

# Méter mérés - jegyzőkönyv

Pákozdi Gergely Ferenc (PRLAAJ)  
Mérőpartner: Kiss Dorottya

Mérés ideje: 2019.02.13. 14:15:-17:00

Mérés helye: Pázmány Péter Katolikus Egyetem, Információs Technológiai és Bionikai Kar  
1083 Budapest, Práter utca 50/a  
pakozdi.gergely.ferenc@hallgato.ppke.hu

## I. SI MÉRTÉKEGYSÉGRENDSZER

### I-A. Előzmények

Kezdetben területenként eltérő mértékeket használtak, melyek már egész kis földrajzi távolságokat megtéve is eltértek egymástól. Erre jó példa, hogy a budapesti és a bécsi mérőföld sem egyezett meg. [1]

Az SI előtti nemzetközileg is elfogadott mértékegységrendszert MKSA-nek nevezték, amely a méter, a kilogramm, a másodperc (secundum) és az amper mértékegységeken alapult, nevét ezek kezdőbetűiből alkották. Ezt egészítették ki később 3 alapmértékegységgel: a erő (newton), az energia (joule) és a teljesítmény (watt) egységekkel. [2]

### I-B. Az SI elfogadása

A Mértékegységek Nemzetközi Rendszere, röviden SI (Système international d'unités), nemzetközileg elfogadott mértékegységrendszer, mely néhány kiválasztott mértékegységen, illetve a 10 hatványain alapul. A jelenleg használt SI mértékegységrendszert a 11. Általános Súly- és Mértékügyi Értekezlet fogadta el 1960-ban. Decimális mértékrendszer. (Több országban törvénybe van iktatva.)

A mértékegységek rendszerét az alapegységek és a velük leírható származtatott egységek alkotják. A mértékegységek nagyságrendjét a prefixumok (előtagok) adják meg. Magyarországon 1979 óta kötelező az SI-mértékrendszer használata. Az 1991. évi XLV. törvény 1. melléklete határozza meg a szabványos magyar mértékegységrendszer alapjait. [2]

### I-C. Az alapegységek:

Alapmennyiség neve	Jele	Mértékegység neve	Jele
hossz	l	méter	m
tömeg	m	kilógramm	kg
idő	t	másodperc	s
elektromos áramerősség	I	amper	A
abszolút hőmérséklet	T	kelvin	K
anyagmennyiség	n	mól	mol
fényerősség	$I_v$	kandela	cd

[3]

### I-D. A prefixumok:

Előtag	Jele	Hatvánnyal	Előtag	Jele	Hatvánnyal
exa-	E	$10^{18}$	deci-	d	$10^{-1}$
peta-	P	$10^{15}$	centi-	c	$10^{-2}$
tera-	T	$10^{12}$	milli-	m	$10^{-3}$
giga-	G	$10^9$	mikro-	$\mu$	$10^{-6}$
mega-	M	$10^6$	nano-	n	$10^{-9}$
kilo-	k	$10^3$	piko-	p	$10^{-12}$
hekto-	h	$10^2$	femto-	f	$10^{-15}$
deka-	da	$10^1$	atto-	a	$10^{-18}$

[2]

### I-E. Használat

Használatát egy konkrét példán keresztül mutatom be: hosszt szeretnék kifejezni az SI mértékrendszer használatának segítségével. Ehhez használunk egy mérőszámot (valós, tizes számrendszerbeli szám), illetve egy alapegység mértékegységének a jelét, mely jelen esetben "m" (a méter jele): 10, 5m. A mértékegység másnéven dimenzió, a neve utal arra, hogy hogyan használhatjuk a számítások során az adott dimenziójú mennyiséget. Két azonos dimenziójú mennyiséget összeadhatunk, kivonhatunk, illetve oszthatunk és szorozhatunk (stb.) ám ekkor a dimenzió megváltozik (ugyanis a dimenziókkal is el kell végezni a műveletet). Különböző dimenziójú mennyiségeket oszthatunk, szorozhatunk (stb.), ekkor szintén változik a dimenzió, ám összeadni értelmetlen két különböző dimenziójú mérőszámot. Azonos alapmennyiségek esetén ez esetben mértékegységet kell váltani, különböző alapmennyiségeket pedig nem lehet sehogy sem összeadni, kivonni. A különböző alapegységek hányadosával és szorzatával származtathatóak további egységek is.

