# Fizika összefoglaló

Nagy Hanna, Nádasdi Péter

2023. október 28.

# 1. Kinematika

# 1.1. Alapok

Azt a vonalat, amely mentén a pontszerű test mozog, pályának nevezzük. A pálya lehet egyenes, kör, ellipszis, vagy tetszőleges görbe alakú. A pálya egy szakasza az út. Az út jele: s, mértékegysége: m.

A kezdő- és végpontot összekötő vektor az elmozdulás, melynek jele:  $\Delta r$ , mértékegysége: m. Az elmozdulásokat vektorként kell összegezni, mert annak iránya is fontos.

# 1.2. Az egyenes vonalú egyenletes mozgás, sebesség

Az út is idő között egyenes arányosság van: egységnyi idő alatt egységnyi utat tesz meg a test. Az egyenes vonalú egyenletes mozgásnál a test által megtett út és az ehhez szükséges idő hányadosaként meghatározhatjuk a test sebességét. A sebesség jele: v, mértékegysége: m/s Az átlagsebesség a test által megtett összes út, és a megtételhez szükséges összes idő hányadosa.

$$v_{\text{\'atlag}} = \frac{s_{\text{\"osszes}}}{t_{\text{\"osszes}}} = \frac{s_1 + s_2 + \ldots + s_n}{t_1 + t_2 + \ldots + t_n} = \frac{v_1 * t_1 + v_2 * t_2 + \ldots + v_n * t_n}{t_1 + t_2 + \ldots + t_n}$$

### 1.3. Gyorsulás

A testek sebessége mozgás közben megváltozhat, ezt gyorsulásnak nevezzük. Kiszámíthatjuk a pillanatnyi sebesség változásának  $(\Delta v)$ , és a közben eltelt időnek  $(\Delta t)$  hányadosaként. Jele a, mértékegysége  $\frac{m}{s^2}$  A sebesség változást a kiindulási sebesség és a végsebesség hányadosaként kaphatjuk meg.

$$v(t) = at + v_0$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$$

$$s = \frac{a}{2} * t^2 + v_0 * t + s_0 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 * a}$$

## 1.4. Szabadesés

A szabadon eső test gyorsulását nehézségi gyorsulásnak nevezzük. Jele: g. A szabadon eső testre egyedül a gravitációs erő hat.

## 1.5. Hajítások

### 1.5.1. Függőleges hajítás

A függőleges hajítás kezdősebessége függőleges. A test ilyenkor egyenes vonalú egyenletesen változó mozgást végez, felfelé vagy lefelé irányuló kezdősebességgel.

Felfelé: Felfelé történő hajításnál a test először emelkedik, majd a maximális magasság elérése után mindaddig süllyed, amíg el nem éri a talajt. Előfordulhat (ha például az indulási hely a talajszint felett volt), hogy a test

a kiindulási szint alá kerül, azaz az X koordinátája negatívvá válik. A test addig emelkedik, amíg a sebesség 0 nem lesz.

$$v_2 = v_1 - g * t$$

Lefelé: Lefelé történő hajításnál a test mindaddig süllyed, amíg el nem éri a talajt vagy bele nem ütközik valamibe.

$$v_2 = v_1 + g * t$$

#### 1.5.2. Vízszintes hajítás

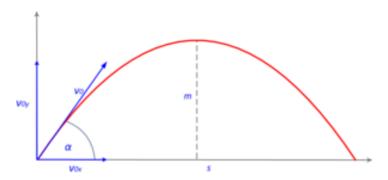
A vízszintes hajítás kezdősebessége vízszintes. A test emiatt vízszintesen egyenes vonalú egyenletes mozgást végez, másrészt egyenes vonalú egyenletesen változó mozgással esik lefelé.

$$v_x =$$
állandó

$$v_y = g * t$$

### 1.5.3. Ferde hajíitás

A ferde hajítás két mozgás összegének tekinthető: a test vízszintesen egyenes vonalú egyenletes mozgást végez, a mozgás függőleges összetevője pedig egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás. A  $v_0$  kezdősebesség felbontható egy vízszintes és egy függőleges összetevőre.



