	l
kilogramm	kg	tömeg	m
másodperc	s	idő	t
amper	A	elektromos áramerősség	I
kelvin	K	Abszolút hőmérséklet	T
mól	mol	anyagmennyiség	n
kandela	cd	fényerősség	I _v

I. táblázat. SI-alapegységek

A mértékegységek nagyságrendjét a prefixumok (előtagok) adják meg (III táblázat). Mivel az SI-egységek a gyakorlatban

Fizikai mennyiség	Egység neve	Egység szimbóluma
síkszög	radián	rad
térszög	szteradián	sr

II. táblázat. Kiegészítő egységek

sokszor túlságosan nagyoknak vagy kicsinyeknek bizonyulnak, ezért az alapegységeket a prefixumokkal szorozzuk. A 10^{3n} alakú prefixumok használatosak leginkább, és az ezekkel képzett egységek az *ajánlott prefixált SI-egységek*. A prefixum nevét és jelét egybeírjuk a mértékegység nevével, illetve jelével (kilóméter, km). Összetett prefixumok nem használhatók (m μ m helyett nm). Vannak különleges prefixumok, mint a hekto, deka, deci és a centi, amik csak speciális helyzetekben alkalmazhatók, ezek az úgynevezett *megengedett prefixált SI-egységek*. Tilos prefixumokat kapcsolni a fokhoz, ívperchez, ívmásodperchez, perchez, az órához, naphoz, héthez, hónap-hoz, évhez, Celsius-fokhoz, kelvinhez és a hektárhoz. [1]

a	f	p	n
atto- 10 ⁻¹⁸	femto- 10 ⁻¹⁵	piko- 10 ⁻¹²	nano- 10 ⁻⁹
μ	m	c	d
mikro- 10 ⁻⁶	milli- 10 ⁻³	centi- 10 ⁻²	deci- 10 ⁻¹
da	h	k	M
deka- 10 ¹	hekto- 10 ²	kilo- 10 ³	mega- 10 ⁶
G	T	P	E
giga- 10 ⁹	tera- 10 ¹²	peta- 10 ¹⁵	exa- 10 ¹⁸

III. táblázat. SI-prefixumok

Az SI egy többnyire koherens mértékegységrendszer, ami azt jelenti, hogy a rendszerhez tartozó egységeket korlátozás nélkül átszámíthatjuk egymásba, és a számításoknál együtthatókat, vagy matematikai függvényeket nem kell alkalmazni. Valamennyi mértékegység az alapvető mértékegységekből szorzás, vagy hatványozás műveletével levezethető. [3] [4]

II. MÉRÉSSEL KAPCSOLATOS ALAPFOGALMAK

A mérés maga műveletek összessége, amelyek célja egy mennyiség értékének a meghatározása. Ez az érték a mérőszám, melyhez megfelelő mérőeszköz megválasztása szükséges. A mérésnél előzetesen egyeztetni kell a számérték kifejezéséhez alapul vett mértékegységet. A mérőszám csak egy nála nagyobb, és egy nála kisebb korlátérték közé határolható

be, mindig adódik bizonyos mértékű mérési hiba. Ez a a mért mennyiség és a mennyiség valódi értéke közötti különbség.

$$x_{hiba} = |x_{mert} - x_{idealis}|$$

A hibaszázalék megkapható, ha x_{hiba} -t elosztjuk a mért értékkel, majd megszorozzuk 100-al:

$$\frac{x_{hiba}}{x_{mert}} \cdot 100$$

A mérésre vonatkozó ismeretek összességét metrológiának nevezzük. A mérés technika a metrológiának a mérés gyakorlati megvalósításával foglalkozó része.

A mérésnél a mérés számszerűsítéséhez mérőeszközt használunk. A mérőeszköz vagy műszer egy anyag vagy természeti jelenség adott tulajdonságának mérésére, vagyis egy jellemző mennyiségének meghatározásához készült. A mérőeszköz kiválasztásának már eleve helyesnek kell lennie. A helyes mérés előfeltétele a mérés (és a mértékegység) reprodukálhatósága. A mérési eredmények azonban a használt mérőeszközöktől, illetve a mértékegységtől függően különbözőek lesznek.

A mérési eredményeknek van mérési bizonytalansága, ugyanis a mérendő mennyiség is tartalmazhat zavaró jeleket, vagyis zajt, amiket a forrásból való mintavétellel vagy szűréssel lehet csökkenteni. A mérésnél a mérőeszköznek van egy adott hibája, van a leolvasásnak is egy hibája, valamint a számolás során is követhetünk el hibát. A műszerek működését környezeti hatások is befolyásolhatják. [5]

A mérőeszközök vizsgálata ugyanolyan fontos, mint a mérés elvégzése, vagyis a méréssel történő értékelés. A kalibrálási és hitelesítési eljárások biztosítják a mért értékek megbízhatóságát, azaz a mérőeszköz minőségét, és a mérőeszköz által mért értékek „helyességét”.

