ADATSZERKEZETEK ÉS ALGORITMUSOK

Kulcsütközés és feloldása

Kulcsütközések

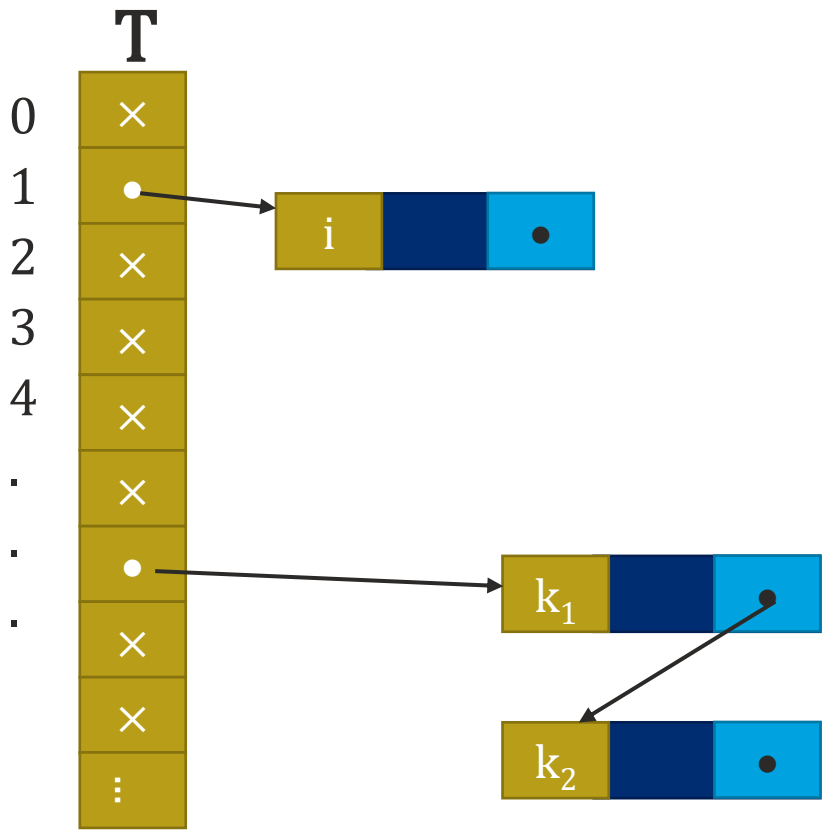
- Hash függvény
  - Ezzel a hash függvénnyel:
  - ```
    int hash(char *s, int n)
    {
       int sum = 0;
       while(n--) sum=sum+*s++;
       return sum % 256;
    }
    ```
  - `hash("AB", 2)` és `hash("BA", 2)` ugyanazt az értéket adják!
  - Ezt hívjuk kulcsütközésnek
    - Számos technikát használnak a kulcsütközés feloldására
    ```

Kulcsütközés feloldása

- Kulcsütközés
  - Akkor fordul elő, ha a hash függvény két különböző kulcshoz rendeli ugyanazt a címet
    - A táblázat fel kell ismerje és fel kell oldja ezt
    - Felismerés
      - Tároljuk az aktuális kulcsot az elemmel a hash táblában:
      - Számítsuk ki a címét k = h(kulcs)
      - Ellenőrizzük a találatot:
        - `if (table[k].key == kulcs) then találat`
          `else próbáld a következőt`
    - Javaslat
      - Számos technika – néhányat megnézünk

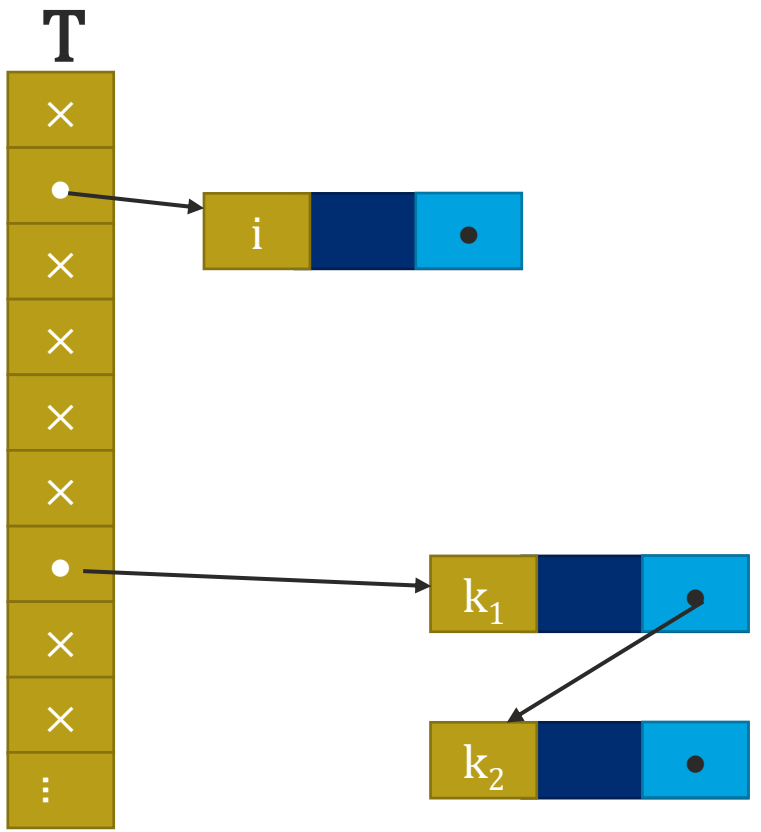
Láncolt listák

- Kulcsütközés - Javaslat
  - minden táblaelemhez egy láncolt listát rendelünk
  - Keressünk i kulcsú elemet:
  - Láncolt_hasító_keresés(T,i)
    - kiszámítjuk h(i)-t
    - keressük az i kulcsú elemet a T[h(i)] listában
    - ha NULL-t találunk, a kulcs nincs a táblában



Láncolt listák

- Kulcsütközés - Javaslat
  - minden táblaelemhez egy láncolt listát rendelünk
- Beszúrunk x-t:
  - Láncolt_hasító_beszúrás(T,x)
    - kiszámítjuk h(x.kulcs)-t