1. ábra. Ferde hajítás

$$v_{0x} = v_0 * cos(\alpha)$$

$$v_{0y} = v_0 * sin(\alpha)$$

# 2. Dinamika

# 2.1. Newton törvények

- Newton 1. törvénye: Minden nyugalomban lévő test megtartja nyugalmi állapotát, minden mozgó test
  pedig egyenes vonalú egyenletes mozgását mindaddig, amíg egy másik test vagy mező annak megváltoztatására nem kényszeríti.
- Newton 2. törvénye:Egy állandó tömegű pontszerű test gyorsulása arányos a testre ható erővel és ellentétesen arányos a test tömegével. A gyorsulás a testre ható erő irányába mutat.
- Newton 3. törvénye: (Hatás-ellenhatás törvénye) Ha az A test a B testre erőt fejt ki, akkor a B test is erőt fejt ki az A testre. A két erő azonos nagyságú, de ellentétes irányú.
- Newton 4. törvénye: (Szuperpozíció elve) Ha egy testre egyidejűleg több erő hat, akkor ezek együttes hatása megegyezik a vektori eredőjük hatásával.

#### 2.2. Konzervatív erőtér

A konzervatív erőtér olyan erőtér, aminek a munkája nem függ a az úttól, csak az elmozdulástól. konzervatív erők jellemzője, hogy az erők függetlenek az időtől, a test sebességétől. Ilyen esetben a mechanikai energia megmarad. Ilyen erők például a gravitációs erő, a rugóerő. Nem konzervatív erő a súrlódási erő (amely függ a megtett úttól) vagy a közegellenállási erő (amely függ a sebességtől).

#### 2.3. Eredő erő

Az egyszerre több kölcsönhatásban részt vevő test tömegének és gyorsulásának szorzatával meghatározott fizikai mennyiséget eredő erőnek nevezzük. Jele:  $F_e$ 

$$F_e = m * a$$

Egy pontszerű testre egyidejűleg ható erők eredője megegyezik az egyes kölcsönhatásokból származó erők vektori összegével.

$$F_e = F_1 + F_2 + ... F_n$$

Ha egy test nem szorsul (egyenletesen mozog), a rá ható erők összessége 0. Ebben az esetben  $F_e=0$ 

## 2.4. Lendületmegmaradás

#### 2.4.1. Lendület

A pontszerű test tömegének és sebességének szorzatával meghatározott fizikai mennyiséget lendületnek nevezzük. Jele: I

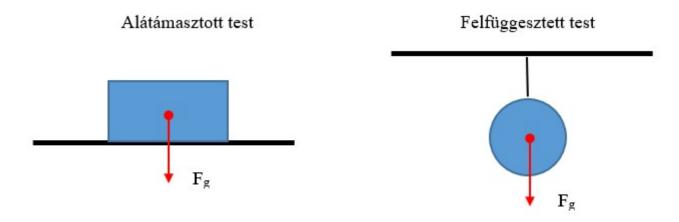
$$I = m * v$$

Ha a testre ható erők eredője 0, akkor impulzusának (lendületének) megváltozása nulla.

## 2.5. Nehézségi erő

Minden testre hat a nehézségi erő. A nehézségi erő függőlegesen lefelé mutat, mert az erő iránya mindig megegyezik a gyorsulás irányával.

$$F = mq$$

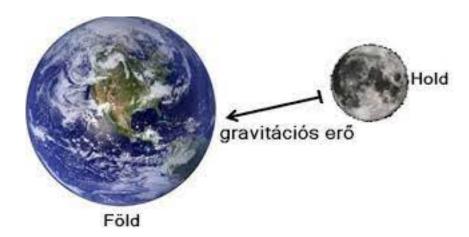


2. ábra. Nehézségi erő

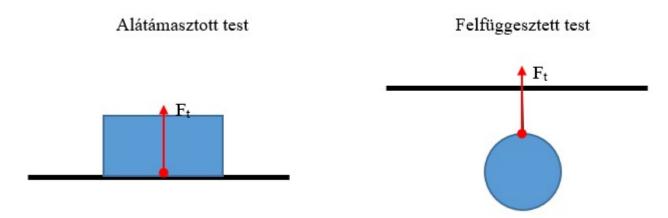
# 2.6. Gravitációs erő

A gravitációs erő a testeket a Föld középpontja felé húzza. Két test között mindig fellép a gravitációs erő, amely a két testet vonzza egymáshoz. A két testre ható erő az alábbi módon határozható meg:

$$F = \gamma * \frac{m_1 * m_2}{r^2}$$



3. ábra. Gravitációs erő



4. ábra. Tartóerő

#### 2.7. Tartóerő

Ha egy test fel van függesztve vagy alá van támasztva, hat rá egy felfelé vagy lefelé irányuló tartóerő.

