# ADATSZERKEZETEK ÉS ALGORITMUSOK

Négyzetes rendezők

# Buborék rendezés

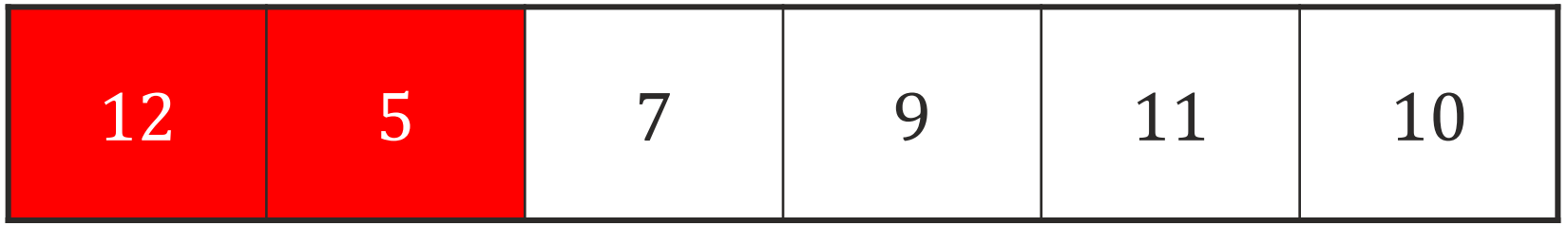
- Feladat: Rendezzük az $A[1 \ldots n]$ vektort!
  A vektor elemtípusa tetszőleges T típus, amire egy teljes rendezés értelmezhető
- Buborék rendezés alapötlete:
  - a vektor elejétől kezdve „felbuborékoltatjuk” a legnagyobb elemet. Utána ugyanezt tesszük az eggyel rövidebb vektorra, stb. Végül, utoljára még az első két elemre is végrehajtjuk a „buborékoltatást”

# Buborék rendezés

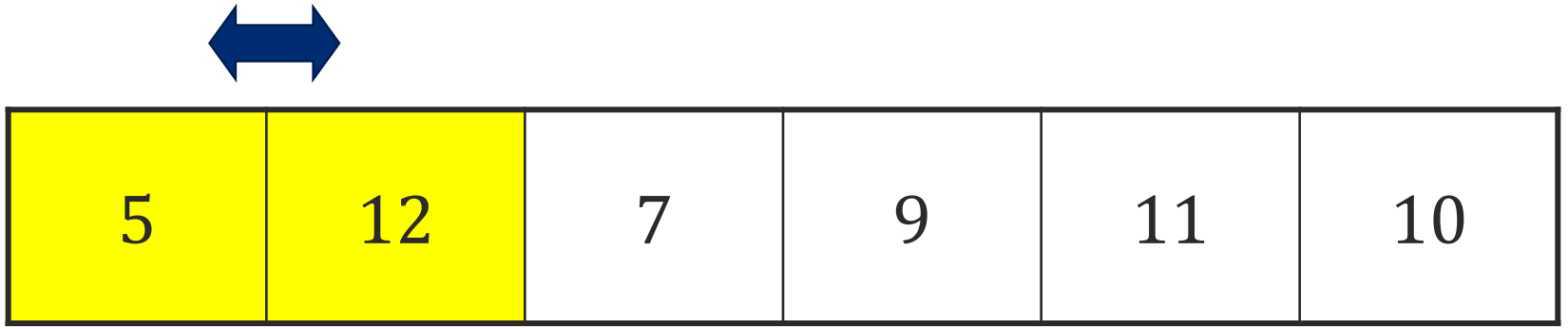
- Egy sorozat  rendezett $\Leftrightarrow$ nincs az elemek között inverzió
- Ez a rendezés az inverziók csökkentésével rendez