### I-F. Mennyi az annyi?

Az alapegységeket kezdetben valamilyen etalonhoz kötötték pl.: platina-iridium rúd vagy henger, ám a tudomány fejlődésével ezek hőmérséklet és egyéb hatásokra történő változásait kiküszöbölendő fizikai állandókhoz kezdték kötni az alapegységeket, amelyek várhatóan sokszáz év múlva is reprodukálható módon ugyanazt az egységet definiálják. Ilyen például a méter definíciója, mely az a távolság, amit a fény vákuumban megtesz a másodperc 1/299 792 458-ad része alatt. Mára egyetlen olyan alapegység van, mely 2019. májusáig még egy platina-iridium etalonon alapszik, ez a kilógramm. Ezt májustól a Planck-állandóhoz tervezik kötni.

## II. MÉRÉSI ALAPFOGALMAK, MÓDSZEREK, REPRODUKÁLHATÓSÁG, HIBA

### II-A. Alapfogalmak

- **Mérés:** Információszerzés - a megismerés eszköze. Fizikai mennyiség összehasonlítása a mértékegységgel (annak egységnyi mennyiségével). A mértékegységet gyakran szimbólumok helyettesítik.[5]
- **Mértékegység:** a mérendő mennyiség meghatározását szolgáló egységül választott mennyiség  $\text{Mennyiség} = \text{mérőszám} \cdot \text{mértékegység}$ .
- **Mérőszám:** mérendő mennyiség/mértékegység, megmutatja, hogy az egységül választott mértékegység a mért mennyiségben hányszor van meg
- **Mérési módszer:** azoknak az elveknek az összessége, melynek segítségével a mérés elvégezhető.
- **Mérőműszer:** olyan mérőeszköz, amellyel méréskor a mérési eljárás okozta hibával meghatározzuk a mérőszámot vagy annak kiszámításához szükséges mérési eredményt, de nem tartozik a mértékek fogalomkörébe.
- **Mértékek:** olyan mérőeszköz, amely egyetlen méretet testesít meg.
- **Etalon:** letétbe helyezett és megfelelően őrzött minta, amely egy vagy több mennyiség meghatározott értékét maradandóan megőrzi. [6]

### II-B. Mérési módszerek

- **Analóg mérés:** a mérendő mennyiséghez folyamatosan változó mennyiségeket rendelünk hozzá.
- **Digitális mérés:** A mérendő mennyiségekhez diszkrét értékeket rendelünk hozzá, adott különbség két egymást követő érték között.
- **Közvetlen:** A keresett mennyiséget mérjük közvetlenül a mérőeszközzel.
- **Közvetett:** Nem a keresett, hanem azzal arányos mennyiséget mérünk, majd számításokkal határozzuk meg a keresett mennyiséget.

### II-C. Reprodukálhatóság, hiba

Kétszer nem végezhető el egy az egyben ugyanolyan mérés. Ennek főbb okai, hogy világunk nem steril, folyamatosan változik, illetve a méréseink nem tökéletesek, felmerülnek a mérés során különböző hibák.

