

Métermérés

Juhász Kinga (F311QK)
Mérőpartner: Kiss Réka

Mérés ideje: 2020.03.16. 11.15.-12.00

Mérés helye: Pázmány Péter Katolikus Egyetem, Információs Technológiai és Bionikai Kar
1083 Budapest, Práter utca 50/a, Magyarország
juhasz.kinga@hallgato.ppke.hu

I. AZ SI MÉRTÉKRENDSZER

Egy mérés arra szolgál, hogy meghatározzuk, hogy a mért mennyiség hányszorosa egy általunk választott mértékegységnek. Ez a mértékegység elméletben bármi lehetne, de nyilván nekünk is hasznosabb egy konkrétan ismert, "kézenfekvő", mindenki számára érthető és egyértelmű mértékegységet használni. Erre szolgál az SI mértérendszer.

Ugyanis, ha mindenki különböző mértékegységeket használna, akkor a mért mennyiségek összehasonlítása nehéz feladatnak bizonyulna. Éppen ezért már régebben is néhány város és ország törvényben rögzítette a használható mértékegységeket. A mértékegység megválasztásánál fontos szempont volt, hogy a mértékegység bárki által reprodukálható legyen. Emiatt Franciaországban a 18. század végén elkezdtek kidolgozni egy olyan mértékegységrendszert, amelynek mértékegységei a Föld egyes fizikai jellemzőihez kapcsolódtak.

Például ekkor választották a hosszúság egységének a métert. Egy métert a Párizson áthaladó délkör Északi-sark és az Egyenlítő közé eső részének a tízmilliomod részeként határoztak meg. Ezzel egyidőben a tömeg mértékegységének az 1 dm^3 , 4°C -os desztillált víz tömegét választották, és ez az egység lett végül a kilogramm. Ezáltal definíció által a tömeg mértékegysége közvetetten (a köbdeciméter közvetítésével) a méterhez, illetve ezen keresztül a Föld méreteihez kötődik. Az idő mérését is a Földhöz köthették: a Nap két delelése közötti idő számított egy napnak. A napot 24 egyenlő részre osztották és az így kapott részeket nevezték el óráknak. Hasonlóan, az órákat 60 percre, a percek 60 másodpercre osztjuk, tehát

$$1 \text{ nap} = 24 \text{ óra} = 1440 \text{ perc} = 86400 \text{ másodperc}.$$

Így a fizikában az idő mértékegysége az eszerint értelmezhető másodperc lett. Az általuk létrehozott, méterre, kilogrammra és másodpercre alapozott mértékegységrendszert később más országok is átvették. Ezt fejlesztették tovább később, hozzáadva az elektromos áramerősség, a hőmérséklet, az anyagsűrűség és a fényerősség alapegységeit, és így 1960-ban végül létrejött a Nemzetközi Mértékegységrendszer, az SI.

Az áramerősség alapegysége, az amper olyan állandó villamos áram erőssége, amely két egyenes, párhuzamos, végtelen hosszúságú, elhanyagolhatóan kicsiny kör-keresztmetszetű és egymástól 1 méter távolságban, vákuumban elhelyezkedő vezetőben fenntartva, e két vezető között méterenként $2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ erőt hozna létre.

A hőmérséklet alapegysége, a kelvin a víz hármaspontjának termodinamikai hőmérsékletének $\frac{1}{273,16}$ -szorosa.

Az anyagsűrűség alapegysége, a mól annak a rendszernek az anyagsűrűsége, amely annyi elemi egységet tartalmaz, mint ahány atom van 0,012 kilogramm 12-es szénben. A mól alkalmazásakor meg kell határozni az elemi egység fajtáját; ez atom, molekula, ion, elektron, más részecske vagy ilyen részecskék meghatározott csoportja lehet.