| 12 | 5 | 7 | 9 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|

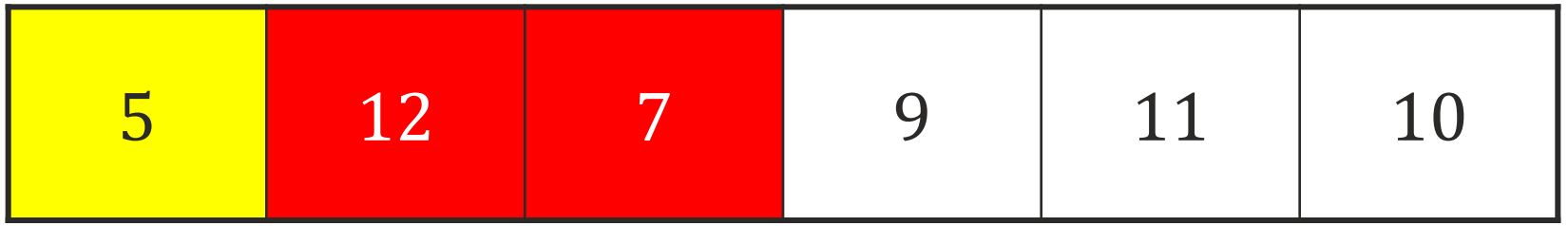
# Buborék rendezés



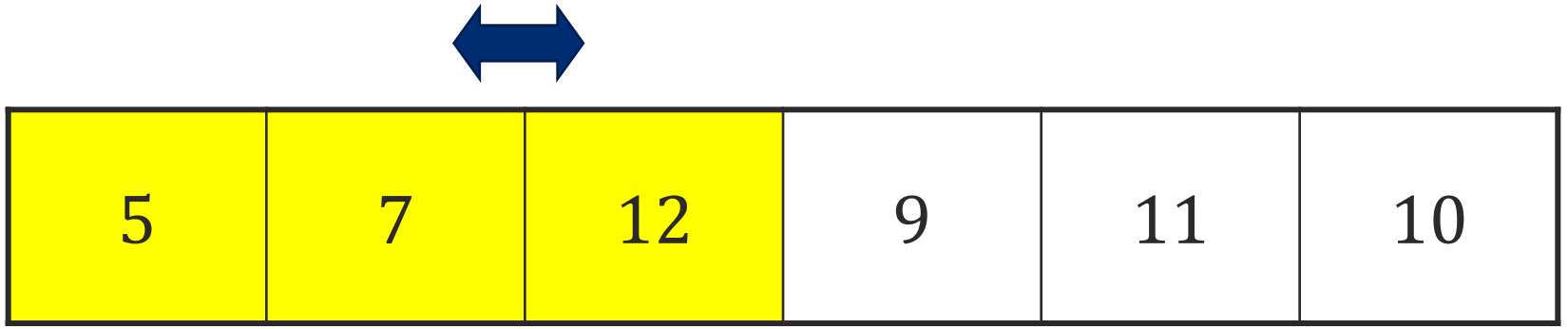
# Buborék rendezés



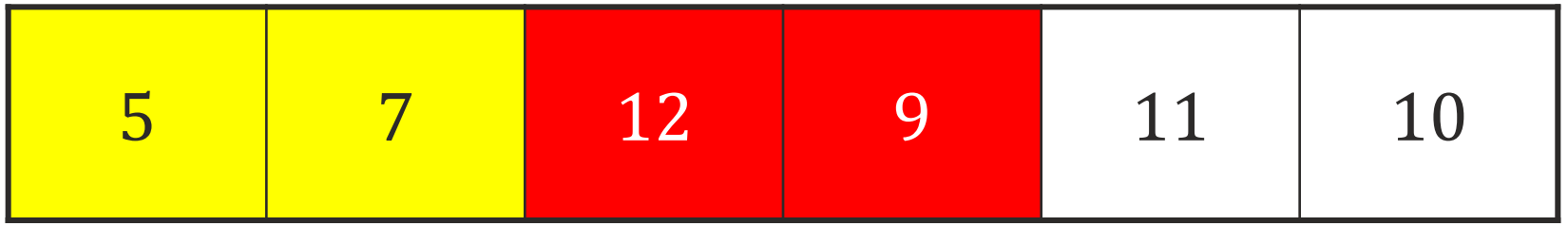
# Buborék rendezés



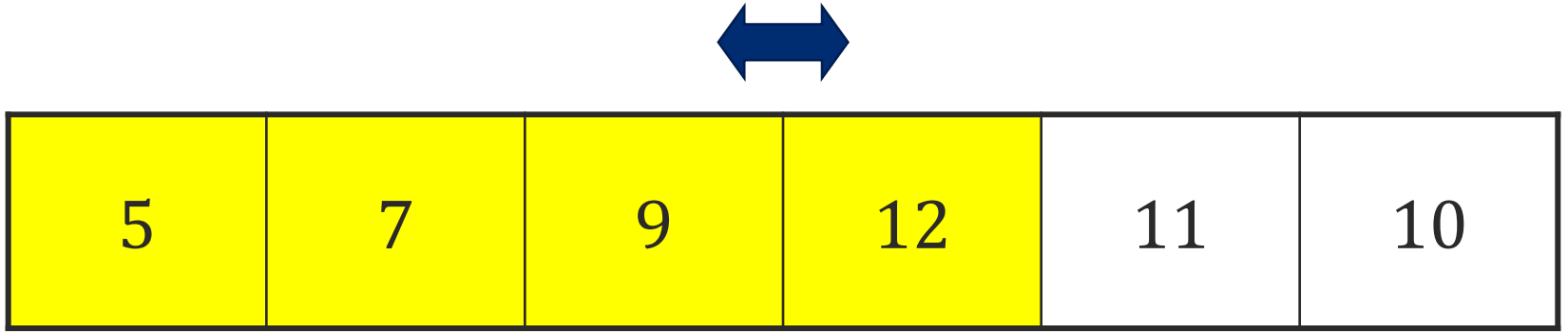
# Buborék rendezés



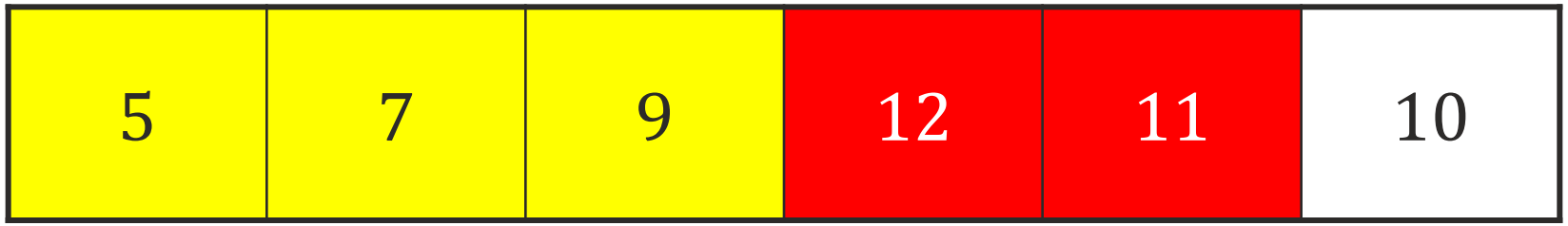
# Buborék rendezés



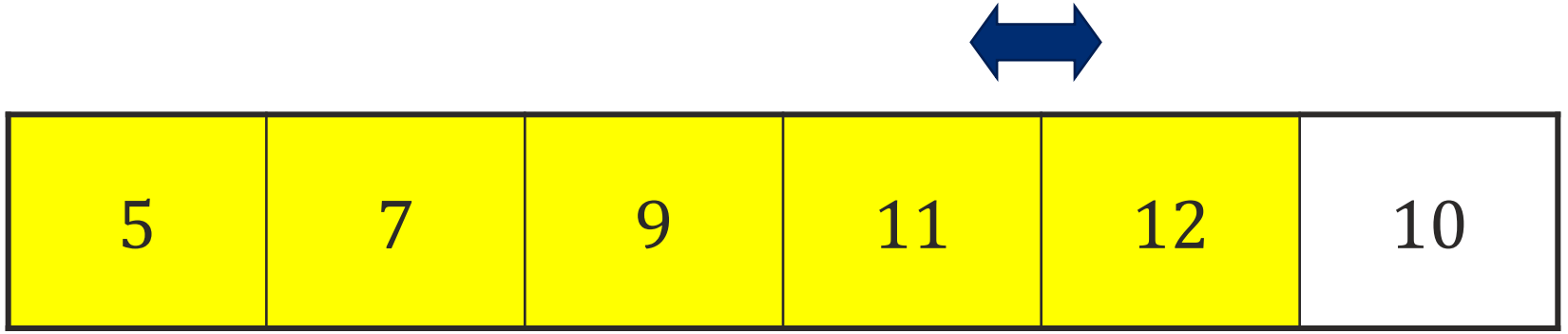
# Buborék rendezés



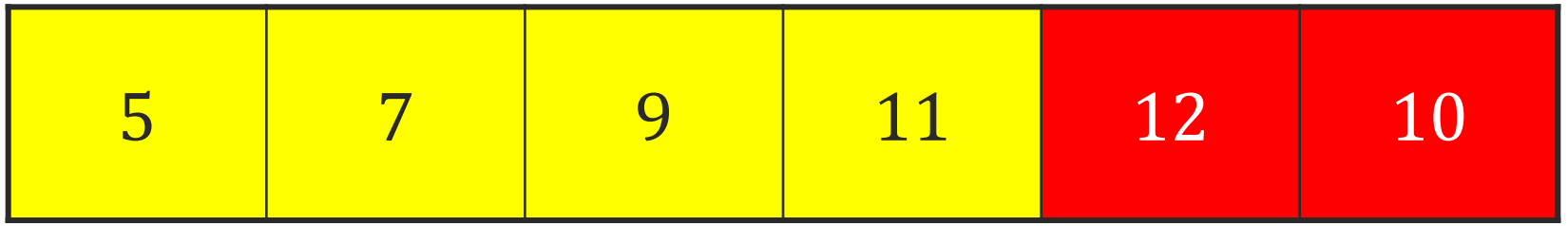
# Buborék rendezés



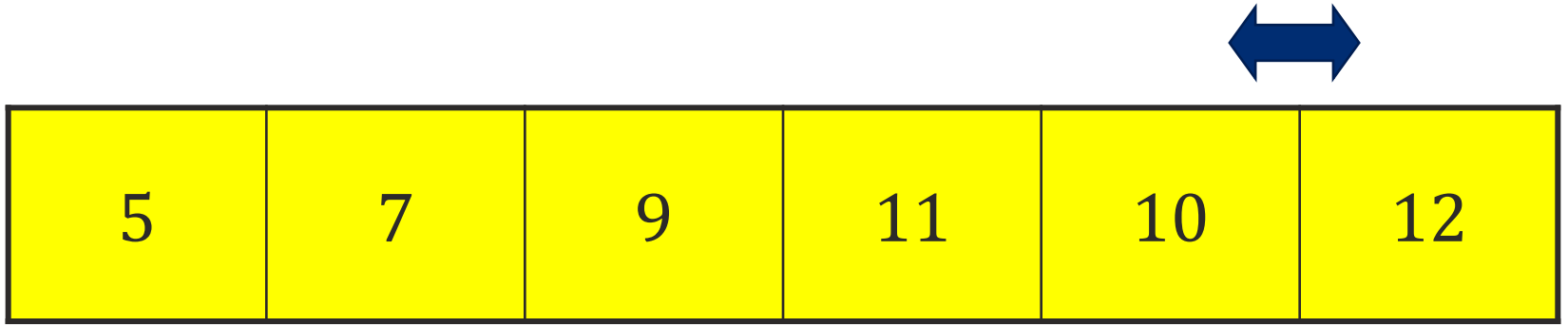
# Buborék rendezés



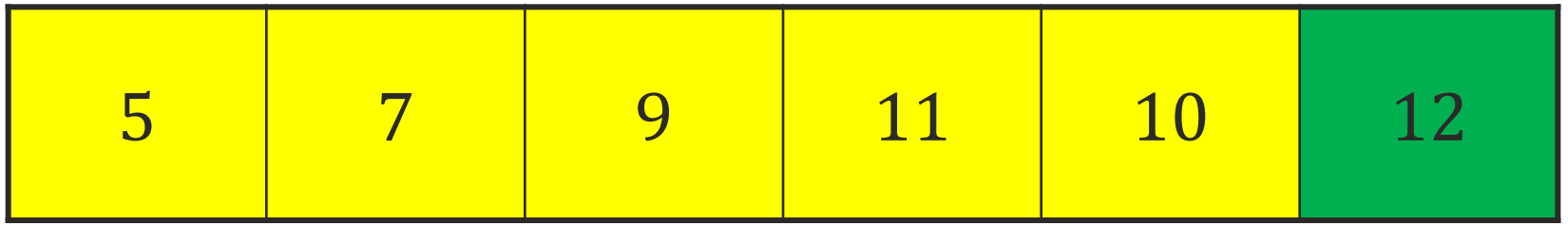
# Buborék rendezés



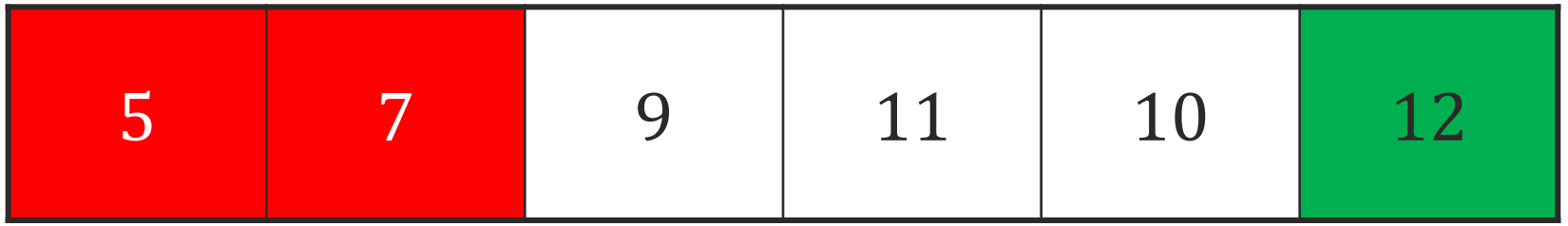
# Buborék rendezés



# Buborék rendezés

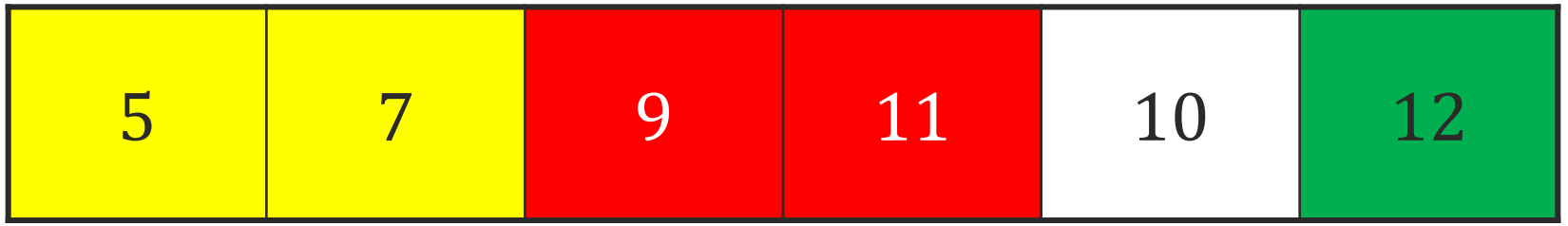