**Nyomóerő:** Egy alátámasztott test tehát nyomja az alatta lévő tárgyat, talajt, így a tárt is nyomja a testet. Azt az erőt, amivel a talaj a testet nyomja, nyomóerőnek nevezzük. a Nyomóerő mindig merőleges a talajra.

### 2.8. Lejtő:

Lejtő esetén a nehézségi erő felbontható 2 komponensre:

- Egy a lejtőre merőleges irányú komponensre, amely a nyomóerőnek ellenereje lesz (hiszen az is a lejtőre merőleges)
- Egy a lejtővel párhuzamos irányú komponensre, amely a test lejtővel párhuzamos irányú mozgását fogja biztosítani.

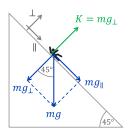
$$F_{ny} = mg * cos(\alpha)$$

$$F = mg * sin(\alpha)$$

A nehézségi erő és a lejtőre merőleges komponense által bezárt szög megegyezik a lejtő szögével. Ha fellép surlódás a rendszerben, az a lejtővel párhuzamos irányú.

## 2.9. Súrlódás

Amikor 2 testet egymáshoz képest megpróbálunk elmozdítani, súrlódási erő lép fel. A súrlódási erő iránya mindig olyan, hogy az elmozdulás irányát gátolja. A súrlódási erő nagysága függ a súrlódási együtthatótól, illetve a testre ható nyomóerőtől.



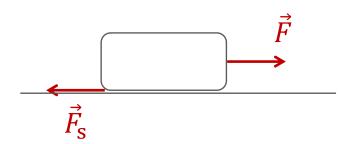
5. ábra. Lejtő

**Tapadási súrlódás:** Tapadási sűrlódási erő akkor lép fel, ha a testet megpróbáljuk kimozdítani a nyugalmi állapotából. Ha ennél kisebb erőt fejtünk ki, a test nyugalomban marad, ha nagyobbat, a test elmozdul. Ebben az esetben a tapadási surlódási együttható a  $\mu_0$ , amelynek értéke 0 éa 1 között mozog.

$$F_{tap} = \mu_0 * mg$$

Csúszási súrlódás: Csúszási súrlódási erő akkor lép fel, ha a test már mozgásban van. Ekkor az erő akadályozza a test mozgását. Ebben az esetben a tapadási surlódási együttható a  $\mu$ , amelynek értéke 0 éa 1 között mozog.

$$F_{tap} = \mu * mg$$



6. ábra. Súrlódási erő

## 2.10. Rugóerő

A legtöbb rugónak mindig van ún. terheletlen, nyújtatlan hossza  $(l_0)$  szimbólummal jelölünk. Ha a rugót széthúzzuk vagy összenyomjuk, akkor a hossza megváltozik  $\Delta x$  értékkel. A széthúzáshoz valamekkora F külső erőre van szükség. A rugó végeinél ébredő erőket hívjuk rugóerőnek  $(F_R)$ 

$$F_R = -D * \Delta x$$

## 2.11. Körmozgás

Minden olyan mozgás, ahol a pálya kör alakú. A mozgást leíró tényezők:

- i: megtett körív hossza
- $\bullet\ v_k$ : A körmozgást végző test sebessége a kerületi sebesség

$$v_k = \frac{i}{t}$$

• f: Az átlagfordulatszám/frekvencia a test által megtett fordulatok számának és az ehhez szükséges időnek a hányadosával kiszámítható fizikai mennyiség. Megadja, hogy mennyi idő szükséges egy fordulat megtételéhez. mértékegység: 1/s

 ω: A testhez húzott sugár szögelfordulásával és az ehhez szükséges időnek a hányadosával meghatározott fizikai mennyiség, a szögsebesség. Megadja, hogy a test egységnyi idő alatt mekkora szögben fordul el a pálya középpontjához képest.

$$\omega = \frac{\alpha}{\Delta t} = 2\pi * f$$

• T:periódusidő az egy kör befutásához szükséges idő

$$T = \frac{1}{f}$$

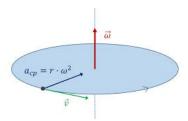
$$v_k = r * \omega$$

•  $a_{cp}$ : Mivel a sebesség iránya változik, a sebesség nem állandó, ezért gyorsulás lép fel, melynek neve centripetális gyorsulás, ami mindig a kör középpontja felé mutat.

