

ADATSZERKEZETEK ÉS ALGORITMUSOK

AVL fa – animáció
„Hierarchikus adatszerkezetek, keresési fák”

• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Jelölések:

- Csúcs 20
- A felfelé haladás során változott balance faktor érték 0
- A felfelé haladás során nem megváltozott balance faktor érték 0

- AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

- 20

• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

- 20

20

• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

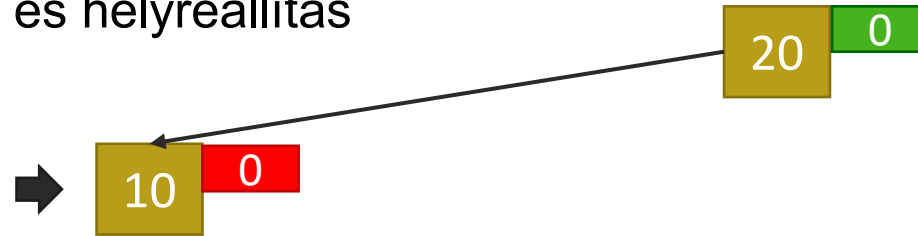
- 10

20

• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

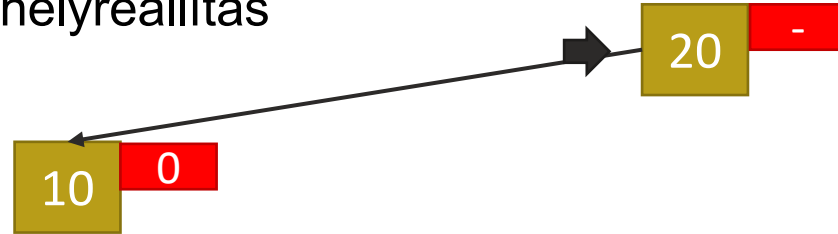
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

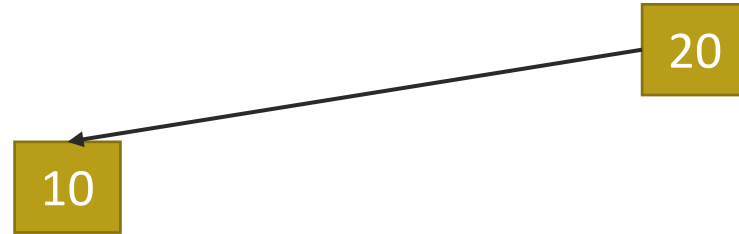
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

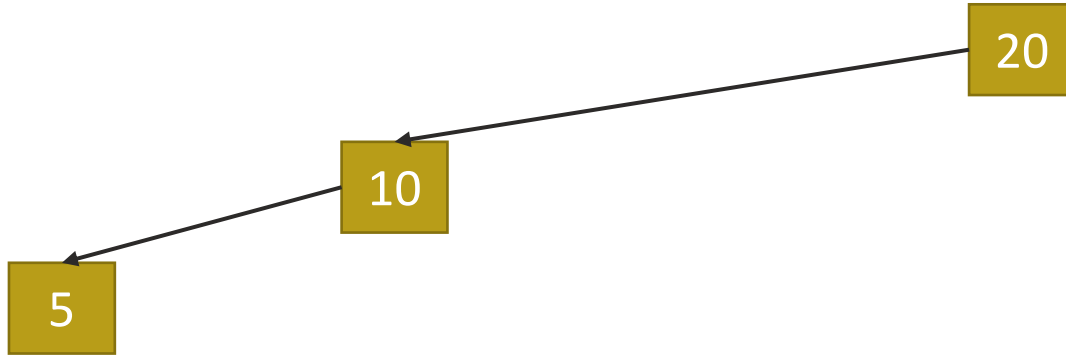
- 5



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

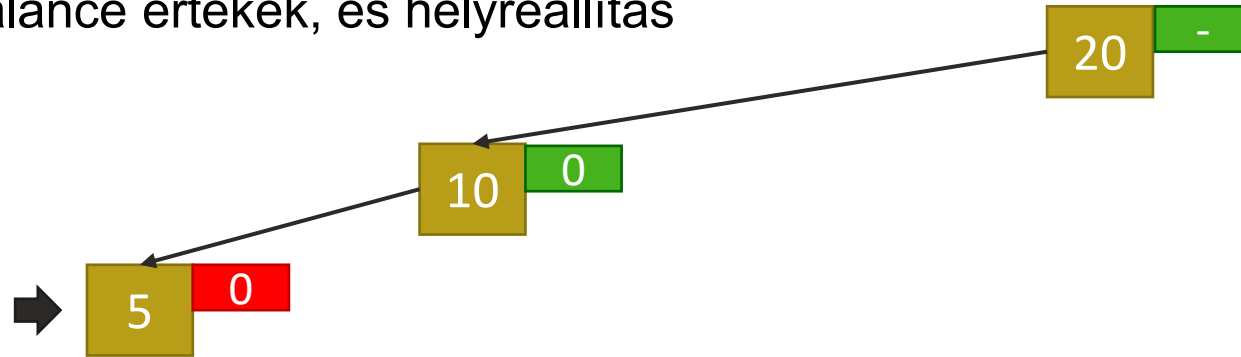
- 5



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

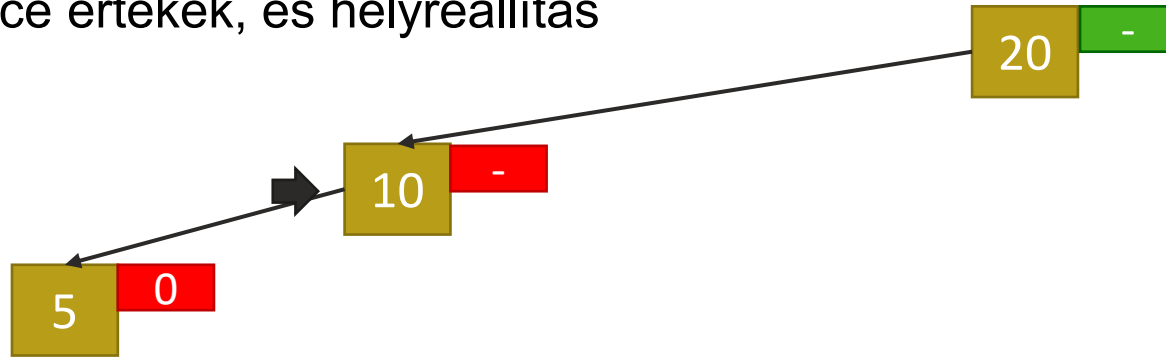
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

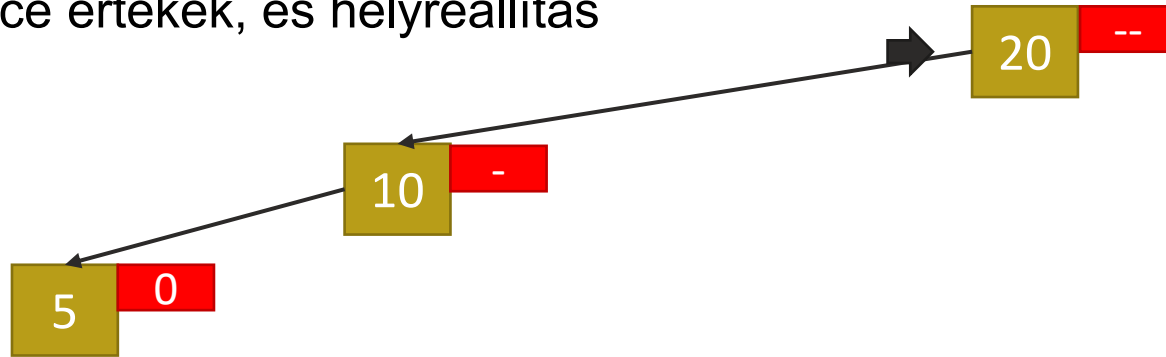
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

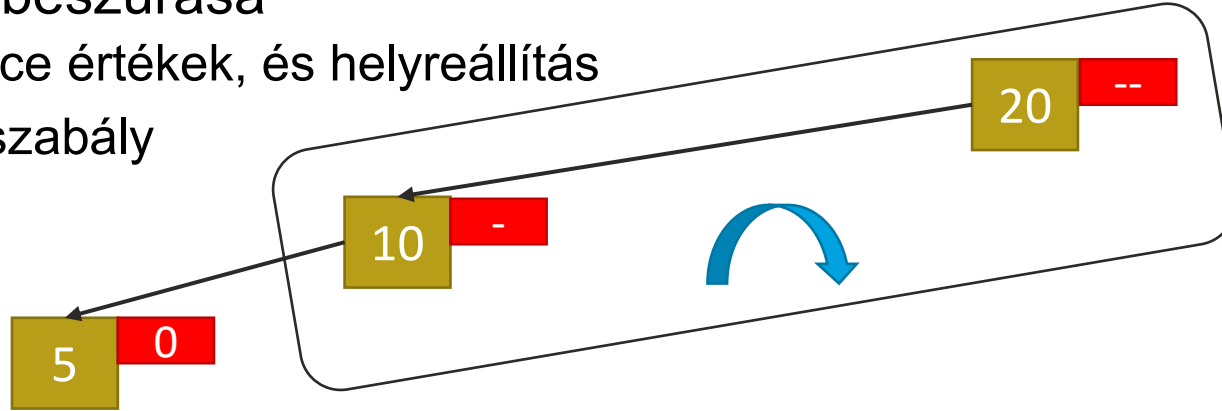
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

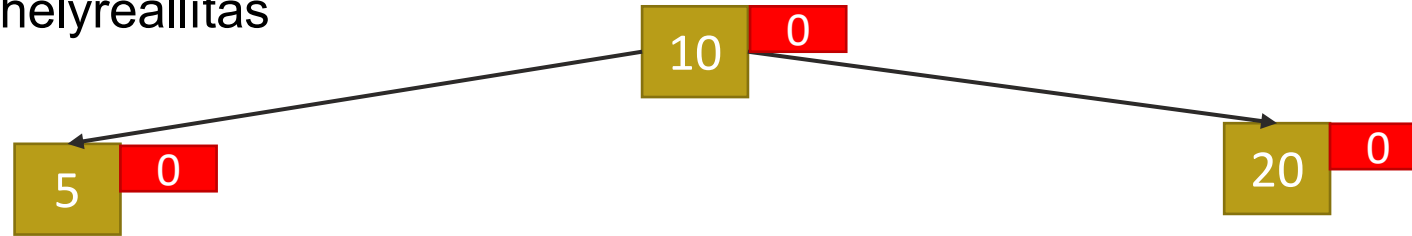
- Balance értékek, és helyreállítás
- (--,-) szabály



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

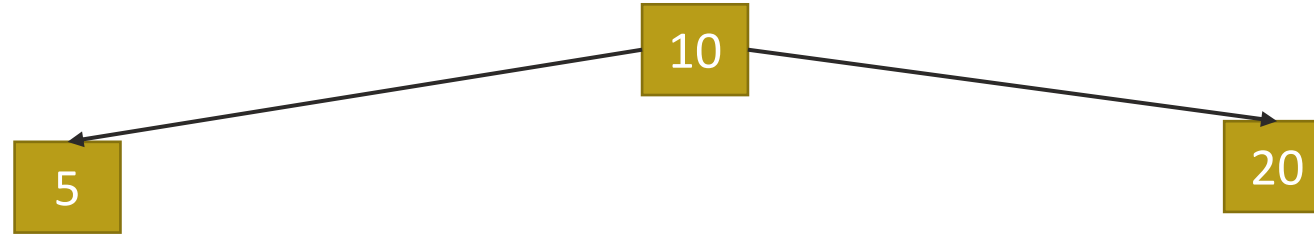
- Balance értékek, és helyreállítás
- Újraszámítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

