ADATSZERKEZETEK ÉS ALGORITMUSOK

Tömbök

„LIFO, FIFO, Szekvenciális adatszerkezetek”

Tömbök – Absztrakt adattípus definíció

- Definíció
  - Az E alaptípusú k $(k \geq 1)$ dimenziós T tömbtípus
    - Legyen $I = I_1 \times I_2 \times \cdots \times I_k$ egy indexhalmaz, ahol $\forall j \in [1, k]: I_j = [1, n_j]$- a kezdőérték lehetne m_j is.
    - Az $A \in T$ tömbnek $N = n_1 * n_2 * \cdots * n_k$ eleme van $\{a_1, a_2, \ldots, a_N\}$
- Mindig van egy $f: I \rightarrow \{a_1, a_2, \ldots, a_N\}$ egy-egy értelmű leképezés
- Jelölés
  - $A[i_1, i_2, \ldots, i_k]$ a tömbnek az $i_1, i_2, \ldots, i_k$ indexek által azonosított eleme

Tömbök – Absztrakt adattípus definíció

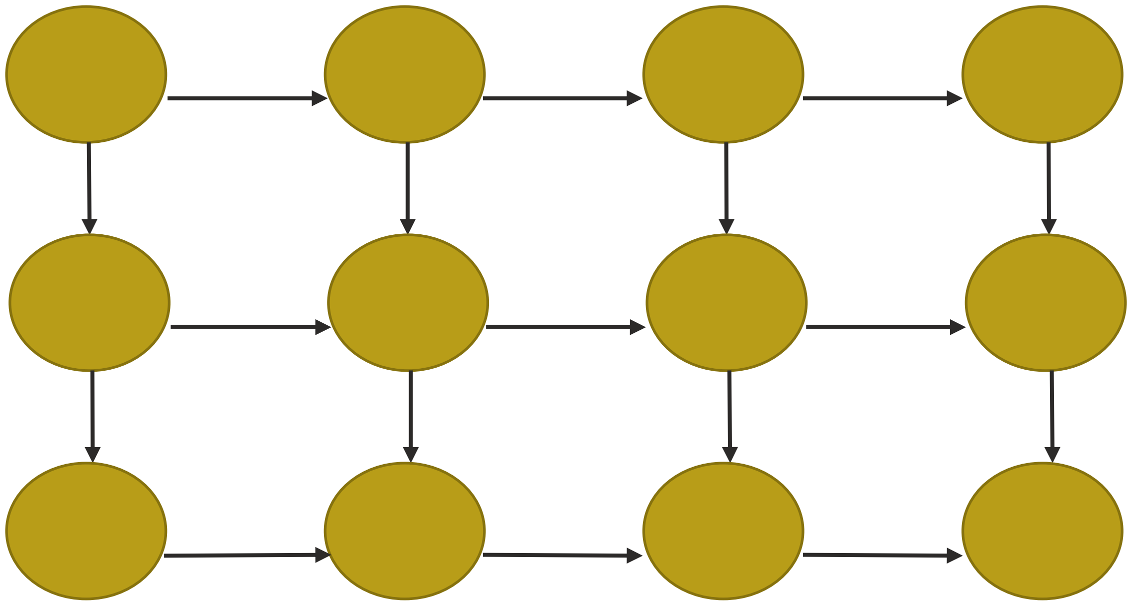
- Invariáns is adható – speciális megszorítás
  - Példa: szimmetrikus, alsó $\varDelta$, ritka, stb.
- Műveletek
  - Indexelés: az $i_1, i_2, \dots, i_k$ indexhez tartozó $A[i_1, i_2, \dots, i_k]$ elem kiválasztása
  - Elemmódosítás – értékadás: $A[i_1, i_2, \dots, i_k] \coloneqq a$
  - Értékadás $A \coloneqq B$
- Elnevezés
  - Vektor: $k = 1$
  - Mátrix: $k = 2$