A fényerősség alapegysége, a kandela az olyan fényforrás fényerőssége adott irányban, amely $540 \cdot 10^{12} \text{ Hz}$ frekvenciájú monokromatikus fényt bocsát ki és sugárerőssége ebben az irányban $\frac{1}{683} \text{ W}$ per szteradián.

Alapmennyiség neve	Jele	Mértékegység neve	Jele
hossz	l	méter	m
tömeg	m	kilógramm	kg
idő	t	másodperc	s
elektromos áramerősség	I	amper	A
abszolút hőmérséklet	T	kelvin	K
anyagsűrűség	n	mól	mol
fényerősség	I_v	kandela	cd

I. táblázat. Az alapegységek

A mértékegységek rendszerét összességében tehát az alapegységek, és a velük leírható kiegészítő egységek és származtatott egységek alkotják. A hét SI-alapegység mindegyike dimenziófüggetlen a többitől, és ezekből származtatható le a többi egység (például m/s) a hatványaiknak szorzataként vagy hányadosaként. Néhány származtatott egységnek külön neve is van:

Példák:

- frekvencia: $\text{Hz}(\text{hertz}) = \text{s}^{-1}$
- erő: $\text{N}(\text{newton}) = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
- nyomás: $\text{Pa}(\text{pascal}) = \text{N} \cdot \text{m}^{-2}$
- energia, munka, hő: $\text{J}(\text{joule}) = \text{N} \cdot \text{m}$

Kiegészítő egységből 2 van használatban, a radián és a szteradián (II táblázat). 1995 óta ezeket is a származtatott egységekhez soroljuk, mivel valójában dimenzió nélküli arányok, melyek két azonos SI-egység osztásával keletkeznek. Formálisan SI-egységük egyszerűen az 1, de kaptak nevet olyan esetekre, amikor az egység hiánya félreértéshez vezethet. [5]

Fizikai mennyiség	Egység neve	Egység szimbóluma
síkszög	radián	rad
térszög	szteradián	sr

II. táblázat. Kiegészítő egységek

Ezek a mértékegységek azonban sokszor túl kicsinek vagy

túl nagyoknak bizonyultak, ezért lett szükség a prefixumokra, amelyek segítségével ezen mennyiségek többszörösét vagy törtrészét képezhetjük. Az SI-ben használható leggyakoribb prefixumokat az alábbi táblázat tartalmazza. [1]

Előtag	Jele	Hatvánnyal	Előtag	Jele	Hatvánnyal
exa-	E	10^{18}	deci-	d	10^{-1}
peta-	P	10^{15}	centi-	c	10^{-2}
tera-	T	10^{12}	milli-	m	10^{-3}
giga-	G	10^9	mikro-	μ	10^{-6}
mega-	M	10^6	nano-	n	10^{-9}
kilo-	k	10^3	piko-	p	10^{-12}
hekto-	h	10^2	femto-	f	10^{-15}
deka-	da	10^1	atto-	a	10^{-18}

III. táblázat. A prefixumok

II. IDŐMÉRÉSRE ALKALMAS ESZKÖZÖK

Már az első kultúrnépek is végeztek csillagászati megfigyeléseket, többféle okból is. Egyrészt a fényes égitesteket istenként tisztelték, másrészt a mindennapos élettevékenységek szabályozásához, összehangolásához szükséges előre számítható időbeosztást alapozták többé-kevésbé szabályosan ismétlődő mozgásaikra.

Az időben való megbízható tájékozódás már a primitív ember számára is elsőrendű fontosságú volt. Tudnia kellett, mikor halad majd vadászterületén keresztül a vándorló állatsorda, vagy mikor kell előkészületeit befejeznie az élelemben szegény, hideg és viharos télre. Ebből következik, hogy az idő pontos mérése nélkül a mi modern civilizációnk is igen gyorsan zsákutcába kerülne, hogy az idő a természeti jelenségek leírásának egyik legfontosabb mennyiségi mutatója, és az időmérés/időszámítás igénye hatott a legkorábban serkentőleg a matematikára, valamint a természettudományok megszületésére.