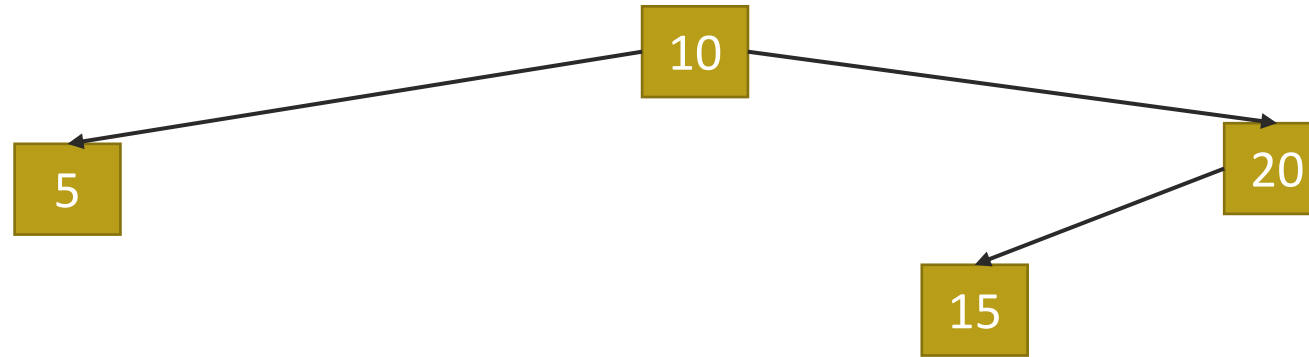
- 15



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

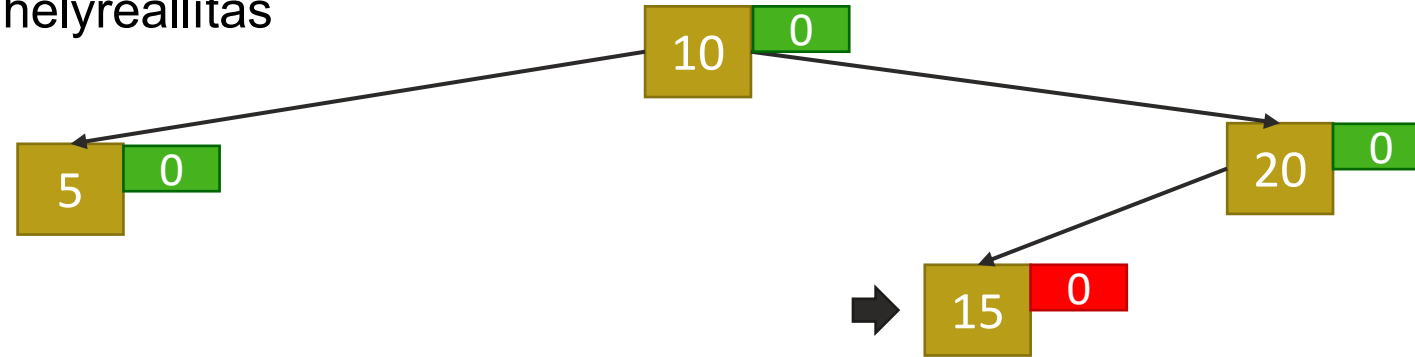
- 15



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

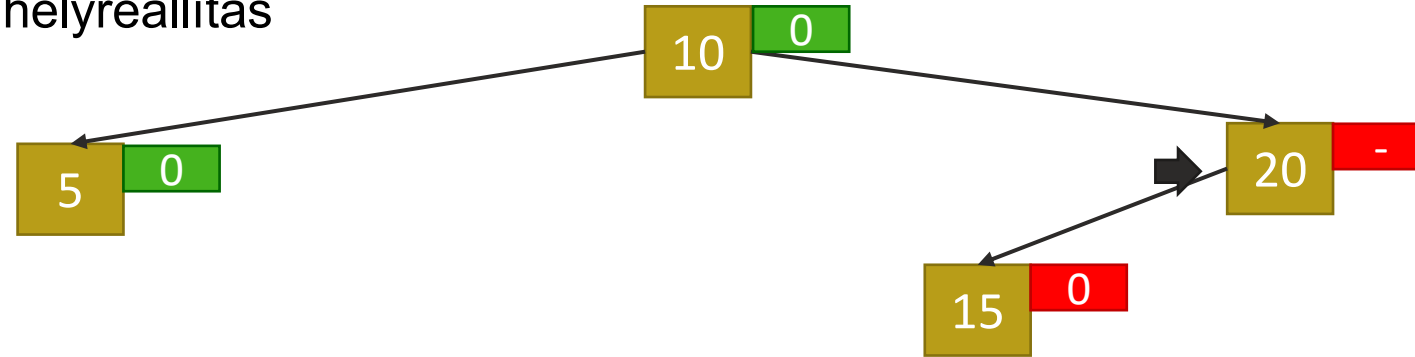
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

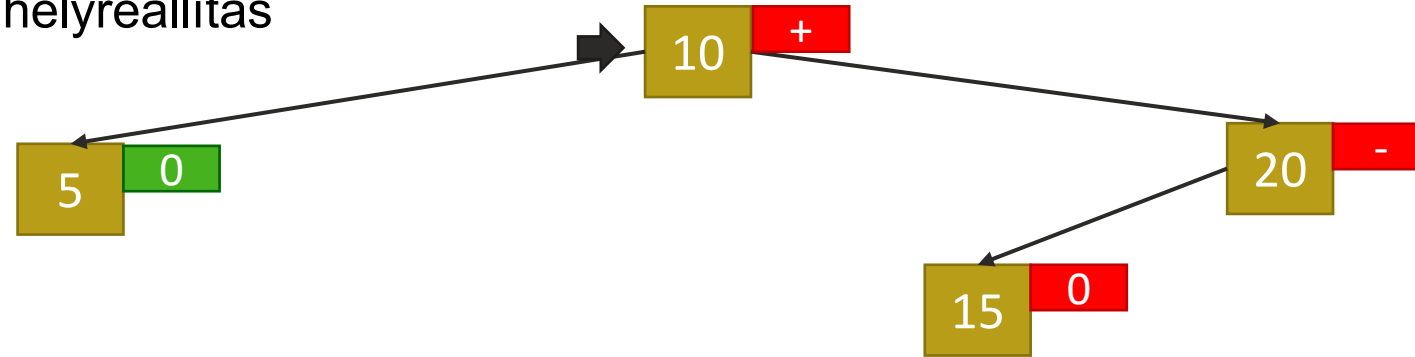
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

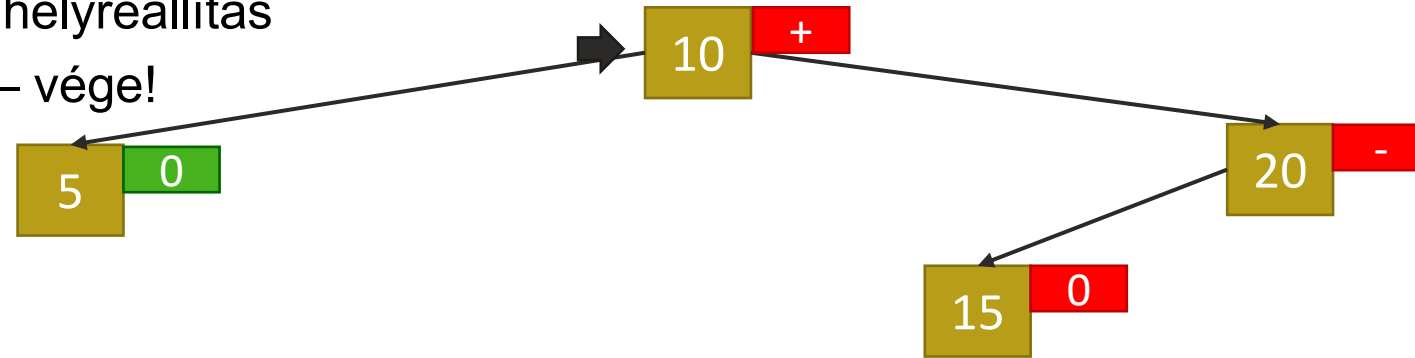
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

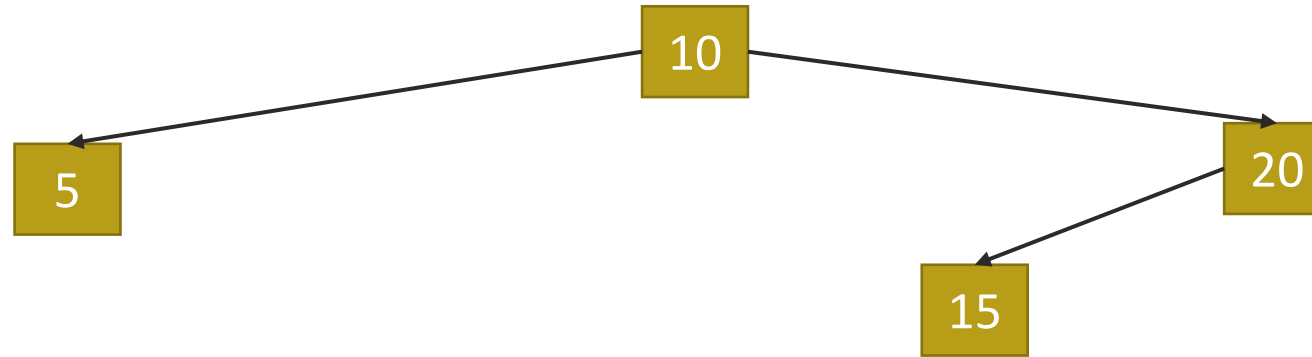
- Balance értékek, és helyreállítás
- Elértünk a gyökérig – vége!



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

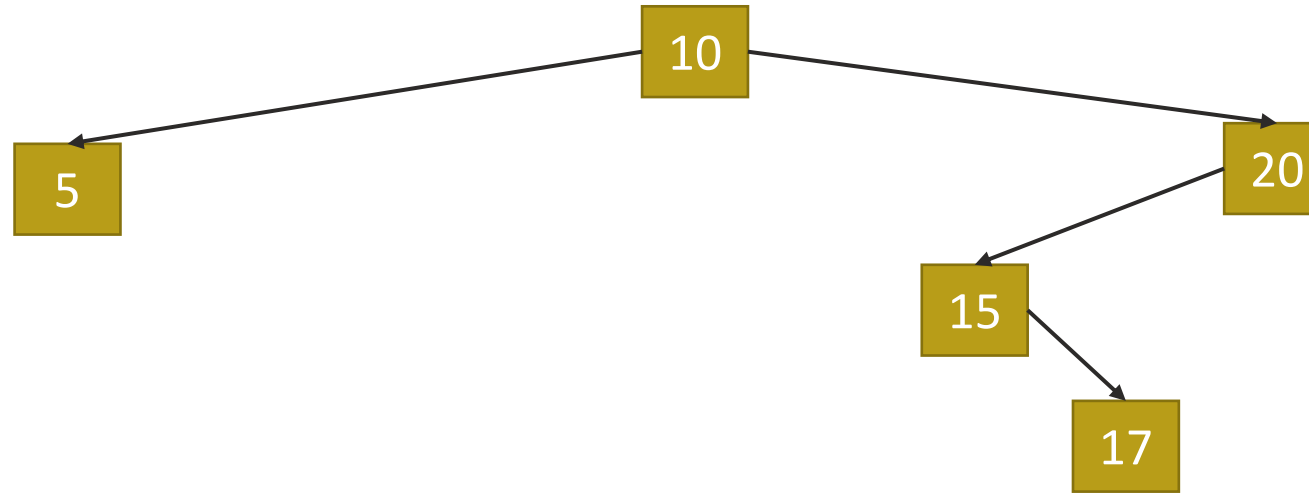
- 17



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

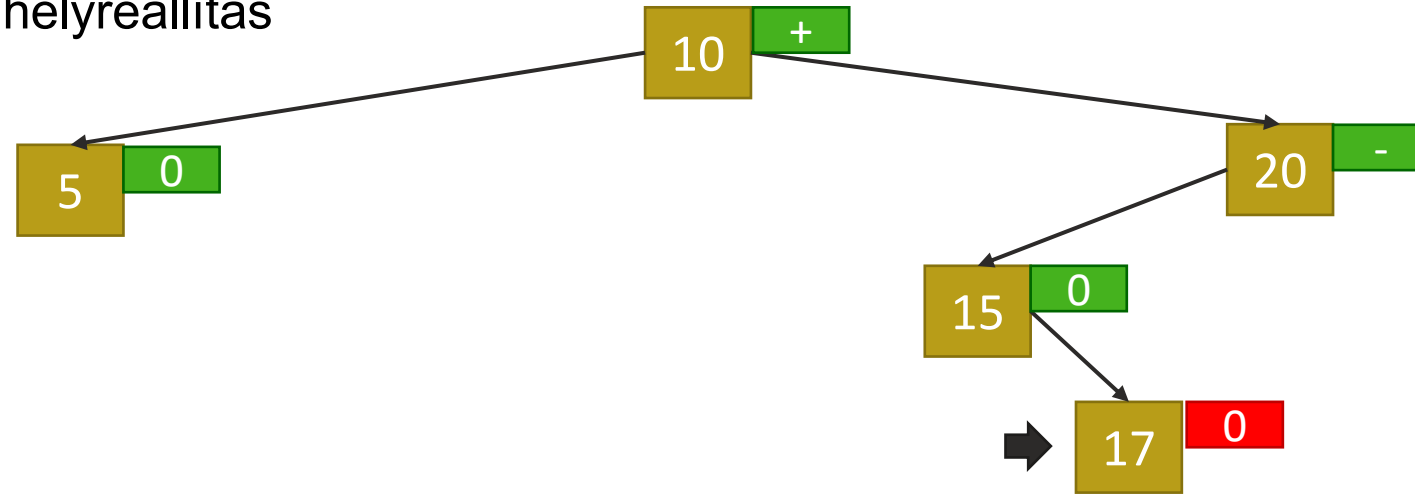
- 17



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

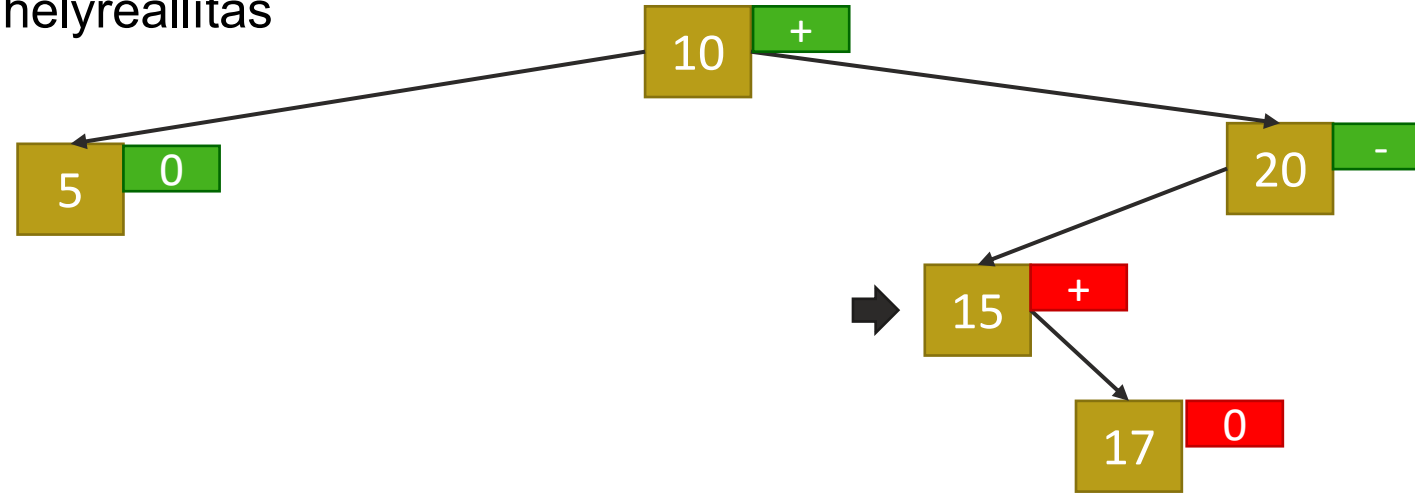
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

