

# ADATSZERKEZETEK ÉS ALGORITMUSOK

Gyorsrendező

# Gyorsrendezés (Quicksort)

- Hatékony rendezési algoritmus
  - C. A. R. Hoare készítette, 1960.
- Az „Oszd meg és Uralkodj” algoritmus egy példája
- Két fázis
  1. Partíciós fázis
    - Oszd a munkát két részre!
  2. Rendezési fázis
    - Uralkodj a részeken!

# Gyorsrendezés (Quicksort)

- Partíció
  - Válassz egy „**strázsát**” (**pivot**)!
  - Válaszd a strázsa pozícióját olyanra, hogy
    - Minden elem tőle jobbra nagyobb legyen!
    - Minden elem tőle balra kisebb legyen!



# Gyorsrendezés (Quicksort)

- Uralkodj
  - Alkalmazd ugyanezt az algoritmust mindkét félre!



# Gyorsrendezés (Quicksort)

- Implementáció

```
quicksort( void *a, int also, int felso )  
{  
    int pivot;  
    /* Terminálási feltétel! */  
    if ( felso > also )  
    {  
        Oszd meg!  pivot = feloszt( a, also, felso );  
        Uralkodj!  quicksort( a, also, pivot-1 );  
        Uralkodj!  quicksort( a, pivot+1, felso );  
    }  
}
```

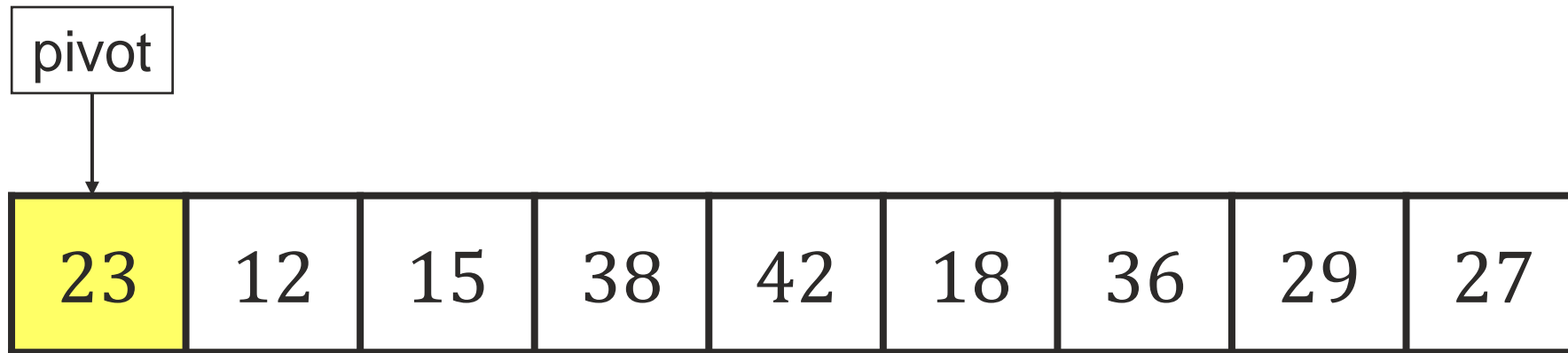
# Quicksort – Megosztás

- A feladat megfelelő felosztás létrehozása
  - A példában egész értékek vannak, az egyszerűség kedvéért

23	12	15	38	42	18	36	29	27
----	----	----	----	----	----	----	----	----

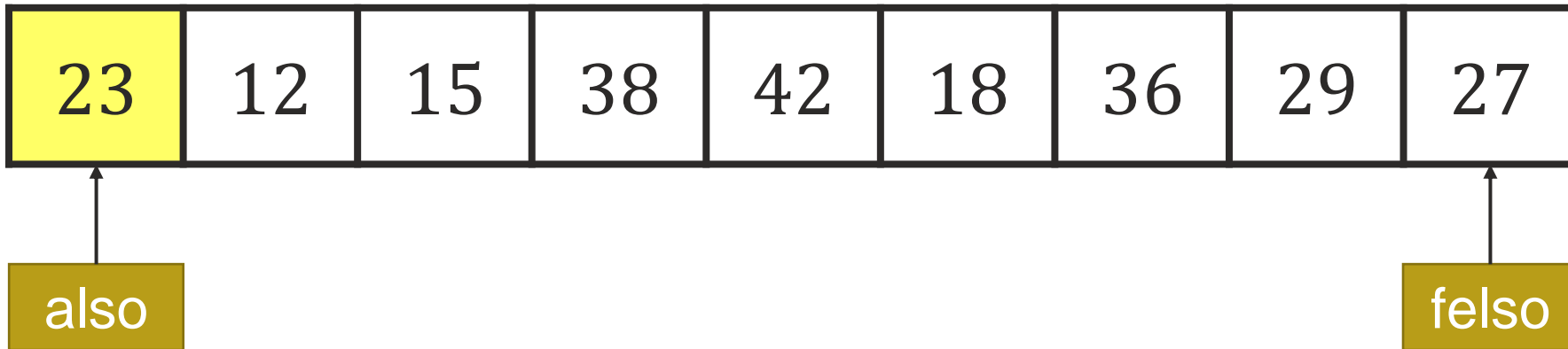
# Quicksort – Megosztás

- A feladat a jó felosztás létrehozása
  - A példában egész értékek vannak, az egyszerűség kedvéért
- Bármelyik elem lehet strázsa
  - Legyen itt a bal szélső



