

# Lineáris algebra és diszkrét matematika I.

## 2. Zárthelyi

### B csoport

2023/11/29

1. Legyen  $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ -6 & 5 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ . Adjuk meg az alábbi mátrixokat! Amennyiben valamelyik nem létezik, állapítsa meg ennek tényét, és válaszát indokolja!
- (a) (2 pont)  $A \cdot B^T$
  - (b) (2 pont)  $B^{-1}$
  - (c) (2 pont)  $C^{-1}$
  - (d) (2 pont)  $B \cdot C$
  - (e) (3 pont)  $2 \cdot A - B^T \cdot B$
  - (f) (\* pont) Bázist alkotnak-e a  $C$  mátrix oszlopvektorai  $\mathbf{R}^3$ -ban? Válaszát indokolja.
2. (a) (4 pont) Mondja ki a térbeli felbontási tételt! Adja meg a bázis és a koordináta fogalmát is ebben az esetben!
- (b) (2 pont) Mondja ki a vegyes szorzat definícióját!
- (c) (2 pont) Mondja egy négyzetes mátrix inverzének definícióját!
- (d) (2 pont) Tegyük fel, hogy  $\underline{a}$  és  $\underline{b}$  a papír síkjában van, és  $\underline{a}$  irányából óramutatóval ellentétes (pozitív)  $30^\circ$ -os forgatással jutunk  $\underline{b}$  irányába. Milyen irányú  $\underline{b} \times \underline{a}$  és  $\underline{a} \times \underline{b}$ ? Hogy hívjuk ezt a tulajdonságot?
3. Adott a térben három pont koordinátája.  $A = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ .
- (a) (3 pont) Adja meg az  $A$ ,  $B$  és  $C$  pontok által körbefogott  $S$  sík összes normálvektorát.

- (b) (2 pont) Mekkora az ABC háromszög területe?
  - (c) Határozza meg az  $S$  sík egyenletét.
  - (d) (3 pont) Mit mondhatunk a sík valamely vektora és a normálvektor skaláris szorzatáról? Mondja ki az erre vonatkozó tételt!
4. Adott a térben három vektor:  $\underline{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  $\underline{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$  és  $\underline{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ .
- (a) (4 pont) Számolja ki az  $\underline{a}$ ,  $\underline{b}$  és  $\underline{c}$  vektorok által kifeszített tetraéder térfogatát!
  - (b) (4 pont) Bontsa fel a  $\underline{c}$  vektort a  $\underline{b}$  vektorral párhuzamos és merőleges összetevőkre!
  - (c) (\* pont) A tetraéder mely adatát (vektorát) kapjuk meg ezzel?
  - (d) (1 pont) A  $\underline{b}$  és  $\underline{c}$  vektorok hegyes-, derék- vagy tompaszöveget zárnak be egymással?