    - Beszúrunk a T[h(x.kulcs)] lista elejére
- Törlés – hasonlóan a T[h(x.kulcs)] listából



Hasító táblázatok – betöltési tényező

- Az ütközések nagyon valószínűek
- A tábla betöltési tényezőjét alacsonyan kell tartani:

$$\alpha = \frac{n}{m}$$

  - n az elemek száma, m a helyek száma
- Az átlagos lánchosszúságok kiterjedt analízise ismert
- Külön láncolás
  - Minden helyhez külön adjuk a láncolt listákat
  - Jobb végrehajtást ad
  - De több helyet foglal

Láncolásos hasítás műveletigénye

- Milyen hatékonysággal működik a láncolásos hasítás?
  - Legyen T egy m rést tartalmazó hasító táblázat, amelyben n elem van.
  - Az α kitöltési tényező: $\frac{n}{m}$ = az egy láncba fűzött elemek átlagos száma.
    - α lehet kisebb, egyenlő és nagyobb is mint 1.
  - A legrosszabb esetben: minden elem egy helyre képeződik le, így n hosszú lista keletezik
    - Ez pedig $\Theta(n)$ a keresés végrehajtási ideje (plusz a h kiszámítási ideje)

Láncolásos hasítás műveletigénye

- Feltételezzük először, hogy a h hasító függvény egyenletesen osztja szét az elemeket , minden elem egyforma valószínűséggel képződik le bármelyik értékre, (ez az egyszerű egyenletes hasítási feltétel)
- Jelöljük a T[j] lista hosszát n_j-vel, ekkor

$$n = n_0 + n_1 + n_2 + \cdots + n_{m-1}$$

  - n_j várható értéke: $\mathrm{E}[n_j] = \frac{n}{m} = \alpha$
- Feltéve, hogy a $h(k)$ érték $\mathcal{O}(1)$ idő alatt számítható ki, akkor a k kulcsú elem keresése lineárisan függ a T[h(k)] lista hosszától.