# Quicksort – Megosztás

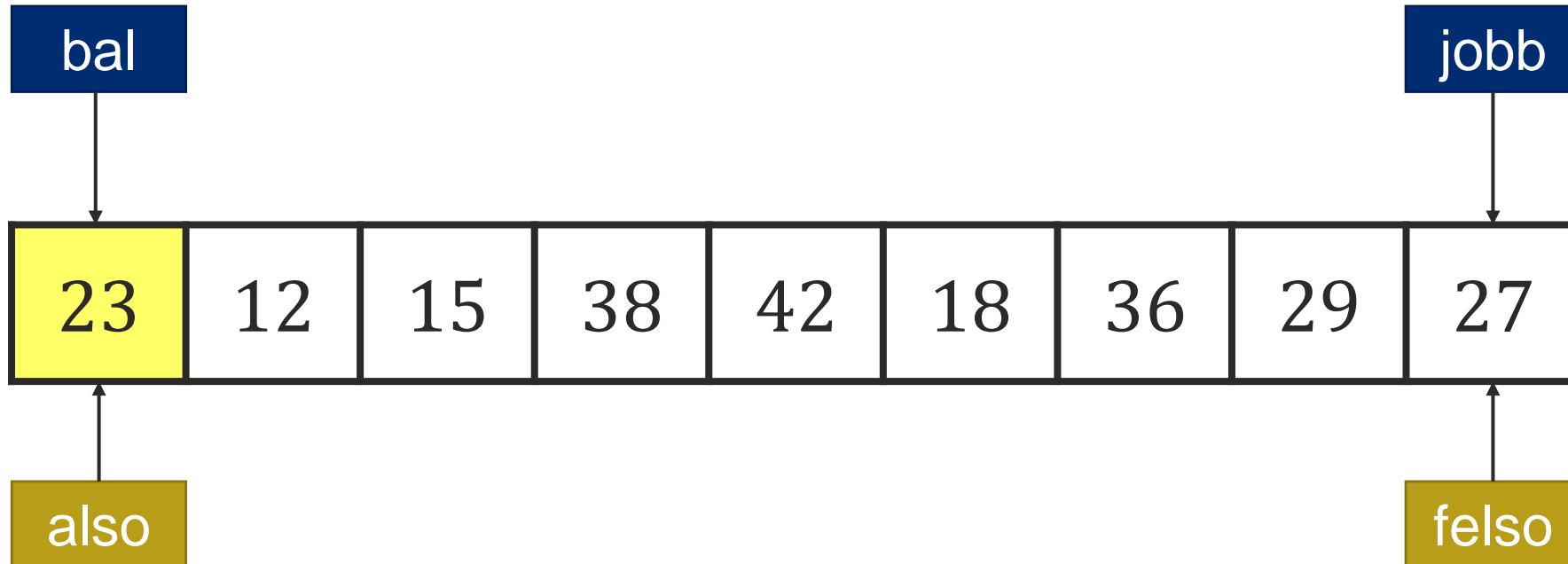
- A résztömb, amin dolgozunk az alsó és felső indexek között található
- A tömb két széléről indul szemben két indexelés
  - Ez a jobb és bal





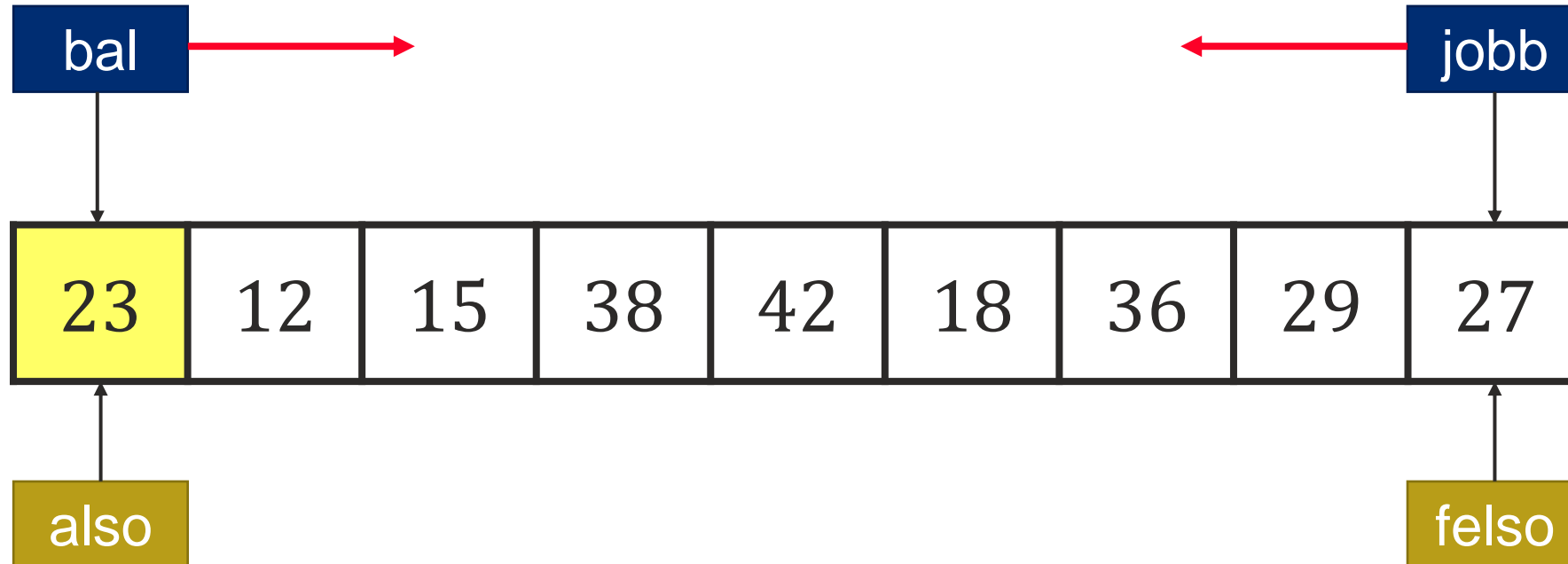
# Quicksort – Megosztás

- A résztömb, amin dolgozunk az alsó és felső indexek között található
- A tömb két széléről indul szemben két indexelés
  - Ez a jobb és bal



