

Feszültségosztó vizsgálata, mérés, számítás

Levente VAJNA

(Mérési partner: Válik Levente Ferenc)

(Gyakorlatvezető: Tihanyi Attila Kálmán)

Pázmány Péter Katolikus Egyetem, Információs Technológiai és Bionikai Kar

Magyarország, 1083 Budapest, Práter utca 50/a

vajna.levente@hallgato.ppke.hu

Kivonat—Megismerkedünk a feszültségosztó tétellel, számolunk vele, alkalmazzuk tényleges áramkörökben, és meg is mérjük, majd ezeket összemérve következtetést vonunk le a látottakból. Használunk hozzá NI Elvis III mérőeszközt, és kipróbáljuk az LTspice ingyenes szoftvert.

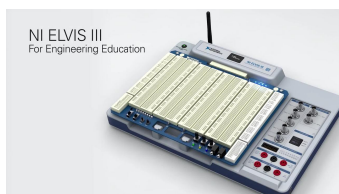
Keywords-feszültségosztó; NI Elvis III; Ohm; Kirchoff; LTspice

Mérés ideje: 2023.04.13.

I. FELADAT: ISMERKEDÉS A MÉRŐESZKÖZÖKKEL, ÉS A MÉRÉS SORÁN HASZNÁLT TÉTELEKKEL, AZONOSSÁGOKKAL

I-A. NI Elvis III

A műszer, amivel dolgoztunk egy Elvis III Multiméter a National Instruments-től. [1] Ez egy olyan műszer, ami elég sok mindent tud mérni, ábrázolni, kimutatni, kedvünkre, preferenciánk alapján választhatunk a használatra szánt funkciók közül.



1. ábra. NI Elvis III hivatalos kép [2]

Amint az 1. ábrán is látható, található rajta többféle be-, és kimenet, és egy áramkör a tetején, hogy tetszőleges mérendő áramkör építése esetén még ezzel se legyen az embernek gondja. Többféle bemenet is található rajta, legtöbbet úgynevezett Banana csatlakozóval köthetjük a mérendő áramkörünkbe. A mérési eredmények megtekintéséhez az Elvis III óta egy online felület áll rendelkezésünkre, ott lehet beállítani, és kiválasztani, hogy mi mindent szeretnénk mérni, milyen felületre van szükségünk. Mi a mérésünk során a Digital Multimeter panelt vettük igénybe, és azon beállítva tudtuk megmérni az ellenállások rezisztenciáit, valamint az egyes mérési pontokon a feszültségértékeket. Sajnos a nevét meghazudtoló módon az Elvis III mérőműszernél, szemben az Elvis II-vel nem lehet módosítani a frekvenciáját, így a jegyzőkönyv erre vonatkozó feladatait, tehát a különböző karakterisztikák jegyzőkönyvbe vételét elvégezni nem tudom.

I-B. LTspice

Az LTspice egy nagy teljesítményű, könnyen használható SPICE alapú elektronikus áramkör szimulátor, rajzszerkesztő és egyben hullámforma megjelenítő. Hasznos lehet a tervezők számára, mivel lehetővé teszi az áramkörök működésének előzetes tesztelését és optimalizálását, továbbá a szoftverrel az

áramkörök teljesítményét és viselkedését is lehet szimulálni, ami segíthet az áramkörök hibáinak beazonosításában és a hibák javításában.

Az alkalmazásban jobbegérrel kattintva, illetve a felső menüsávból különböző funkciók érhetők el, és helyezhetők az elemek a virtuális panelünkre, építve ezzel az áramkörünket. Előnye, hogy számos lehetőség áll rendelkezésünkre, ilyen például, a vezetékrajzolás, a széles körű elemválaszték, vagy az integrált hőmérséklet- és zajszimuláció, hullámforma kirajzolás, kiegészítve paraméteroptimalizálással, diagramkészítővel és szkriptelési lehetőséggel. Emellett támogatja az SPICE modell fájlokat, amelyeket az áramkörök különböző elemeire lehet alkalmazni. (Megjegyzés: figyelni kell, hogy a program csak a tizedespontot támogatja, vesszőt nem)

I-C. Ellenállások

Ohmikus ellenállás, jele: R , mértékegysége Ω [ohm]. Minden fogyasztónak, de még vezetéknek, sőt még az embereknek is van ellenállása, amit legtöbbször meg lehet mérni. Középiskolai ismereteinkből ismerjük Ohm törvényét (**I-D**), mely lehetővé teszi számunkra az ellenállások értékeinek kiszámítását az áramerősség és a feszültség ismeretében.