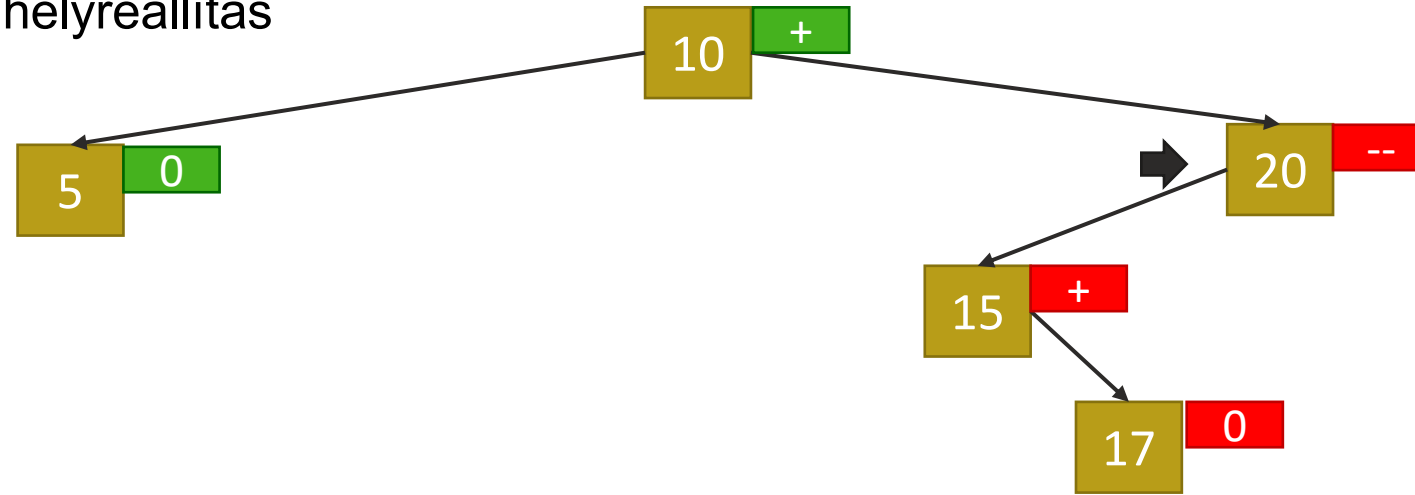
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

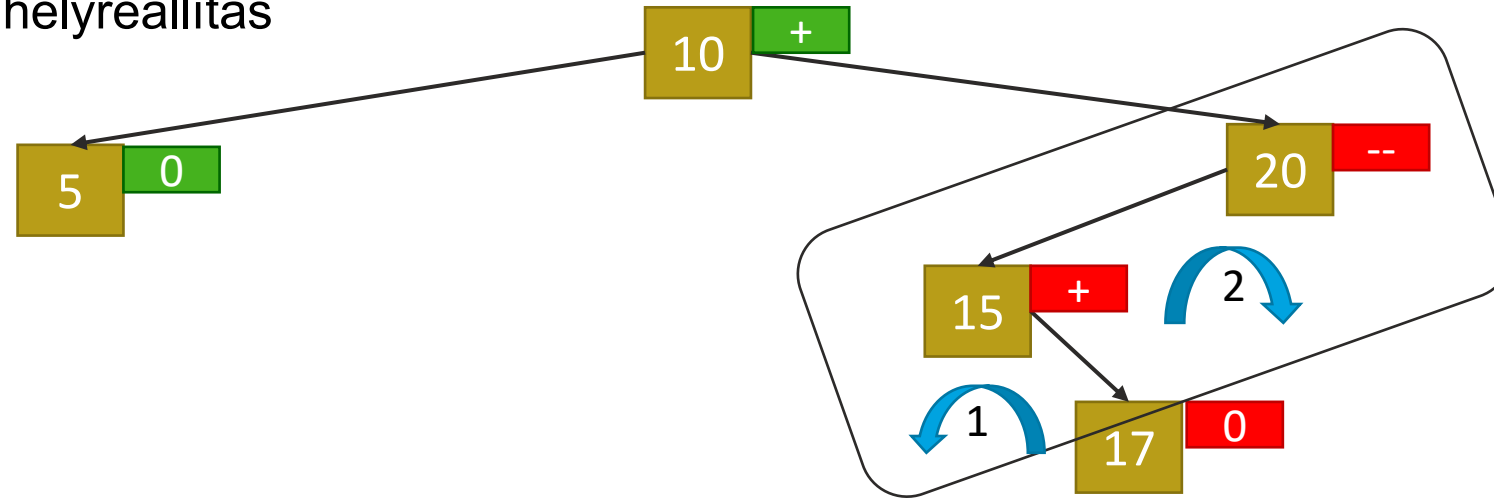
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

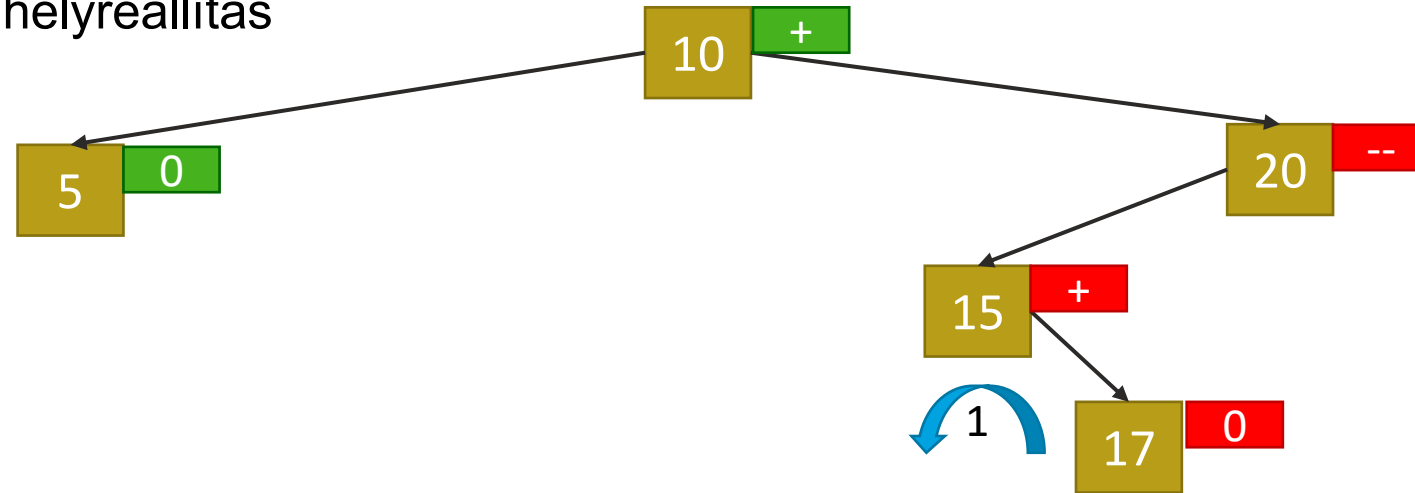
- Balance értékek, és helyreállítás
- (--,+) szabály



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

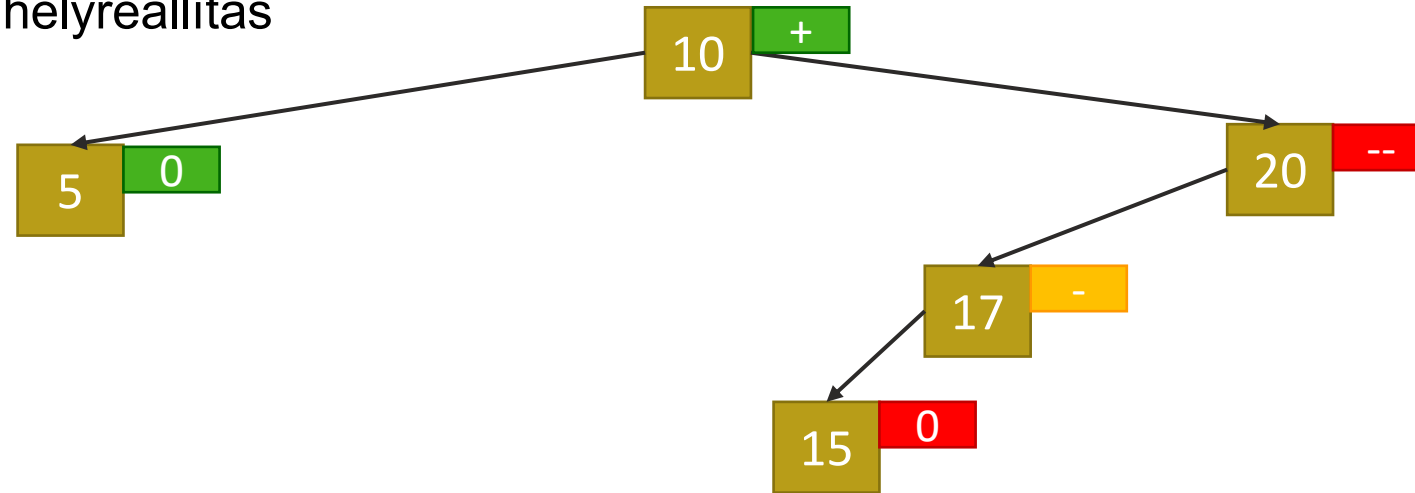
- Balance értékek, és helyreállítás
- (--,+) szabály



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

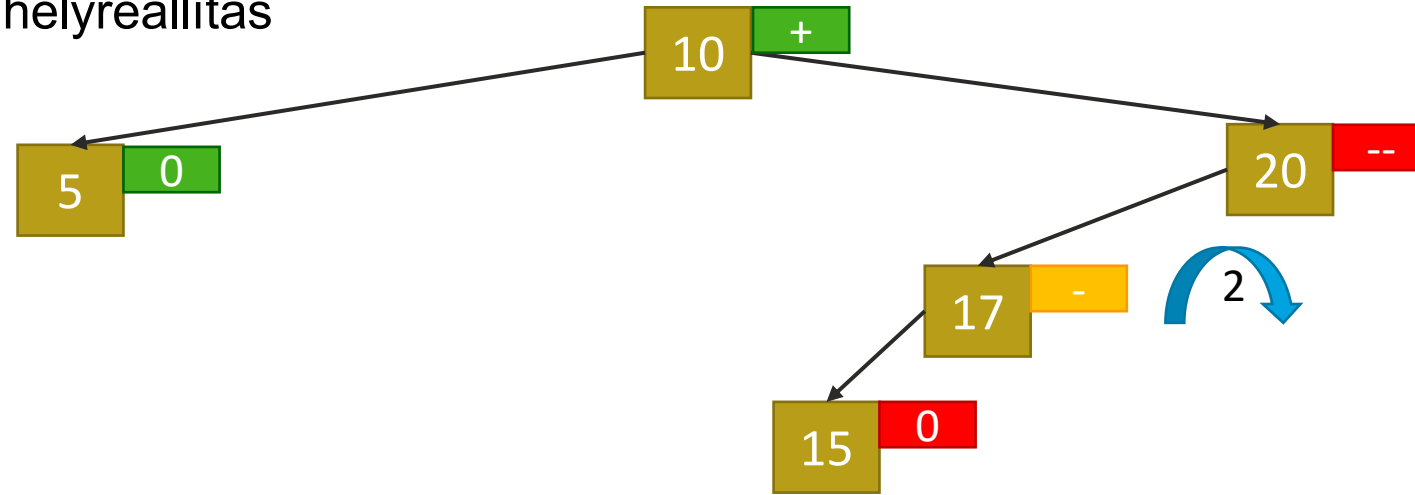
- Balance értékek, és helyreállítás
- (--,+) szabály