# Buborék rendezés

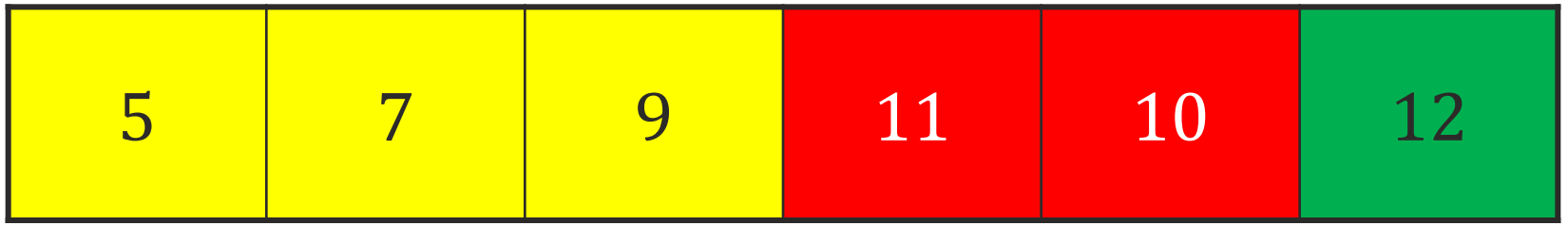


# Buborék rendezés

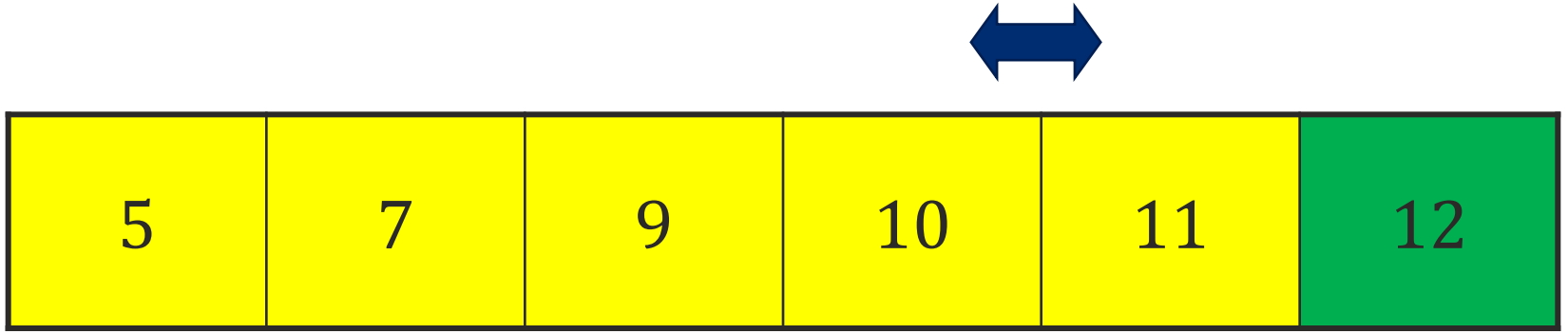
# Buborék rendezés



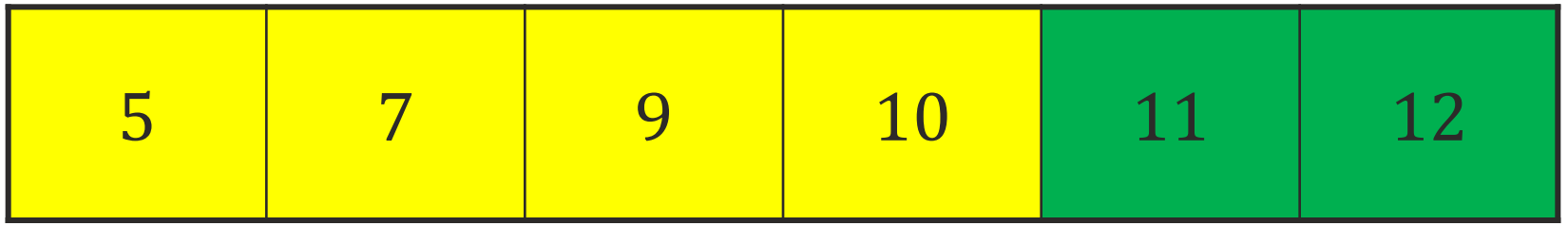
# Buborék rendezés



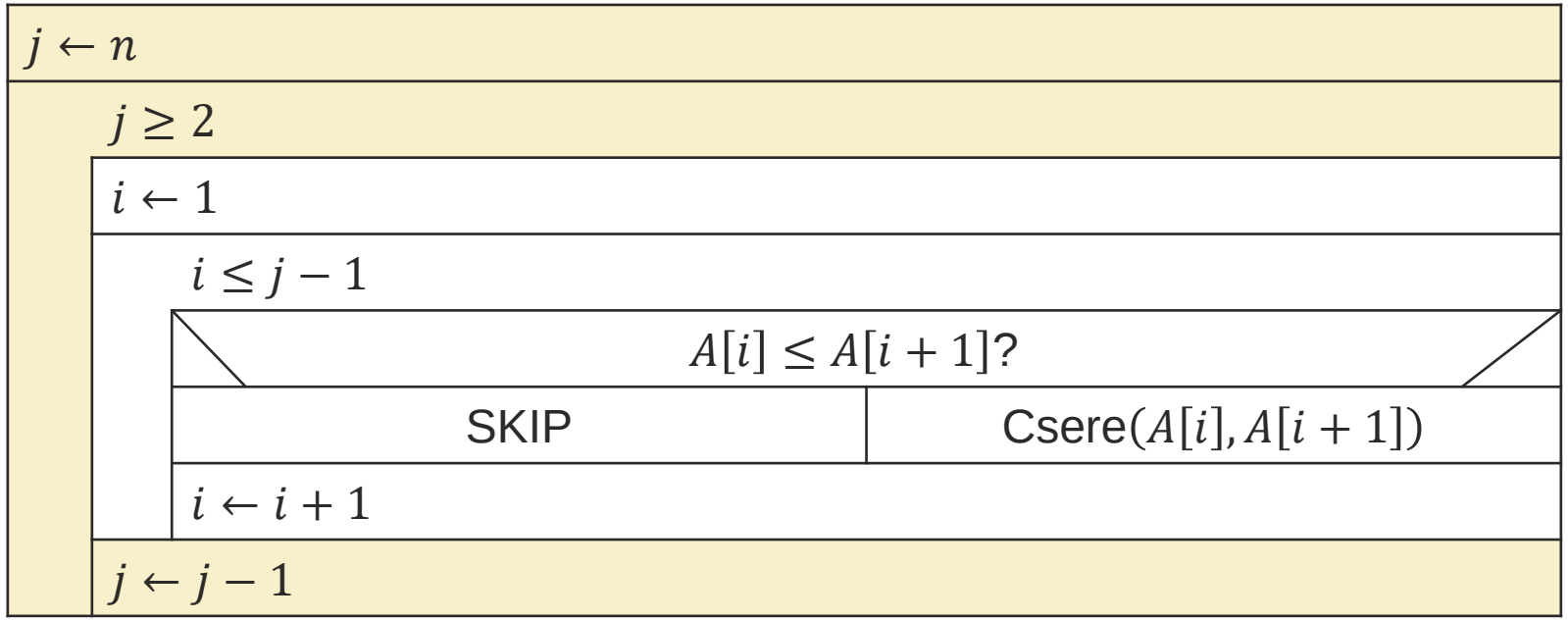
# Buborék rendezés



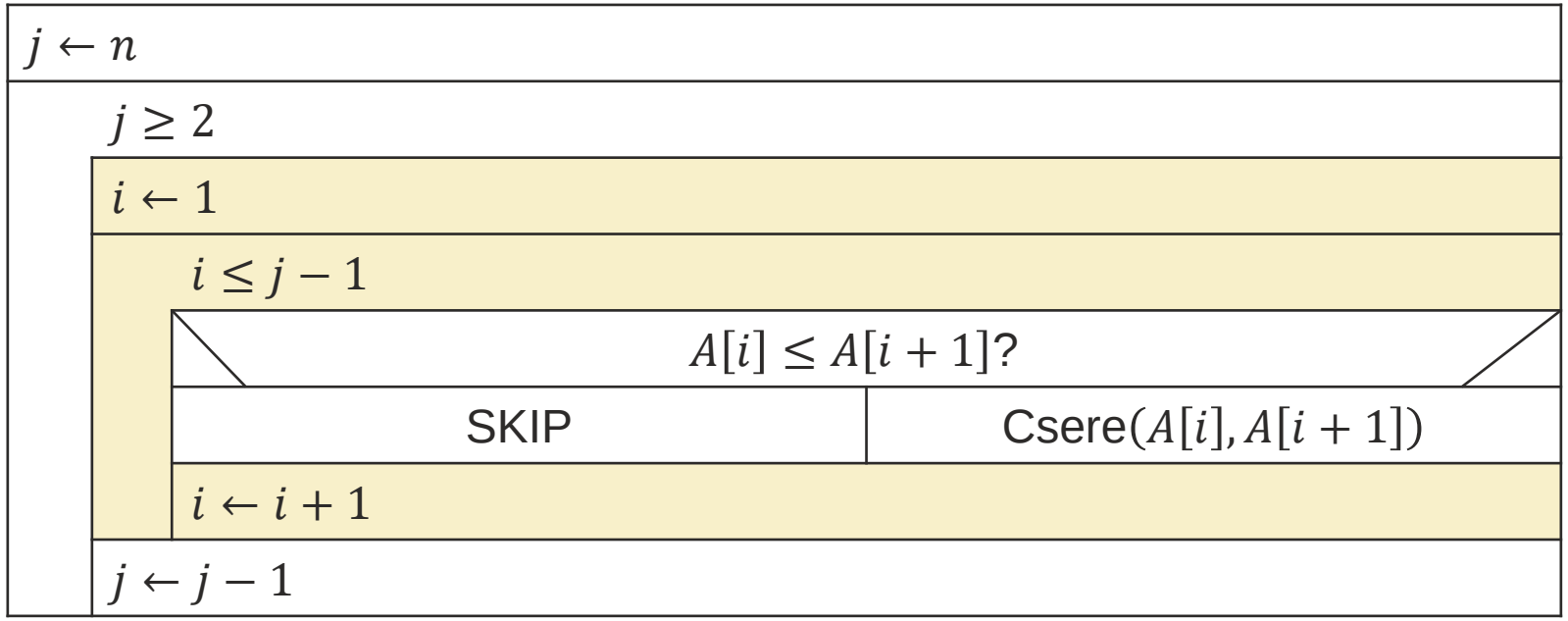
# Buborék rendezés



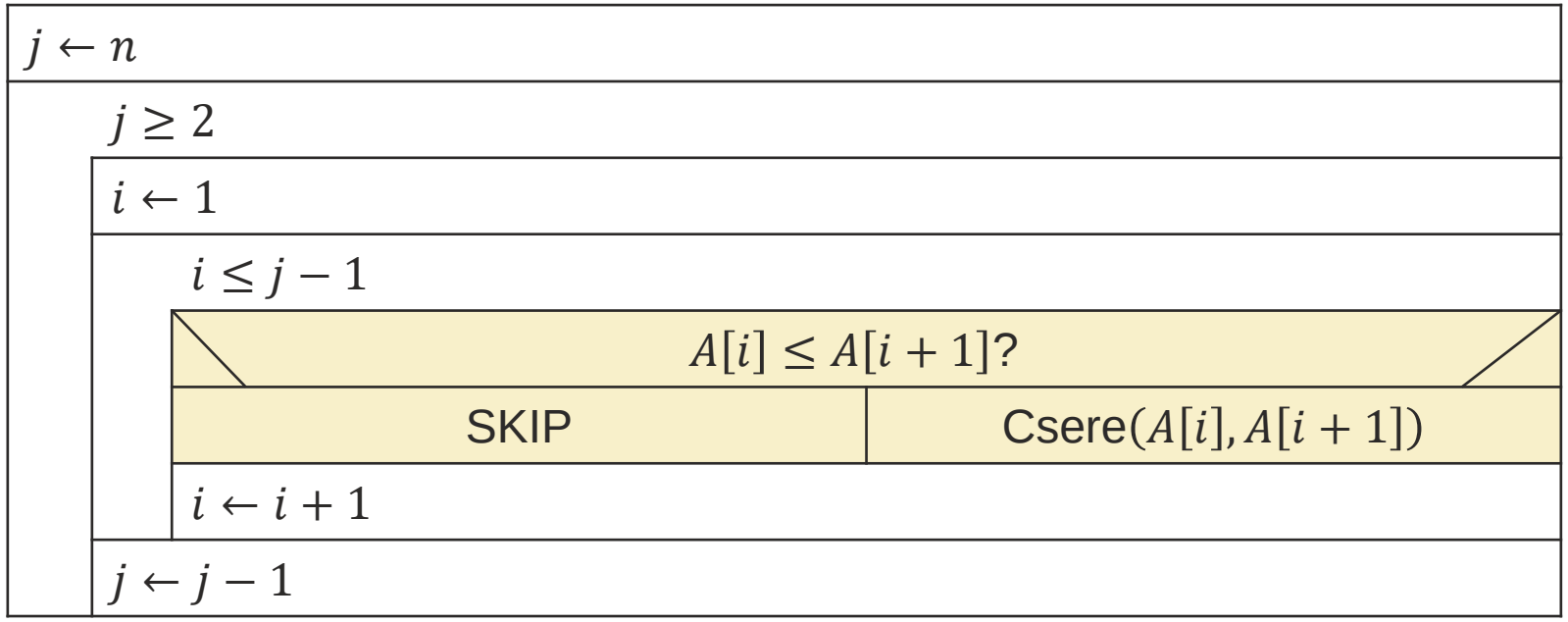
# Buborék rendezés algoritmusa



# Buborék rendezés algoritmusa

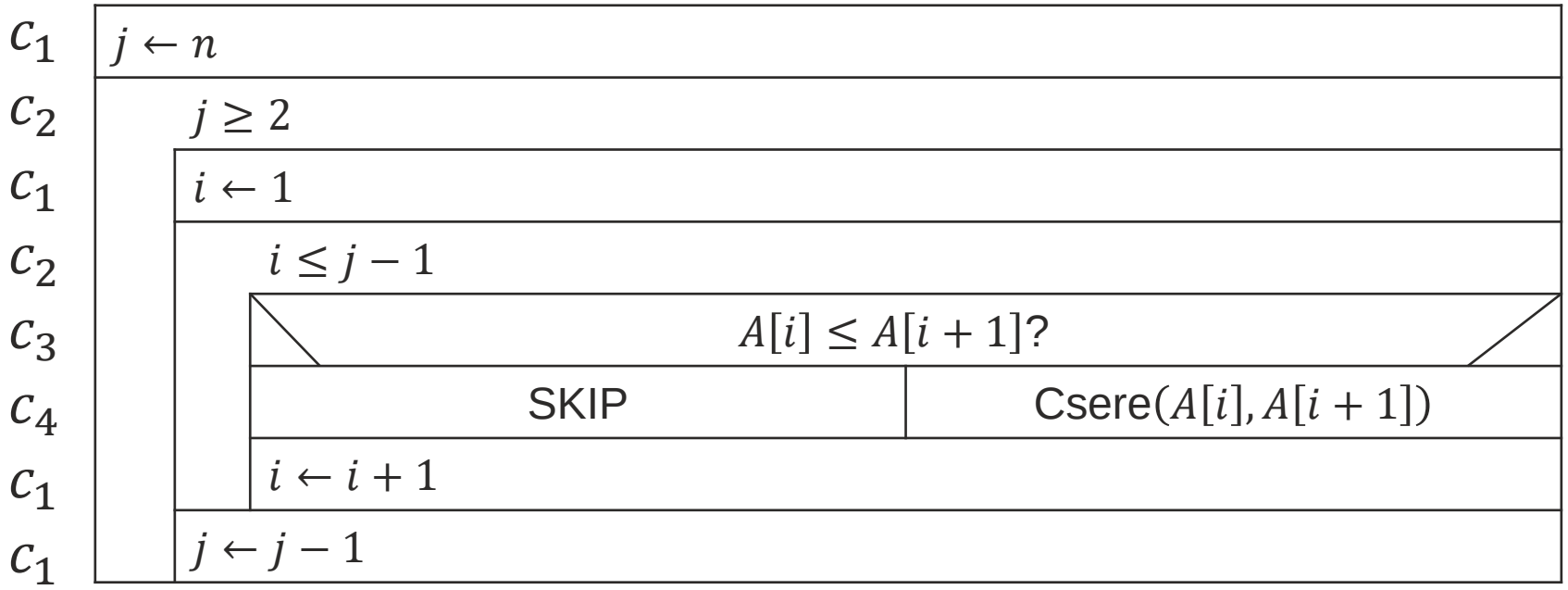


# Buborék rendezés algoritmusa



# Buborék rendezés algoritmusa

- Műveletek időigénye



# Buborék rendezés – időráfordítás

- Külső ciklus
  - $n-1$ –szer fut le, előtte kezdő értékadás
  - A feltételt $n$-szer ellenőrzi, $j$-t $n-1$-szer csökkenti
    - $c_1 + n * c_2 + (n-1) * c_1$