2. ábra. Ellenállások különböző típusai [3]

Az ellenállások igen különbözőek lehetnek megjelenésük szerint, amint az a 2. ábrán is látható. A nagyobb, áramköri ellenállások jellemzően színes csíkokkal vannak megjelölve, és ezek alapján határozható meg az áramköri ellenállás rezisztenciája. [4] Vannak továbbá például integrált áramkörre illeszthető milliméteres nagyságú ellenállások. Azoknak értékét leggyakrabban egy háromjegyű szám írja le, aminek első két számjegyét kell szorozni a tíz harmadik számjegyedik hatványával, azaz ha egy ellenállásra XYZ egész számok vannak írva, akkor:

$$R = (10X + Y) \cdot 10^Z$$

Ezen kívül akadnak állítható értékű ellenállások, az úgynevezett potméterek (ilyen van például erősítő hangerőszabályozójában, vagy termosztát tekerő beállítóján is), és egyéb felhasználási területeikben eltérő ellenállástípusok. Az ellenállások gyakran csupán kisméretű kerámia testek.

I-D. Ohm törvénye

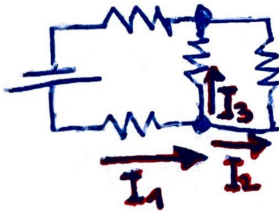
Ohm törvénye alapján az ellenálláson folyó áram egyenesen arányos az ellenálláson eső feszültséggel és fordítva arányos az ellenállás nagyságával. [5] Képlettel ez így néz ki:

$$I_{R_n} = \frac{U_{R_n}}{R_n}$$

A törvényszerűséget Georg Simon Ohm, német fizikus és matematikus ismerte fel először 1826-ban.

I-E. Kirchhoff I. törvénye

Más néven a csomóponti törvény. Kirchhoff csomóponti törvénye szerint a csomópontba befolyó áramok összege megegyezik a csomópontból kifolyó áramok összegével, azaz a csomópont áramainak előjelhelyes összege zérus.



3. ábra. Kirchhoff I. törvényéhez szemléltető ábra

A 3. ábrán láthatóak alapján a törvény azt mondja ki, hogy:

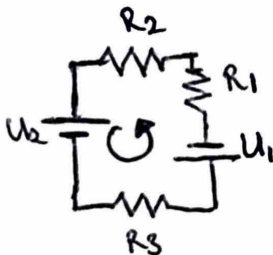
$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

Vagyis általánosan:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

I-F. Kirchhoff II. törvénye

Más néven a huroktörvény. Kirchhoff huroktörvénye szerint a hurokban szereplő feszültségek előjelhelyes összege nulla.



4. ábra. Kirchhoff II. törvényéhez szemléltető ábra

A 4. ábrán láthatóak alapján a törvény azt mondja ki, hogy:

$$U_1 + U_{R_1} + U_{R_2} + U_2 + U_{R_3} = 0$$

Vagyis általánosan:

$$\sum_{k=1}^n U_k = 0$$

I-G. Feszültségosztó tétel

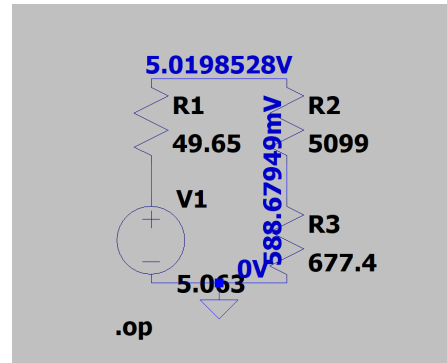
Ezzel a tétellel könnyedén számolhatunk két ellenállás esetén az egyik ellenálláson eső feszültséget, a bemeneti feszültség, az első, és a második ellenállás ismeretében. A képlet:

$$U_1 = U_{be} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (1)$$

II. FELADAT: ELSŐ MÉRÉSI ELRENDEZÉS SZIMULÁLÁSA ÉS MÉRÉSE

II-A. Első lépés: LTspice környezetben az elrendezés összeállítása

A megadott kapcsolási rajz szerint össze is állítottuk partneremmel az áramkört, már csak az ellenállások értékeit kell beírunk. Az összeállított szimulációt (ellenállásértékekkel) az 5. ábra mutatja be.