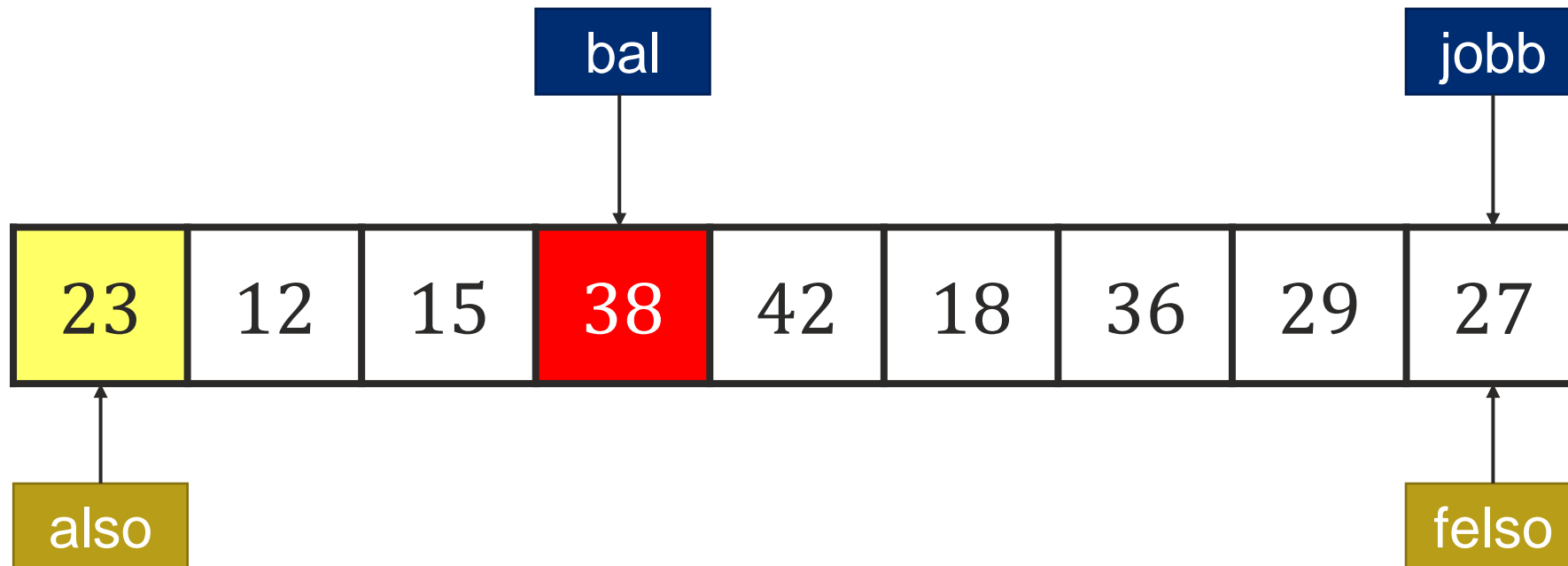
# Quicksort – Megosztás

- A két indexet egymással szemben mozgatjuk
  - Addig, amíg találkoznak egymással
  - Ne feledjük, a strázsza értéke 23



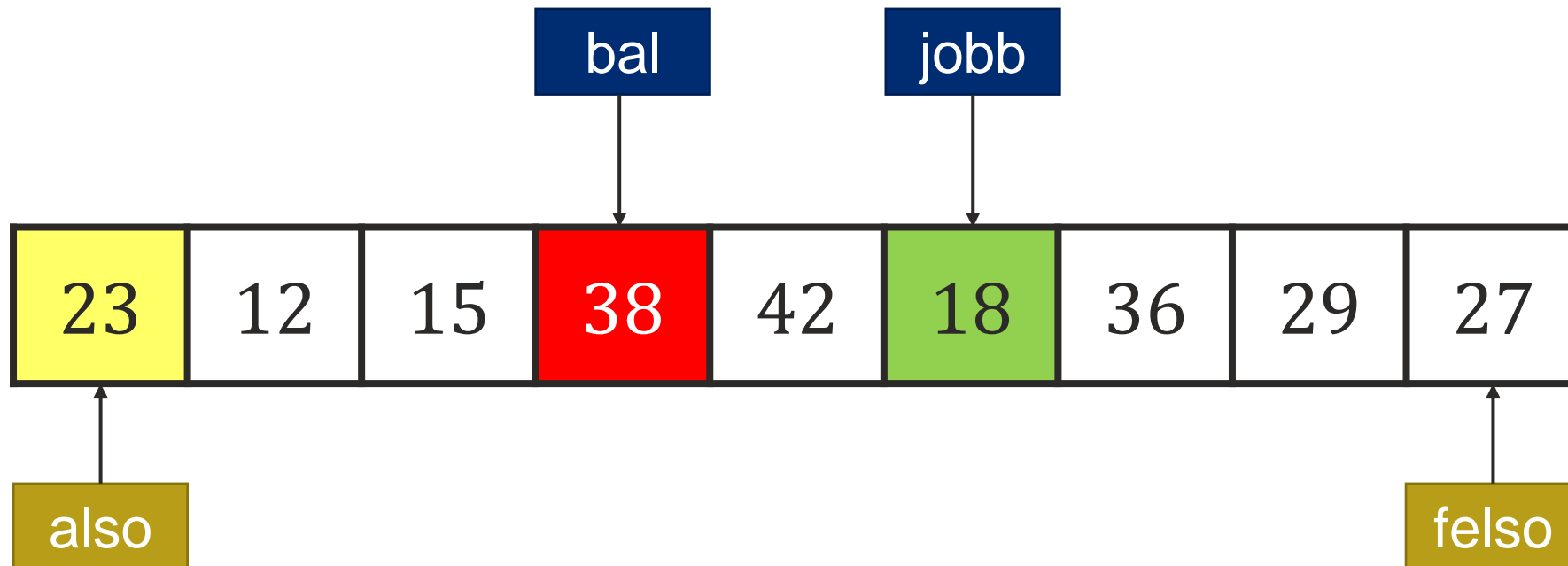
# Quicksort – Megosztás

- A két indexet egymással szemben mozgatjuk
  - A bal jelzőt addig visszük jobbra, amíg nem igaz, hogy  $\text{bal} \leq \text{strázs}$