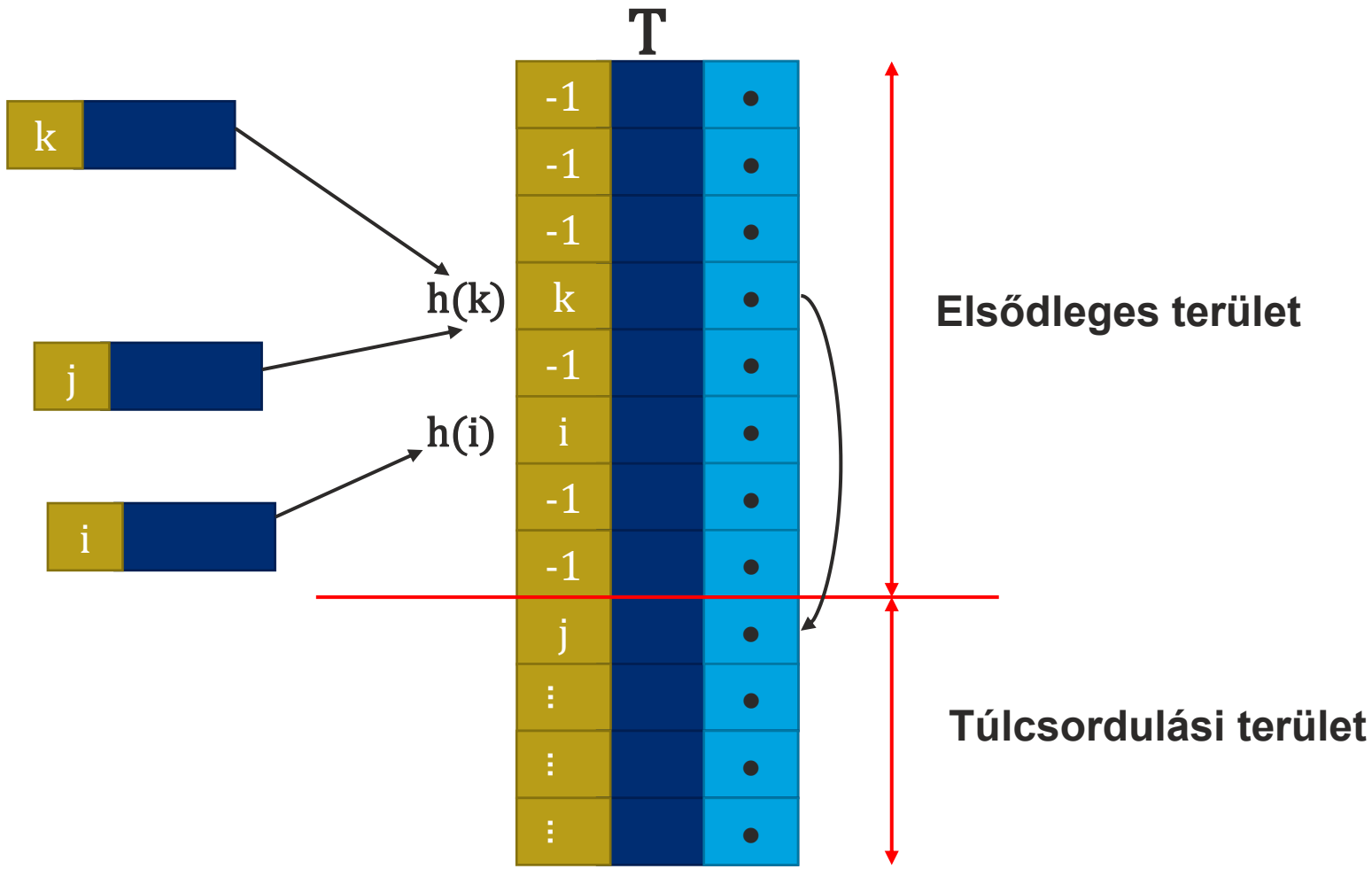
Láncolásos hasítás műveletigénye

- Ha egy hasító táblázatban az ütközések feloldására láncolást használunk és a hasítás egyszerű egyenletes, akkor a sikeres és a sikertelen keresésekre is igaz, hogy az átlagos idejük $\Theta(1+\alpha)$.
  - Bizonyítás: Cormen könyvében
- Mi következik ebből? Ha a hasító táblázat réseinek száma arányos a táblázatbeli elemek számával, akkor
  $n = \mathcal{O}(m)$, így $\alpha = \frac{n}{m} = \frac{\mathcal{O}(m)}{m} = \mathcal{O}(1)$.
- Optimális hash függvény esetén az az összes művelet megvalósítható $\mathcal{O}(1)$ idő alatt
  - Tehát a beszúrás/törlés/keresés megvalósul.

