

Gauss elimináció

1. Írja fel az alábbi egyenletrendszert mátrixos alakban, és oldja meg Gauss-Jordan eliminációval, amennyiben lehetséges!

$$\begin{aligned} & x + 2y = -5 \\ \text{a)} \quad & 5x - 2y + 7z = 25 \\ & 15x + 6y + 3z = 3 \\ \text{Mo: } & x=1, y=-3, z=2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & 2x + 3y + z + 5v = 11 \\ & x + 2y + 2z + 3v = 8 \\ & x + y - z + 2v = 4 \\ & 4x - y - z + z = 3 \\ \text{Mo: } & \text{nincs megoldás.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & x + 2y + 3z + 4v = 13 \\ & x + 3y + 2z - 2v = -3 \\ & 3x + y + 4z + 3v = 12 \\ & 3x + 2y + 3z - 3v = -4 \\ \text{Mo: } & \text{végtelen sok mo.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 3x + 2y + z = 2 \\ \text{d)} \quad & 7x + 6y + 5z = 2 \\ & 5x + 4y + 3z = 4 \\ \text{Mo: } & \text{nincs megoldás} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad & -4x + 2y - 3z = -15 \\ & -4x + 4y - 4z = -12 \\ & -x - 4y - 4z = -16 \\ \text{Mo: } & x = 52/5, y = 22/5, z = -3 \end{aligned}$$

f)

$$16x_2 + 5x_3 - 7x_4 = 1$$

$$3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 24$$

$$-2x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 3x_4 = -19$$

$$x_1 + 3x_2 - x_4 = 8$$

$$\text{Mo: } x_1=5; x_2=2; x_3=-2; x_4=3$$

g) $-2x_1 - x_2 - 4x_3 + 8x_4 = 6$

$$6x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 6x_4 = -2$$

$$4x_1 + 10x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 8$$

$$-6x_1 + 3x_2 + 12x_3 - 24x_4 = -18$$

$$\text{Mo: egy megoldás } \text{☺}$$

2. Határozza meg az a és b valós paraméterek értékét úgy, hogy az alábbi egyenletrendszernek

a, egyetlen megoldása legyen

b, ne legyen megoldása

c. végtelen sok megoldása legyen. A végtelen sok megoldást adja is meg!

$$x + 2y - 2z = 5$$

$$3x + 6y + 2z = 8$$

$$x + 3y + az = b - 2$$

3. Adja meg, hogy az alábbi paraméteres lineáris egyenletrendszernek, a paraméter értékétől függően mikor van nulla, mikor egy, és mikor végtelen sok megoldása! Oldja meg az egyenletrendszert ha a paraméter értéke: $a=11$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 = 6$$

$$5x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 20$$

$$x_1 - 3x_2 + ax_3 = 15$$

4. Adja meg, hogy az alábbi paraméteres lineáris egyenletrendszernek, a paraméter értékétől függően mikor van nulla, mikor egy, és mikor végtelen sok megoldása! Oldja meg az egyenletrendszert ha a paraméter értéke: $a = -8, b = 1$

$$1x_1 - 2x_2 + x_3 = b$$

$$2x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 2b + 1$$

$$-4x_1 + 6x_2 + ax_3 = 0$$

5. Adja meg, hogy a C valós paraméter milyen értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek. Ha van megoldása, adja is meg az összeset!

a)

$$2x_1 + 6x_2 + x_3 = -6$$

$$2x_1 + 11x_2 + 11x_3 = 14$$

$$4x_1 + 10x_2 + Cx_3 = -20$$

$$2x_1 + 9x_2 + (C + 10)x_3 = 6$$

b)

$$-x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 1$$

$$5x_1 + 15x_2 - 2x_3 + 26x_4 = 4$$

$$2x_1 + 6x_2 + Cx_4 = 4$$

$$4x_1 + 12x_2 + x_3 + (C + 14)x_4 = 11$$

6. Határozza meg az a és b paraméterek függvényében az alábbi egyenletrendszer megoldásainak számát, és ha van megoldás, akkor annak alakját is.

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4$$

$$2x_1 + 6x_2 + 7x_3 = 9$$

$$3x_1 + 6x_2 + ax_3 = b$$