#### II-C0a. Hibák:

- **Rendszeres hibák:** melyek a mérés megismétlésével változatlan értékkel és előjellel fellépnek, melyeknek hatását előre figyelembe kell venni, melyek nagysága elméleti vizsgálattal, mérések összehasonlításával meghatározható
- **Véletlen hibák:** mérés során váratlanul lépnek fel, zavaró környezeti tényezők okozhatják, a mérési sorozatok szórást okoznak
- **Durva hibák:** a mérést végző személy által elkövetett, durva környezeti behatás által okozott, vagy félreértelmezésből, rossz elvi terv kidolgozásából következő hibák

## III. A FOLYOSÓ MÉRÉSE

A 4. emeleti folyosó mérését kaptuk feladatul. Feladatunkhoz egy méterrúd használhattunk segítségül.

### III-A. Előkészületek

Megkaptuk a mérőeszközüket. Ez az "A" jelzésű méterrúd volt. Először próbáltuk felmérni a rendszeres hibákat és próbáltunk olyan mérési módszert választani, amellyel ezek kiküszöbölhetővé válhatnak. Még a megkezdés előtt egymás mellé helyezve a méterrúdat tapasztaltuk, hogy már azok között is szemmel látható az eltérés, mind a teljes méret, mind a beosztás tekintetében. Így ezen rendszeres hibával tudtuk, hogy majd számolnunk kell. Illetve feladatul kaptuk, hogy a folyosó közepén végezzük a mérést. Így egy előzetes méréssel a folyosó lépcsőtől távolabbik végénél megállapítottuk a folyosó közepét, majd az ehhez legközelebbi csempék közti fuga vonalának mentén haladva képeltük el a mérést.

### III-B. A mérés folyamata

A mérést a méterrúd falhoz, illetve a fuga vonalához való illesztésével kezdtük, valamint felhasználtunk még két tollat a méterrúd végének jelöléséhez. Innentől a következő lépést ismételtük: A végpont megjelölése után felemeltük a méterrúdat, majd a megjelölt ponthoz helyeztük az elejét és ismét a fuga vonalához illesztettük, ügyelve arra, hogy a végpont körül csak fogassunk, ne toljuk el a rudat. Így nézett ki tehát az elemi mérésünk, melynek egysége a méterrúd volt. A folyosón így összesen 34-szer mértük fel az egységünket, illetve a fennmaradó részt az egység századában olvastuk le. Ez az érték 65-ször fért el a fennmaradó szakaszon. Így az általunk használt mértékegység a méterrúd százada (cm).

### III-C. Hibák

A mérés során számos hiba felmerült. Ezeket csoportosítva: Rendszeres hibák:

- A méterrúd kopása
- a méterrúd hajlítottsága
- a méterrúd alapegységtől való eredeti eltérése

Véletlen hibák:

- az illesztés pontossága
- a csempék vízszintesége
- a csempék közti fuga egyenessége
- a szemmértékünk pontatlansága
- a kezünk pontatlansága
- személy által elkövetett hiba

Az elemi mérések száma, leszámítva az utolsót:  $n$ , a rendszeres hibákat jelölje:  $h_r$ , a véletlen hibák összegét pedig:  $h_v$ . A rendszeres hibák egy elemi mérés során összedava (becslés):  $h_r = \pm 0,5 \text{ cm}$  A véletlen hibák összegének becslése:  $h_v = \pm 10 \text{ cm}$

### III-D. Az elemi mérések és a hibák alapján a mérőszám kiszámítása

A méterrúdat tehát 34-szer helyeztük le, majd megállapítottuk, hogy a fennmaradó szakasz hossza 65 méterrúd század. Ezeket illetve a hibákat számításba véve (a folyosó hossza:  $l$ ):  $l = (n \cdot (100 \pm h_r) \pm h_v + 65) \text{ cm}$ , tehát behelyettesítve:  $l = (34 \cdot (100 \pm 0,5) \pm 10 + 65) \text{ cm}$  Összességében a hibákkal együtt a mérésünk eredménye:  $3465 \pm 27 \text{ cm}$ , tehát a mérési hiba hozzávetőlegesen 1% -os.