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

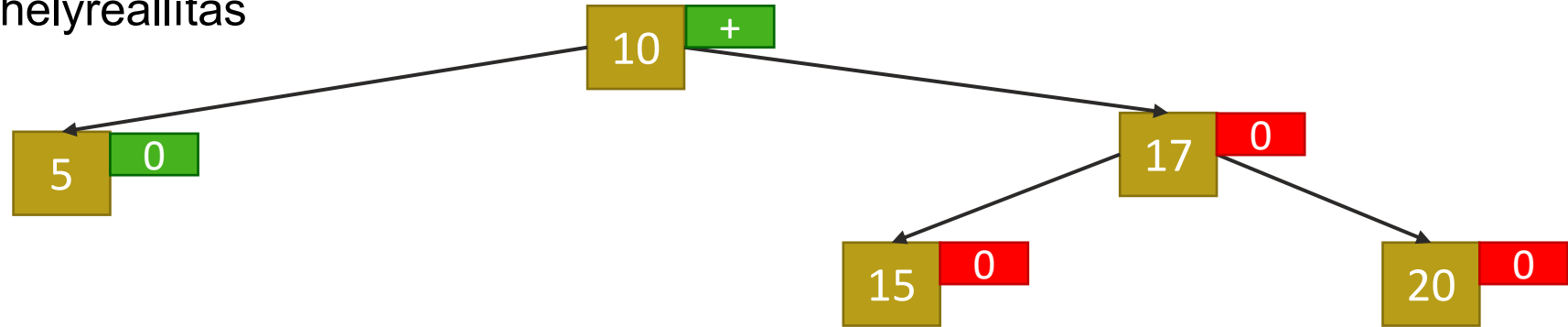
- Balance értékek, és helyreállítás
- (--,+) szabály



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

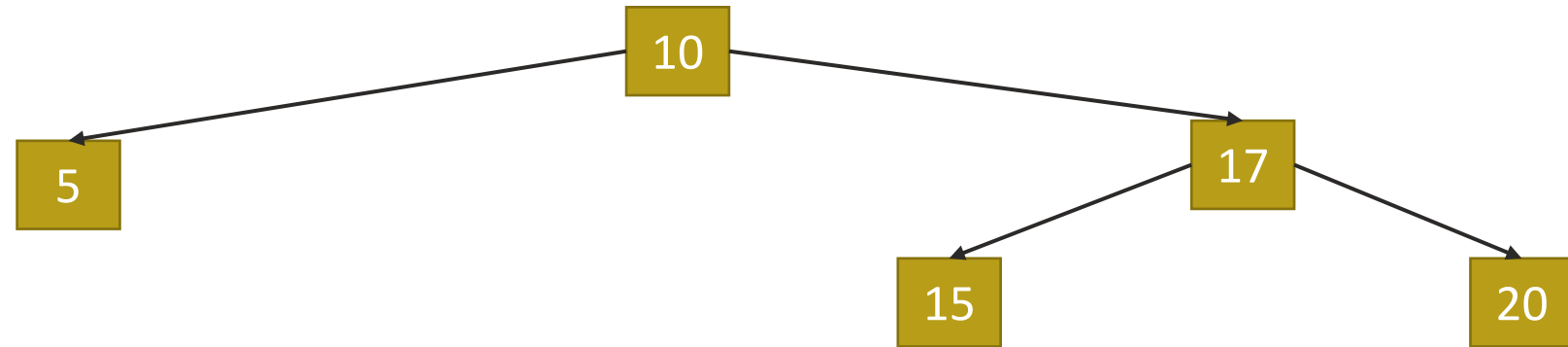
- Balance értékek, és helyreállítás
- Újrászámítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

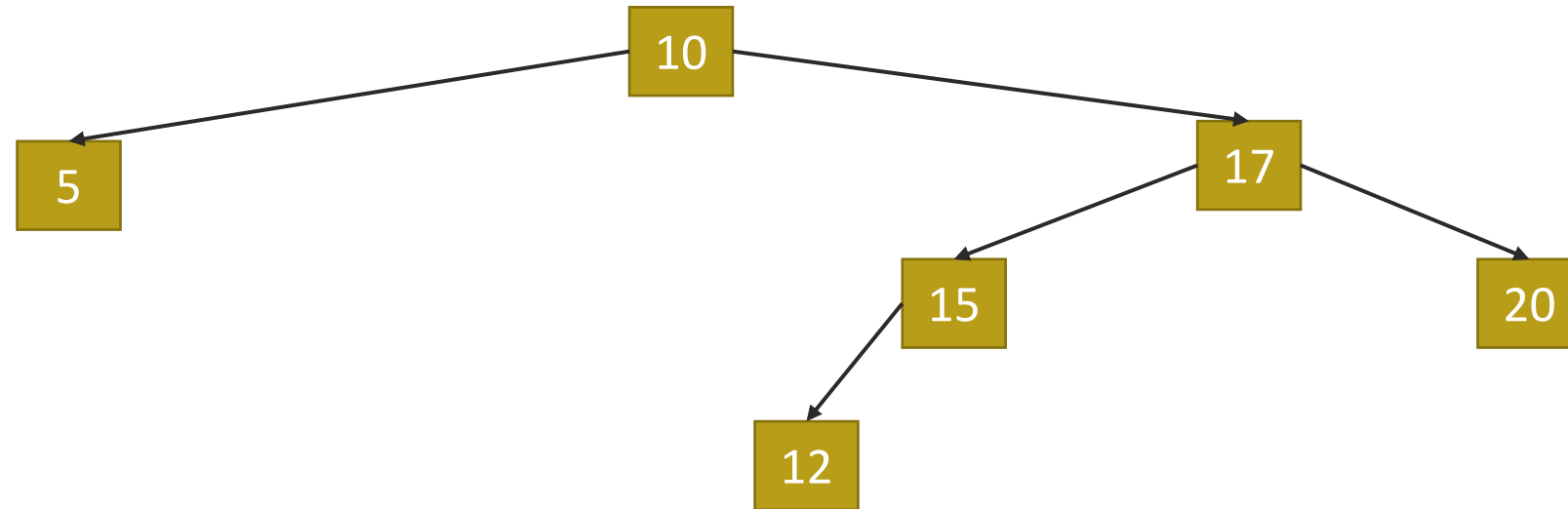
- 12



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

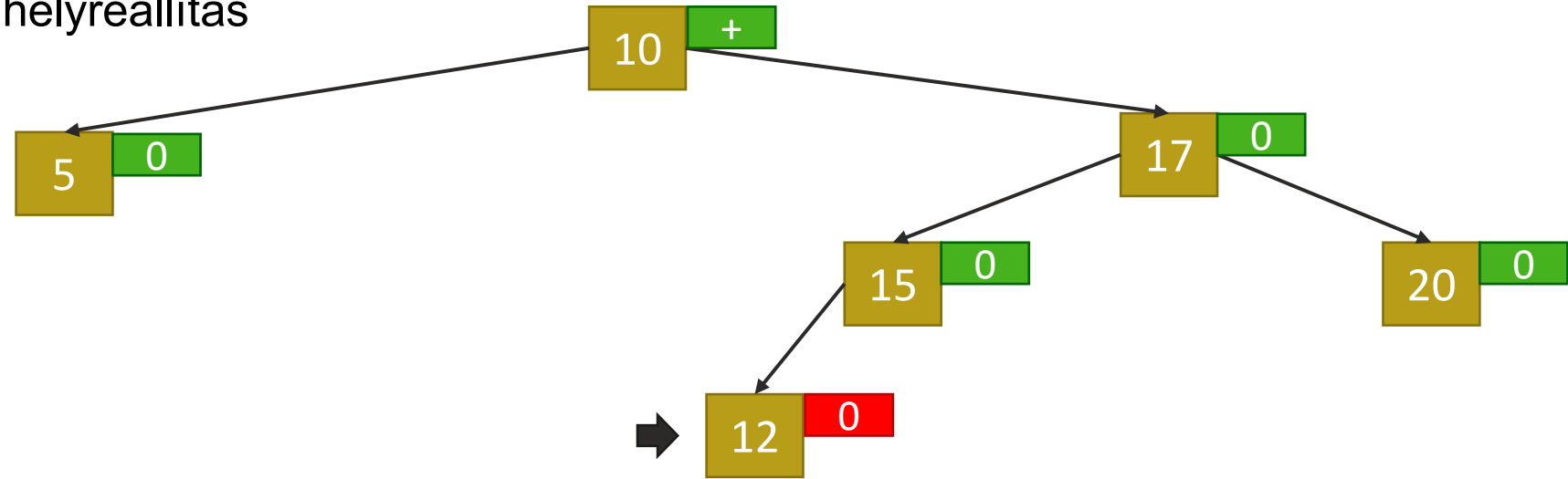
- 12



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

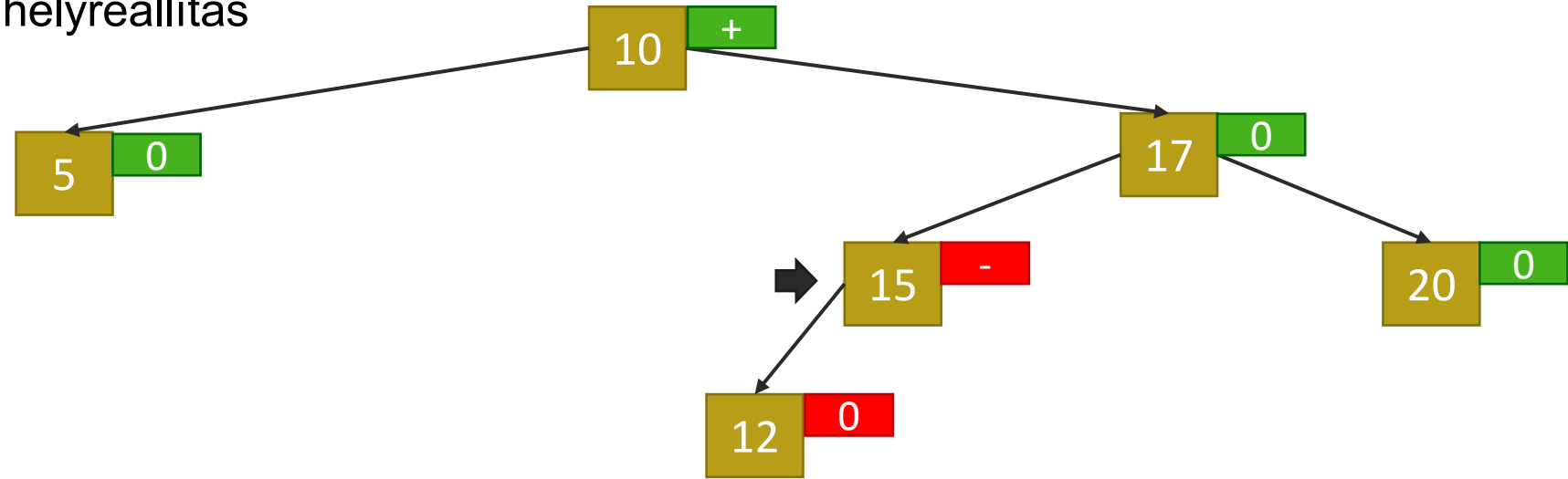
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

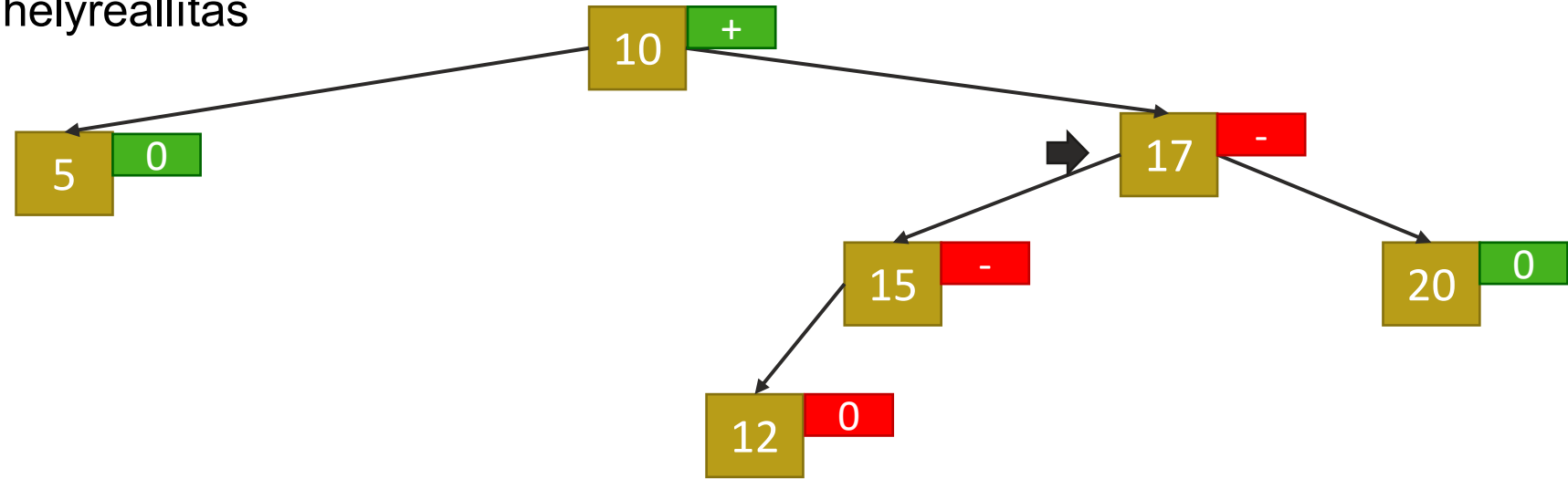
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