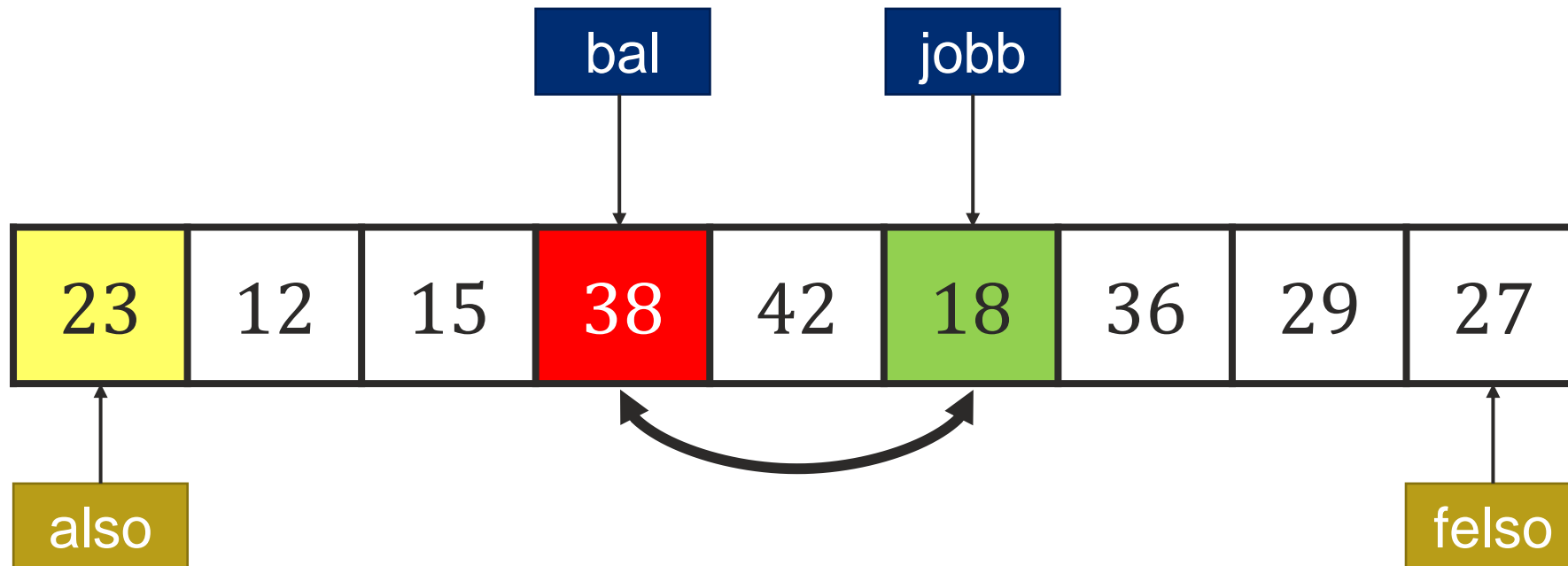
# Quicksort – Megosztás

- A két indexet egymással szemben mozgatjuk
  - A jobb jelzőt addig visszük balra, amíg nem igaz, hogy  $\text{jobb} \geq \text{strázs}$