- Belső ciklus lefutásainak száma: $n-1, n-2, \ldots 2, 1$
  - mindannyiszor 1 kezdőértékadás
  - a ciklusfeltétel eggyel többször ellenőrzi
  - $i$-t növeljük $(1 + \cdots + n-1)$-szer
    - $(n-1) * c_1 + (2 + \cdots + n) * c_2 + (1 + \cdots + n-1) * c_1$
- $A[i]$ és $A[i+1]$ összehasonlításainak száma:
  - $(1 + \cdots + n-1) * c_3$
- A cserék száma $A$-tól függ = $A$ inverzióinak száma
  - Ez $0$ és $\binom{n}{2}$ között van
  - $\mathrm{inv}(A) * c_4$

# Buborék rendezés – összegezve

- $T(A) = c_1 + n * c_2 + (n-1) * c_1 + (n-1) * c_1 + (2 + \cdots + n) * c_2 + (1 + \cdots + n - 1) * c_1 + (1 + \cdots + n - 1) * c_3 + \text{inv}(A) * c_4 =$

- $c_1 + n * c_2 + n * c_1 + n * c_1 - c_1 + (n+2) * \frac{n-1}{2} * c_2 + n * \frac{n-1}{2} * c_1 + n * \frac{n-1}{2} * c_3 + \text{inv}(A) * c_4 =$