Tömbök – Absztrakt adatszerkezet megadás

- Nem kötelező szerkezetet (rákövetkezést) definiálni az elemek között
- Elfogadott a $\mathrm{köv}_j$ reláció bevezetése: $\forall j \in [1, k]$-ra
  - $\mathrm{köv}_j\left(A\left[i_1, \dots, i_j, \dots, i_k\right]\right) = A\left[i_1, \dots, i_j + 1, \dots, i_k\right]$,
    ha $i_j < n_j$, egyébként $\mathrm{köv}_j$ nem definiált.
  - Egy belső elemnek minden dimenzióban van rákövetkezője

Tömbök – Absztrakt adatszerkezet megadás

- A legalább 2 dimenziós tömböt ortogonális adatszerkezetnek nevezik.
- $k = 2$-re a gráf:

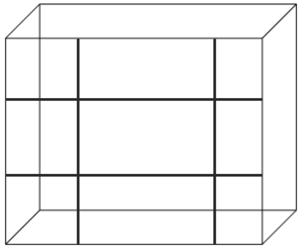


Reprezentáció

- Tömbök aritmetikai ábrázolása:
- Egy k dimenziós tömböt szeretnénk elhelyezni egy alkalmas méretű egydimenziós tömbben (vektorban), és megadjuk a leképezés címfüggvényét.
- Az elhelyezés – általában
  - sorfolytonos (SF)
  - oszlopfolytonos (OF)

