

ADATSZERKEZETEK ÉS ALGORITMUSOK

Piros-Fekete Fa
„Hierarchikus adatszerkezetek, keresési fák”

Piros-Fekete fák

- A piros-fekete fa olyan bináris keresőfa, melynek minden pontja egy extra bit információt hordoz:
 - ez a pont színe, amelynek értékei:
 - **PIROS** vagy
 - FEKETE
- A pontok színezésének korlátozásával biztosítható:
 - piros-fekete fában bármely, a gyökértől levélíg vezető út hossza nem lehet nagyobb, mint a legrövidebb ilyen út hosszának kétszerese.
 - Tehát az ilyen fák megközelítőleg kiegyensúlyozottak.

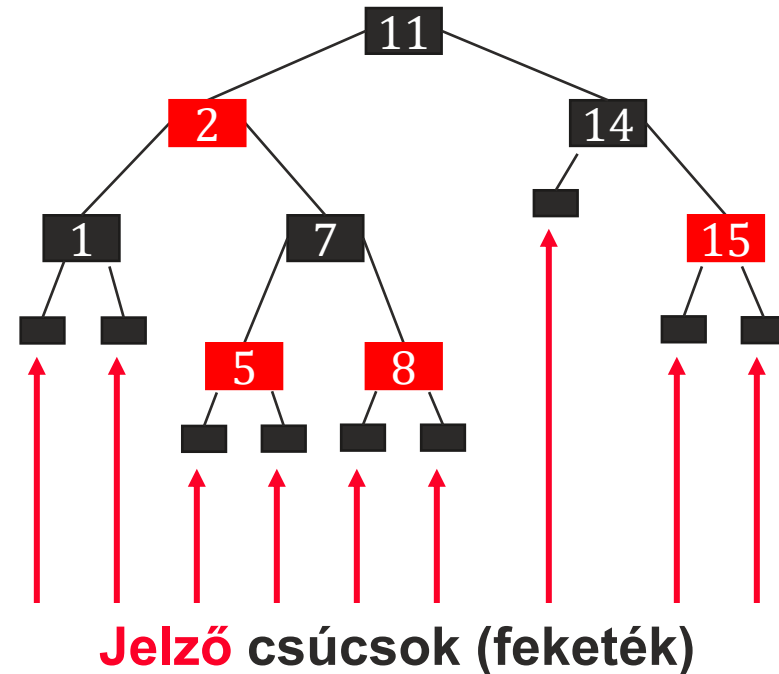
Piros-Fekete fa tulajdonságok

- A fa minden pontja tartalmazza a *szín*, *kulcs*, *bal*, *jobb* és *szülő* mezőket.
- A szokásos bináris keresési fa minden olyan csúcspontját, aminek kevesebb, mint két gyereke van kiegészítjük további gyerekekkel.
 - Ezek lesznek a fa levelei.
 - Speciális, NIL értéket tartalmazó csúcsok lesznek.
 - Így a fa azon pontjai, amelyek valódi adatot tartalmaznak, azok nem lesznek levelek.
- Erre a szerkezeti tulajdonságra épít a definíció.
 - Az implementálás során nem (feltétlen) tároljuk ezeket a csúcsokat.

Piros-Fekete fák

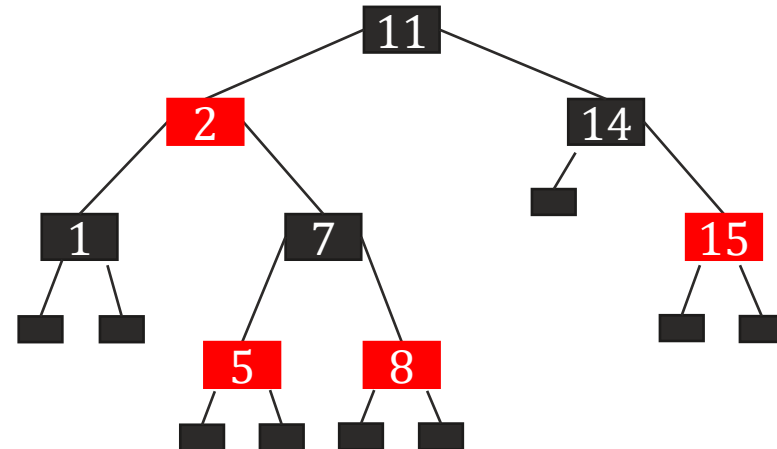
- Egy Piros-Fekete fa
 - Minden csúcs **PIROS** vagy FEKETE
 - A gyökér, és minden levél FEKETE

