

Matematikai Analízis I.

Tételjegyzék 2023.

- Természetes számok. **Teljes indukció.** Valós számok bevezetése. Cantor axióma és Cantor féle közös-pont tétel. (B vázlat)
 - Halmaz korlátossága. **Infimum és supremum.** Kapcsolat a minimum és maximum fogalmakkal (B).
- Háromszög egyenlőtlenség.** (B) Bernoulli egyenlőtlenség. Számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenség.
 - Számsorozat. Korlátosság. **Határérték.** Divergens számsorozat, típusai.
- Számsorozat **konvergencia és korlátosság kapcsolata** (B). Határérték tulajdonságai.
 - Cauchy sorozat.** Kapcsolat konvergenciával (részben B). $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ konvergens-e?
- Monoton és korlátos sorozat jellemzése** (részben B).
 - Az e szám értelmezése** (B). Nevezetes sorozat határértékek e kapcsán.
- Rész-sorozat.** Monoton rész-sorozat. **Bolzano-Weierstrass tétel.** (B)
 - Határérték monotonitása. **Rendőrelv** (B). Nevezetes sorozat határértékek, pl rac. törtek.
- Számsorozat torlódási pontja.** Határérték és torlódási pont. Számtani-átlag sorozat.
 - Függvény definíció. **Inverz függvény létezése.**
- Folytonosság egy pontban,** geometriailag. Sorozatfolytonosság. Folytonos függvény tulajdonságai (B).
 - Határérték és folytonosság kapcsolata. Bolzano tétel** (B. vázlat). Következmények.
- Függvény határértéke véges pontban.** $\frac{\sin(x)}{x}$ határértéke 0-ban. (B)
 - Egyoldali határértékek. Szakadási helyek. Példák Nevezetes függvény határértékek.
- Rendőr elv függvény határértékére (B). **Átviteli elv.**
 - Határérték fogalom kiterjesztése:** végtelenben ill. határérték $\pm\infty$, példák.
- $[a, b]$ -n értelmezett folytonos függvények: **Weierstrass 1. és 2. tétele.**
 - Differencia- és **differenciálhányados.** Geometriai és fizikai jelentés. Érintő egyenes egyenlete (B).

11. (a) **Folytonosság és differenciálhatóság kapcsolata.** (B)
(b) Elemi függvények deriváltja. $f(x) = x^2$ ill. $f(x) = \sin(x)$ derivált (B).
12. (a) **Differenciálási szabályok.** Speciálisan: szorzatfv deriváltja (B).
(b) **Inverz függvény deriváltja.** Példa: $f(x) = \ln(x)$ deriváltja (B).
13. (a) Trigonometrikus függvények inverzei, azok deriváltjai (egyikre B).
(b) Magasabb rendű deriváltak. **L'Hopital szabály.** Általános esetek.
14. (a) **Rolle közéérték tétel** (B). Lagrange féle közéérték tétel.
(b) Következmény: **Integrálszámítás I. alaptétele.** (B)
15. (a) **Monoton** differenciálható függvények (B). **Konvex és konkáv** függvények. Ezek deriváltja. Inflexió.
(b) Lokális és globális szélsőérték. Lokális szélsőérték létezés **szükséges** (B) és elégséges feltétele.
16. (a) **Primitív függvény.** Határozatlan integrál alaptulajdonságai (B).
17. (a) Riemann-integrál: **szemléletes jelentés.** Közelítő összegek. **Integrálhatóság definíció.**
Pl: nem integrálható fv(B).
18. (a) Integrálfüggvény. **Integrálszámítás II. alaptétele.** (B vázlat)
(b) Lokálisan integrálható függvény. Improprius integrál, tulajdonságai.
19. (a) **Newton-Leibniz tétel.**
(b) Integrálközép. Integrál közéérték tétel. (B)
20. (a) **Parciális integrálás.** Alapesetek. (B: levezetés)
(b) **Helyettesítés integrálban, határozott alak.**
21. (a) **Hatványfüggvény improprius integrálja $(0, 1)$ -ben.** (B)
(b) Elégséges feltétel improprius integrálhatóságra $(0, a)$ -ban.
22. (a) **Hatványfüggvény improprius integrálja $(1, \infty)$ -ben.** (B)
(b) Majoráns és minoráns kritériumok improprius integrál létezésére.
23. (a) **Differenciálegyenlet értelmezése.** Általános és partikuláris megoldás.
(b) $y' = ay$ megoldása, ahol $a \neq 0$ konstans (B).

24. (a) **Szeparábilis DE. Megoldása.** (B)
(b) Robbanás egyenlete. A megoldás látszólagos ellentmondásának feloldása. (B)
25. (a) **Homogén LDE.** Homogén LDE általános megoldása (B) .
(b) Inhomogén LDE általános megoldása. **Egy partikuláris megoldás:** állandók variálása (B)
vagy próbafüggvény módszer.
26. (a) **Végtelen sor. Konvergencia.** Szükséges feltétel konvergenciára. (B) Divergencia teszt.
(b) Cauchy kritérium sorokra. Összehasonlító kritériumok sorokra: **majoráns és minoráns.**
27. (a) **Végtelen mértani sor.** A konvergencia feltétele, a sor összege (B).
(b) **Hányados-kritérium** (B vázlat), ennek gyengített változata.
28. (a) **Abszolút konvergens sor.** Kapcsolat konvergenciával (B vázlat).
(b) **Gyökkritérium** (B vázlat), ennek gyengített változata.