Reprezentáció

- Aritmetikai ábrázolás
  - Tömb

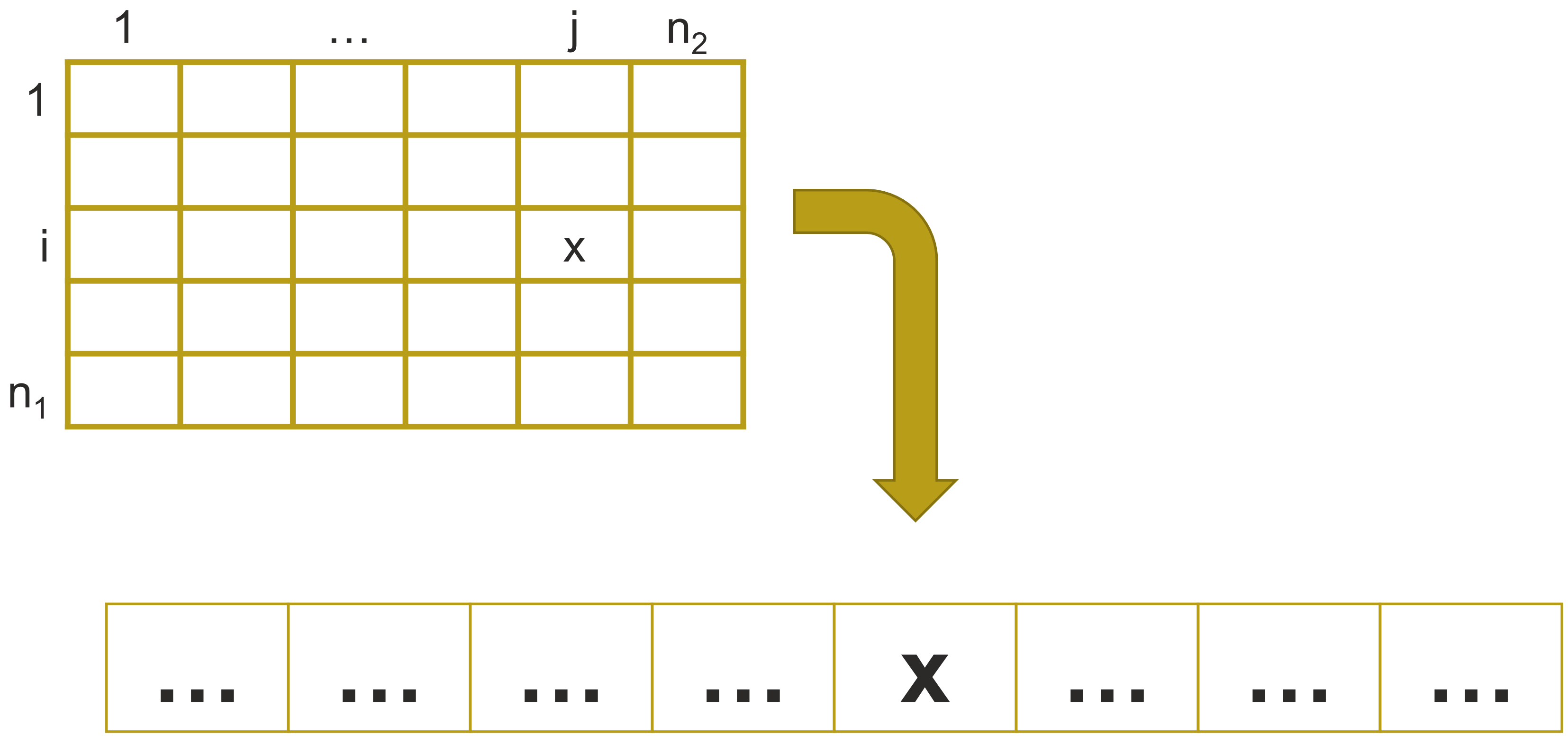


  - Leképezés

…	…	…	…	…	…	…	…

Reprezentáció

- Mátrix elhelyezése vektorban



Reprezentáció

- Indexfüggvény: $\forall i \in [1, n_1], \forall\, j \in [1, n_2]$
  - SF: $\mathrm{ind}(A[i,j]) = (i-1) * n_2 + j$
  - OF: $\mathrm{ind}(A[i,j]) = (j-1) * n_1 + i$
- Címfüggvény: $\forall i \in [1, n_1], \forall\, j \in [1, n_2]$
  - SF: $\mathrm{cím}(A[i,j]) = \mathrm{cím}(A) + (i-1) * n_2 * h + (j-1) * h$
  - OF: $\mathrm{cím}(A[i,j]) = \mathrm{cím}(A) + (j-1) * n_1 * h + (i-1) * h$

kezdőcím

egy elem hossza

Reprezentáció

Szokták úgy is tekinteni, hogy a mátrixnak m sora és n oszlopa van

- Indexfüggvény: $\forall i \in [1, m], \forall j \in [1, n]$
  - SF: $\mathrm{ind}(A[i, j]) = (i - 1) * n + j$
  - OF: $\mathrm{ind}(A[i, j]) = (j - 1) * m + i$
- Címfüggvény: $\forall i \in [1, m], \forall j \in [1, n]$
  - SF: $\text{cím}(A[i, j]) = \text{cím}(A) + (i - 1) * n * h + (j - 1) * h$
  - OF: $\text{cím}(A[i, j]) = \text{cím}(A) + (j - 1) * m * h + (i - 1) * h$

kezdőcím

egy elem hossza

Reprezentáció – példa

Adott egy mátrix

$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	$a_{1,3}$	$a_{1,4}$	$a_{1,5}$	$a_{1,6}$	...	$a_{1,m}$
$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	$a_{2,3}$	$a_{2,4}$	$a_{2,5}$	$a_{2,6}$	...	$a_{2,m}$
$a_{3,1}$	$a_{3,2}$	$a_{3,3}$	$a_{3,4}$	$a_{3,5}$	$a_{3,6}$	...	$a_{3,m}$
$a_{4,1}$	$a_{4,2}$	$a_{4,3}$	$a_{4,4}$	$a_{4,5}$	$a_{4,6}$	...	$a_{4,m}$
$a_{5,1}$	$a_{5,2}$	$a_{5,3}$	$a_{5,4}$	$a_{5,5}$	$a_{5,6}$	...	$a_{5,m}$
...	...	...	...	...	...	...	...
$a_{n,1}$	$a_{n,2}$	$a_{n,3}$	$a_{n,4}$	$a_{n,5}$	$a_{n,6}$	...	$a_{n,m}$