5. ábra. Első áramkör szimulációs elrendezése LTspice programban

II-B. Második lépés: Ellenállások kiválasztása, értékük leolvasása és tényleges értékük megállapítása

Lépéseiben kicsit eltértünk a jegyzőkönyvétől, mert a feladatokat inkább típusuk szerint csoportosítva végeztük el. Ezért rögtön mielőtt az ellenállásokat behelyeztük volna az áramkörünkbe, a szimuláció helyes futtatása érdekében meg is mértük az ellenállások tényleges értékeit. Ebben a feladatban három ellenállásra volt szükségünk:

- 1) Egy előtétellenállásra (R_{et}), mely egy sárga, fehér, fehér, arany, barna jelzésű rezisztor volt, vagyis $499 \cdot 10^{-1} \Omega \pm 1\%$, tényleges értéke pedig $49,65 \Omega$ volt.
- 2) Egy első ellenállásra (R_1), mely egy zöld, barna, fekete, barna, barna jelzésű ellenállás volt, tehát $510 \cdot 10^1 \Omega \pm 1\%$, tényleges értéke $5,099 k\Omega$ volt.
- 3) Illetve egy második ellenállásra (R_2), ami pedig egy kék, szürke, fekete, fekete, barna jelzésű, tehát $680 \cdot 10^0 \Omega \pm 1\%$ értékű, $677,4 \Omega$ tényleges ellenállású rezisztor volt.

Miután ezeket az értékeket megmértük és feljegyeztük, behelyeztük őket az áramkörbe, illetve az értékeket beírtuk az 5. ábrán látható szimulációs áramkörbe.

II-C. Harmadik lépés: Eredmények összevetése

$$U_1 = U_{be} \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_{et}} \quad (2)$$

$$U_1 = 5 \frac{5100 + 680}{5100 + 680 + 49,9}$$

$$U_1 = 4,9572V$$

$$U_2 = U_{be} \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_{et}} \quad (3)$$

$$U_2 = 5 \frac{680}{5100 + 680 + 49,9}$$

$$U_2 = 0,5832V$$

Ezek lennének az ideális értékek, de amint észrevettük, hogy nem stimmelnek az értékek a tapasztaltakkal, tudtuk,

hogy a mérési hibák itt is megjelentek. Több helyen is megjelenhetnek. A bemeneti $5V$ is mint megmértük, $5,063V$ illetve az ellenállások alap $\pm 1\%$ rendszeres hibája is benne van, továbbá a föld is kiderült, hogy $0,038mV$ illetve van ellenállása az áramkörnek, a vezetéknek, és a mérőműszernek is. Lehet továbbá számításban, kerekítésekben, és számtalan helyen hiba. Ezeknek valamelyest csökkentése érdekében a szimulációba a valós ellenállásértékeket írtuk be. A számítások hozzá a következők:

$$U_1 = U_{be} \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_{et}}$$

$$U_1 = 5,063 \frac{5099 + 677,4}{5099 + 677,4 + 49,65} \quad (4)$$

$$U_1 = 5,01985V$$

$$U_2 = U_{be} \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_{et}}$$

$$U_2 = 5,063 \frac{677,4}{5099 + 677,4 + 49,65} \quad (5)$$

$$U_2 = 0,58868V$$

A mért értékek a mérőműszerről készített képernyőképeken láthatóak, amelyet a 6. ábra szemléltet.



6. ábra. Mért feszültségek U_1 és U_2 helyeken az első áramkörben

Ezek alapján a számított, a szimulációs és a mért értékek összehasonlítva a következők:

Mérési hely	Számított	Szimulációs	Mért
U_1	5,01985 V	5,01985 V	5,020 V
U_2	0,58868 V	0,58868 V	0,5891 V

A 4. egyenlet, az 5. egyenlet eredményei, és az 5. ábrán látható eredmények megegyeznek, ami nem meglepő, hiszen mindkét esetben ideális a körülmény, és ugyanazon képlet használatos. A 6. ábrán látható feszültségértékek azonban eltérnek, de már nem olyan jelentős mértékben, mint a 2. és a 3. egyenletben található végeredmények.