Már az ókorban is felismerték, hogy minden időmérő rendszer alapja egy kölcsönösen egyértelmű vonatkozás az idő elfogadott numerikus kifejezése és valamely megfigyelhető természeti jelenség között, melyet ismert fizikai törvényszerűség ír le, és emellett vagy megismétlődő és számlálható, vagy folytonos és mérhető, vagy mindkét kikötésnek eleget tesz.

A csillagászatban 4 olyan jelenség van, amelyhez jól megfigyelhető természetes mozgás kapcsolódik, és mindegyik másféle időmérő rendszerhez vezet:

- a nappal és az éjszaka váltakozása;
- a csillagok látszólagos napi mozgása;
- a Hold fényváltozása;
- a Föld és a bolygók pálya menti mozgása.

Miután két szívdobbanás közt eltelt idő nagyjából az a legrövidebb tartam, amit az ember minden segédeszköz nélkül érzékelni tud, így művelődésünk kezdetén általában is pulzusuk segítségével igyekeztek az események lefolyásának ütemét, hosszát becsülni, és alapvető időegységként is ezt választották. Így alakult ki a másodperc mint mérték. Az óra, perc és másodperc hatvanas váltószáma babilóniai örökség.

Egy közönséges zsebóra a hét 604 800 másodpercét tiszteletre méltó pontossággal ketyegi végig és a hét végén csak kb. egy percet késik vagy siet. Ez az eredmény az iparosok és természettudósok évszázados fáradozásainak köszönhető. A mechanikus órák készítéséhez azonban el kellett jutni a rögzített időegységgel történő időméréshez, melyet -

valószínűleg babilóniai örökség nyomán - a korai középkortól kezdve mindenekelőtt iszlám tudósok szorgalmazták.

A 14. század elején voltunk már, amikor Európában is feltalálták a mechanikus órát. A 15. század európai tekercsrugós órái már napi 10 perc pontossággal jártak, de csak a 17. században találták fel azt a két alkatrészt, amelynek segítségével az időmérő eszközök járása mai fogalmaink szerint szabályossá vált. Az egyik a Galilei és Huygens által bevezetett, csaknem ideális lengésidejű **inga**, a másik az ugyancsak igen egyenletes mozgást biztosító hajszálrugó. [2]

II-A. A másodpercinga és az ingaóra

A matematikai inga egy elhanyagolható tömegű l hosszúságú fonalra függesztett, m tömegű pontszerű testből áll, amelyre szabad erőként csak a nehézségi erő hat. *Másodpercingának* nevezzük azt a matematikai ingát, amelynek periódusideje pontosan 2 másodperc. Fonalának hossza kb. 1 méter.

Az ingaórát Christiaan Huygens találta fel 1656-ban. Huygens-t Galilei kutatásai inspirálták. Az inga lett végül az első harmonikus oszcillátor, amit időmérésre használtak.

Körülbelül 300 évig az ingát használták időmérésre, egészen a kvarcórák feltalálásáig. Az általános órák mellett széleskörűen elterjedt volt az ingával való időmérés tudományos körökben is a 17. és 18. században. Viszont ügyelni kellett anyagukra és stabilitásukra, ugyanis akár már egy 0,02%-os hosszváltozás is hetente 1 perces eltérést okoz az időmérésben. Éppen ezért ellenőrzés alatt kell tartani ezen ingaórákat.