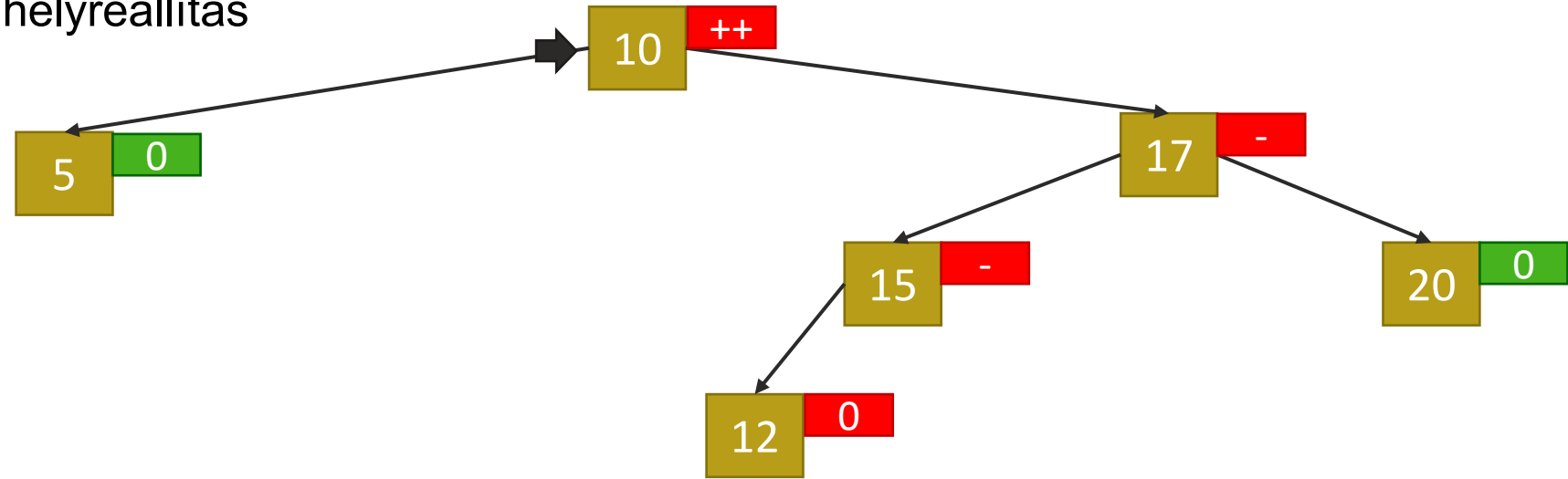
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

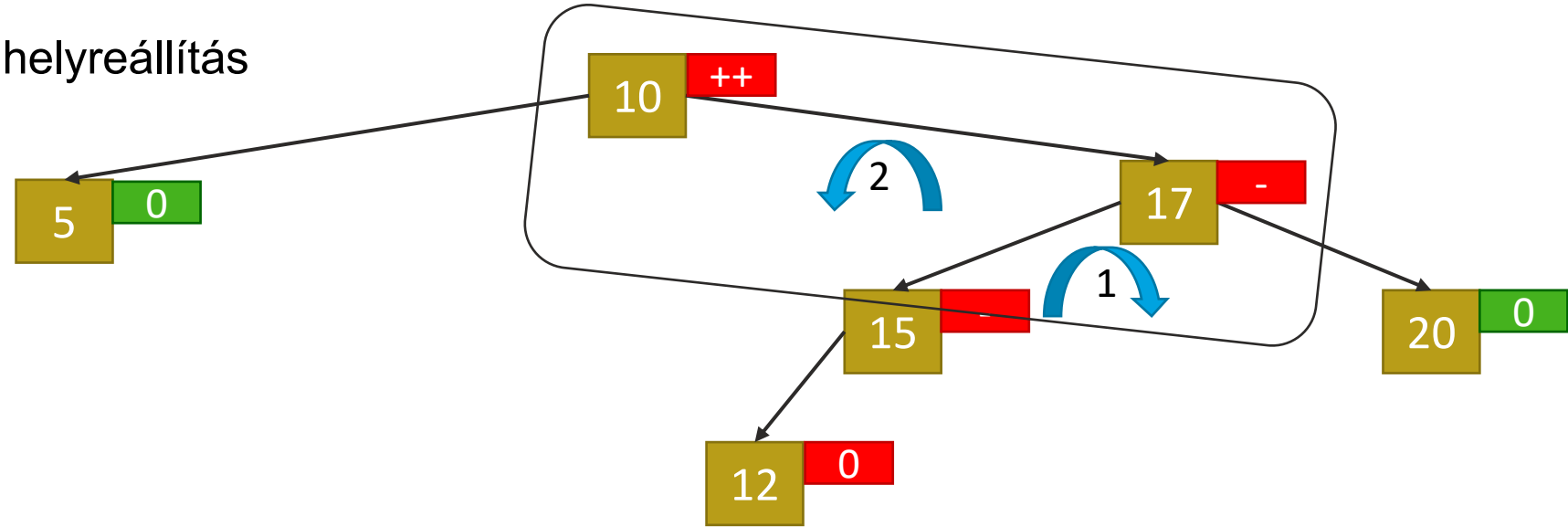
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

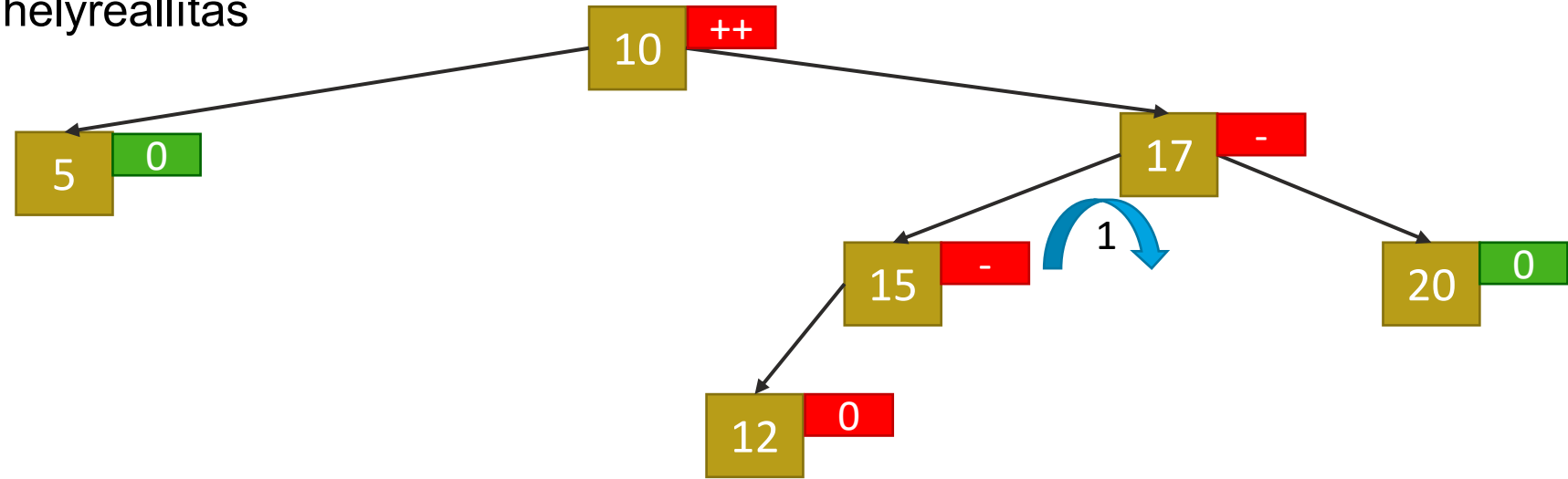
- Balance értékek, és helyreállítás
- (++, -) szabály



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

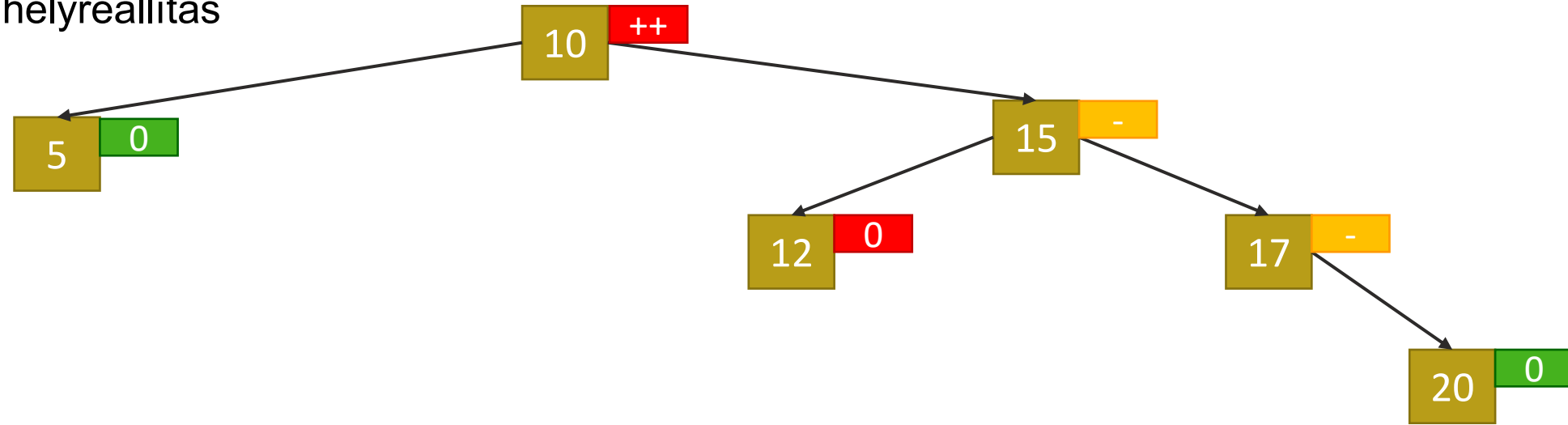
- Balance értékek, és helyreállítás
- (++, -) szabály



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

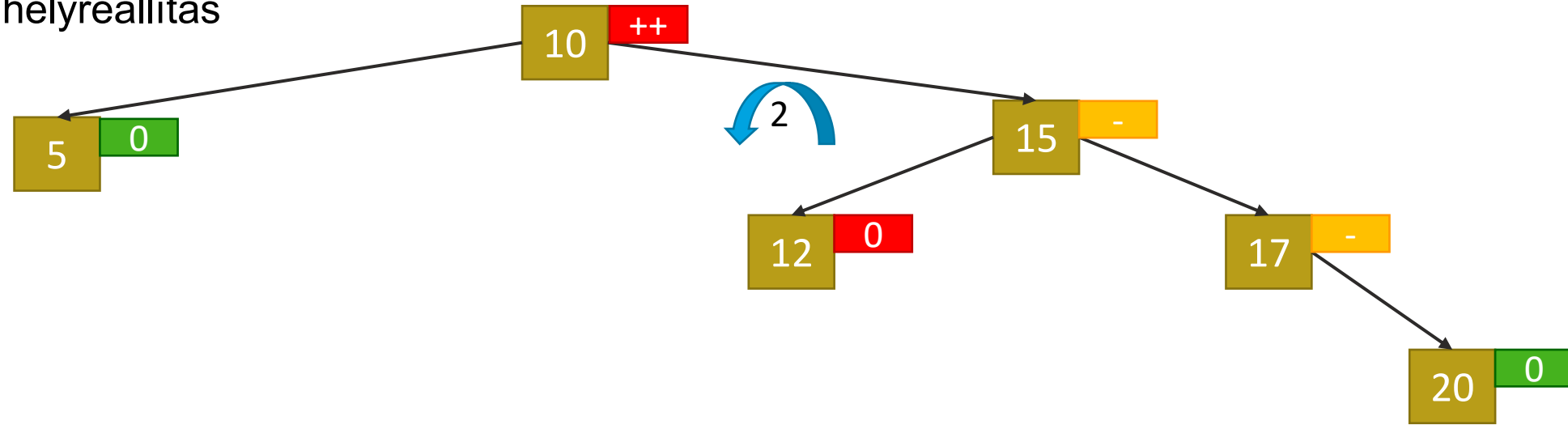
- Balance értékek, és helyreállítás
- (++,-) szabály



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

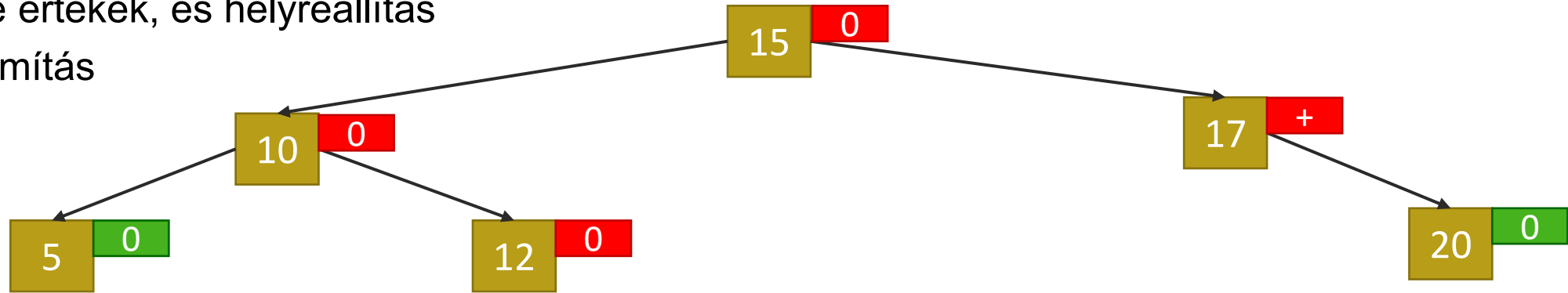
- Balance értékek, és helyreállítás
- (++, -) szabály