Reprezentáció – példa

Adott egy mátrix – tömbben sorfolytonos reprezentálás esetén

$$
\begin{matrix}
a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & a_{1,4} & a_{1,5} & a_{1,6} & a_{1,m} \\
a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,4} & a_{2,5} & a_{2,6} & a_{2,m} \\
a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & a_{3,4} & a_{3,5} & a_{3,6} & a_{3,m} \\
a_{4,1} & a_{4,2} & a_{4,3} & a_{4,4} & a_{4,5} & a_{4,6} & a_{4,m} \\
a_{5,1} & a_{5,2} & a_{5,3} & a_{5,4} & a_{5,5} & a_{5,6} & a_{5,m} \\
a_{n,1} & a_{n,2} & a_{n,3} & a_{n,4} & a_{n,5} & a_{n,6} & a_{n,m}
\end{matrix}
$$

Reprezentáció – példa

Adott egy mátrix – tömbben sorfolytonos reprezentálás esetén

Az elem indexét sorfolytonos esetben úgy kapjuk meg, hogy az összes megelőző elem számát meghatározzuk és egyet hozzáadunk.
Itt két sor van előtte $(= 3 - 1)$, és mindegyikben m elem.
Tehát összesen $(3 - 1)m + 4$

Általános esetben hasonlóan. (A 0 vagy 1 kezdőindexre figyelni kell!)
Előtte levő sorok száma $\mathrm{j} - 1$, és mindegyikben m elem.
Azaz az index: $(j - 1)m + i$

A példa kevesebb elem felhasználásával kerül bemutatásra …

Reprezentáció

- Az R invariáns leggyakrabban a tömb alakját módosítja
  - Például megadja a 0 elemek helyét, és a nem-nulla elemek határozzák meg a tömb speciális alakját.
- Konvenció
  - a gyakran szereplő elemeket (ez általában a 0) is tároljuk egy példányban az egy dimenziós tömbben, és az erre vonatkozó hivatkozást beépítjük a címfüggvénybe

Reprezentáció

- Tridiagonális mátrix

$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	0	0	0	0			
$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	$a_{2,3}$	0	0	0			
0	$a_{3,2}$	$a_{3,3}$	$a_{3,4}$	0	0			
0	0	$a_{4,3}$	$a_{4,4}$	$a_{4,5}$	0			
0	0	0	$a_{5,4}$	$a_{5,5}$	$a_{5,6}$	$\dots$		
					$\dots$			

$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	$a_{2,3}$	$a_{3,2}$	$a_{3,3}$	$a_{3,4}$	$a_{4,3}$	$a_{4,4}$	$a_{4,5}$	$a_{5,4}$	$a_{5,5}$	$a_{5,6}$	$\dots$		

Reprezentáció

- Tridiagonális mátrix – „0” elem tárolásával

$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	0	0	0	0			
$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	$a_{2,3}$	0	0	0			
0	$a_{3,2}$	$a_{3,3}$	$a_{3,4}$	0	0			
0	0	$a_{4,3}$	$a_{4,4}$	$a_{4,5}$	0			
0	0	0	$a_{5,4}$	$a_{5,5}$	$a_{5,6}$	$\dots$		
					$\dots$			

0	$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	$a_{2,3}$	$a_{3,2}$	$a_{3,3}$	$a_{3,4}$	$a_{4,3}$	$a_{4,4}$	$a_{4,5}$	$a_{5,4}$	$a_{5,5}$	$a_{5,6}$	$\dots$	