Ezt úgy küszöbölték ki részben, hogy fémből és fából készült ingákat gyártottak, így azok nem voltak képesek nagy részben megnyúlani. [3]

III. MÉRÉSI ALAPFOGALMAK, MÓDSZEREK, REPRODUKÁLHATÓSÁG

III-A. Alapfogalmak

- **Mérés:** Információszerzés - a megismerés eszköze. A mérés összehasonlító tevékenység, melyek során a vizsgált tárgy, jelenség valamely mérendő fizikai jellemzőjét valamilyen - erre alkalmas, általában szabványosított - fizikai alapmennyiséggel hasonlítják össze, hogy megkapják a mérőszámot.
- **Mértékegység:** a mérendő mennyiség meghatározását szolgáló egységül választott mennyiség.
- **Mérőszám:** mérendő mennyiség/mértékegység, megmutatja, hogy az egységül választott mértékegység a mért mennyiségben hányszor van meg
- **Mérési módszer:** azoknak az elveknek az összessége, melynek segítségével a mérés elvégezhető.
- **Mérőműszer:** olyan mérőeszköz, amellyel méréskor a mérési eljárás okozta hibával meghatározzuk a mérőszámot vagy annak kiszámításához szükséges mérési eredményt, de nem tartozik a mértékek fogalmkörébe.
- **Mértékek:** olyan mérőeszköz, amely egyetlen méretet testesít meg.
- **Etalon:** letétbe helyezett és megfelelően őrzött minta, amely egy vagy több mennyiség meghatározott értékét maradandóan megőrzi.

III-B. Mérési módszerek

- **Analóg mérés:** a mérendő mennyiséghez folyamatosan változó mennyiségeket rendelünk hozzá.

- Digitális mérés: A mérendő mennyiségekhez diszkrét értékeket rendelünk hozzá, adott különbség két egymást követő érték között.
- Közvetlen: A keresett mennyiséget mérjük közvetlenül a mérőeszközzel.
- Közvetett: Nem a keresett, hanem azzal arányos mennyiséget mérünk, majd számításokkal határozzuk meg a keresett mennyiséget.

III-C. Reprodukálhatóság

Kétszer nem végezhető el egy az egyben ugyanolyan mérés. Ennek főbb okai, hogy világunk nem steril, folyamatosan változik, illetve a méréseink nem tökéletesek, felmerülnek a mérés során különböző hibák. [4]

IV. A FOLYOSÓ MÉRÉSE

Feladatunk annak megállapítása volt, hogy a 4.emeleti folyosó falai vajon párhuzamosak e. Feladatunkhoz egy méterrúd használhattunk segítségül.

IV-A. Előkészületek

Mérőeszközöm az "E" jelű méterrúd volt. Először felmértem, mik lehetnek esetleges rendszeres és véletlen hibák, és próbáltam olyan mérési módszert választani, amellyel ezek a hibák a lehető legkisebbek lesznek. Még a megkezdés előtt egymás mellé helyezve a különböző méterrúdat tapasztaltam, hogy már azok között is szemmel látható az eltérés, mind a teljes méret, mind a beosztás, mind a rúd végi kopottság tekintetében. Feljegyeztem, hogy ezzel a rendszeres hibával majd számolnunk kell.

IV-B. A mérés folyamata

A folyosó párhuzamosságának megállapításához azt vettem alapul, hogy a nem párhuzamos vonalak párhuzamos szelőinek hossza eltérő.

Ezt felhasználva a folyosó falainak távolságát három különböző, egymástól egyenlő távolságra lévő mérőponton mértem meg. Minden mérésnél az egyik falra merőlegesen indultam el a másik fal irányába, a méterrúd végének helyét mindig ceruzával jelöltem, hogy utána a méterrúd elejét odahe-lyezhessem a következő méter méréséhez. A mérés folyamán a padló csempéi között elhelyezkedő fugához alkalmazkodtam, feltételezve, hogy az merőleges a falra.

A mérésnek természetesen számos hibafaktora van. Ezek csoportosítása alább látható:

Állandó/abszolút hibák:

- A méterrúd hibái: nem biztos, hogy pontosan egy méter hosszú, és a beosztás sem biztos, hogy pontosan felosztott. A méterrúd szélei elkophattak, a rúd maga meghajolhatott, páratartalom/hőmérséklet hatására is változhatott a mérete, egyenetlen lehet a felülete.
- A fal egyenetlensége, a fal göröggyei befolyásolják a mérés eredményét.
- A padló nem biztos, hogy teljesen vízszintes.
- A csempék, fugák nem biztos, hogy egységesek, tartalmazhatnak göröngyöket.