### III-E. Referenciamérés

Úgy döntöttünk egy gyorsabb számítással kíváncsiságból ellenőrizendő az eredmény méterre való pontosságát elvégeztünk egy másik mérést: ez alkalommal 1 db fugacsík+csempé

átlagos hossz számítása alapján végeztük a mérést, mivel a folyosó ilyen négyzet alakú csempékből van kirakva. Több különböző helyen mértünk több csempét és fugát (ezeknél mindegyik alkalommal a leolvasás nehézségéből adódóan a hibát nagyjából 0,2 cm-re becsülöm):

- 1 fuga+1 csempe: 30,6 cm
- 2 fuga+2 csempe: 60,7 cm
- 3 fuga+3 csempe: 91,4 cm

Hibák számbavétele: Rendszeres hibák összesítve mérésenként (becslés)  $\pm 0.2$  cm, mivel a kopást nem vesszük figyelembe, csak két egység közötti távolságát. Véletlen hibák összesen (becslés):  $\pm 10$  cm

Ezek alapján az átlagos csempehossz:  $182.7/6 = 30.5$  cm. 113 egész és két töredékcsempe volt a folyosó két végén, ám csak 1 fuga, mivel a csempe túllógott a folyosó hosszán. Ez alapján számítva:  $113 \cdot 30.5 + 19.1 + 1.4 = 3467$  cm, hibákkal együtt tehát  $3467 \pm 32$  cm, tehát szintén hozzávetőlegesen 1%-os relatív hiba. Bár a két mérés során nagyon közeli eredmény jött ki, a kibakorlalat hozzávéve ez még koránt sem jelenti azt, hogy a folyosó hossza valóban ennyi lenne.

### III-F. Közös eredmények összegzése

Érték (m)	Méterrúd	Érték (m)	Méterrúd
33,87	G	34,02	G
34,36	A	34,39	G
34,42	E	34,51	C
34,52	B	34,53	F
34,55	B	34,65	A
34,75	E		

Közös eredményeinkből a legnagyobb és a legkisebb értéket elhagyva átlagot számítottam, így 34,48 m-es hossz jött ki. A méréseink alapján ezt azért tartom pontosabb eredménynek, mert a kiugróan magas és kiugróan alacsony valószínűleg hibás méréseket elhagytam.

## IV. SZEMFELBONTÁS

A mérés során először teszteltük egymáson bizonyos színes/fekete-fehér mezőkre való mutatással, hogy milyen távolságból mosódik már össze két mező. Majd lemértük ezt a távolságot a fent taglalt módszer segítségével. Majd a pixelek távolságát úgy, hogy egy közös határvonalukra helyeztük a mérőrudat, az első pixelhez igazítva a beosztást, majd olyan helyet kerestünk, ahol a pixel határ egybeesik egy egység-határral. Ez alapján kiszámoltuk, hogy hány cm egy pixel (hatszög vagy négyzet) oldala. Ez egy hányados: egységek száma/pixelek száma. Az oldalhosszból pedig a pixelek középpontjainak távolságával számoltuk a pixeltávolságot. Ez a négyzetek esetén ugyanaz, a hatszögek esetében pedig a kopott érték  $\sqrt{3} \cdot a$ , ahol  $a$ : a kapott eredmény. A színes képek esetében voltak a pixelek szabályos hatszögek, a fekete-fehér képek esetében négyzetek. Így kapjuk a következő táblázatot:

	Dorka	Gergő	pixeltávolság
színes kicsi	361 cm	252 cm	$7/18 \cdot \sqrt{3} \cong 0.67$ cm
színes nagy	892 cm	457 cm	$7/9 \cdot \sqrt{3} \cong 1,35$ cm
fekete-fehér kicsi	385 cm	248 cm	$10/19 \cong 0.53$ cm
fekete-fehér nagy	930 cm	412 cm	$21/20 \cong 1.05$ cm

