1. feladat: /1 pont/

Mekkora munkát végzünk, ha egy 5 kg tömegű testet emelünk 2 m magasra?

Megoldás:

m = 5kg; h = 2m; g = 10 m/s^2

W_e = ? => W_e = m*g*h = 5*10*2 = 100 J

2. feladat: /2 pont/

Melyik esetben, s mennyivel több munkavégzés szükséges, ha ugyanazt az autót, pl. 1000 kg-ost, ideális körülmények között, álló helyzetből 10 m/s sebességre, illetve 10 m/s sebességről 20 m/s sebességre gyorsítjuk fel?

Megoldás: Alkalmazhatjuk a gyorsítási munkára vonatkozó összefüggést. Az első esetben:
W1 = (m*v_1^2/2) = 0,5*1000 kg * 100 m^2/s^2 = 50000 J ,
mivel ebben az esetben nulla kezdősebességről gyorsul fel az autó v_1-re.

A második esetben v_1-ről gyorsul a jármű v_2-re, tehát a munkavégzés:

W2 = (m*v_2^2/2) – (m*v_1^2/2) = (0,5*1000 kg * 400 m^2/s^2 – 0,5*1000 kg * 100 m^2/s^2) = 150000 J

3. feladat: /1 pont/

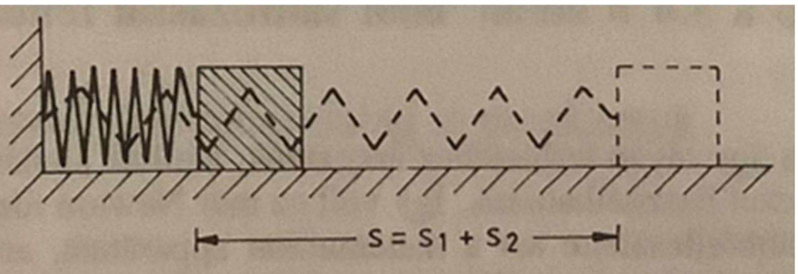
Milyen sebességgel érkezik a talajra a ***h*** magasságból leejtett test?

Megoldás: Alkalmazzuk a munkatételt. A testen csak a nehézségi erő végez munkát, az erő az elmozdulás irányába hat, tehát a munkavégzés W = m*g*h . A mozgási energia megváltozása éppen a végső mozgási energia lesz, mivel nyugalomból indult:
ΔE = mv^2/2

Az m*g*h = mv^2/2 egyenlőségből, v = sqrt(2*g*h),
amely eredményt már tisztán kinematikailag is megkaptuk.

4. feladat: /2 pont/

A 3.6 ábrán vízszintes, súrlódásos felületen egy összenyomott (Δx = s_1) rugóhoz erősített test látható. Magára hagyva a rendszert, a rugó tolja maga előtt a testet, majd a test nyújtja meg a rugót. Számítsuk ki, mennyi a test elmozdulása az (első) megállásig!



3.6 ábra

Megoldás: Alkalmazzuk a munkatételt erre a jelenségre! Megálláskor a test mozgási energiája ismét nulla, tehát a mozgási energia megváltozása az induláshoz képest nulla: $\Delta E_{kin} = 0$.

A testre ható erők munkavégzése több lépésből tehető össze: A rugó s_1 úton, amíg vissza nem nyeri nyújtatlan hosszát, $W_{r1} = (D * s_1^2)/2$ gyorsítási munkát végez rajta. A következő s_2 úton a rúgó visszafelé húzza, lassítja a teste, ezért itt a munkavégzés:

$W_{r2} = - (D * s_2^2)/2$

A súrlódási erő a teljes $s_1 + s_2$ úton fékezi a testet, ezért ez a munka:
$W_{súrl} = -\mu * m * g * (s_1+s_2)$

A munkatétel alapján: $(D * s_1^2)/2 – (D * s_2^2)/2 - \mu * m * g *(s_1+s_2) = 0$, amelyet átalakíthatunk:
$D/2 * (s_1 + s_2) * (s_1 – s_2) - \mu * m * g * (s_1+s_2) = 0$

Egyszerűsítés után ($(s_1 + s_2)$-vel):
$s_2 = s_1 – (2 * \mu * m * g)/D$

Tehát a test összes útja az első megállásig: $s = s_1 + s_2 = 2 * s_1 – (2 * \mu * m * g)/D$

5. feladat: /1 pont/

Függesszünk egy 1,2 kg-os terhet a D = 150 N/m rugóállandójú, megnyújtatlan, függőleges rugóra, majd engedjük el. Mekkora a test sebessége 4 cm megtétele után?

Megoldás: Használjuk a mechanikai energiamegmaradás tételét. A kezdeti helyzet legyen a helyzeti energia nulla szintje. Ekkor nincs mozgási energia (a test sebessége még nulla) és rugalmas energia sem (a rugó még nyújtatlan). 4 cm-rel lejjebb azonban már van a tárgynak sebessége, tehát mozgási energiája. Megnyúlt a rugó, tehát rugalmas energia tárolódik benne. A tárgy alacsonyabbra is került, azaz negatív helyzeti energiája van. A megmaradási tétel szerint az összes energiaváltozás nulla.

$0 = (m * v^2)/2 + (D * x^2)/2 – m * g * x$,
ebből

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}2\ \mathrm{kg} \cdot 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} - 150\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} \cdot 0{,}04^2\ \mathrm{m}^2}{1{,}2\ \mathrm{kg}}} = \sqrt{0{,}6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 77{,}5\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}.$$

6. feladat: /3 pont/

Egy 2 kg-os testet vízszintes, 27 N nagyságú erővel tolunk fel egy 20°-os lejtőn. A csúszási súrlódási együttható a lejtő és a test között 0,180.

a) Mekkora a test gyorsulása?
b) Határozzuk meg a kinematikai egyenletek felhasználásával a nyugalomból induló test sebességét abban a pillanatban, amikor 3 m-t tett meg a lejtőn felfelé!
c) Válaszoljunk a b) kérdésre a munkatétel alkalmazásával!

Megoldás:

$$F\cos\alpha - F_s - G\sin\alpha = ma$$

$$F\sin\alpha + G\cos\alpha = K$$

$$F\cos\alpha - \mu k - G\sin\alpha = ma$$

$$F\cos\alpha - \mu F\sin\alpha - \mu G\cos\alpha - G\cos\alpha = ma$$

$$a = \frac{F\cos\alpha - \mu F\sin\alpha - \mu G\cos\alpha - G\cos\alpha}{m}$$

b)

$$v^2 - v_0^2 = 2as \qquad v_0 = 0$$

$$v^2 = 2as$$

$$v = \sqrt{2as}$$

c) $W_m = \frac{1}{2}mv^2 = F\cos\alpha \cdot s - F_s \cdot s - G\sin\alpha \cdot s$

A mozgásra merőleges erők nem végeznek munkát.

$$v = \sqrt{\frac{2W_m}{m}}$$

a) $a = \frac{27\cos20° - 0{,}18 \cdot 27 \cdot \sin20° - 0{,}18 \cdot 2 \cdot 9{,}81 \cdot \cos20° - 2 \cdot 9{,}81 \cdot \cos20°}{2} = 0.975\frac{m}{s^2}$

b) $v = 2.42$ m/s

c) $K = 27\sin20 + 2 \cdot 9.81 \cdot \cos20 = 27.67$ $F_s = \mu K = 4.98$

$Wm = 3(27\cos20 - 4.98 - 2 \cdot 9.81 \cdot \sin20) = 5.855$

$v = 2, 42$ m/s