II-D. Negyedik lépés: Maximális eltérések számítása

Belátható, ha mindegyik ellenállás pontosan ugyanakkora százalékbán térne el a névleges értékétől, akkor az érték változatlan maradna. De egy jó példa lehet, ha egyik ellenállás $+1\%$ -kal tér el, a másik pedig -1% -kal:

$$U_1 = U_{be} \frac{R_1 \cdot hiba + R_2 \cdot hiba}{R_1 \cdot hiba + R_2 \cdot hiba + R_{et} \cdot hiba}$$

$$U_1 = 5,063 \frac{5100 \cdot 1,01 + 680 \cdot 0,99}{5100 \cdot 1,01 + 680 \cdot 0,99 + 49,9 \cdot 1,01} \quad (6)$$

$$U_1 = 5,01956V$$

$$U_2 = U_{be} \frac{R_2 \cdot hiba}{R_1 \cdot hiba + R_2 \cdot hiba + R_{et} \cdot hiba}$$

$$U_2 = 5,063 \frac{680 \cdot 0,99}{5100 \cdot 1,01 + 680 \cdot 0,99 + 49,9 \cdot 1,01} \quad (7)$$

$$U_2 = 0,5802V$$

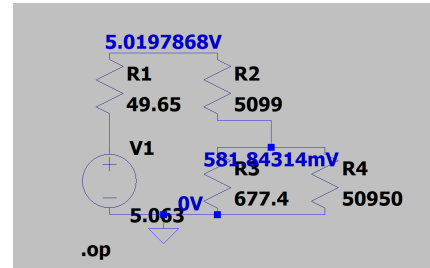
U_1 esetében a relatív hiba ebben az esetben $0,0021\%$, míg U_2 feszültségnél $1,75\%$ a relatív hiba. [6]

Ha a tápfeszültség eltérése egyenesen arányosan befolyásolja a kimeneti feszültséget, hiszen az 1. képletben látható is, hogy U_{be} értékével van az egész beszorozva, tehát ha például a bemeneti feszültség $1,2$ -szöröse nővekszik, akkor a kimeneti feszültség is $1,2$ -szörös lesz.

III. FELADAT: MÁSODIK MÉRÉSI ELRENDEZÉS SZIMULÁLÁSA ÉS MÉRÉSE

III-A. Első lépés: LTspice környezetben az elrendezés összeállítása

A megadott kapcsolási rajz szerint összeraktuk az áramkört, az ellenállások értékeit be kell írunk a következő lépésekben. Az összeállított szimulációt (ellenállásértékekkel) a 7. ábra mutatja be.



7. ábra. Második áramkör szimulációs elrendezése LTspice programban

III-B. Második lépés: Egy harmadik ellenállás kiválasztása, megmérése, áramkörbe helyezése

Ehhez egy harmadik ellenállást választottunk (R_3), mely egy zöld, barna, fekete, piros, barna jelzésű rezisztor volt, vagyis $510 \cdot 10^2 \Omega \pm 1\%$, tényleges értéke pedig $50,95k\Omega$ volt. Ezt az R_2 ellenállással párhuzamosan behelyeztük az áramkörbe a 7. ábrán látható módon, így az R_2 és R_3 párhuzamos ellenállások tényleges eredője:

$$R_{e2,3} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = 668,512\Omega$$

III-C. Harmadik lépés: Eredmények összevetése

A valós értékekkel számolva a következőképpen kaphatjuk meg a feszültségosztó tétellel (1) számolt eredményeket:

$$U_1 = U_{be} \frac{R_1 + R_{e2,3}}{R_1 + R_{e2,3} + R_{et}}$$

$$U_1 = 5,063 \frac{5099 + 668,512}{5099 + 668,512 + 49,65} \quad (8)$$

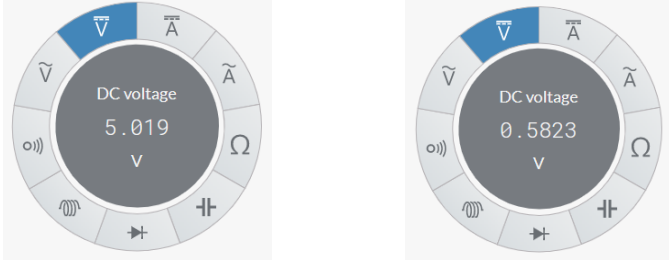
$$U_1 = 5,01978684V$$

$$U_2 = U_{be} \frac{R_{e2,3}}{R_1 + R_{e2,3} + R_{et}}$$

$$U_2 = 5,063 \frac{668,512}{5099 + 668,512 + 49,65}$$

$$U_2 = 0,581843V$$

A mért értékek a multiméterről készített képernyőképeken láthatóak, amelyet a 8. ábra szemléltet.



8. ábra. Mért feszültségek U_1 és U_2 helyeken a második áramkörben

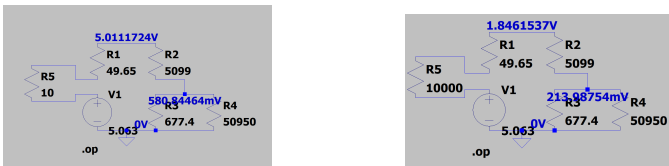
Ezek alapján a számított, a szimulációs és a mért értékek összehasonlítva a következők:

Mérési hely	Számított	Szimulációs	Mért
U_1	5,01978684 V	5,0197868 V	5,019 V
U_2	0,581843 V	0,581843 V	0,5823 V

A 8. egyenlet, a 9. egyenlet eredményei, és a 7. ábrán látható mérési eredmények megegyeznek, ami kielégítő, hiszen mindkét esetben ideálisak a körülmények, és ugyanaz a képlet van használatban. A 8. ábrán látható feszültségértékek azonban már eltérnek az ideálistól, de már csak harmadik tizedesjegyen.

III-D. Negyedik lépés: "Mi történik, ha ... ?"

III-D1. "ha a feszültséggenerátor belső ellenállása eltérne az 50Ω értéktől?": Ennek szemléltetésére az LTspace programmal kipróbáltam több különböző értékkel. A két szélsőséges eredményt mutatom meg, melyeket a 9. ábra tartalmaz.



9. ábra. Az LTspace-beli szimuláció a feszültséggenerátornak a kicsit, és a jelentősen megváltoztatott belső ellásával

Míg első esetben még alig változnak az értékek az eredeti (7) áramkörhöz képest, a második esetben már igen nagy mértékben, ami azt jelenti, hogy nagy belső ellenállású feszültséggenerátor használata nem igen szerencsés.

Számolás arra, ha például 100Ω -ra emeljük a belső ellenállást, tehát kétszeresére nő:

$$U_1 = U_{be} \frac{R_1 + R_{e2,3}}{R_1 + R_{e2,3} + 2R_{et}}$$

$$U_1 = 5,063 \frac{5099 + 668,512}{5099 + 668,512 + 2 \cdot 49,65}$$

$$U_1 = 4,9773V$$

$$U_2 = U_{be} \frac{R_{e2,3}}{R_1 + R_{e2,3} + 2R_{et}}$$

$$U_2 = 5,063 \frac{668,512}{5099 + 668,512 + 2 \cdot 49,65}$$

$$U_2 = 0,57692V$$

A 10. egyenletet összehasonlítva a 8. egyenlettel, és a 11. egyenletet a 9. egyenlettel azt anticipáljuk, hogy az értékek változtak, de nem jelentős mértékben. Tehát képletben kifejezve a változást:

$$U_{ki} = U_{be} \frac{R_1 + R_{e2,3}}{R_1 + R_{e2,3} + R_{et} + \Delta R_{et}}$$