Véletlenszerű/relatív hibák:

- A méterrúd nem biztos, hogy a falra merőlegesen tartottam, elcsúsztatott.
- A szemmérték: nem mindegy, honnan, milyen szögből olvassuk le a méterrúddal mért értékeket.
- Az emberi tényezők: fáradtság, figyelmetlenség.

A mérés képlete így a következő:

$$l = n * (m + h_v) + (x + h_v) + \sum h_r$$

ahol 'l' a folyosó szélessége, 'm' a méterrúd hossza, 'n' az elvégzett mérések száma, h_r a rendszeres hiba mértéke, és h_v a véletlen hiba mértéke. Egész számú ismétlést elvégezve nem biztos, hogy pont megkapjuk a folyosó hosszát, ezért a maradék részt - ha van - jelöljük 'x'-vel.

A mérést háromszor elvégeztem egymástól egyforma távolságra eső falszakaszokon, és megvizsgáltam, hogy van-e lényeges eltérés a mért értékek között. Ha nem mutatkozik eltérés, akkor az a következtetés vonható le, hogy falak párhuzamosak, ha viszont az eredmények különböznek, akkor nem.

IV-C. A mérés eredménye

A méréseink eredményeit az alábbi táblázatban tüntetem fel:

Mérés sorszáma	Távolság az első méréstől	Mért érték
1.	0 m	2,410 m
2.	1,48 m a lépcső irányába	2,415 m
3.	1,48 m a folyosó végének irányába	2,405 m

Mint a táblázatban is látható, a mérési eredményeim szerint a folyosó szélessége a lépcső felé haladva növekszik. Ezek alapján azt a következtetést vontam le, hogy a folyosó falai eltérnek a párhuzamostól.

V. SZEMFELBONTÁS

V-A. A mérés menete, elve

A mérés során először is meghatároztam a kihelyezett papírokon megjelenített pixelek középpontjainak távolságát. (A méréshez a nagyobb méretű képeket használtam fel.) A távolságot úgy határoztam meg, hogy lemértem egy 10 pixelből álló szakaszt úgy, hogy a két szélső pixel középpontjának távolságát mértem, és a kapott értéket elosztottam 10-el. Erre azért volt szükség, mert a méterrúd nem tartalmazott milliméter beosztást, így ezt a nagyobb szakaszt pontosabban meg lehetett mérni, mint a kisebbet, amivel a leosztás után pontosabb végeredményt kaptam. A pixeltávolságok az alábbi táblázatban szereplenek:

Fekete-fehér	Színes
1,5 cm	1,2 cm

Ezután megkerestem azt a távolságot, ahonnan már nem tudtam megkülönböztetni a fekete-fehér ábrán a négyzeteket, vagy a színes ábra esetén, amíg össze nem folytak a színek. Ezt a távolságot ezután lemértem a méterrúddal.

A szemünk felbontóképességét egy látószöggel írhatjuk le, amelyet ennél a mérésnél egy szögfüggvénnyel számoltam ki. Vegyük azt a távolságot, amilyen messze álltam az ábrától, amikor elkezdtek összefolyni (a későbbiekben látótávolságként hivatkozom majd rá). A pixeltávolságból és a látótávolságból (amelyeket a falon és a rá merőleges padlón mértem) alkotott derékszögű háromszögben azt a szöget keressük, amelyet ennek a háromszögnek az átfogója és a látótávolság zár be.

A keresett szög arctg-e tehát a pixeltávolság és a látótávolság hányadosa. Amennyiben a számolás során az arctg-el számolnánk, a hibahatár sokkal nagyobb lenne. A

szög meghatározásához azért érdekesebb annak cotangensét venni, mivel így a tört számlálójában nagyságrendekkel kisebb érték szerepel, mint a nevezőben.