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

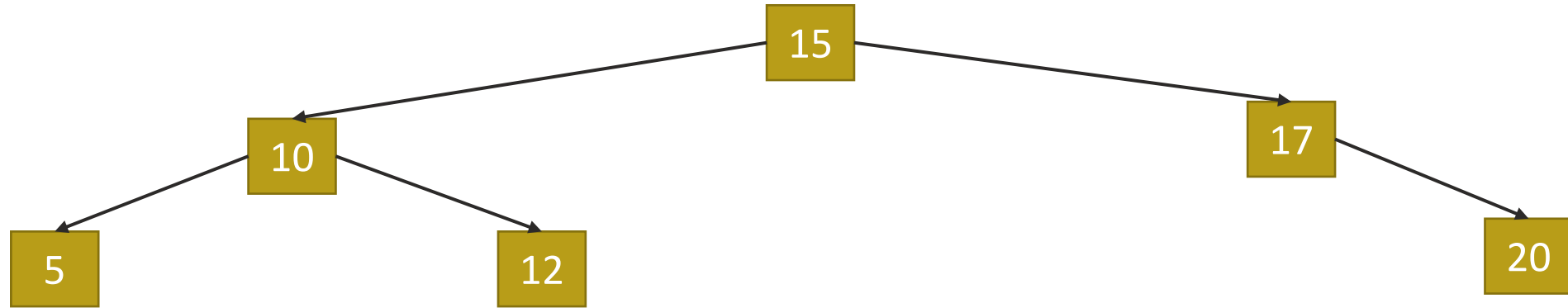
- Balance értékek, és helyreállítás
- Újrászámítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

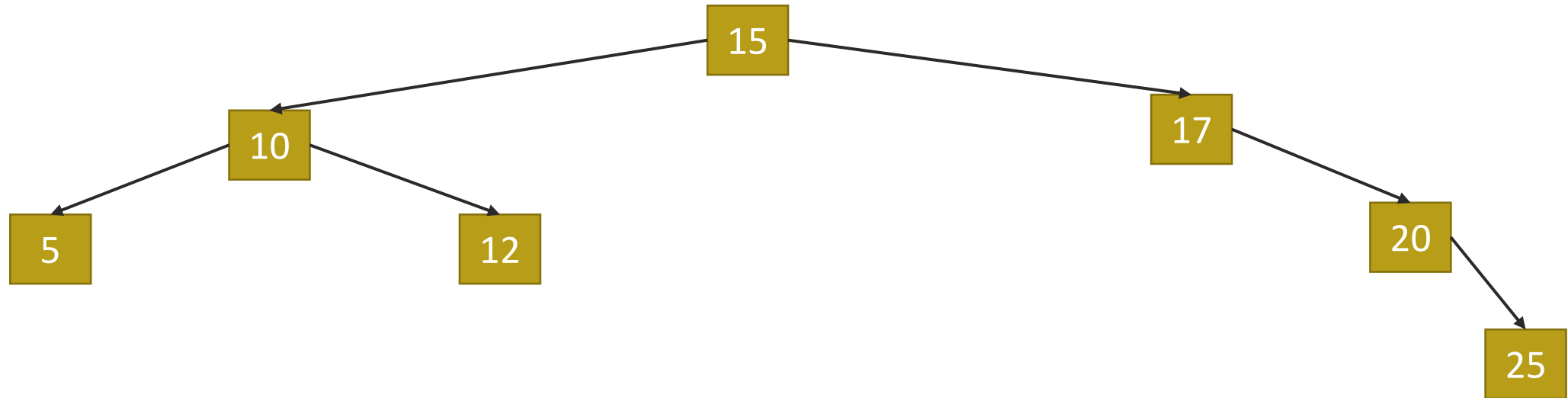
- 25



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

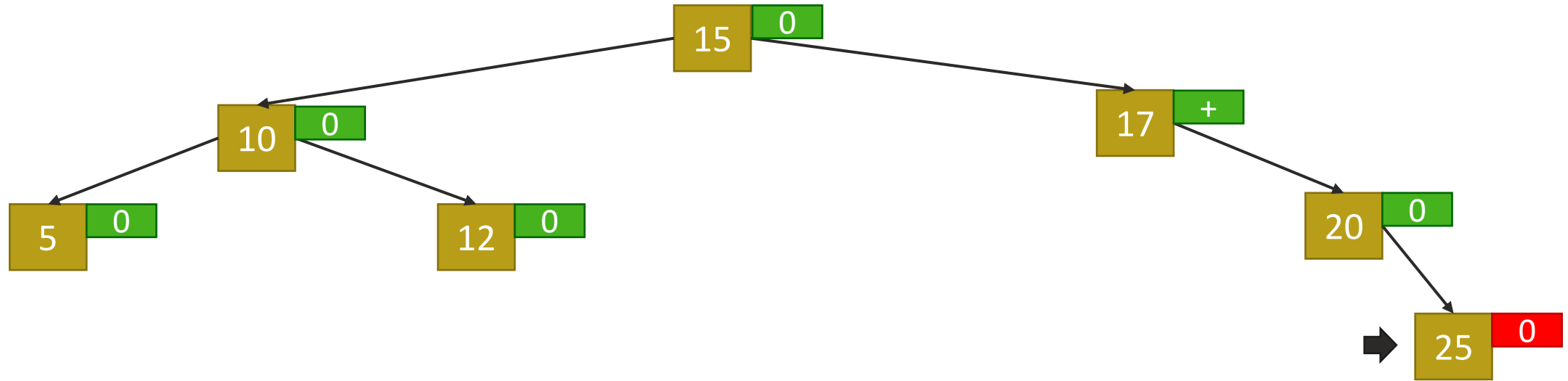
- 25



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

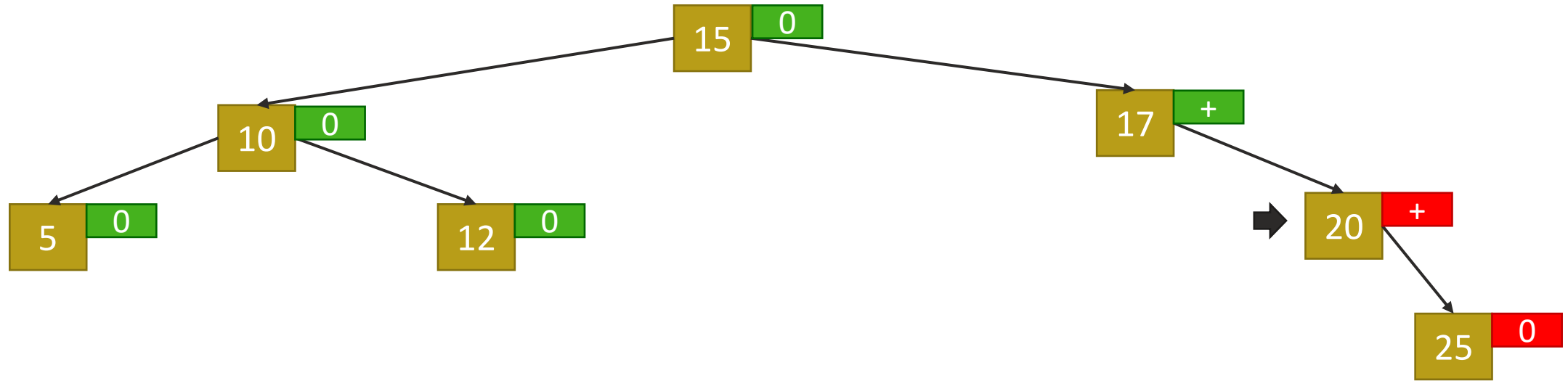
- 25



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

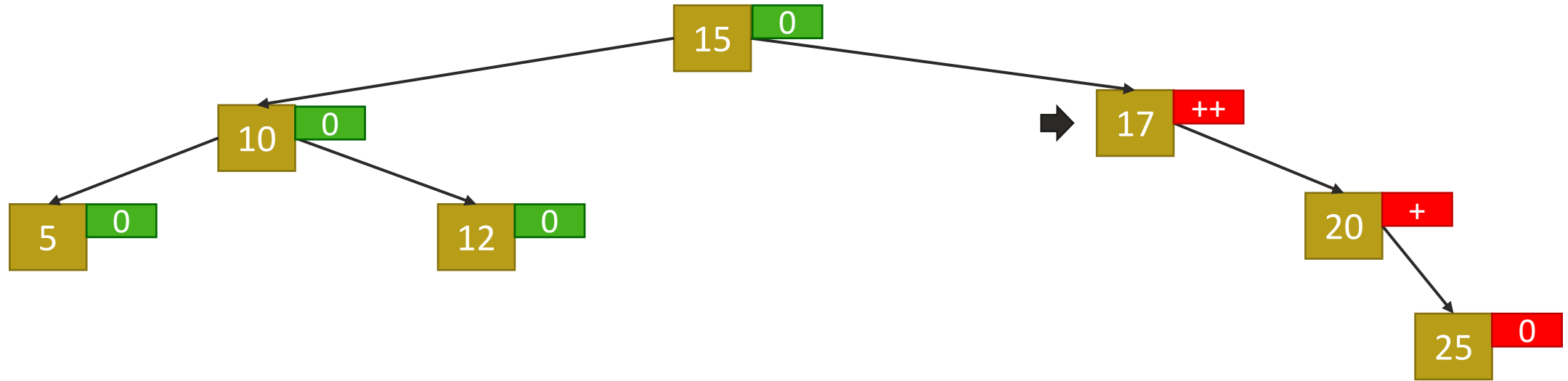
- 25



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

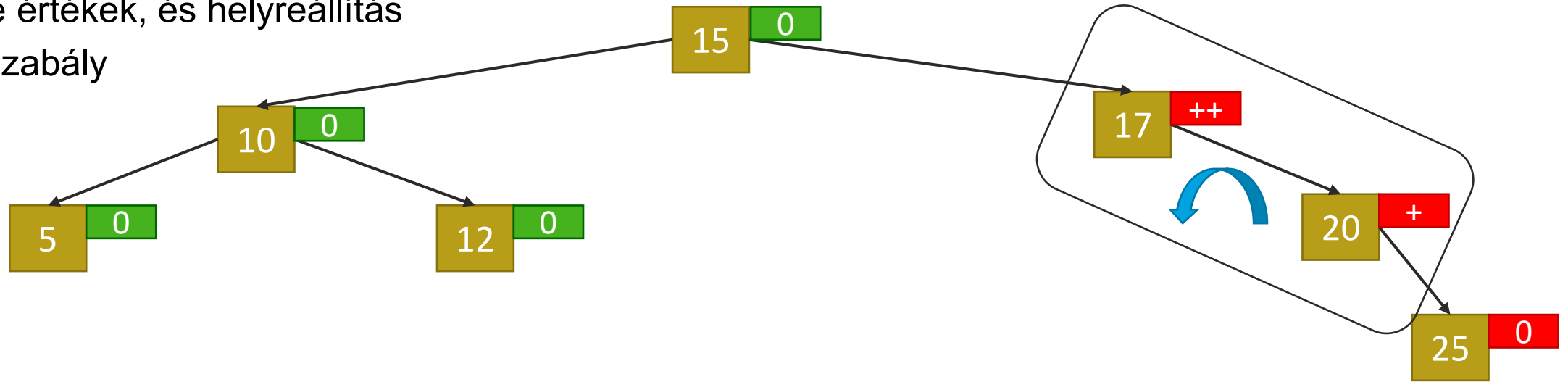
- 25



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

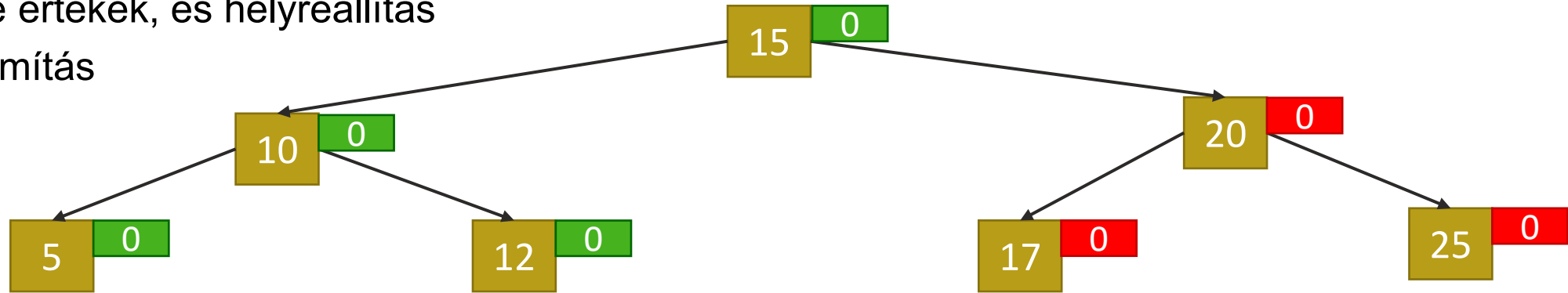
- Balance értékek, és helyreállítás
- (++,+) szabály