III-D2. "ha a mérőműszer belső ellenállása jelentősen kisebb lenne?": Az ideális feszültségmérő belső ellenállása végtelen. Így kevésbé befolyásolja az áramköri eseményeket. Ha azonban ezt jelentősen lecsökkentjük, például $10M\Omega$ ellenállásról lecsökkentjük $1k\Omega$ értékre:

$$R_{e2,3,fm\acute{e}r\acute{o}_1} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{fm\acute{e}r\acute{o}_1}}} = 668,4672\Omega$$

$$R_{e2,3,fm\acute{e}r\acute{o}_2} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{fm\acute{e}r\acute{o}_2}}} = 400,664\Omega$$

$$U_1 = \frac{U_{be}(R_1 + R_{e2,3,fm_1})}{R_1 + R_{e2,3,fm_1} + R_{et}} \quad U_1 = \frac{U_{be}(R_1 + R_{e2,3,fm_2})}{R_1 + R_{e2,3,fm_2} + R_{et}}$$

$$U_1 = \frac{5,063(5099 + 668,4672)}{5099 + 668,4672 + 49,65} \quad U_1 = \frac{5,063(5099 + 400,664)}{5099 + 400,664 + 49,65}$$

$$U_1 = 5,01979V \quad U_1 = 5,0177V$$

(12)

$$U_2 = \frac{U_{be}R_{e2,3,fm_1}}{R_1 + R_{e2,3,fm_1} + R_{et}} \quad U_2 = \frac{U_{be}R_{e2,3,fm_2}}{R_1 + R_{e2,3,fm_2} + R_{et}}$$

$$U_2 = \frac{5,063 \cdot 668,4672}{5099 + 668,4672 + 49,65} \quad U_2 = \frac{5,063 \cdot 400,664}{5099 + 400,664 + 49,65}$$

$$U_2 = 0,58181V \quad U_2 = 0,36555V$$

(13)

Ezen megváltozásokból ki is vehető, hogy milyen képletekkel lehet megadni azt, hogy hogyan változik meg a kimeneti feszültség, ha drasztikusan csökkentem a feszültségmérő belső ellenállását. Tulajdonképpen elsősre nagyobb változást vártam, és végülis, hogy 400Ω körülire leeset az érték az mondhatni várható is volt, de a feszültségosztó képletben is nagyobb változást hittem, de igazából tényleg nem jelentős, mivel a kb $5k\Omega$ -ossal van sorosan kötve, és amellet ez a 600Ω eltörpül mondhatni.

LEZÁRÁS

Újra használatba vettük az Elvis III mérőműszert, de immáron több funkcióját is kihasználtuk, valamint építettünk egy kisebb áramkört, ami szintén nagyon tetszett. Jól használható szoftver az LTspice is, tényleg jól alkalmazható a valóság, és a modell közti különbségek feltárására. Összességében izgalmas mérés labor volt ez.

HIVATKOZÁSOK

- [1] NI, „Ni elvis iii using your instruments,” 03 2023. [Online]. Available: <https://www.ni.com/docs/en-US/bundle/ni-elvis-iii-using-instruments/page/dmmsignal.html#GUID-85C2C093-C6FA-4963-A11A-57E109492515>
- [2] —, „What is ni elvis?” 2023. [Online]. Available: <https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fwww.ni.com%2Fen-ph%2Fshop%2Fengineering-education%2Fengineering-lab-stations%2Fni-elvis-engineering-lab-workstation%2Fwhat-is-ni-elvis.html&psig=AOvVaw1j2Zk9C44YHWDXJOnfXuz8&ust=1681417984230000&source=images&cd=vfe&ved=0CBEQjRxqFwoTCPjxyp-Ypf4CFQAAAAAdAAAAABAE>
- [3] E. Learn, „What are resistors? types of resistors and their uses,” 2023. [Online]. Available: <https://engineeringlearn.com/what-are-resistors-types-of-resistors-and-their-uses-complete-details-with-pictures/>
- [4] Calculator.net, „Resistor calculator,” 2023. [Online]. Available: <https://www.calculator.net/resistor-calculator.html>
- [5] D. G. J. D. F. Zoltán, „Elektrotechnikai alapkapsolások,” 2019. [Online]. Available: http://eta.bibl.u-szeged.hu/2162/7/EFOP343_16_2016_00014_API_Fabulya_Zoltn_Gyeviki_Jnos_Elektrotechnikai_alapkapsolsok_2019_06_29.pdf
- [6] K. András, „Áramkörmélet, hálózati egyenletek, kapcsolások,” 04 2023. [Online]. Available: https://moodle.ppke.hu/pluginfile.php/73853/mod_resource/content/1/Bev_Meres_2022_KH_feszoszt.pdf