Reprezentáció

- Ha $|i - j| \leq 1$, akkor:
  - $\text{ind}(A[i,j]) = (i-1) * 3 - 1 + \begin{cases} 1, \text{ha } i > j \\ 2, \text{ha } i = j \\ 3, \text{ha } i < j \end{cases}$
- Ha a „0” elemet is tároljuk, a vektor elején
  - $\text{ind}(A[i,j]) = \begin{cases} (i-1) * 3 + 1, \text{ha } i = j + 1 \\ (i-1) * 3 + 2, \text{ha } i = j \\ i * 3, \text{ha } i + 1 = j \\ 1, \text{különben} \end{cases}$

Reprezentáció

- Alsó háromszög mátrix

$a_{1,1}$	0	0	0	0			
$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	0	0	0			
$a_{3,1}$	$a_{3,2}$	$a_{3,3}$	0	0			
$a_{4,1}$	$a_{4,2}$	$a_{4,3}$	$a_{4,4}$	0			
$a_{5,1}$	$a_{5,2}$	$a_{5,3}$	$a_{5,4}$	$a_{5,5}$	$\dots$		
				$\dots$			

$a_{1,1}$	$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	$a_{3,1}$	$a_{3,2}$	$a_{3,3}$	$a_{4,1}$	$a_{4,2}$	$a_{4,3}$	$a_{4,4}$	$a_{5,1}$	$a_{5,2}$	$a_{5,3}$	$a_{5,4}$	$a_{5,5}$	$\dots$	0

Reprezentáció

- Elemeinek száma $m = n * \frac{(n+1)}{2} + 1$
  - $\mathrm{ind}(A[i,j]) = \begin{cases} i * \frac{(i-1)}{2} + j, \mathrm{ha}\ i \geq j \\ n * \frac{(n+1)}{2} + 1, \mathrm{ha}\ i < j \end{cases}$