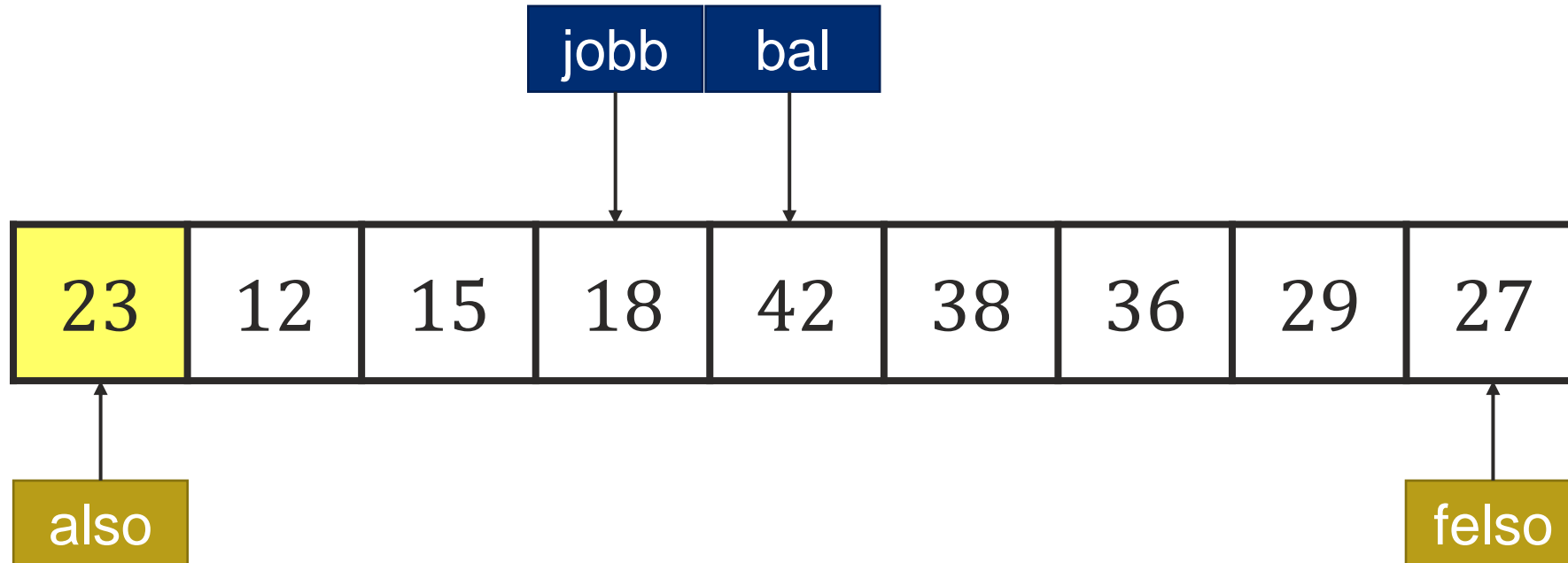
# Quicksort – Megosztás

- Ha a két index nem találkozott, vagy nem kerültk ki egymást, akkor meg kell cserélni a két elemet
  - Mivel a strázsa rossz oldalain állnak



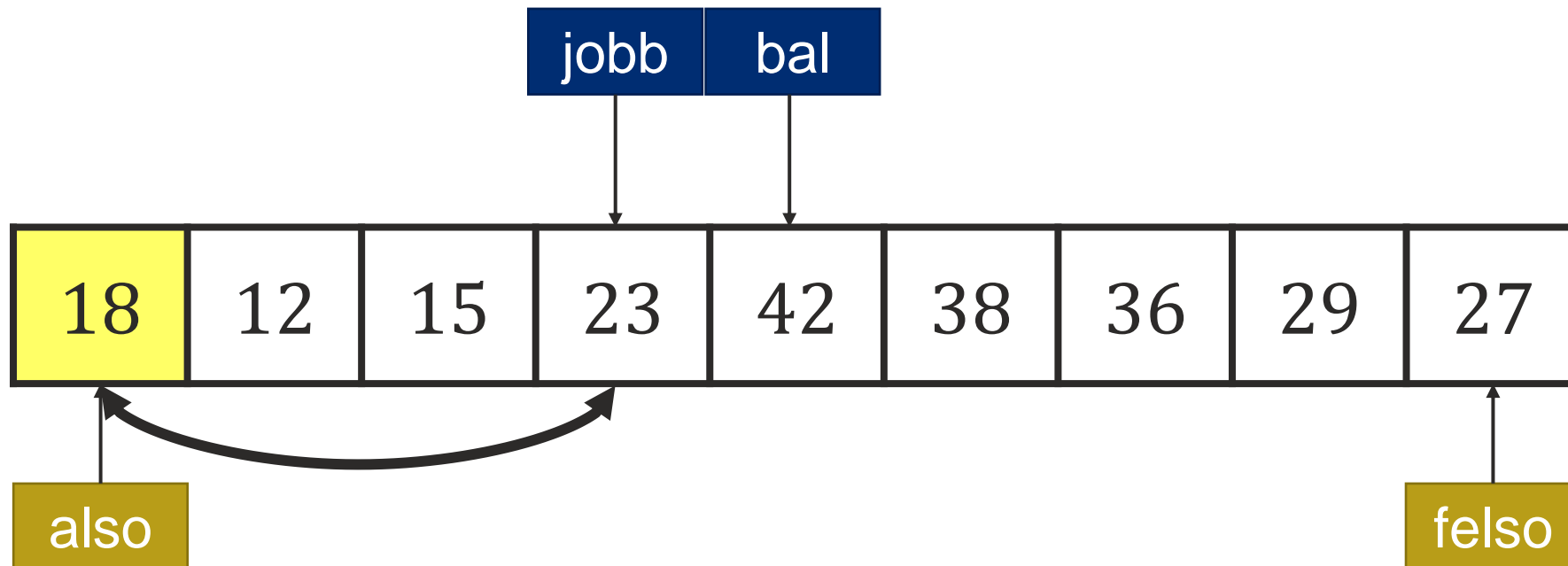
# Quicksort – Megosztás

- Folytatjuk a bal és jobb léptetését
  - Szembetalálkoznak, így leáll a léptetés