Így tehát a látótávolság képlete:

$$l = n * (m + h_v) + (x + h_v) + \sum h_r$$

A pixeltávolságé pedig:

$$p = x' + h_v + \sum h_r$$

ahol 'l' a látótávolság, 'p' a pixeltávolság, 'm' a méterrúd hossza, 'n' az ismétlések száma, 'h_r' a rendszeres hibák mértéke, 'h_v' a véletlen hibák mértéke. Egész számú ismétlést elvégezve nem biztos, hogy pont megkapjuk a látótávolságot, a maradék részt továbbra is jelöljük 'x'-el.

Ezekből tehát a látószög képlete:

$$\alpha = \arctg \left(\frac{x' + h_v + \sum h_r}{n * (m + h_v) + (x + h_v) + \sum h_r} \right)$$

V-B. A mérés eredményei

A pixel- és a látótávolság értékeket összefoglaltam az alábbi táblázatban:

	Fekete-fehér kép	Színes kép
pixeltávolság	0,015 m	0,012 m
Látótávolság	14,95 m	13,35 m

Az eredmények alapján pedig a képletbe behelyettesítve kiszámítottam a látószögeket:

Fekete-fehér kép	Színes kép
0,0575°	0,0515°

VI. A RÚD HOSSZELTÉRÉSE

Az eltérést jelöljük mostantól 'e'-vel, a többi jelölés változatlan. Behelyettesítve az egész méterek meghatározására adott képletbe a látótávolság egész méterei:

$$L_e = n * (m + e) + \sum h_r$$

Ebből a képletből látszik, hogy a hosszeltérési hiba mértéke $n * e$ az egész méterekre nézve.

A nem egész méterekre nézve, mivel a méterrúdak 100 részre vannak felosztva, ezért a hiba is ezen a területen oszlik el.

Erre a képlet:

$$x = \frac{y}{100} * (m * e)$$

ahol 'y' a mért érték, 'x' pedig a nem egész méternyi rész. A hosszeltérésből származó hiba tehát itt:

$$\frac{y}{100} * e$$

Összegezve tehát az eltérés abban, hogy milyen messze állunk a faltól: $n * e + \frac{y}{100} * e = (n + \frac{y}{100}) * e$

A konkrét eltérési hiba értékek pedig az alábbi táblázatban találhatóak:

Az eltérések	Fekete-fehér	Színes
+0,005 m	0,075 m	0,067 m
-0,005 m	-0,075 m	-0,067 m
+0,002 m	0,030 m	0,027 m
-0,002 m	-0,030 m	-0,027 m

Ezeket a hibaértékeket a látószögeképletbe behelyettesítve pedig:

Az eltérések	Fekete-fehér	Színes
+0,002 m	0,057 °	0,051 °
-0,002 m	0,058 °	0,052 °
+0,005 m	0,057 °	0,051 °
-0,005 m	0,058 °	0,052 °

Látható, hogy a hosszmértékek eltérésének nagyságrendje olyan kicsi, hogy a szögekben meg sem nyilvánul, vagy csak elhanyagolható mértékben.

HIVATKOZÁSOK

- [1] A nemzetközi mértékegységrendszer: az SI. Elérhető: <http://www.fizikakonyv.hu/002.pdf>
- [2] Balázs Béla: Kronosz meghódított birodalma. Elérhető: <http://www.termeszetvilaga.hu/tv9711/kronosz.html>
- [3] Wikipedia: Pendulum. Elérhető: <https://en.wikipedia.org/wiki/Pendulum>
- [4] Pogonyi István: Mérési alapfogalmak és alapszámítások, hosszmerések. Elérhető: http://kepzevolucioja.hu/dmdocuments/4ap/6_0225_012_101215.pdf
- [5] Wikipedia: SI származtatott egység https://hu.wikipedia.org/wiki/SI_származtatott_egység