Túlcsordulási terület

- Túlcsordulási terület
  - a „láncolt” listát a tábla egy speciális területén hozzuk létre – ez a túlcsordulási terület
    - Tfh. $h(k) = h(j)$
    - és a k lett először tárolva
    - Beszúrjuk a j-t a hash táblába
      - Kiszámítjuk $h(j)$ értéket
      - Megtaláljuk k-t, ami a táblában már benne van
      - Megkeressük az első szabad helyet a túlcsordulási területen
      - Oda betesszük j értéket
      - k „pointere” erre mutat (a mutató itt a táblabeli index)
    - Többféle lehetőség a – lista elejére, végére is szúrhatunk be
    - Keresés – ugyanaz, mint a láncolt lista
    - Törlésnél – lehet a lista utolsó elemét idetenni, de lehet új állapotot bevezetni a töröltre, ez majd jön

Túlcsordulási terület



Nyílt címzés

- Az elemeket a táblában tároljuk.
  - Egy elem keresésénél végigmegyünk a táblázaton, amíg meg nem találjuk, vagy el tudjuk dönteni, hogy nincs benne a táblában.
  - Elem beszúrásánál kipróbáljuk az összes helyet, amíg üreset nem találunk – valamilyen stratégia szerint – ez a beszúrandó kulcs függvénye, nem a $0 \ldots m-1$ felsorolás!
  - Kiterjesztjük a hash függvény értelmezési tartományát az ún. kipróbálási számmal:
    - $h: K \times \{0, 1, \ldots, m-1\} \rightarrow \{0, 1, \ldots, m-1\}$
    - Megköveteljük, hogy minden k kulcsra a $(h(k,0), h(k,1), h(k,2), \ldots, h(k,m-1))$ kipróbálási sorozat a $\{0, 1, \ldots, m-1\}$ egy permutációja legyen
      - Így előbb-utóbb minden hely szóba jön

Nyílt címzés

- Tegyük fel, hogy a T hasító táblázatban csak kulcsok vannak vagy NIL
- Beszúrás:

```
Hasító_beszúr(T,k)
i←0