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

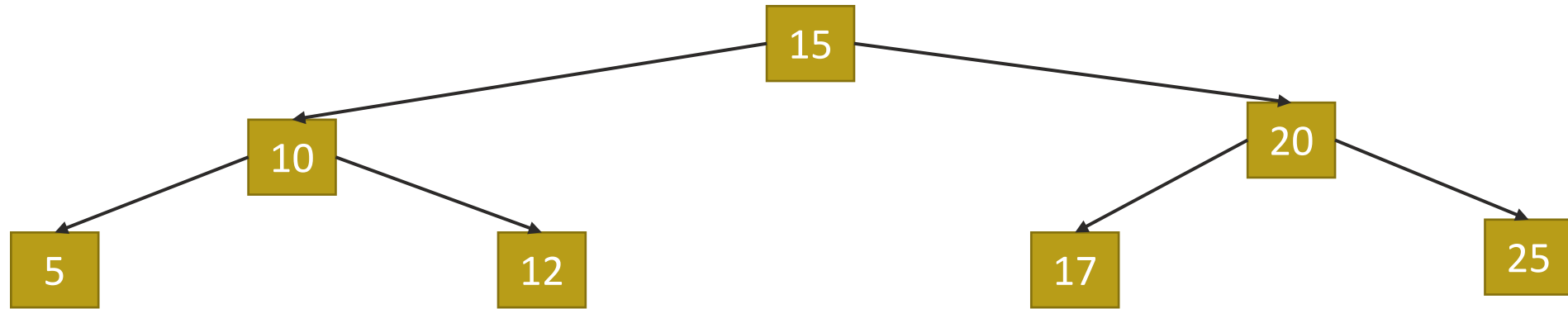
- Balance értékek, és helyreállítás
- Újrászámítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

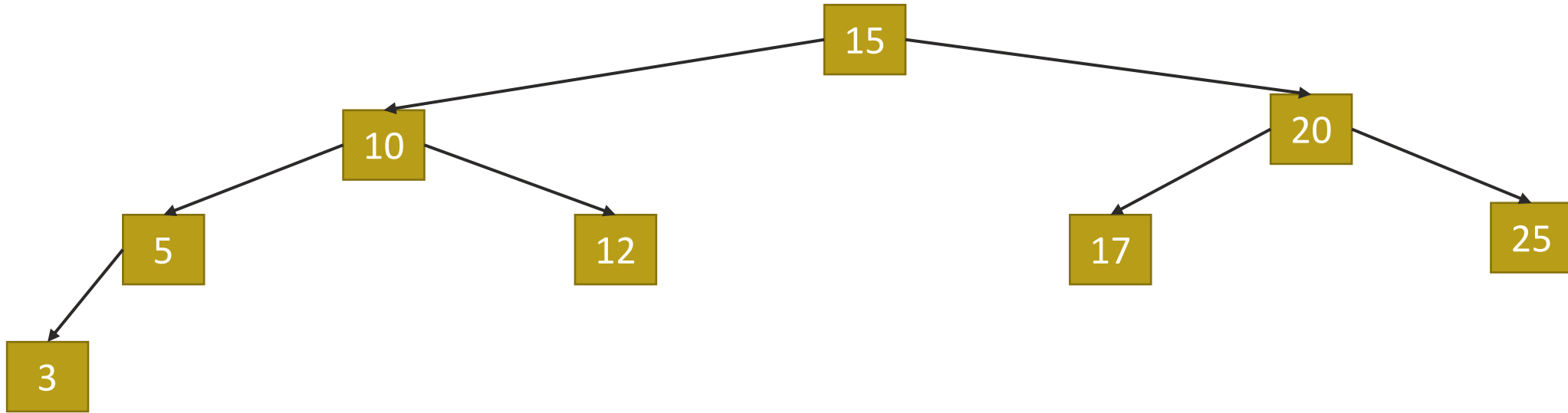
- 3



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

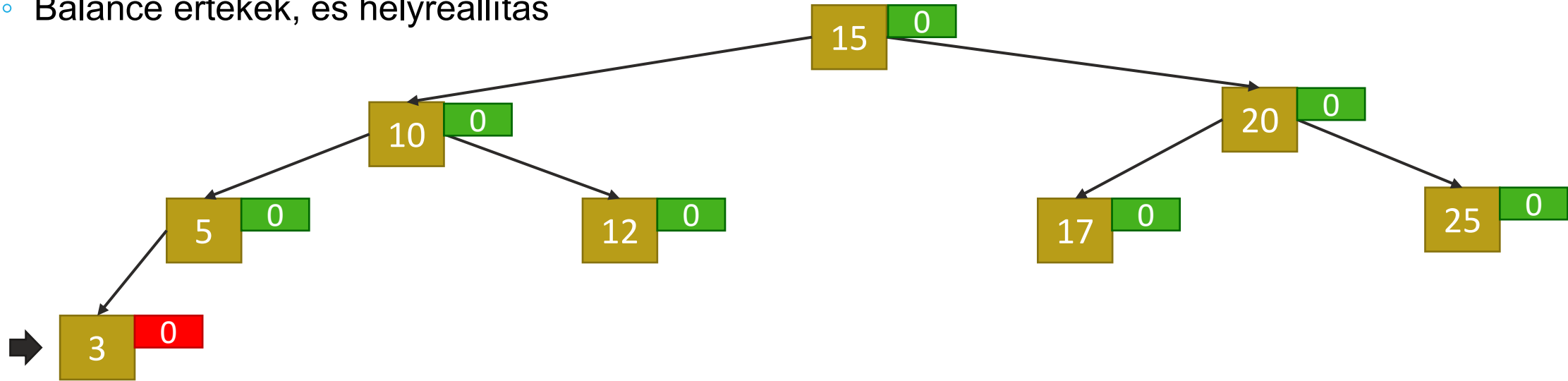
- 3



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

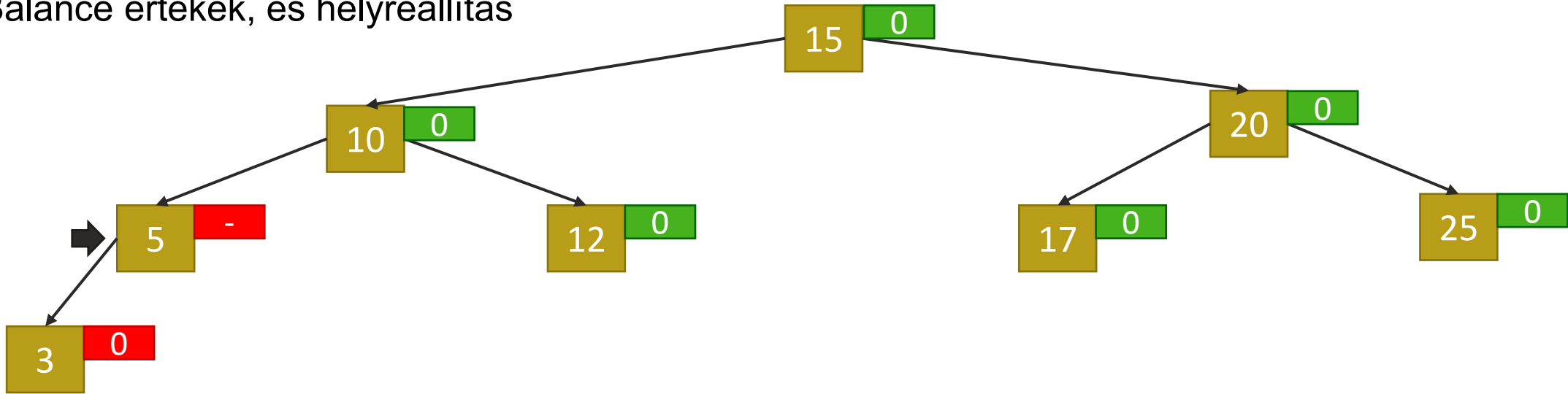
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

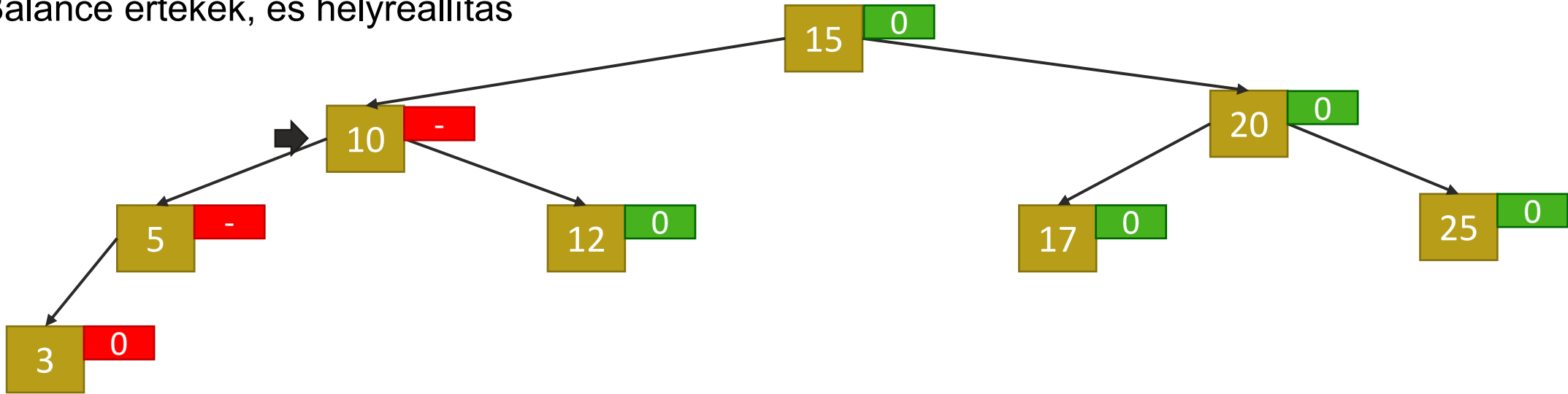
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

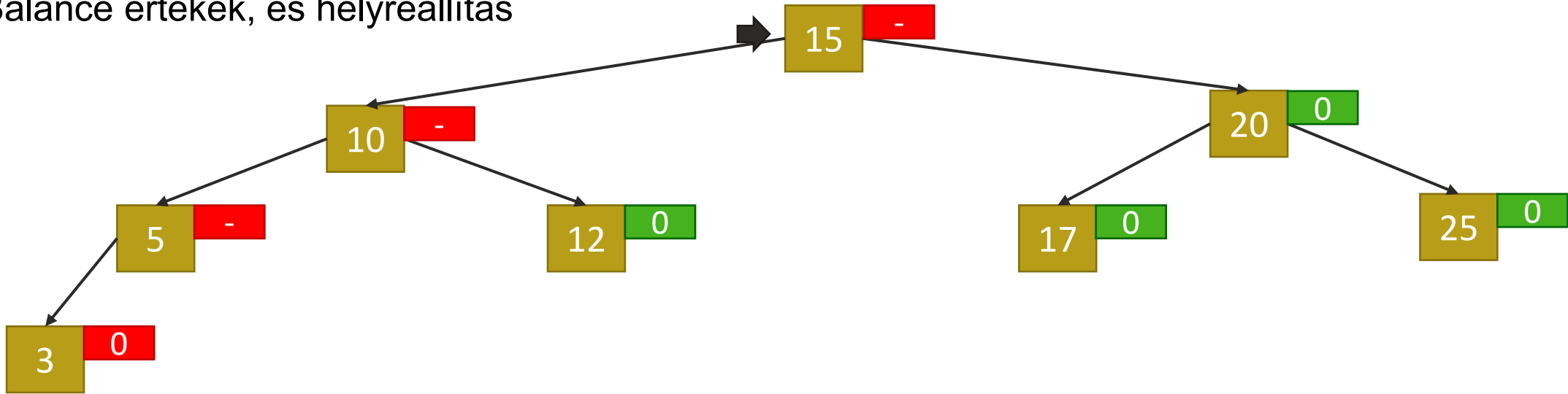
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

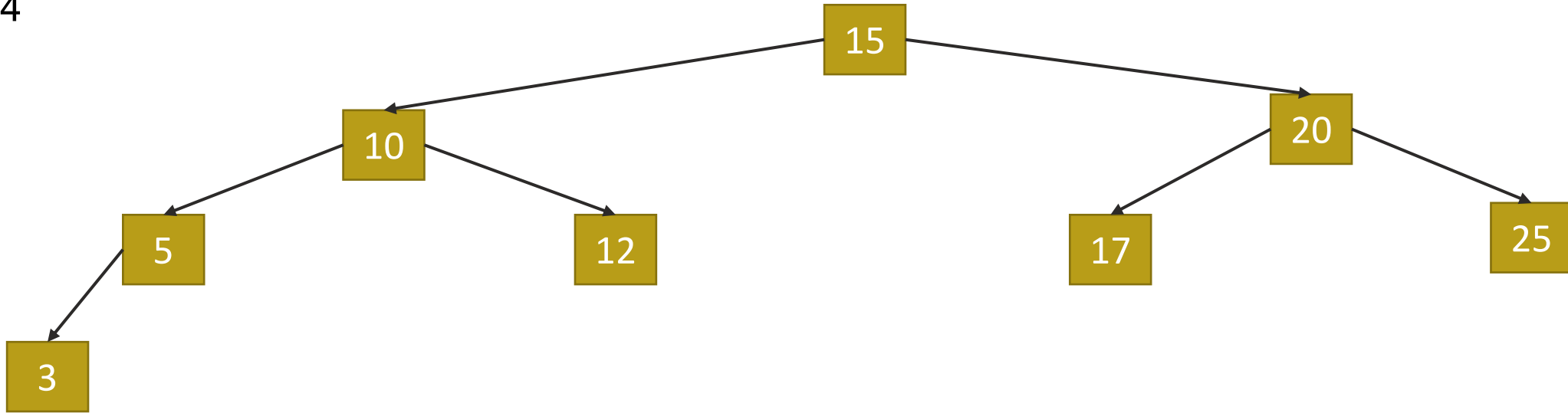
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