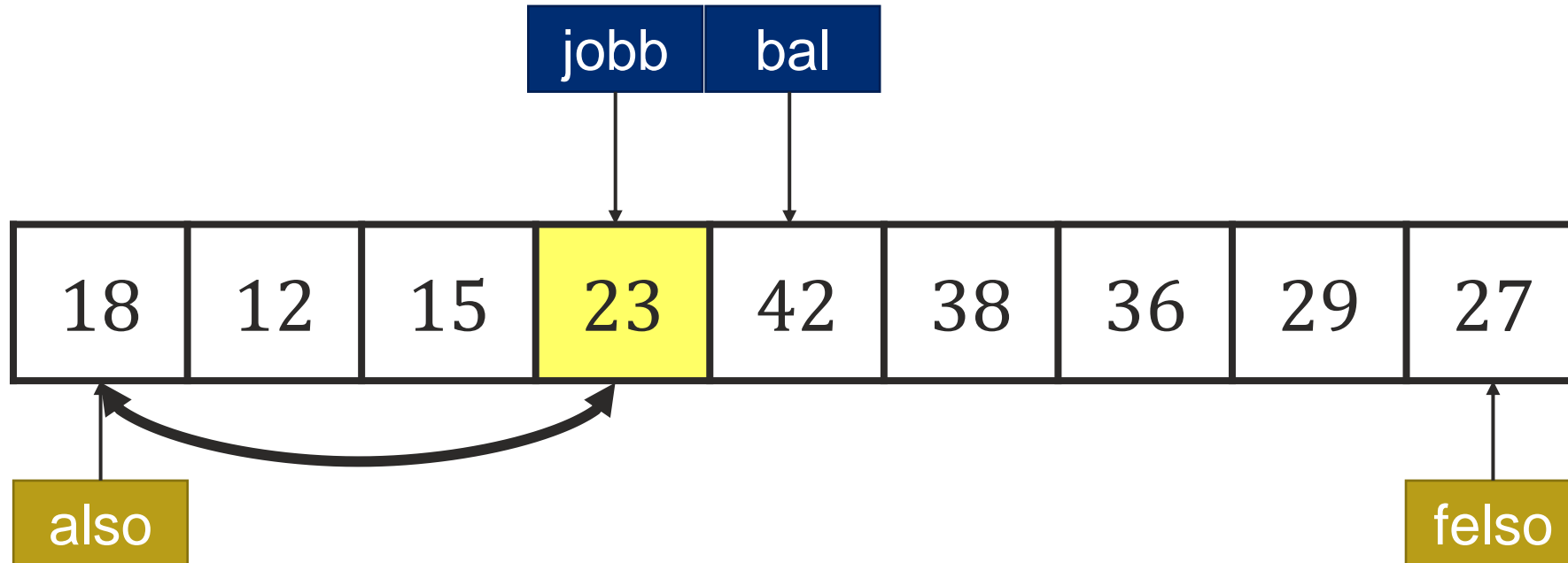
# Quicksort – Megosztás

- Folytatjuk a bal és jobb léptetését
  - Szembetalálkoznak, így leáll a léptetés
  - Az utolsó lépés a strázsa és a jobb cseréje



# Quicksort – Megosztás

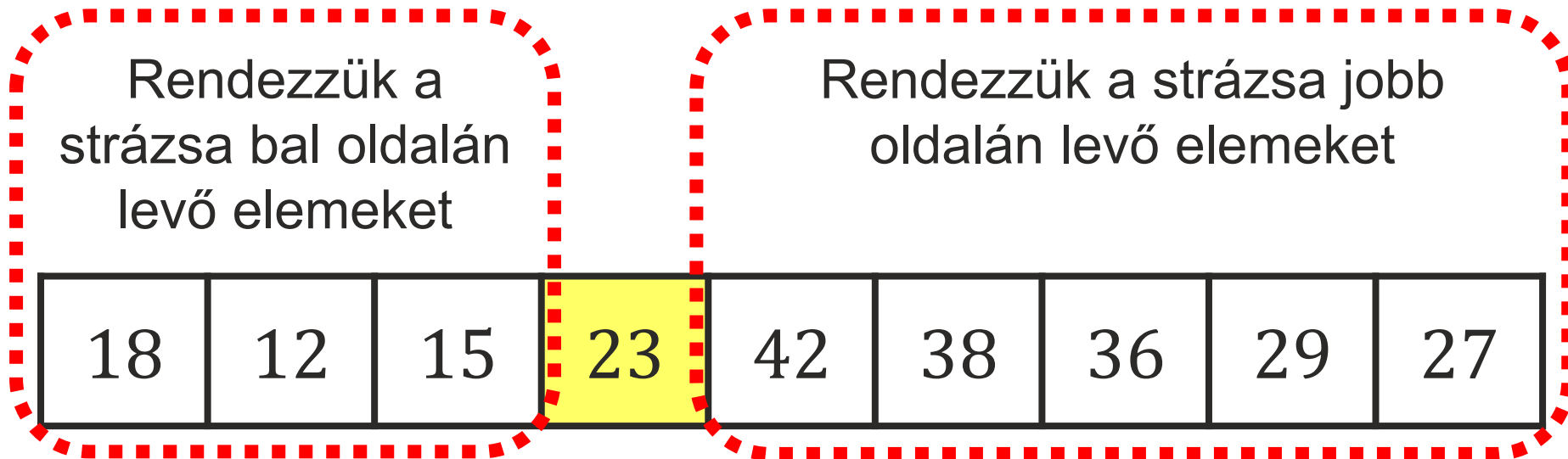
- Folytatjuk a bal és jobb léptetését
  - ...
  - A felosztó eljárás visszatér a strázsa indexével (ami a jobb)





# Quicksort – Uralkodj

- Ezután rekurzívan rendezzük a strázsa bal oldalán levő elemeket és a jobb oldalán levő elemeket
  - Meghívjuk az eredeti függvényt



# Gyorsrendezés algoritmus

Gyorsrendezés ( $A$ ,  $also$ ,  $felso$ )

also < felso	
$q = \text{Feloszt}(A, also, felso)$ $\text{Gyorsrendezés}(A, also, q - 1)$ $\text{Gyorsrendezés}(A, q + 1, felso)$	SKIP

Feloszt( $A$ ,  $also$ ,  $felso$ )

$str \leftarrow A[also]; bal \leftarrow also; jobb \leftarrow felso$	
$bal < jobb$	
$A[bal] \leq str \wedge bal < felso$	
$bal \leftarrow bal + 1$	
$A[jobb] \geq str \wedge jobb > also$	
$jobb \leftarrow jobb - 1$	
$bal < jobb$	
$\text{Csere}(A[bal], A[jobb]);$	SKIP
$A[also] \leftarrow A[jobb]; A[jobb] \leftarrow str;$ <b>return</b> $jobb;$	