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 * r$$

 $\bullet$   $F_{cp}$ : Körmozgás esetén az eredő erő egy a kör közepe felé mutató centripetális erő.

$$F_e = F_{cp} = m * a_{cp}$$



7. ábra. Körmozgás

# 2.12. Harmonikus rezgőmozgás

A testre változó nagyságú erő hat, ami változó sebességet, gyorsulást és így rezgőmozgást eredményez. Az erő (és gyorsulás) egyenesen arányos a kitéréssel. Példa: rugón rezgő test

$$x(t) = A * sin(\omega * t)$$

$$v(t) = A * \omega * sin(\omega * t)$$

$$a(t) = -A * \omega^2 * \sin(\omega * t)$$

Rugó esetén:

$$F_r = -Dx = -m\omega^2 x$$

# 3. Munka, energia

#### 3.1. Munka

A testek megmozdításához munkát kell végezni. Az elmozdulás irányába ható erőkomponens végez munkát. Állandó erő esetén munkának nevezzük az erő nagyságának és **az erő irányában** történő elmozdulás nagyságának a szorzatával meghatározott mennyiséget. Jele: W Mértékegysége: J

$$W = F * s$$

#### 3.1.1. Gyorsítási munka

Gyorsítás, illetve lassítás során munkát végzünk.

$$W_{gy} = F * s = F * a * s$$

#### 3.1.2. Gyorsítási munka

A gyorsítás közben végzett munkát gyorsítási munkának nevezzük. Ha a kezdetben nyugvó, m tömegű test v sebességre gyorsul, akkor a gyorsítási munka:

$$W_{gy} = \frac{1}{2} * m * v^2$$

Általánosan a gyorsítás alatt végzett munka:

$$W_{au} = F * s = F * a * s$$

#### 3.1.3. Emelései munka

Az emelés során végzett munkát emelési munkának nevezzük. Az m tömegű test h magasságra történő emelésekor végzett emelési munka:

$$W_{em} = m * g * h$$

### 3.1.4. Súrlódási erő ellenében végzett munka

Ha egy testet a súrlódási erő ellenében mozgatunk, akkor a súrlódási erő ellenében munkát kell végeznünk. Ha az m tömegű test csak a nehézségi erő következtében nyomja az alátámasztást és vízszintes egyenes mentén mozogva az elmozdulása s nagyságú, akkor a súrlódási erő ellenében végzett munka:

$$W_s = \mu * m * g * s$$

#### 3.1.5. Súrlódási munkája

Ha egy test súrlódva mozog, akkor a súrlódási erő munkát végez a testen. Ha az m tömegű test csak a nehézségi erő következtében nyomja az alátámasztást és vízszintes egyenes mentén mozogva az elmozdulása s nagyságú, akkor a súrlódási erő munkája:

$$W_s = -\mu * m * g * s$$

# 3.2. Energia

Egy test vagy mező állapotváltoztató képességének mértékét energiának nevezzük. Az energia jele: E. Mértékegysége: J Megegyezés szerint egy testnek vagy mezőnek annyi energiája van, amennyi munka ahhoz kellett, hogy a test az alapállapotból a megadott állapotba kerüljön.

# 3.2.1. Helyzeti energia

A gravitációs mezőnek energiája van. Mivel ez az energia abból adódik, hogy a testet egy alapszintről egy magasabban levő helyzetbe vittük, ezt az energiát helyzeti energiának nevezzük. Ha az m tömegű test h magasan van a választott alapszint felett, akkor a gravitációs mező ebből származó helyzeti energiája:

$$E_h = m * q * h$$

A helyzeti energia az alapszint választásától függően negatív értékű is lehet.

#### 3.2.2. Mozgási energia

A mozgó test energiáját mozgási energiának nevezzük. Alapállapotnak ebben az esetben a nyugalmi állapotot tekintjük. Az m tömegű v sebességű test mozgási energiája:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} * m * v^2$$

## 3.2.3. Rugalmas energia

A rugalmas testek alakjuk megváltoztatása után energiával rendelkeznek. A rugalmas alakváltozásból származó energiát rugalmas energiának nevezzük. Alapállapotnak a test feszítetlen állapotát tekintjük. Ha egy D rugóállandójú, kezdetben feszítetlen test hosszúságváltozása x, akkor a test rugalmas energiája:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} * D * x^2$$

#### 3.2.4. Mechanikai energia

A mozgási, a helyzeti és a rugalmas energiát közös néven mechanikai energiának nevezzük.

