

Hatvány, gyök, logaritmus

1. Számológép és függvénytáblázat használata nélkül számítsd ki és tedd növekvő sorrendbe a következő számokat:

$$a = \log_2 3 \cdot \log_3 2$$

$$b = 9^{\log_3 0,5}$$

$$c = \log_5 \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$d = 8^{-\frac{1}{3}}$$

- 2) Számológép és függvénytáblázat használata nélkül számítsd ki az x értékét:

$$\lg x = \frac{\lg 144}{2} - 2$$

- 3) Oldd meg az egyenleteket:

a) $4^{x+0,5} - 14 \cdot 2^{x-1} = 4$

b) $\frac{7^{3-x}}{\sqrt[3]{49}} = \left(\frac{1}{7}\right)^{5-3x}$

c) $\lg(x+3) + \lg(3x-1) = 2 + \lg 2$

d) $\frac{3^{2x+3}}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5^{1+x}}{9}$

e) $9^{x+0,5} + 24 \cdot 3^{x-1} = 3$

f) $5^{x+3} - 3 \cdot 5^{x+1} = 4 \cdot 5^{x+4} + 2$

g) $2\log_5(x-7) - \log_5(x-3) = -1$

h) $\sqrt{3^{x-1}} \cdot 5^{2x-1} = 15^{x+1}$

- 5) Mely valós számokra teljesül mindkét alábbi egyenlőtlenség?

a) $16^{x+1} \geq 8^{2x-3}$ és $\log_{0,2}(2x-4) > \log_{0,2}(4+x)$

b) $9^{2x+1} \geq 27^{2x-3}$ és $\log_{\frac{2}{3}}(2x-6) > \log_{\frac{2}{3}}(x+1)$

- 6) Oldd meg az egyenlőtlenségeket!

a) $\frac{7x^2+x}{49} - 2401 \geq 0$

b) $\frac{\lg \frac{x^2}{10}}{\lg 100x} \leq 3$

c) $x^{\log_3 x} > 9x$

7) Oldd meg az egyenletrendszereket!

a)
$$\left. \begin{aligned} 2^{x+1} + 3^{y-1} &= 10 \\ 2^{-x+1} \cdot 3^y &= 108 \end{aligned} \right\}$$

b)
$$\left. \begin{aligned} \lg(11x + 7y + 5) &= 1 + \lg(x + y) \\ \lg(x + 2y) + \lg(y + 2) &= 2 - \lg 2 \end{aligned} \right\}$$

c)
$$\left. \begin{aligned} x^{\log_2 y} &= 27 \\ \log_3 x^5 + \log_2 y^2 &= 11 \end{aligned} \right\}$$

d)
$$\left. \begin{aligned} x^{\lg y} &= 1000 \\ 2^{\lg x} \cdot 4^{\lg y} &= 32 \end{aligned} \right\}$$

Trigonometria

8. Oldd meg az egyenlőtlenségeket!

a) $\cos x < 0$

b) $\sin^2 x \leq -0,5$

c) $5 \cdot \sin 3x \geq -0,5$

d) $\cos x + 0,3 < 0$

e) $2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) < -\sqrt{3}$

f) $\operatorname{tg} x > 1$

g) $\operatorname{ctg} 2x \geq -\sqrt{3}$

h) $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) < \cos x$

i) $\sin x \geq -\sin 2x$

j) $\sin x \geq \cos x$

k) $\cos x + \sin 3x < 0$

l) $\cos x + \sqrt{3}\sin x < 0$

m) $\operatorname{tg} 2x < \operatorname{ctg} x$

n) $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \geq \cos 2x$

o) $\sin^2 x \geq 1 - \cos x$

p) $2\sin^2 x + 3\sin x \geq -1$

q) $2\operatorname{tg}^2 x + 3\operatorname{tg} x \geq 2$

r) $\sin^2 x + 3\operatorname{tg} x \geq 0$

s) $2\sin^2 x + 3\cos x \geq 0$

t) $\cos^2 x \geq \sin 2x$