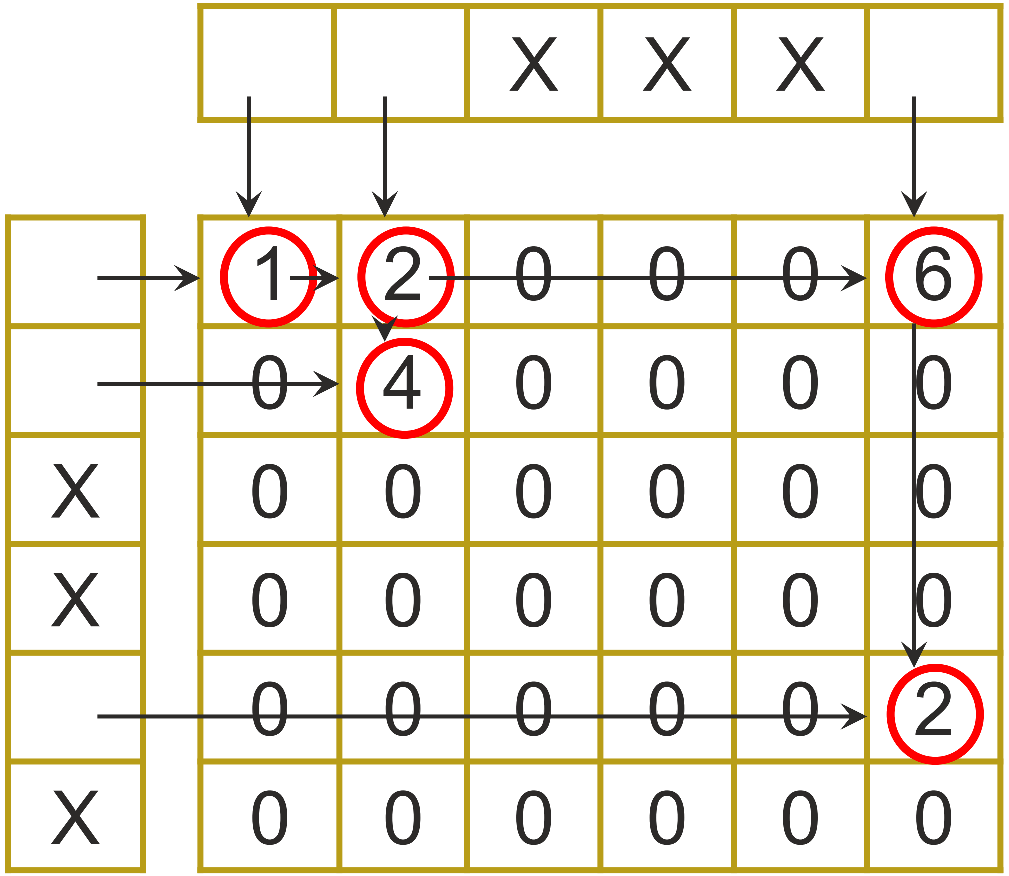
Hézagosan kitöltött mátrixok

1	2	0	0	0	6
0	4	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	2
0	0	0	0	0	0

háromsoros reprezentáció

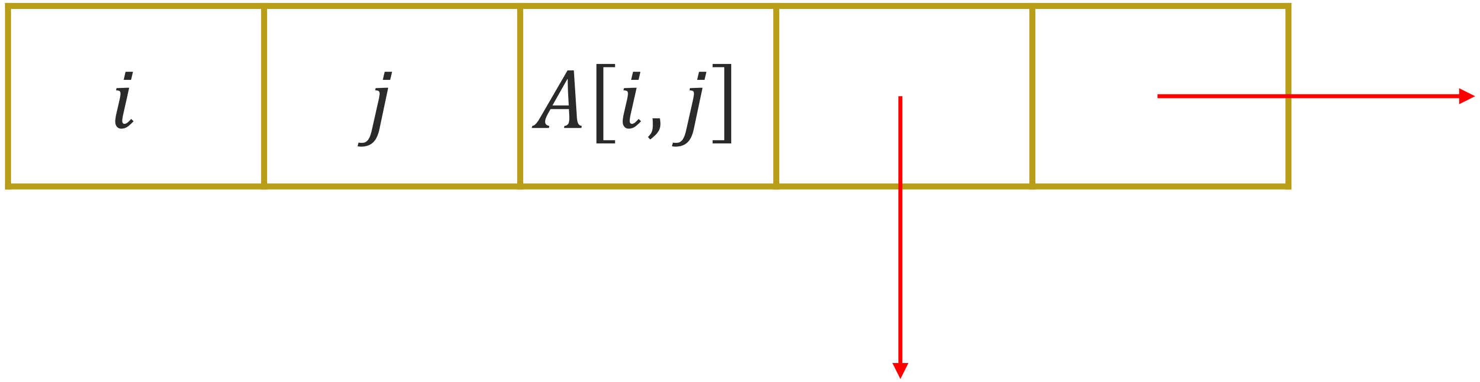
sorindex	1	1	1	2	5
oszlopindex	1	2	6	2	6
érték	1	2	6	4	2