- $n^2 * \left(\frac{c_1}{2} + \frac{c_2}{2} + \frac{c_3}{2}\right) + n * \left(3 * \frac{c_1}{2} + 3 * \frac{c_2}{2} - \frac{c_3}{2}\right) - (c_1 - c_2) + \text{inv}(A) * c_4$

# Buborék rendezés

- Néhány egyszerűsítő feltételezés
  1. Feltételezés
     $c_1 \ll c_3$ és $c_2 \ll c_4$
     vagyis az elemek összehasonlítása és cseréje adja a költség javát
     - Ekkor

$$T(A) \approx n^2 * \frac{c_3}{2} - n * \frac{c_3}{2} + \text{inv}(A) * c_4 = n * \frac{n-1}{2} * c_3 + \text{inv}(A) * c_4$$

  2. Feltételezés:
     $c_3$és $c_4$az egyes gépekre jellemző állandók. Ha történetesen $c_3 \approx c_4$, akkor a végrehajtási időt jellemzi a domináns műveletek száma:
     - $T(A) \approx n * \frac{n-1}{2} + \text{inv}(A)$
       $T(A)$ helyett $T(n)$-t bevezetve, a szokásos írásmód:

$$T(n) \approx n * \frac{n-1}{2} + \text{inv}(A)$$

# Buborék rendezés

- Néhány egyszerűsítő feltételezés
  3. Feltételezés:
     általában külön-külön kérdezzük az egyes műveletek számát:
     - Ö$(n) \approx n * \frac{n-1}{2}$
     - Cs$(n) \approx$ inv$(A)$
  4. Feltételezés:
     ismerjük a lehetséges bejövő input adatokat, kiszámíthatjuk
     - a legrosszabb ($M\ T(n)$) és
     - a legjobb esetben ($m\ T(n)$)
     - átlagos esetben ($A\ T(n)$)

# Buborék rendezés

- Az előzőekből:
  - Az összehasonlítások száma minden $n$ hosszú vektorra ugyanannyi:
    - $M\ Ö(n) = m\ Ö(n) = A\ Ö(n) = n * \frac{n-1}{2}$
  - A cserék száma:
    - $M\ Cs(n) = n * \frac{n-1}{2}$
    - $m\ Cs(n) = 0$
    - $A\ Cs(n) = n * \frac{n-1}{4} = M\ \frac{Cs(n)}{2}$
      - Ez bizonyítható

# Buborék rendezés

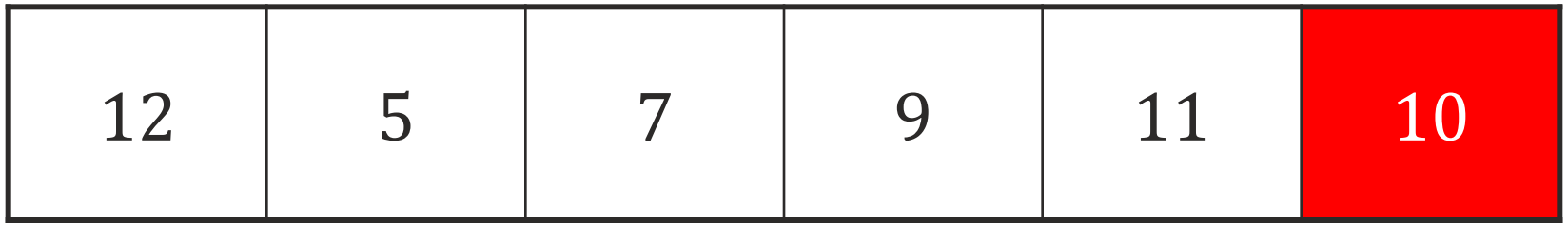
- Az előzőek pontos értékek, azonban gyakran a költség (műveletszám) nagyságrendje, aszimptotikus viselkedése a hasznos információ
  - $M\ \ddot{O}(n) = \ n * \frac{n-1}{2} = \Theta(n^2)$
  - $M\ Cs(n) = n * \frac{n-1}{2} = \Theta(n^2)$
  - $A\ Cs(n) = \ n * \frac{n-1}{4} = M\frac{Cs(n)}{2} = \Theta(n^2)$

# Buborék rendezés

- Javított változat
  - Ha nincs már csere, leáll.
    - Cserék száma nem változik
    - $M$ $\ddot{\mathrm{O}}(n)$ nem változik
    - $m$ $\ddot{\mathrm{O}}(n) = n - 1$
    - $A$ $\ddot{\mathrm{O}}(n) = ?$ (sejtés: $n^2$)

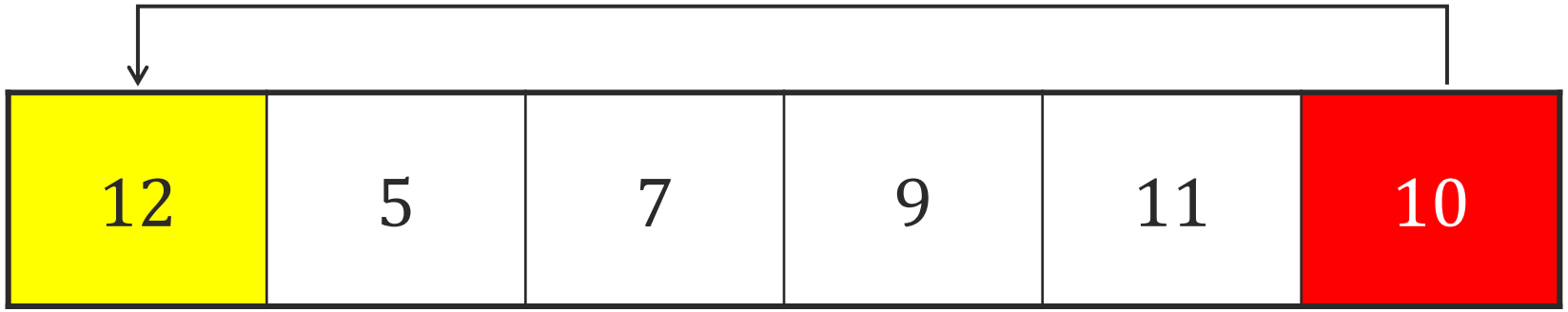
# Maximum kiválasztásos rendezés

- Ötlet: feltételezzük, hogy az $A[1..n]$ tömb jobb széle $(j+1..n)$ már rendezve van, minden lépésben kiválasztjuk az $A[1..j]$ résztömb maximális elemét, és kicseréljük a $j$. helyen lévővel, majd $j$-t csökkentjük
  - Kezdetben $j$ értéke $n$.