- helyes érték: a mérendő darab hitelesített etalon-mérete.
- mért érték: a mérendő mennyiségnek tulajdonított, méréssel kapott érték (része a mérési bizonytalanságra vonatkozó információ is)
- valódi érték: amely megfelel a meghatározott mennyiség definíciójának (idealizált eset, ami a tökéletes mérés során adódna) [5]

Amennyiben a vizsgálatba bevont mérőeszközt gyártásközi ellenőrzésre használják, a mérőeszköz egy kalibrált berendezés, vagy kalibrált etalonkészlet lehet. Etalonnak a nemzetközileg elfogadott mértékegység mintáját tekintjük.

A hitelesítési folyamatot hasonlíthatjuk a kalibrálási eljáráshoz is, a vizsgálatot az alkalmazott mérőeszköz minősítése határozza meg. Például hosszmeréseknél a hitelesítendő eszközt a Hivatalban található, a mérés elvégzésére alkalmas mérőeszközzel végzik el, így egy tolómérő hitelesítése történhet koordináta mérőgéppel, etalonok mérésén keresztül. [6]

III. FOLYOSÓ MÉRÉSE

A mérés menete és mért adatok: A folyosó mérésénél az 'A' mérőrudat használtam. Először megmértem 3 csempe és 3 fuga hosszát 10 különböző helyen egy csempesoron belül, és ezek átlagából vontam le a következtetést 3 csempe és 3 fuga általános hosszúságára. Mivel 113 darab egész csempe és fuga volt, láthatóan nem volt kiúgró hosszúságú egyik sem, valamint a 10 mérés során mindig nagyjából 91,2 cm-t mértem, ezért statisztikai alapon tekinthetjük 3 csempe és 3 fuga hosszát 91,2 cm-nek. Az egész csempéken kívül

még 2 kisebb szakaszt kellett megmérni. Mivel a 113 nem osztható 3-mal, és ez megnehezítené a további számolást, ezért úgy tekintettem, mintha 111 egész csempe lett volna, és 2 csempét hozzászámoltam a még megmérendő tartományhoz. Így kaptam egy 62 és egy 19 cm hosszú részt. Ez összesen tehát:

$$\frac{111}{3} \cdot 91,2 + 62 + 19 = 3455,4 \text{ cm} = 34,554 \text{ m}$$

Mérési hiba: A beosztás nagyságából adódóan egy mérés $\pm 0,5 \text{ cm}$ pontossággal történhetett. Mivel 3 csempénként mértünk meg 111 csempét, a mérési hiba 111/3-szorosára nőtt, valamint ezen felül még a két rövidebb rész mérésének hibájával is számolnunk kell. A mérés maximális abszolút pontatlansága összesen:

$$\pm \left(\frac{111}{3} \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,5 \right) = \pm (18,5 + 1) = \pm 19,5 \text{ cm}$$

A mérési hibaszázalék:

$$\frac{19,5}{3455,4} \cdot 100 = 0,6\% < 1\%$$

Mivel a hibaszázalék 1%-on belül van, a mérésünket pontosnak tekinthetjük.

Összesített mérési adatok: A csoport méréseit összevetve a következő adatokat kaptuk:

Mért hosszúság	Méterrúd betűjele
34,345	E
34,43	E
34,52	F
34,15	A
34,102	E
34,65	A
34,62	A
36,58	A
34,11	E
34,61	A
34,49	F
34,67	A
34,395	F
34,09	C
33,881	A
34,93	E
34,11	C
átlag	34,51

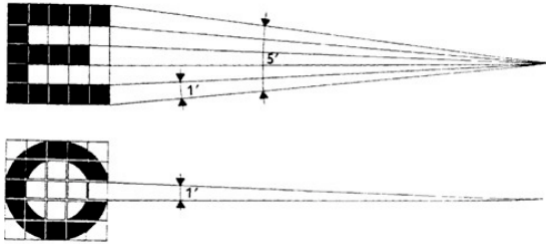
IV. táblázat. Az egész csoport mérései

Megint csak statisztikai alapon, ha több mérést végzünk (1%-os pontosságra törekedve), az csökkenti a hiba esélyét, és így az adatok számtani átlaga egy szimpla mérésnél pontosabbnak tekinthető. A folyosó átlagos hossza így 3451 cm lett, ami valóban belül van az én 3455,4 \pm 19,5 cm-es abszolút pontatlanságomon és 1%-os hibaszázalékomon.

