Valószínűségszámítás Gyakorlat

1. Egy tehén tejhozama normális eloszlású valószínűségi változó, $m = 22,1$ liter várható értékkel és $\sigma = 1,5$ liter szórással. Mi annak a valószínűsége, hogy egy adott napon a tejhozam

   - a) kevesebb, mint 23 liter
   - b) több, mint 25 liter
   - c) 23 és 25 liter közé esik
   - d) $m - \sigma$ és $m + \sigma$ közé esik.
   - e) Legfeljebb mennyi tejet ad naponta a tehenek legkevésbé tejelő $70\% - a$?
   - f) Legfeljebb mennyi tejet ad naponta a tehenek legkevésbé tejelő $40\% - a$?

2. Egy populációban a férfiak testmagassága normális eloszlású, átlaga 180cm, szórása 20cm. Mi a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott férfi

   - a) 160cm-nél alacsonyabb
   - b) 190cm-nél magasabb
   - c) magassága 160 és 190cm közé esik
   - d) Ugyanebben a populációban mely testmagasság-érték alatti a férfia 10%-a?
   - e) Ugyanebben a populációban mely testmagasság-érték fölötti a férfia 20%-a?

3. Egy pályaudvaron egy újságárus 1 óra alatt eladott újságainak a száma Poisson eloszlású valváltozó (ξ) $\lambda = 64$ paraméterrel. Adjunk alsó becslést a

$$\mathbb{P}(48 < \xi < 80)$$

   valószínűségre!

4. Egy gyufagyárban adobozokat automata gép tölti. Az egyes dobozokban lévő gyufaszálak száma váltakozó (ξ), a következő eloszlással:

db	47	48	49	50	51	52	53
$\mathbb{P}$	0.05	0.1	0.15	0.4	0.15	0.1	0.05

   Adjunk becslést a $\mathbb{P}(48 < \xi < 52)$ valószínűségre, majd számítsuk ki ezt pontosan is!

5. Automata minőségvizsgáló $n = 100000$ elemű mintát ellenőriz le egy gyártósoron előállított alkatrésztömegből. A vizsgálat után milyen valószínűséggel állíthatjuk, hogy a mintából meghatározott selejtarány a készlet elméleti p selejtvalószínűségétől legfeljebb 0.01-el tér el? Használjuk fel, hogy $p - p^2 < 0.25$, ha $p \in [0, 1]$.

6. Egy hangyaboly 30%-a katona. Véletlenszerűen kiválasztunk 10000 haangyát. Mi lesz a katonák várható száma? Mi lesz a valószínűsége, hogy a katonák számának valódi értéke a fenti várható értéktől 5%-al kevesebbel tér el?

7. Egy üzemben a termékek 95%-a hibátlan. Az üzemnek meghatározott idő alatt 100000db terméket kell készítenie. Legalább mennyi a valószínűsége, hogy a legyártott termékek közül 93000 és 97500 közé esik a hibátlan termékek száma?

8. A menzai poharak kirakásuktól számított törési ideje exponenciális eloszlást követ 6 hónap várható értékkel. Számítsuk ki annak a valószínűségét, hogy

   - a) 5 kirakott pohárból legfeljebb 3 törik el
   - b) 500 pohárból legfeljebb 300 törik el egy év alatt.

9. Egy nagyváros lakosságának általunk ismeretlen p hányada dohányzik. Ezt a p hányadot szeretnénk közelítőleg meghatározni egy mintában megfigyelt relatív gyakorisággal a következő módon: megkérdezünk n véletlenszerűen kiválasztott lakost, és megállapítjuk, hogy ezek közül k állítja, hogy dohányzik. A Nagy Számok Törvényéből tudjuk, hogy ha n elég nagy, akkor az empirikusan megfigyelt $p' = \frac{k}{n}$ relatív gyakoriság nagy valószínűséggel jól közelíti az igazi p hányadot. Milyen nagynak kell n-et választanunk, ha azt akarjuk elérni, hogy az empirikusan megfigyelt p relatív gyakoriság legalább 0.93 valószínűséggel 0.02 hibahatáron belül közelítse a valódi (ismeretlen) p-t? Más szóval: határozzuk meg azt a legkisebb n_0 természetes számot, amelyre igaz, hogy bármely $p \in (0,1)$-re és $n \geq n_0$-ra

$$\mathbb{P}(|p' - p| \leq 0.02) \geq 0.93$$