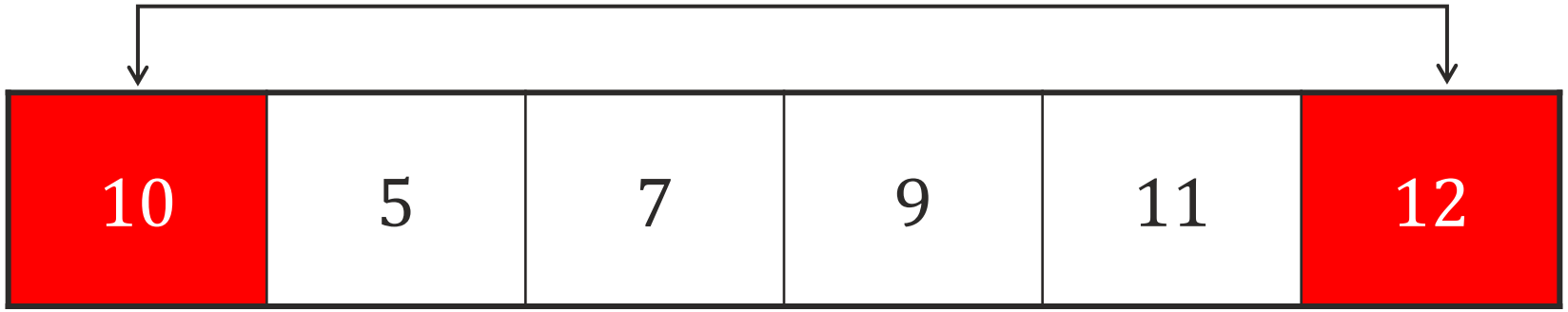
# Maximum kiválasztásos rendezés

- Maximum 12
- Hozzá tartozó index 1



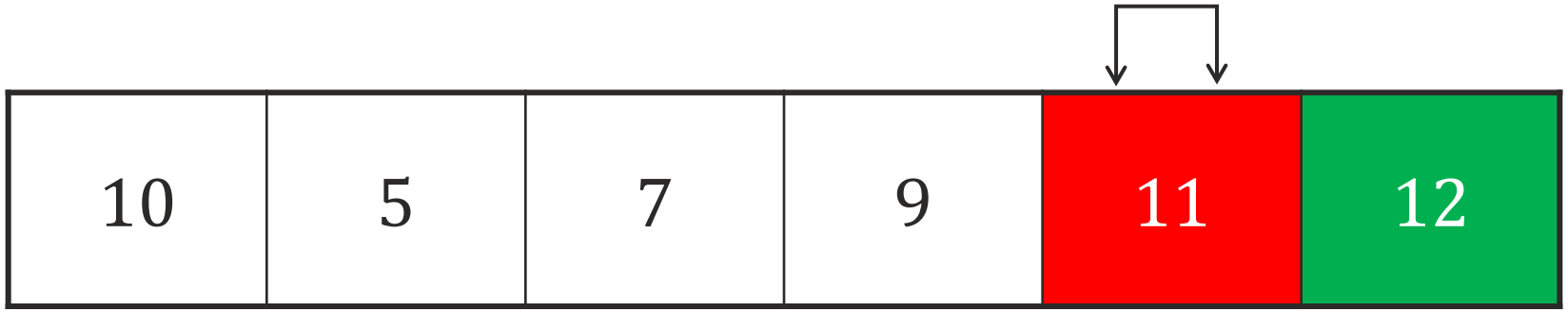
# Maximum kiválasztásos rendezés

- Maximum 12
- Hozzá tartozó index 1



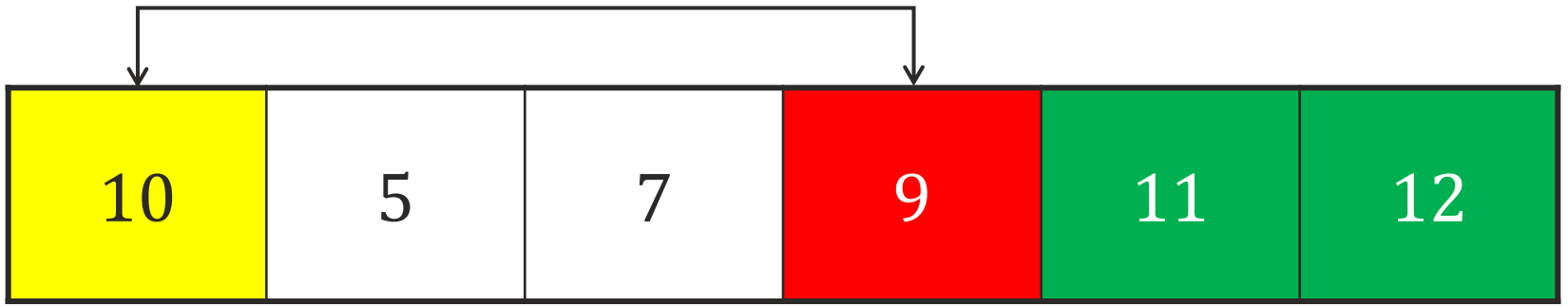
# Maximum kiválasztásos rendezés

- Maximum 11
- Hozzá tartozó index 5



# Maximum kiválasztásos rendezés

- Maximum 10
- Hozzá tartozó index 1

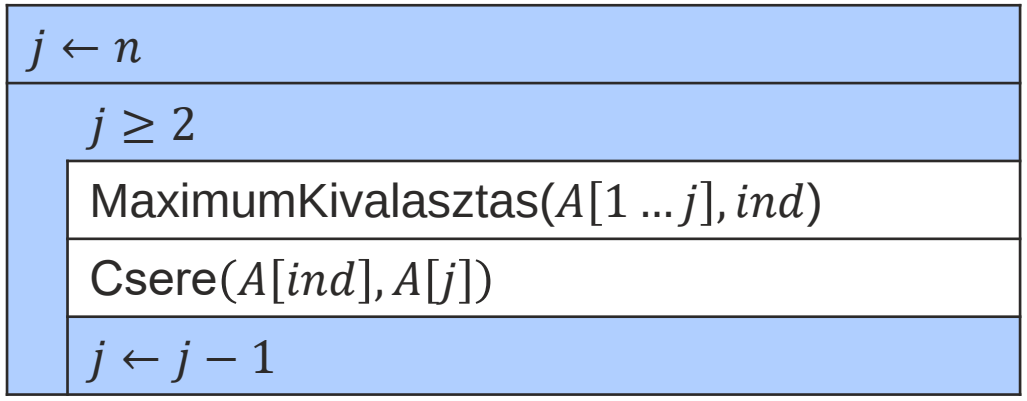


# Maximum kiválasztásos rendezés

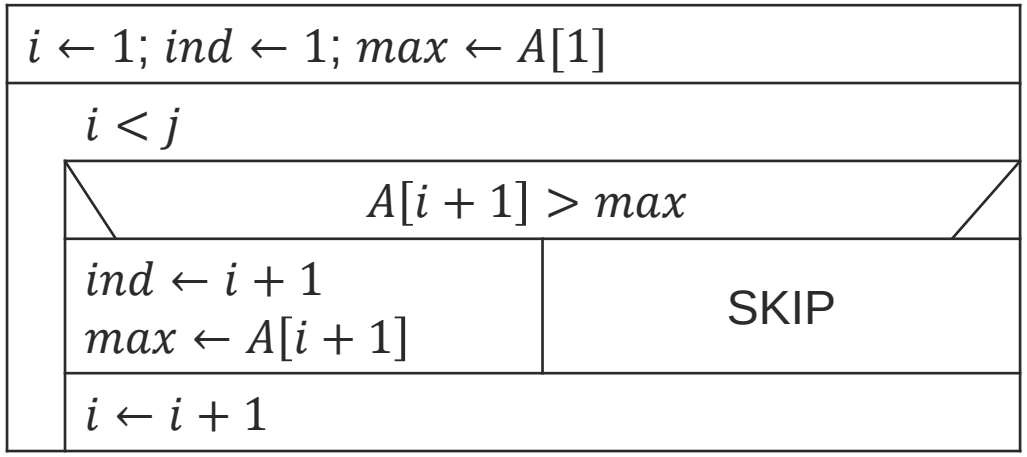
- Maximum 10
- Hozzá tartozó index 1

# Maximum kiválasztásos rendezés

- A rendező algoritmusa



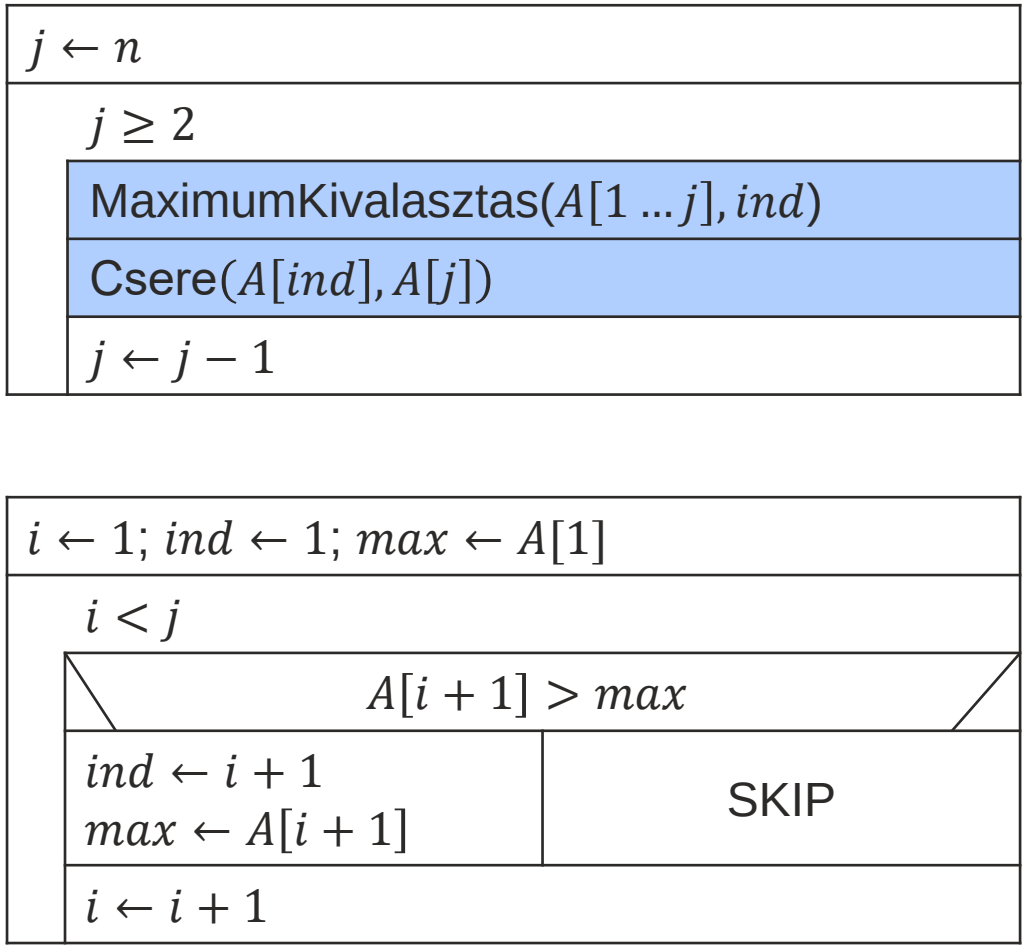

- Maximum kiválasztása