IV. SZEM FELBONTÁSA

Mérés menete és mért adatok A mérés során megmértem a kép két kockájának/hatszögének/pixelének távolságát, valamint azt, hogy a képtől milyen távolságban kezdenek összemosódni a fekete fehér határvonalak, illetve a színes ábrán a színek. Szintén 3 csempe + 3 fuga távolságát vettem alapul, plusz a maradékot egy extra méréssel hozzászámoltam. A képet nagyjából a szemem magasságba igazítottam. Az eredmények:

	távolság	táv (cm)	pixel (cm)
kis fekete-fehér kép	12 csemp + 49 cm	413,8	0,5
nagy fekete-fehér kép	33 csemp + 49 cm	1052,2	1
kis színes kép	12 csemp + 49 cm	413,8	0,7
nagy színes kép	30 csemp + 79,5 cm	991,5	1,2



1. ábra. [7]

Ha a szemem, és a szemem vonalában levő egyik pixelre felrajzolunk egy egyenlőszárú háromszöget az 1. ábra második képéhez hasonló módon, akkor ezt a háromszöget elfeleztve egy derékszögű háromszöget kapunk, és a szemfelbontás látószöge a következő szögfüggvénnyel kapható meg:

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\text{pixel}/2}{\text{tav}}$$

$$\alpha = 2 \cdot \arctan \frac{\text{pixel}/2}{\text{tav}}$$

$$\alpha = \arctan \frac{\text{pixel}}{\text{tav}}$$

A látásélesség definíció szerint pedig egyenlő

$$\frac{1}{1_{\text{pixel_latoszge}}} - \text{vel},$$

vagyis

$$\frac{1}{\alpha} - \text{val}.$$

Alkalmazva a képletet az adataimra:

	látószög (fok)
kis fekete-fehér kép	$\arctan \frac{0,5}{413,8} = 0,069$
nagy fekete-fehér kép	$\arctan \frac{1}{1052,2} = 0,054$
kis színes kép	$\arctan \frac{0,7}{413,8} = 0,085$
nagy színes kép	$\arctan \frac{1,2}{991,5} = 0,069$

Mérési hiba: Ennek a mérésnek az eredménye elég pontatlan lesz több okból is kifolyólag. Egyrészt, mivel méterrúddal mért pixelméret hibaszázaléka igen nagy, így az eredmény is megkérdőjelezhető. Másrészt pedig mivel az éleslátás határa is csak eléggé hozzávetőleges, így a képtől való megfelelő távolság is bizonytalan, azaz az (1) képletben mind a két paraméter pontatlan lesz. Ezen felül a keresett szög tartománya is olyan kicsi, hogy ha kis hibaszázalékot akarunk elérni, akkor az abszolút pontatlanság nem haladhatja meg a mért érték tört részét.

Az emberi szem átlagosan 1 pixelt 1' szögperc látószögben lát, vagyis $1/60 \approx 0,0167$ fokban. Az én mérési eredményeim átlaga alapján a látószög 0,06925 fok lett, ami láthatóan jelentősen eltér az átlagtól.

V. SZEM FELBONTÁSA $\pm 2\text{MM}$ ÉS $\pm 5\text{MM}$ HOSSZELTÉRÉSŰ ESZKÖZZEL

Ha az eltérést méterben X-szel jelöljük, akkor a mért érték és a valódi érték aránya egyenlő $(1+X):1$ -gyel. Most ezt behelyettesítve az eddigi képletbe a következőt kapjuk:

$$\alpha = \arctan \frac{\text{pixel} * (1 + X)}{\text{tav} * (1 + X)}$$

Majd pedig ha behelyettesítünk a módosított képletbe a kis fekete-fehér ábra adataival:

	táv (m)	pixel (m)	látószög (fok)
eredeti	4,138	0,005	0,069
+2mm	4,146	0,00501	0,069
-2mm	4,13	0,00499	0,069
+5mm	4,159	0,005025	0,069
-5mm	4,117	0,004975	0,069

Az eredményekből jól látható, hogy az eltérés a látószögben elhanyagolható ilyen kis eltérések esetén (aminek oka, hogy a méterrúd eltérése is nagyságrendekkel kisebb a hosszánál, így a mért értékek relatív hibája is ilyen kicsi lesz).

HIVATKOZÁSOK

- [1] Erostyák János és Litz József - A fizika alapjai
- [2] Wikipedia: SI származtatott egység
https://hu.wikipedia.org/wiki/SI_származtatott_egység
- [3] Wikipedia: SI mértékegységrendszer
https://hu.wikipedia.org/wiki/SI_mértékegységrendszer
- [4] Wikipedia: SI kiegészítő egység
https://hu.wikipedia.org/wiki/SI_kiegészítő_egység
- [5] Wikipedia: Mérés
<https://hu.wikipedia.org/wiki/Mérés>
- [6] Hitelesítés, kalibrálás
<http://www.cnc.hu/2016/07/merestol-a-hitelesitesig-mitol-lesz-hiteles-az-amit-merunk/>
- [7] Kép forrása: <https://slideplayer.hu/slide/2087503/>