#### 3.2.5. Mechanikai energia megmaradás

A mechanikai energiamegmaradás törvénye: mechanikai kölcsönhatás során, ha a veszteségektől eltekinthetünk, valamilyen mechanikai energia átalakulhat egy másfajta mechanikai energiává, miközben az összes energia nem változik.

$$E_{mech1} = E_{mech2}$$

# 3.3. Teljesítmény

A teljesítmény a munkavégzés gyorsasága, egységnyi idő alatt végzett munka. Jele: P. Mértékegysége: W

$$P = \frac{W}{t}$$

## 4. Elektrosztatika

## 4.1. Töltés

A töltés elemi tulajdonság, mely meghatározza, hogy adott részecske milyen mértékben vesz részt az elektromos kölcsönhatásban. Jele: Q. Mértékegysége: [C] (Coulomb).

# 4.2. Elektromos kölcsönhatás, Coulomb-törvény

Két töltés között ható erő:

$$F = k * \frac{Q_1 * Q_2}{r^2}$$

Melyben a k egy állandó. Az erő iránya ellentétes töltés esetén vonzó, azonos töltés esetén taszító.

### 4.3. Elektromos erőtér

Adott töltés erőtére/mezeje egységnyi (próba) töltésre ható erő nagyságát és irányát írja le a térben.

$$E = \frac{F_c}{q} = k * \frac{Q}{r^2}$$

Az erővonalak olyan vonalak, melyek bármely pontjában az erő érintő irányú.

#### 4.4. Potenciál

A potenciál adott pontban egységnyi töltés elektromos potenciális energiáját írja le. Jele: U, mértkegysége: [V] (volt) = [J/C].

A potenciál mindig egy adott pontban értelmezhető.

#### 4.5. Feszültség

A potenciálkülönbség, más néven a feszültség, az elektromos térben két pont között egységnyi töltés mozgatásához szükség energia(munka). Jele: U, mértékegysége: V (volt).

A feszültséget mindig két pont között, a potenciálok különbségeként értelmezzük.

## 4.6. Ekvipoteniális felület

Ekvipotenciális felület bármely két pontján azonos a potenciál, ezáltal a feszültség a két pont között 0. Tehát az ekvipotenciális felületen a töltés munkavégzés nélkül mozgatható

## 4.7. Kapacitás

Az a töltésmennyiség, amely egy vezető potenciálját 1 volttal változtatja meg. Ha két vezető közötti kapacitást mérjük, akkor a két vezető közötti feszültséget tekintjük. Jele: C, mértékegysége: [F] (farád/faraday) = [C/V].

$$C = \frac{Q}{U}$$

### 4.8. Kondenzátor

Töltések elválasztására képes áramköri elem, kapacitással jellemezhető.

A kondenzátor által tárolt energia:

$$E_C = \frac{1}{2} * Q * U = \frac{1}{2} * C * U^2$$

Kondenzátorok soros kapcsolása:

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Kondenzátorok párhuzamos kapcsolása:

$$C_e = C_1 + C_2$$

(fordítva mint az ellenállásnál!)

# 5. Egyenáram

# 5.1. Áramerősség

Vezető keresztmetszetén áthaladó töltésmennyiség egységnyi idő alatt. Jele: I, mértékegysége: [A] (amper) = [C/s].

$$I = \frac{Q}{t}$$

A fizikai áramirány a pozitívnak tekintett töltések mozgásának iránya.

### 5.2. Ellenállás

A nem tökéletes vezetők a töltések mozgását fékezik, azzal szemben ellenállást mutatnak.

Tehát a töltések mozgatásához munkát kell végeznünk, az áram fenntartásához a vezetőkét vége között feszültségre van szükség.

Az ellenállást az Ohm törvény definiálja. Jele: R, mértékegysége:  $[\Omega]$  (ohm) = [V/A].

$$R = \frac{U}{I}$$

#### 5.3. Eredő ellenállás

Ellenállsáok soros kapcsolása:

$$R_e = R_1 + R_2$$

Ellenállások párhuzamos kapcsolása:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$R_e = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2}$$

# 5.4. Elektromos teljesítmény

(eml: 
$$U = W/Q$$
,  $I = Q/t$ )

Elektromos teljesítmény: egységnyi idő alatt elvégzett elektromos munka. Jele: P, mértékegysége: [W] (watt) = [J/s]

$$P = \frac{W}{t} = U * I$$

# 5.5. Kirchoff törvények

I. Csomóponti törvény: Bármely csomópontban a befolyó és kifolyó áramok előjeles összege nulla.

II. Huroktörvény: Bármely zárt hurokban a feszültségek előjeles összege nulla.