# Maximum kiválasztásos rendezés

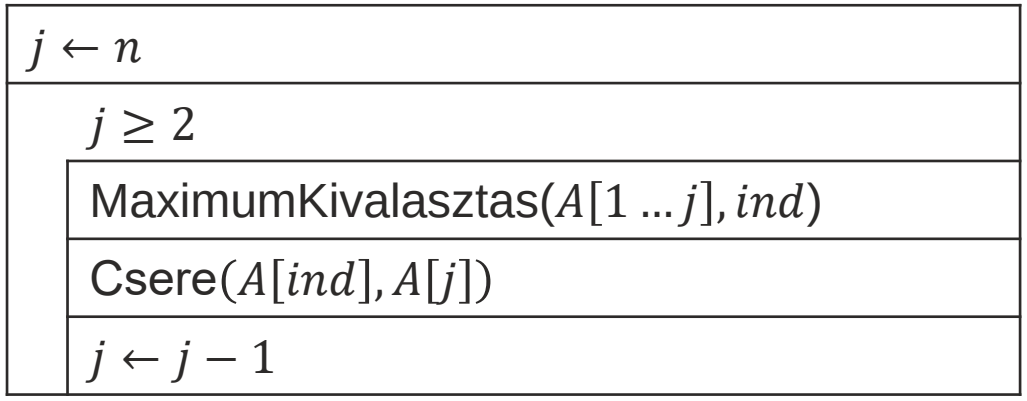
- A rendező algoritmusa

- Maximum kiválasztása

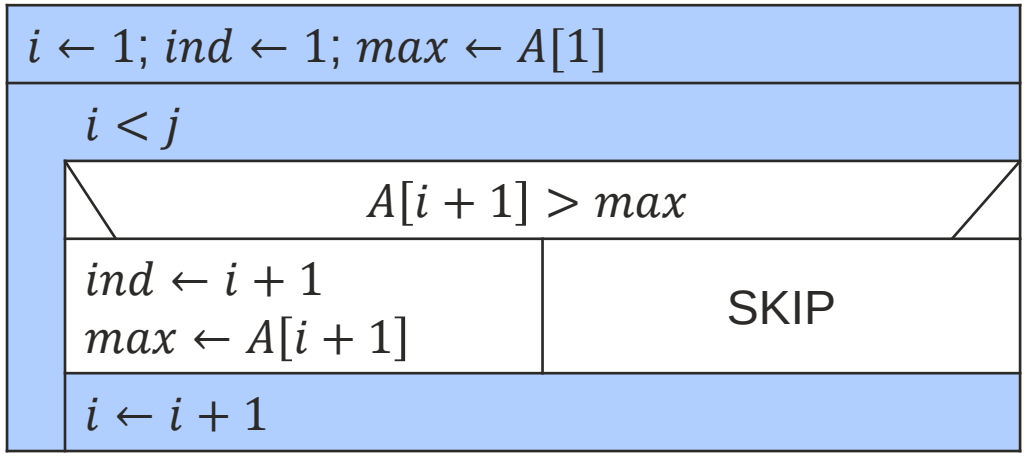


# Maximum kiválasztásos rendezés

- A rendező algoritmusa



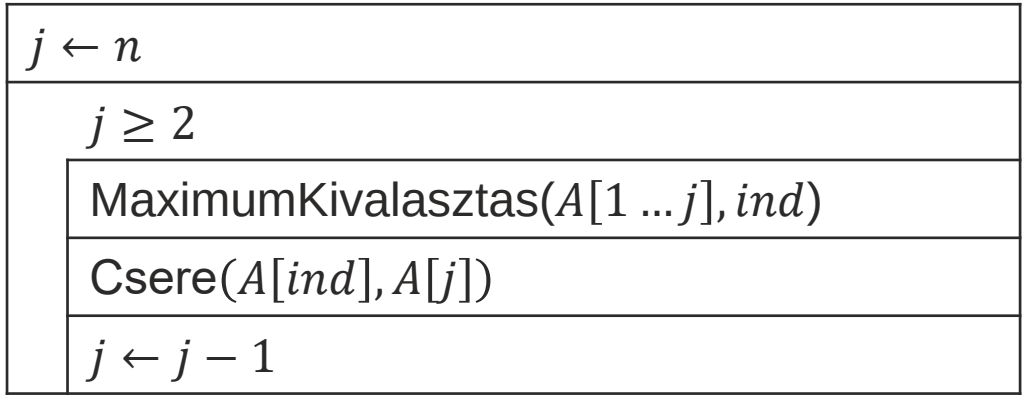

- Maximum kiválasztása

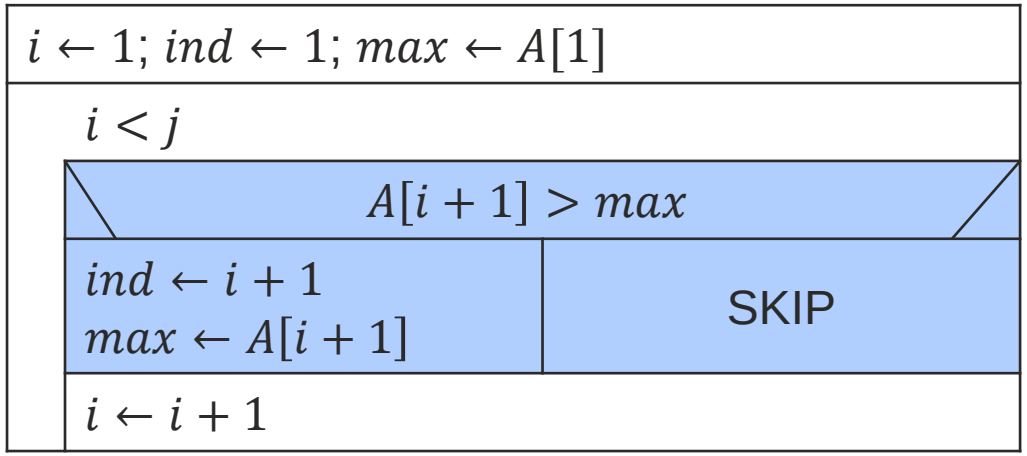


# Maximum kiválasztásos rendezés

- A rendező algoritmusa
  - $M\ \ddot{O}(n) \geq (n-1) + (n-2) + \ldots + 1 = \Theta(n^2)$

- Maximum kiválasztása
  - A maximum $n$ elem közül legalább $n-1$ összehasonlítással található meg



# Beszúró rendezés

- Egyszerű beillesztéssel egy – egy elemet a helyére viszünk – megkeressük, hogy hová való a már rendezett sorozatban
- Ha tömbben tároljuk, akkor a mozgatások száma is fontos

