

Lineáris algebra és diszkrét matematika I.

2. Zárthelyi

A csoport

2023/11/29

1. Legyen $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ -6 & 5 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$. Adjuk meg az alábbi mátrixokat! Amennyiben valamelyik nem létezik, állapítsa meg ennek tényét, és válaszát indokolja!
- (a) (2 pont) $A \cdot B^T$
 - (b) (2 pont) B^{-1}
 - (c) (2 pont) C^{-1}
 - (d) (2 pont) $B \cdot C$
 - (e) (3 pont) $2 \cdot A - B^T \cdot B$
 - (f) (* pont) Bázist alkotnak-e a C mátrix oszlopvektorai \mathbf{R}^3 -ban? Válaszát indokolja.
2. (a) (4 pont) Mondja ki a térbeli felbontási tételt! Adja meg a bázis és a koordináta fogalmát is ebben az esetben!
- (b) (2 pont) Mondja ki a vegyes szorzat definícióját!
- (c) (2 pont) Mondja egy négyzetes mátrix inverzének definícióját!
- (d) (2 pont) Tegyük fel, hogy \underline{a} és \underline{b} a papír síkjában van, és \underline{a} irányából óramutatóval ellentétes (negatív) 45° -os forgatással jutunk \underline{b} irányába. Milyen irányú $\underline{b} \times \underline{a}$ és $\underline{a} \times \underline{b}$? Hogy hívjuk ezt a tulajdonságot?
3. Adott a térben három pont koordinátája. $A = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$.
- (a) (3 pont) Adja meg az A , B és C pontok által körbefogott S sík összes normálvektorát.

- (b) (2 pont) Mekkora az ABC háromszög területe?
- (c) Határozza meg az S sík egyenletét.
- (d) (3 pont) Mit mondhatunk a sík valamely vektora és a normálvektor skaláris szorzatáról? Mondja ki az erre vonatkozó tételt!

4. Adott a térben három vektor: $\underline{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\underline{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ és $\underline{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$.

- (a) (4 pont) Számolja ki az \underline{a} , \underline{b} és \underline{c} vektorok által kifeszített tetraéder térfogatát!
- (b) (4 pont) Bontsa fel a \underline{c} vektort a \underline{b} vektorral párhuzamos és merőleges összetevőkre!
- (c) (* pont) A tetraéder mely adatát (vektorát) kapjuk meg ezzel?
- (d) (1 pont) A \underline{b} és \underline{c} vektorok hegyes-, derék- vagy tompaszöveget zárnak be egymással?