- A levelek FEKETE „jelző” csúcsok, nem tartalmaznak adatot



Piros-Fekete fák

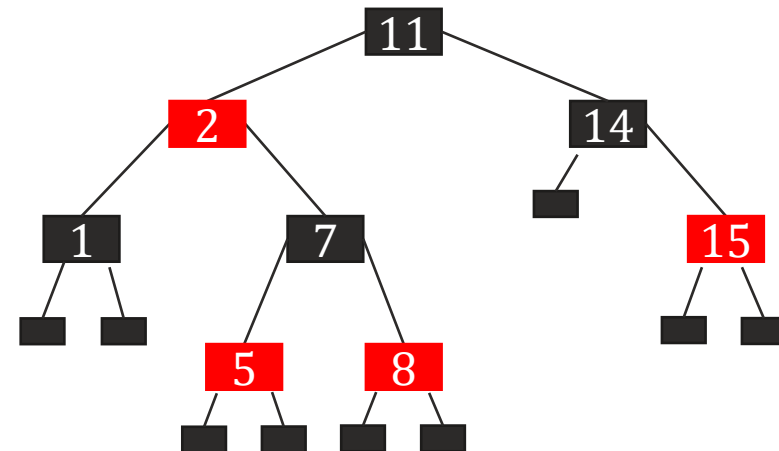
- Egy Piros-Fekete fa
 - Minden csúcs **PIROS** vagy FEKETE
 - A gyökér, és minden levél FEKETE
 - Ha egy csúcs **PIROS**, akkor mindkét gyereke FEKETE
- Ebből következik, hogy egyik úton sem lehet két egymást követő **PIROS** csúcs.
 - De akárhány egymást követő FEKETE csúcs lehet.



Piros-Fekete fa definíciója

- Egy Piros-Fekete fa
 - Minden csúcs **PIROS** vagy **FEKETE**
 - A gyökér, és minden levél **FEKETE**
 - Ha egy csúcs **PIROS**, akkor mindkét gyereke **FEKETE**
 - Minden csúcsból minden út egy levélig ugyanannyi **FEKETE** csúcsot tartalmaz

- A gyökértől minden úton
3 **FEKETE** csúcs van



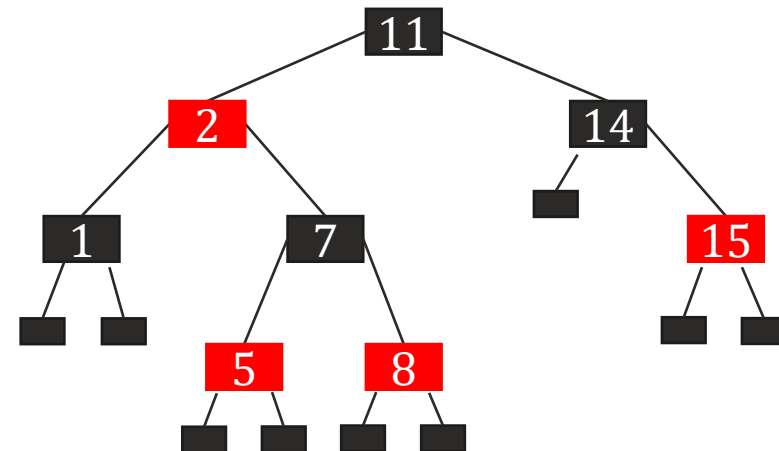
Piros-Fekete fa definíciója

- Egy Piros-Fekete fa

- Minden csúcs **PIROS** vagy FEKETE
- A gyökér, és minden levél FEKETE
- Ha egy csúcs **PIROS**, akkor mindkét gyereke FEKETE
- Minden csúcsból minden út egy levélig ugyanannyi FEKETE csúcsot tartalmaz

- Az x pont fekete-magassága

- $fm(x)$ – az x pontból induló, levélig vezető úton található, x -t nem tartalmazó fekete pontok száma.
- A fa fekete-magassága:
 $fm(\text{a fa gyökere})$



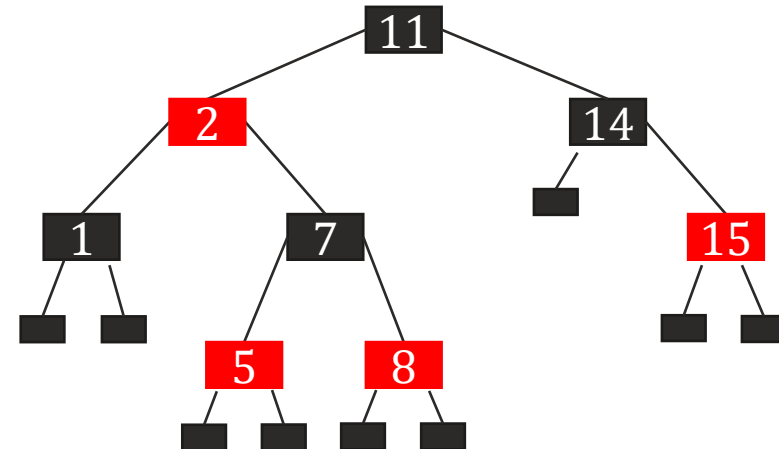
Piros-Fekete fák

- Lemma

- Bármely n belső pontot tartalmazó piros-fekete fa magassága $\leq 2 \log_2(n + 1)$
- A bizonyítás alapja, hogy a magasság $\leq 2 * \text{fekete-magasság}$
 - A részletek a Cormen könyven megtalálhatók

- Keresési idő

- $\mathcal{O}(\log_2 n)$
 - Látható ebből a PF fák hatékonysága



Piros-Fekete fa beszúrás

Következő téma