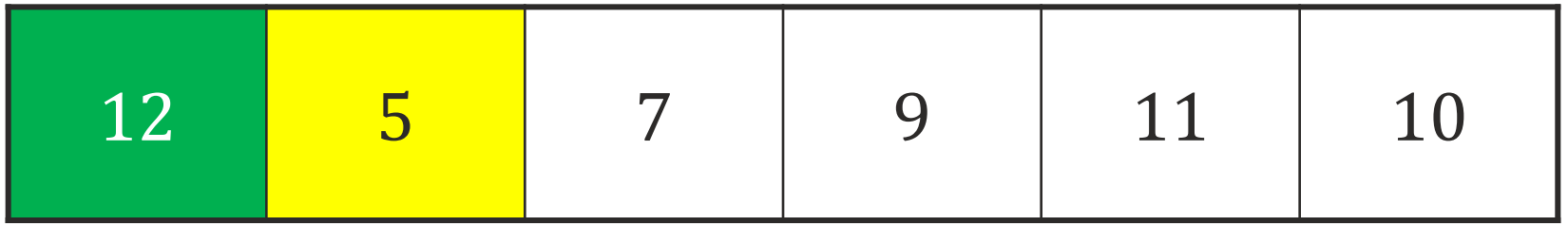
# Beszúró rendezés

- Példa

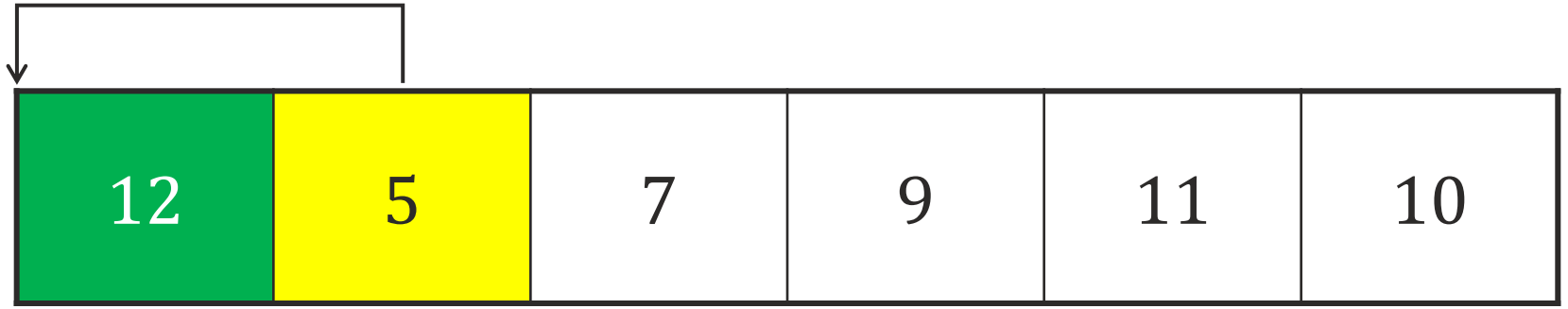
# Beszúró rendezés

| 12 | 5 | 7 | 9 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|

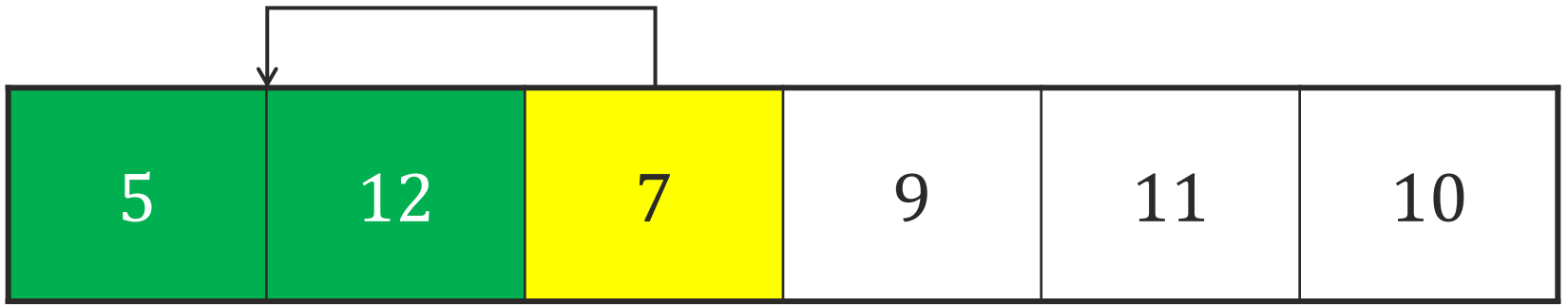
# Beszúró rendezés



# Beszúró rendezés

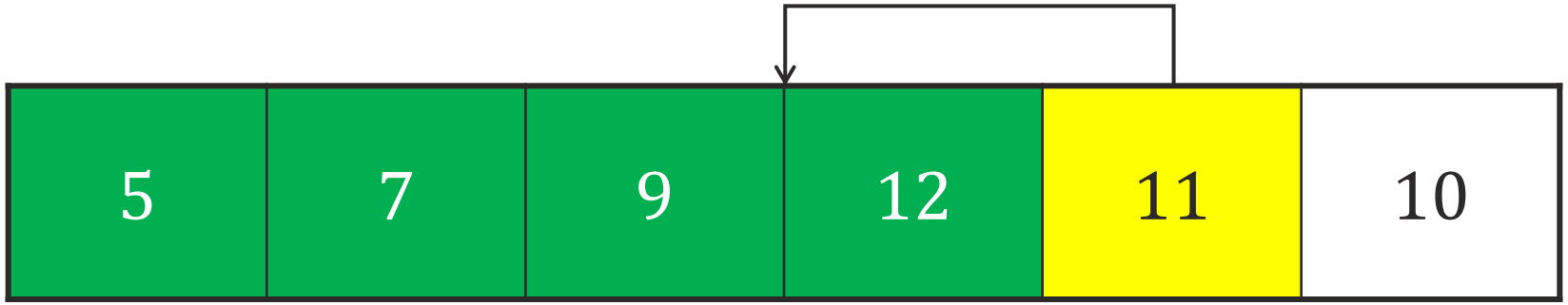


# Beszúró rendezés

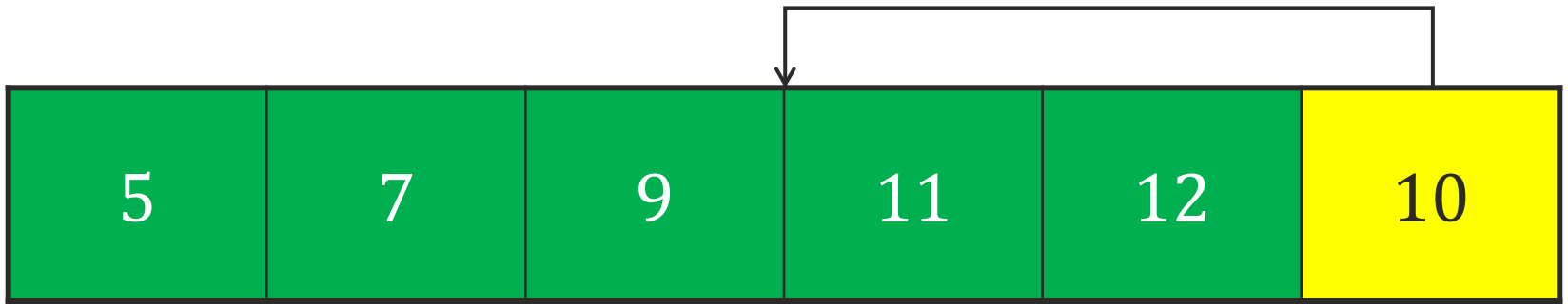


# Beszúró rendezés

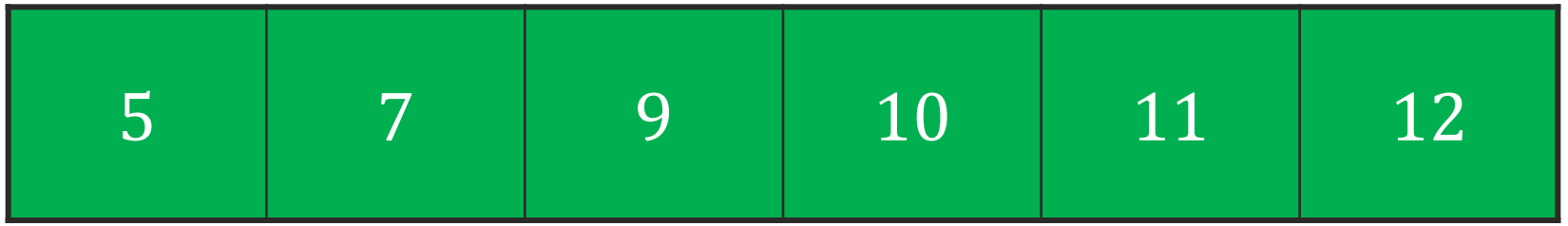
# Beszúró rendezés



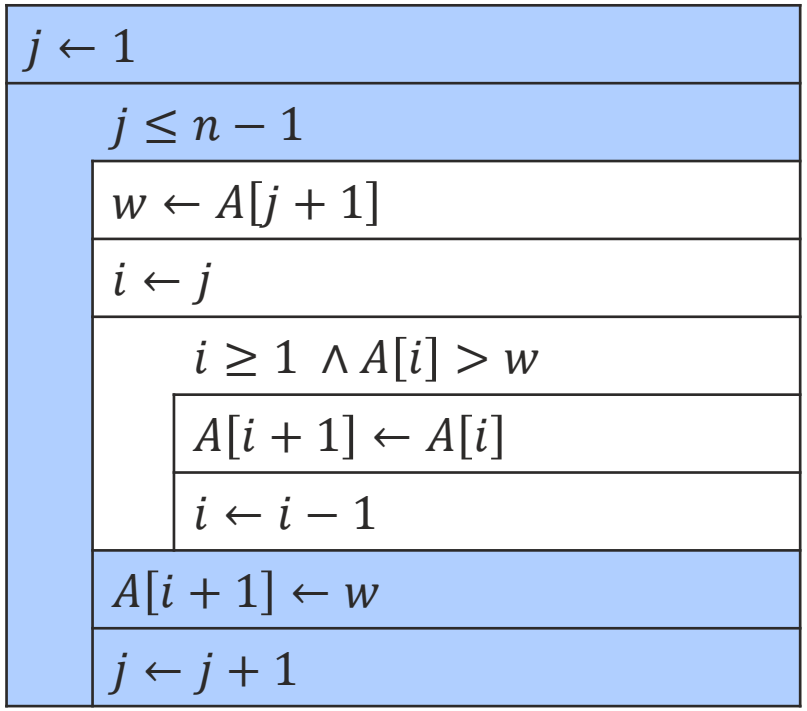
# Beszúró rendezés



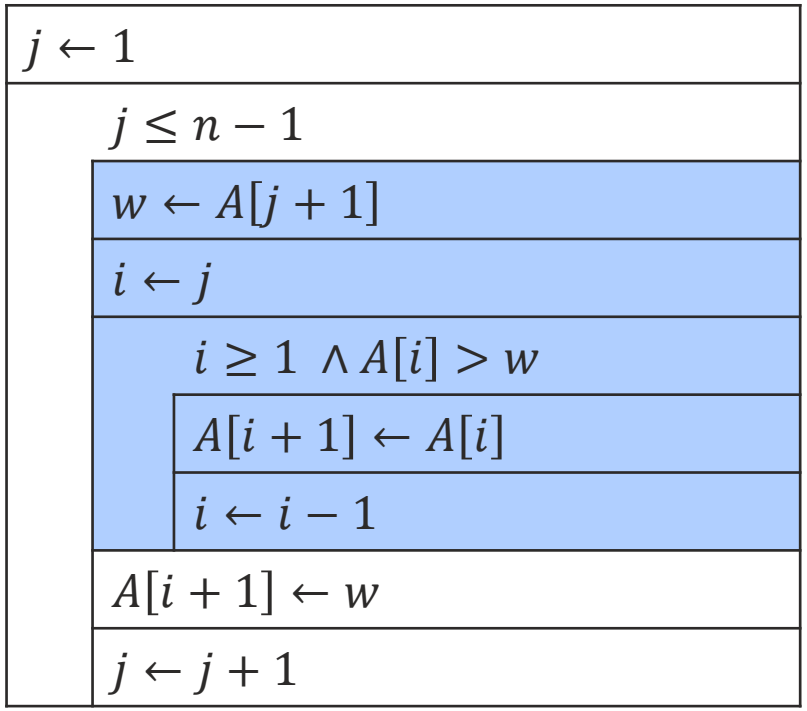
# Beszúró rendezés



# Beszúró rendezés algoritmusa



# Beszúró rendezés algoritmusa



# Beszúró rendezés

- Műveletigény
  - Összehasonlítások
    - $M\ \ddot{O}(n) = n * \frac{n-1}{2} = \Theta(n^2)$
    - $A\ \ddot{O}(n) \approx M\frac{\ddot{O}(n)}{2} = \Theta(n^2)$
    - $m\ \ddot{O}(n) = n - 1$
  - M a mozgatás művelete:
    - $M\ M(n) = (n+2) * \frac{n-1}{2} = \Theta(n^2)$
    - $A\ M(n) = \frac{n^2}{4} = \Theta(n^2)$
    - $m\ M(n) = 2 * (n-1) = \Theta(n)$

# Gyorsrendezés

Következő téma