# Quicksort - Analízis

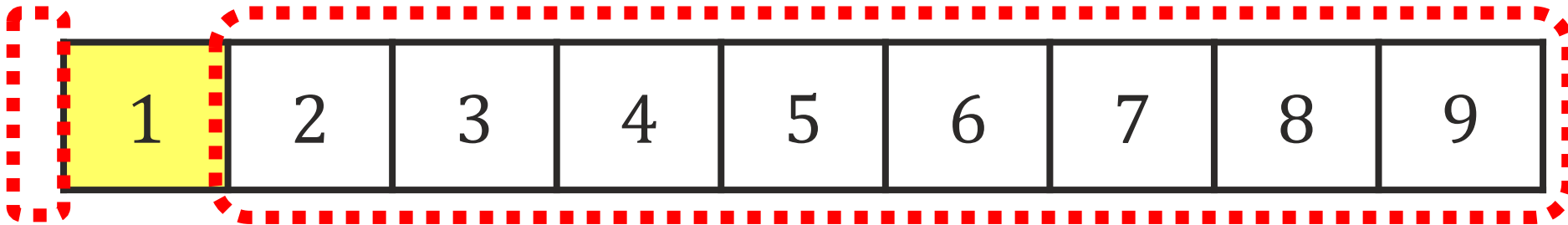
- Felosztás
  - vizsgálj meg minden elemet egyszer  $\mathcal{O}(n)$
- Uralkodás
  - az adatok kétfelé osztása  $\mathcal{O}(\log_2 n)$
- összesen
  - szorzat  $\mathcal{O}(n \log n)$
- De van egy gond ...

# Quicksort – az igazság!

- Mi történik, ha az adatok már rendezettek, vagy majdnem rendezettek?
  - Azt várnánk, hogy akkor gyorsabb lesz!

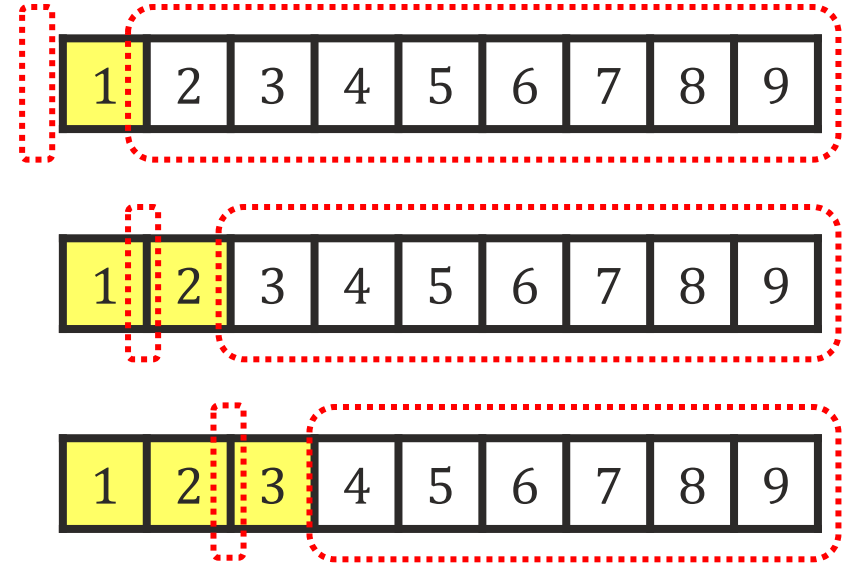
# Quicksort – az igazság!

- Rendezett adatok esetén
  - A bal elem a strázsa
  - A felosztás végén a tömb bal szélén marad a strázsa
    - A tőle balra levő elemeket rendezzük – nincsenek ilyen elemek
    - A tőle jobbra levő elemeket rendezzük – a maradék tömb



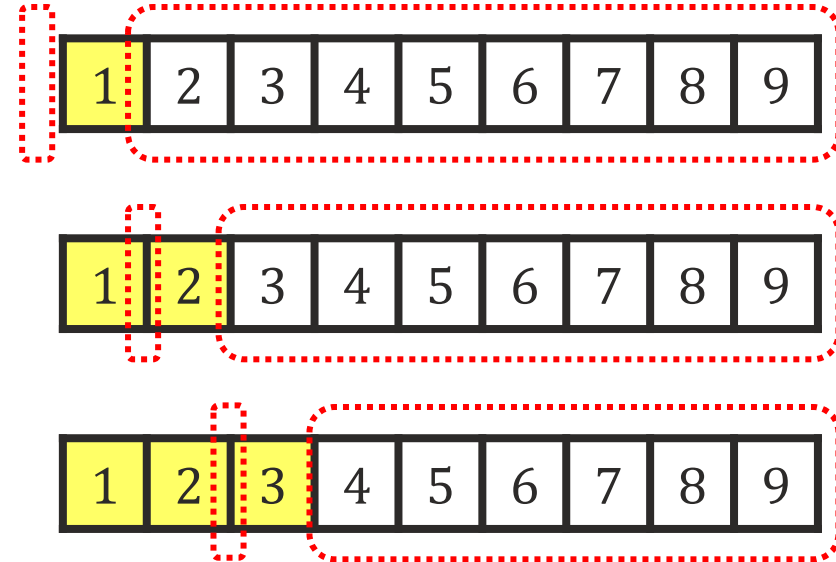
# Quicksort – az igazság!

- Rendezett adatok esetén
- Minden partícionálás során létrejön egy
  - 0 méretű feladat
  - $n - 1$  méretű feladat
- A partíciók száma?