Tekintsünk azt a derékszögű háromszöget, melynek egyik befogója a faltól mért távolság ( $l$ ), másik befogója a hatszögek/négyzetek középpontja közti távolság (jelöljük:  $pt$ -vel). Ekkor a keresett szöget megkaphatjuk egy egyszerű szögfüggvénnyel.

$$\alpha = \arctan \frac{pt}{l}$$

Az eredmények:

	Dorka	Gergő
Látószög (k, sz)	$0.11^\circ$	$0.15^\circ$
Látószög (n, sz)	$0.09^\circ$	$0.17^\circ$
Látószög (k, f-f)	$0.08^\circ$	$0.12^\circ$
Látószög (n, f-f)	$0.06^\circ$	$0.15^\circ$

A mérés során minden egész méter után  $\pm 2$  vagy  $\pm 5$  mm-t adunk hozzá a távolsághoz úgyelve a mértékegység váltásra, majd a fennmaradó 1 méternél kisebb rész miatt ( $\pm 2$  cm/100\*fennmaradó rész (cm)) szorzatot adjuk hozzá az addigi értékhez, illetve a pixeltávolságokhoz is törtrésszel szorozva hozzáadjuk ( $\pm 0,2$  cm/100 \* 1,05 cm) a rúd méret változása okozta eltérést. Ezek alapján az végleges távok pl a nagy fekete-fehér kép, Dorka vizsgálata során:

+2 mm			-2 mm		
l (cm)	pt (cm)	szög ( $^\circ$ )	l (cm)	pt (cm)	szög ( $^\circ$ )
931,86	1,0521	0.0647	928,14	1,0479	0.0647
+5 mm			-5 mm		
l (cm)	pt (cm)	szög ( $^\circ$ )	l (cm)	pt (cm)	szög ( $^\circ$ )
934,65	1,0553	0.0647	925,35	1,0448	0.0647

Tehát az eltérés nagyon kicsi. Nagyságrendekkel kisebb, így a fokban kifejezett szögek sokadik tizedes jegyében jelentenek csak eltérést.

## HIVATKOZÁSOK

- [1] Mértékrendszerek, számítások|Sulinet Tudásbázis Elérhető: <https://tudasbazis.sulinet.hu/hu/szakkepzes/nyomdaipar/mertekrendszerek-szamitasok/mertekrendszerek/si-alapegysegek-szarmaztatott-egysegek>
- [2] Mértékrendszerek, az SI, a legfontosabb származtatott mennyiségek és egységeik Elérhető: [http://www.uni-miskolc.hu/~www\\_fiz/paripas/diagn/SI.pdf](http://www.uni-miskolc.hu/~www_fiz/paripas/diagn/SI.pdf)
- [3] Wikipédia: SI mértékegységrendszer Elérhető: [https://hu.wikipedia.org/wiki/SI\\_mértékegységrendszer](https://hu.wikipedia.org/wiki/SI_mértékegységrendszer)
- [4] Mérési alapfogalmak. Elérhető: [https://wiki.itk.ppe.hu/twiki/pub/PPKE/BevAMeres/Bev\\_Meres\\_2015\\_ea02.pdf](https://wiki.itk.ppe.hu/twiki/pub/PPKE/BevAMeres/Bev_Meres_2015_ea02.pdf)
- [5] Dr. Nemes József: Méréstechnika Elérhető: <http://ttk.nyme.hu/fmkmmk/tamop412/Documents/Tananyagok/%C3%81tkonvert%C3%A1lt%20tananyagok%20pdf-exportja/M%C3%A9r%C3%A9stechnika.pdf>
- [6] Pogonyi István: Mérési alapfogalmak és alapszámítások, hossz-mérek Elérhető: [http://kepzevelocio.hu/dmdocuments/4ap/6\\_0225\\_012\\_101215.pdf](http://kepzevelocio.hu/dmdocuments/4ap/6_0225_012_101215.pdf)