repeat j←h(k,i)
  if T[j]=NIL
    then T[j]←k
      return
    else i←i+1
until i=m
error „hasító táblázat túlcsordulás”
```

Nyílt címzés

- Keresésnél aszerint keressük, ahogy a beszúrás betehette

```
Hasító_keres(T, k)
i←0
repeat j←h(k,i)
  if T[j]=k
    then return j
      i←i+1
until T[j]=NIL vagy i=m
return NIL
```

Nyílt címzés

- Törlés: bonyolultabb, ugyanis nem elég csak NIL-t írni, hiszen akkor egy következő keresés nem találná meg azokat, amelyek később vannak a táblába
  - vezessünk be a NIL-en kívül még egy szimbólumot, a TÖRÖLT-et

```
Hasító_töröl(T, k)
i←0
repeat j←h(k,i)
  if T[j]=k
    then T[j]←TÖRÖLT
      return
  i←i+1
until T[j]=NIL vagy i=m
```

Nyílt címzés

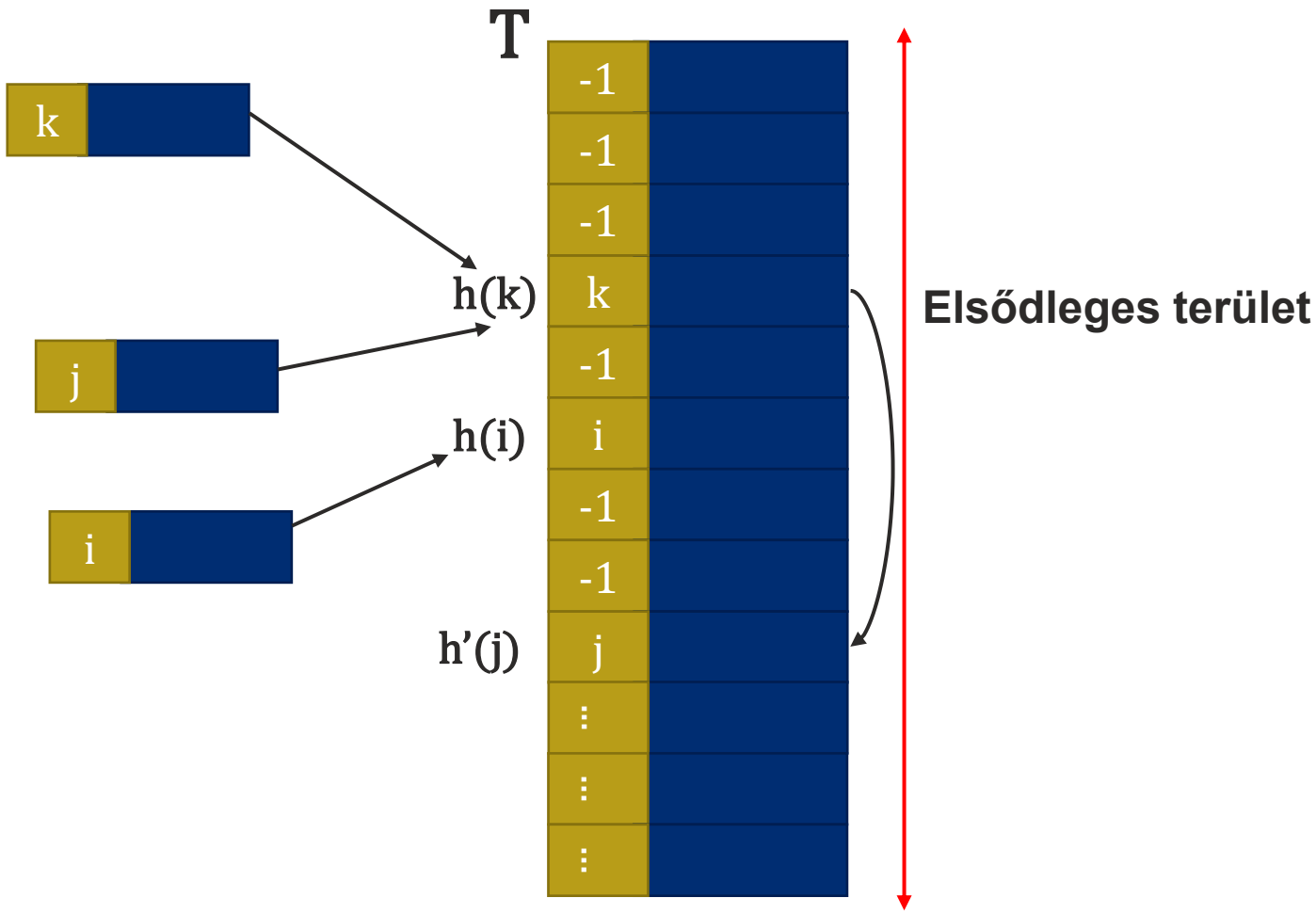
- A beszúrást is módosítani kell, hiszen most már a TÖRÖLT-be is be lehet szúrni:

```
Hasító_beszúr(T,k)
i←0
repeat j←h(k,i)
  if T[j]=NIL vagy T[j]=TÖRÖLT
    then T[j]←k
      return
    else i←i+1
until i=m
error „hasító táblázat túlcsordulás”
```

Re-hashing – kettős hashelés

- Használjunk egy második hash függvényt – h'
  - Sok variáció
  - általános név: re-hashing – kettős hashelés
- $h(k) = h(j)$
- k lett először tárolva
- Beszúrjuk j-t a hash táblába
  - Kiszámítjuk $h(j)$ értéket
  - Így megtaláljuk k kulcsot, ami már a táblában van
  - Ismételjük, míg találunk üres helyet:
    - Kiszámítjuk $h'(j)$-t
  - Betesszük j-t
- Keresés – használd $h(x)$-t, aztán $h'(x)$-t
- Egy mezőnek 3-féle státusza lehet
  - üres – foglalt – törölt (hogy a keresés folytatódhasson)

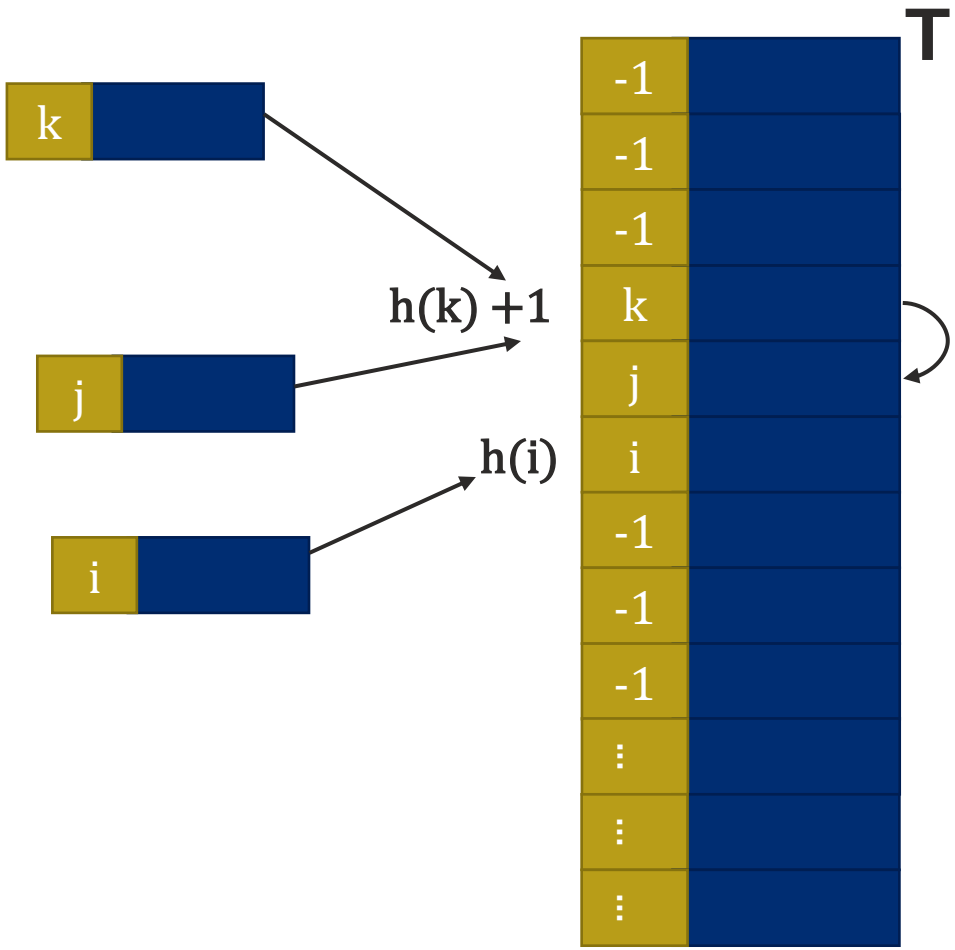
Re-hashing – kettős hashelés