# Quicksort – az igazság!

- Rendezett adatok esetén
- Minden partícionálás során létrejön egy
  - 0 méretű feladat
  - $n - 1$  méretű feladat
- A partíciók száma?
  - Minden  $n$  időigénye  $\mathcal{O}(n)$
  - Összesen  $n * \mathcal{O}(n)$ 
    - Ez pedig összesen  $\mathcal{O}(n^2)$
  - **Tehát a gyorsrendező olyan rossz, mint a buborék rendezés!?**



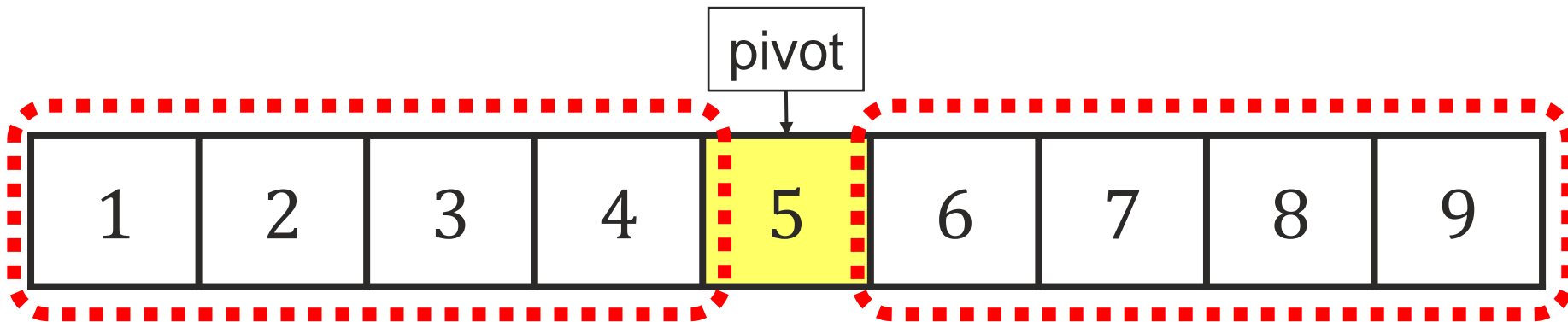
# Quicksort – az igazság!

- A Quicksort  $\mathcal{O}(n * \log n)$  viselkedése a majdnem egyforma partíciókon múlik
- Átlagosan is majdnem ez a helyzet
  - És a Quicksort általában  $\mathcal{O}(n * \log n)$
- Mit lehet tenni?
- Általában semmit
  - De javíthatjuk az esélyeinket!



# Quicksort – A pivot választása

- Bármelyik strázsa megteszi...
- Válasszunk egy másikat ...
  - Ha a partíciók egyformák akkor  $\mathcal{O}(n * \log n)$  idő lesz a rendezés ideje
  - Legyen a középső
    - Rendezett elemek esetén jó választás
    - Megmutatható, hogy az sem mindig jó megoldás



# Quicksort – 3-ból a középső pivot

- Válasszunk három strázsát, majd azok közül az érték szerinti középsőt használjuk
    - Például vegyünk az indexek közül a két szélsőt és a középsőt
- |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
- Az értékek közül a középső az 5
  - Ez a rendezett adatok esetén jó választás!
  - $O(n * \log n)$  idő
- Mivel a rendezett (vagy majdnem rendezett) adatok elég gyakoriak, ez egy jó stratégia
    - Különösen, ha azt várjuk, hogy az adataink rendezettek lesznek!

# Quicksort – Véletlen pivot

- Válassz egy strázsát véletlenszerűen
  - Minden felosztásnál másik pozíciót
  - Átlagosan a rendezett adatokat jól osztja szét
  - $O(n * \log n)$  idő
- Fontos követelmény
  - A pivot kiválasztása  $O(1)$  idő kell legyen

# Quicksort – Garantált $\mathcal{O}(n * \log n)$ ?

- **Sohasem garantálható**

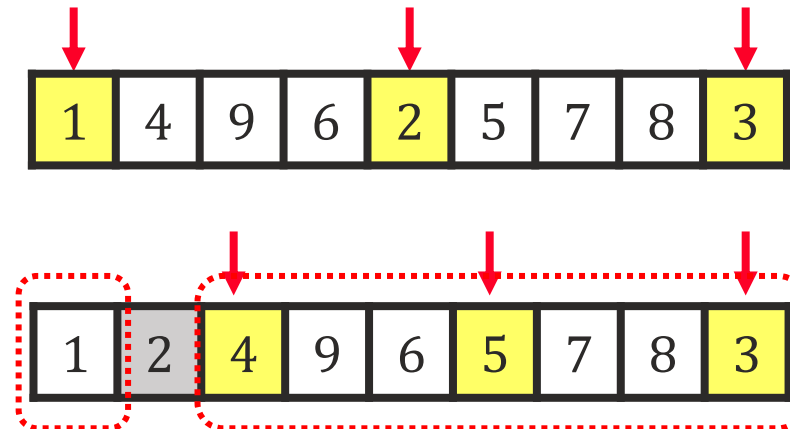
- A tetszőleges pivot választási stratégia vezethet  $\mathcal{O}(n^2)$  időhöz

- Itt a 3-ból a középső kiválasztja a 2-t

- egy partícióba 1 elem kerül,
  - a másikba 7

- következőnek kiválasztja a 4-t

- egy partícióba 1 elem kerül,
  - a másikba 5



# Rendezés

- Buborék, Beszúrásos, Maximumkiválasztásos
  - $\mathcal{O}(n^2)$  rendezések
  - Egyszerű kód
  - Kis  $n$ -re gyors lehet (rendszer függő)
- Quick Sort
  - Oszd meg és uralkodj
  - $\mathcal{O}(n * \log n)$

# Quicksort

- $\mathcal{O}(n * \log n)$  de ....
- Lehet  $\mathcal{O}(n^2)$  is
- A pivot kiválasztásától függ
  - 3-ból a középső
  - Véletlen pivot
  - Jobb eredmény, de **nem garantált**
  - **Népszerű algoritmus!**
- Felosztó algoritmus lehet többféle
  - Következő alkalommal részletesen

# Rendezők implementálása

Következő téma