Láncolt, illetve vegyes ábrázolás

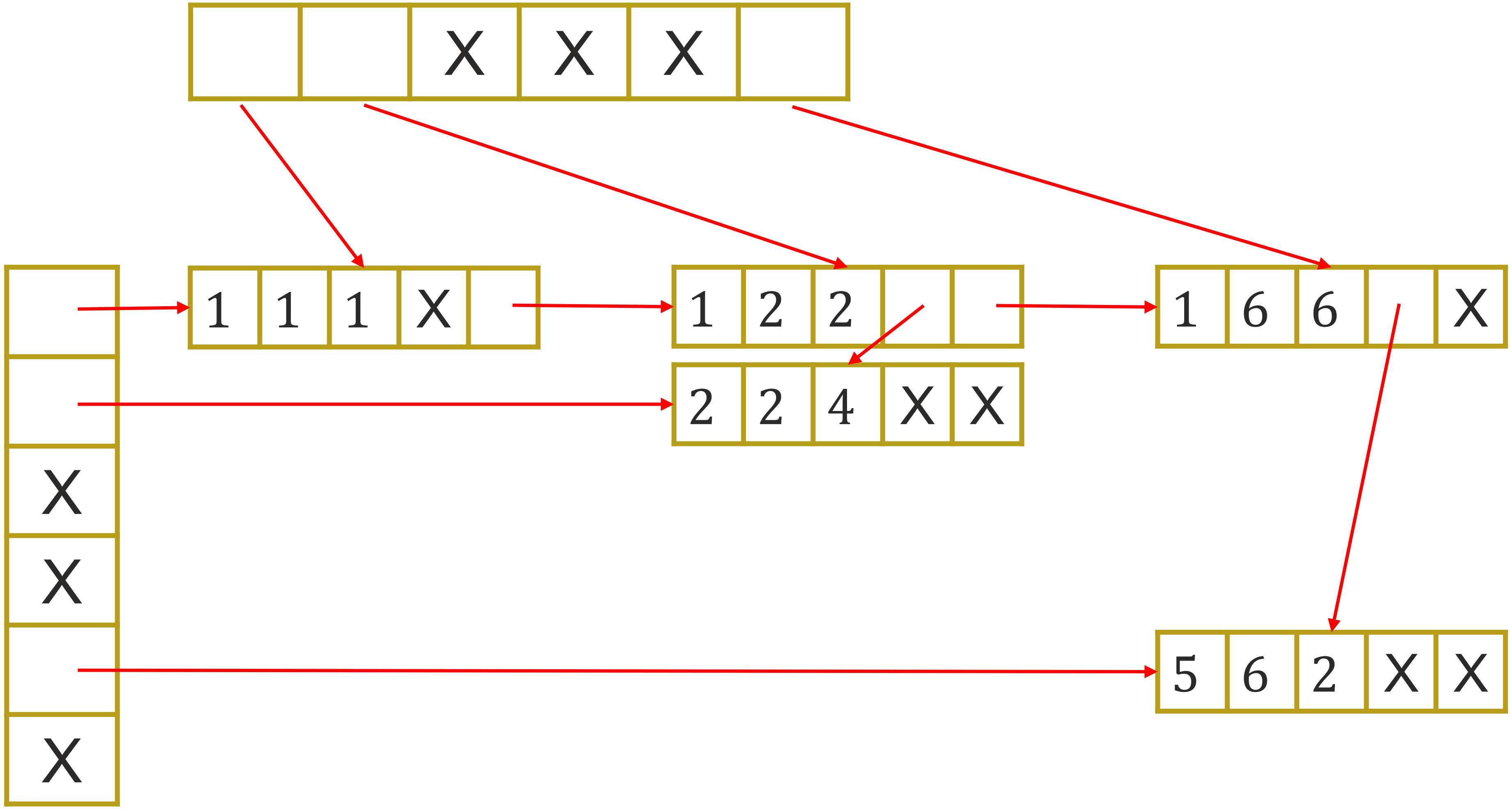


Láncolt, illetve vegyes ábrázolás

- Egy elem ábrázolása:



Láncolt, illetve vegyes ábrázolás



Láncolt, illetve vegyes ábrázolás

- Mikor előnyös?
  - a mátrix legyen $m * n$ -es
  - a nem nulla elemek száma k
  - legyen egy érték helyfoglalása h byte
  - egy mutató helyfoglalása p byte
  - egy index helyfoglalása i byte
- A számítás
  - $(h + (2 * i) + (2 * p)) * k + (m + n) * p \ll m * n * h$

Feladatok

- Gyakorlásnak – gondolkodásra
  - Írjuk meg azt az eljárást (függvényt), ami visszaadja $A[i,j]$ értékét
  - Írjuk meg azt az eljárást, ami módosítja $A[i,j]$ értékét! (nulláról nem nullára, nem nulláról nullára)
  - Adjunk össze két ritka mátrixot!
  - Adjuk meg a szimmetrikus mátrix aritmetikai ábrázolását!