

### 3. hét: Teljes val. tétel, Bayes tétel, Független eseményr., diszkrét eloszlások, Egyenletes, binomiális eo. várható érték

1. . Egy városban a lakosság 48 százaléka férfi, 52 százaléka nő. A férfiak 65, a nők 70 százaléka ötven évnél fiatalabb.
  - Véletlenszerűen kiválasztjuk a város egy lakosát. Mennyi a valószínűsége, hogy legalább 50 éves?
  - Ha egy véletlenszerűen kiválasztott lakos 50 évnél fiatalabb, akkor mi a valószínűsége, hogy férfi?
2. Vizsgáljuk meg az alábbi példákban, hogy a megadott A, B és C események függetlenek-e páronként, illetve teljesen.
  - Egy szabályos érmét kétszer feldobunk. Legyen A az az esemény, hogy az első dobás eredménye fej, B az az esemény, hogy a második dobás eredménye fej, és C az az esemény, hogy a két dobás eredménye egyezik.
  - Feldobunk egy szabályos dobókockát, legyen A az az esemény, hogy a dobás eredménye 4-nél nem nagyobb, B az az esemény, hogy a dobás eredménye 4-nél nem kisebb, és  $C = B$ .
3. Egy spam-szűrő program úgy működik, hogy a spamekben gyakran előforduló szavakat figyeli. Tegyük fel, hogy az emailek 80%-a spam. A spamek 10%-ában az "ingyen" szó előfordul, míg ugyanez a szó a rendes email-eknek csupán 1%-ában olvasható. Egy most érkezett email-ben az "ingyen" szó olvasható. Mi a valószínűsége, hogy az spam?
4. Egy iskolakirándulás során négy busz szállítja a diákokat. A négy buszban 40, 33, 25, illetve 50 diák utazik. Véletlenszerűen kiválasztunk egy diákot, legyen  $\xi$  az ő buszában utazó összes tanuló száma. A négy buszsofor közül szintén egyet véletlenszerűen kiválasztunk, legyen  $\eta$  az ő buszán utazó tanulók száma.
  - Mit gondolunk,  $E(X)$  vagy  $E(Y)$  lesz nagyobb? Miért?
  - Számoljuk ki  $E(X)$  és  $E(Y)$  értékét!
  - Számoljuk ki  $X$  és  $Y$  szórását! köv. gyakorlat 1. feladata
5. Egy dobozban 20 hibás és 15 hibátlan mobiltelefon van. Visszatevéssel kihúzzunk közülük 12-t.
  - Mi a valószínűsége annak, hogy pontosan 3 hibás lesz a kihúzott mobiltelefonok között?
  - Mi a valószínűsége annak, hogy legalább 3 hibás lesz a kihúzott mobiltelefonok között?

- Határozzuk meg a kihúzott hibás mobiltelefonok számának várható értékét!
  - Hf.: Mi a valószínűsége annak, hogy a kihúzott hibás mobiltelefonok száma kevesebb, mint a várható érték?
6. Húsvétra dobta piacra a Kinder Meglepetés új, matematikusfigurákat tartalmazó Kinder tojásait. Átlagosan minden 4-edik tojás rejt matematikusfigurát. Aladár 8 Kinder tojást kapott. Adjuk meg annak a valószínűségét, hogy Aladár matematikusfigurának örülhet! Adjuk meg Aladár matematikusfigurái számának eloszlását, várható értékét!
7. 100 kulcs közül csak 1 nyitja az előttünk lévő ajtót. A sötétben nem látjuk, hogy melyik kulcsot próbáltuk már ki, így többször is próbálkozhatunk ugyanazzal a kulccsal.
- (a) Mi a valószínűsége, hogy legfeljebb 50 próbálkozással kinyitjuk az ajtót?
- (b) Ha a kipróbált kulcsot eldobjuk?
8. Pistike nem tanult a vizsgájára, ahol 10 db eldöntendő kérdésre kell válaszolnia. Kicsit emlékszik az órán elhangzottakból, ezért 60 százalékos valószínűséggel ír jó választ. Milyen valószínűséggel teljesíti a vizsgát, ha min. 80 % kell az aláíráshoz? Mi a jó válaszainak várható értéke, szórása?
9. Blicc úr minden nap vilamossal megy dolgozni. Nincs sem bérlete, sem jegye. A villamoson minden nap 0,2 val-gel száll fel ellenőr, és ilyenkor 0,95 val-gel elkapja Blicc urat. Minden nap az előzményektől függetlenül jár el az ellenőr.
- (a) Mennyi a val-e, hogy Blicc úrnak szerencsés hete van?
- (b) Mennyi a val-e, hogy pontosan kétszer kapják el a héten?
- (c) Feltéve, h Blicc úrnak szerencsés hete volt, mi a val-e, hogy mind az 5 nap volt ellenőr a villamoson?