Re-hash függvények

- A második hash függvény
  - Sok variáció
    - Lineáris kipróbálás
      - h: $K \to \{0, 1, \ldots, m-1\}$ hash függvény,
      - $h'(k, i) = (h(k) + i)$ mod m
    - Próbáld először a $T[h(k)]$-t, aztán
    - Vegyük a következőt ciklikusan, amíg nem találunk egy üreset
    - Rossz csomósodások lehetnek
      - A Re-hash kulcsok kitöltik az üres helyet az egyéb kulcsok között és súlyosbítják a kulcsütközés problémáit – elsődleges csomósodás

Re-hash függvények – lineáris kipróbálás



Re-hash függvények

- A második hash függvény
  - Sok variáció
    - Négyzetes próba
      - $h'(k,i) = (h(k) + c_1 i + c_2\, i^2)$ mod m az i. próbánál, ahol $c_1, c_2 \neq 0,\ i = 0, 1, \ldots\ m-1$
      - Elkerüli az elsődleges csomósodást
      - Ahhoz, hogy az egész táblázatot lefedje, megkötések kellenek c_1, c_2 és m-re
      - Másodlagos csomósodás lehet:
        - Minden kulcs, amelyik ütközik h-ban ugyanazon sorozat mentén
        - Először
          - $a = h(j) = h(k)$
        - Ez után pl. $a + c,\ a + 4c,\ a + 9c, \ldots$.
        - Ez általában kisebb probléma

Re-hash függvények

- A második hash függvény
  - Sok variáció
    - Dupla hasítás
      - $h'(k,i) = (h_1(k) + ih_2(k)) \bmod m$ az i. próbánál $i \in \{0, 1, \dots, m-1\}$-re
      - A $h_2(k)$ relatív prím kell legyen a táblázat m méretéhez képest.
        - Lehet például az m-t 2 hatványnak választani és h_2-t úgy választani, hogy mindig páratlan számot állítson elő
        - Lehet úgy is, hogy m prím és h_2 mindig m-nél kisebb pozitív egészet ad vissza

Általános hasítás

Következő téma