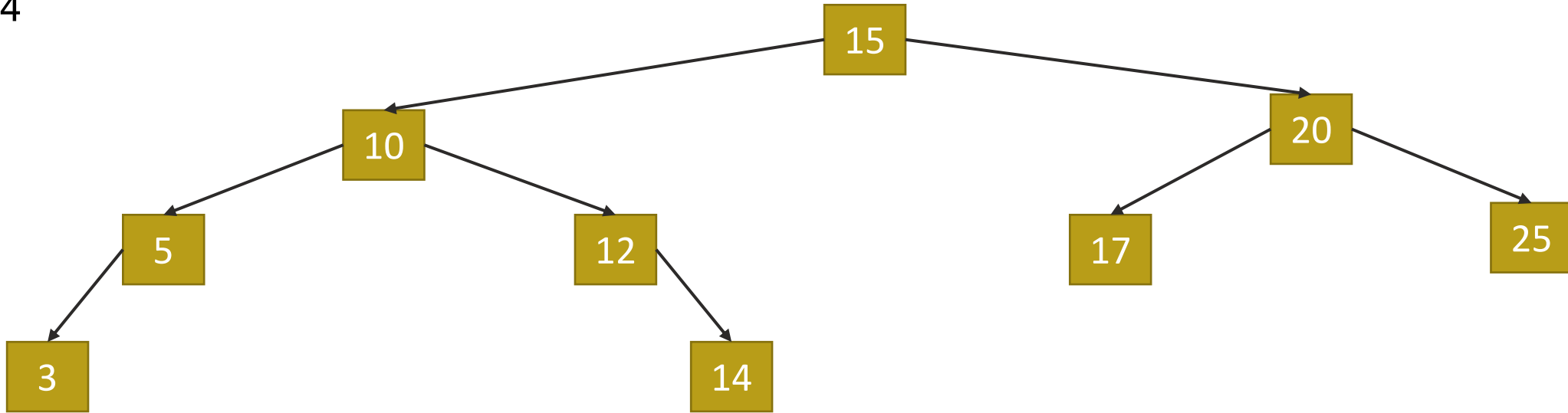
- 14



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

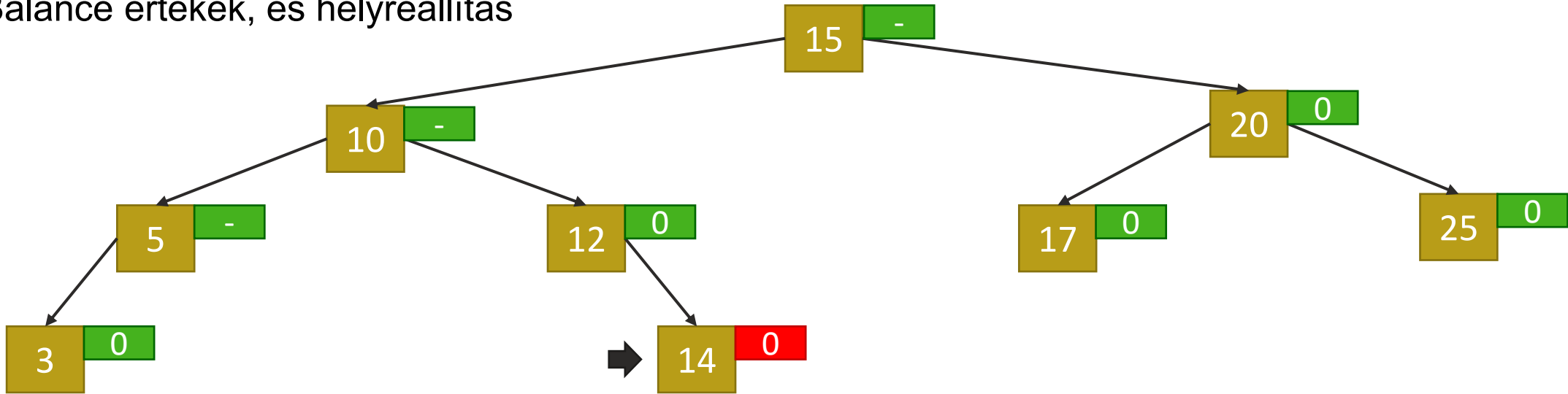
- 14



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

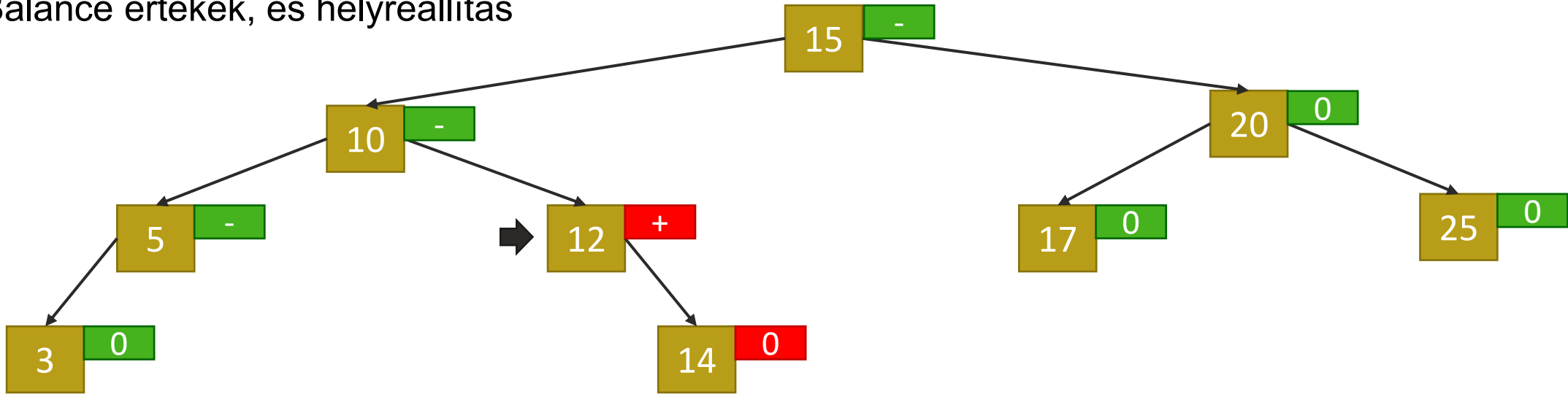
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

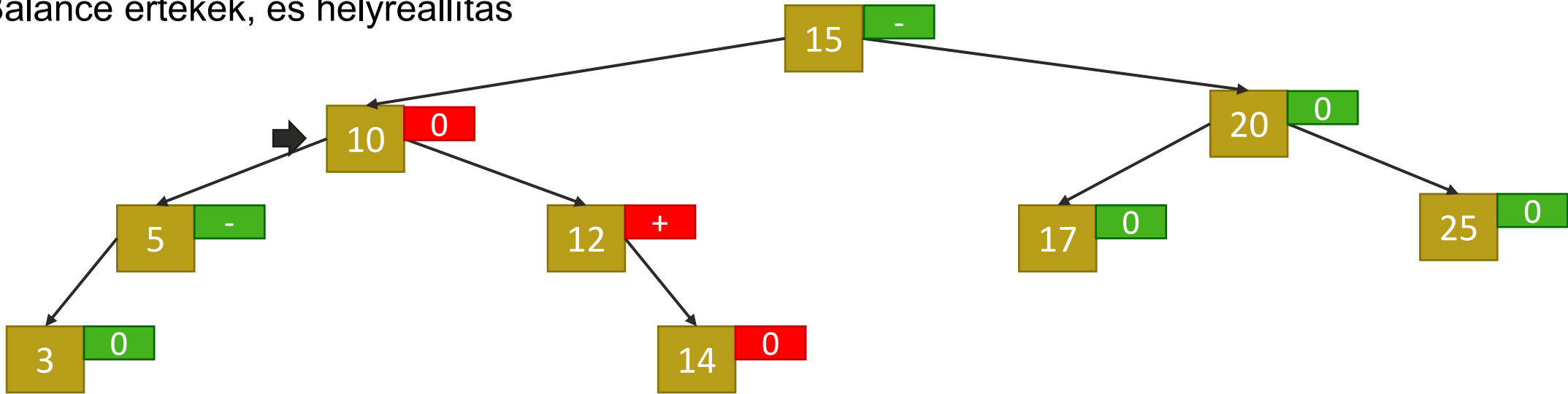
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

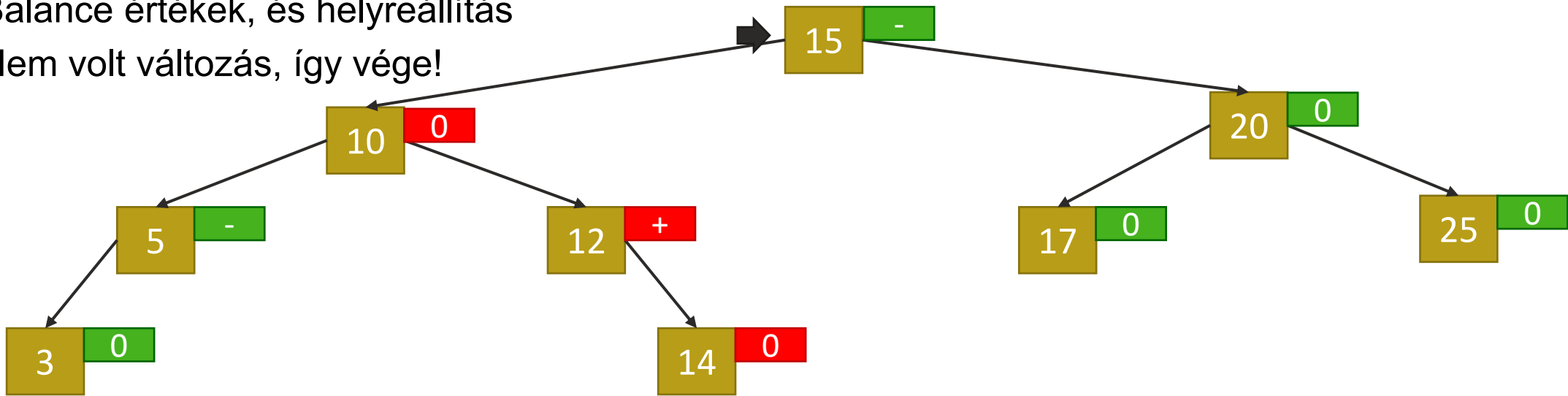
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

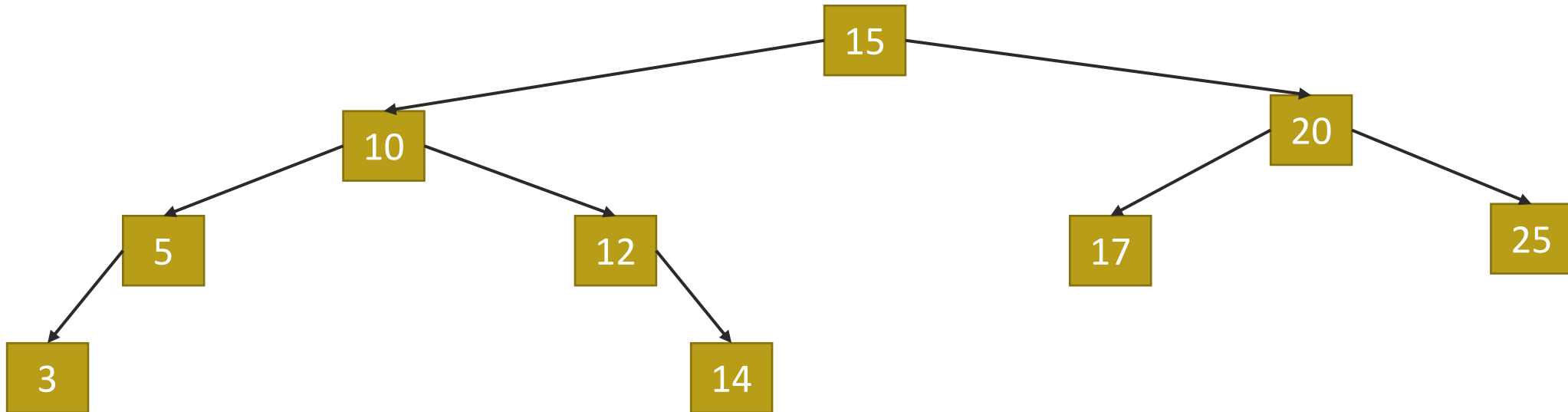
- Balance értékek, és helyreállítás
- Nem volt változás, így vége!



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

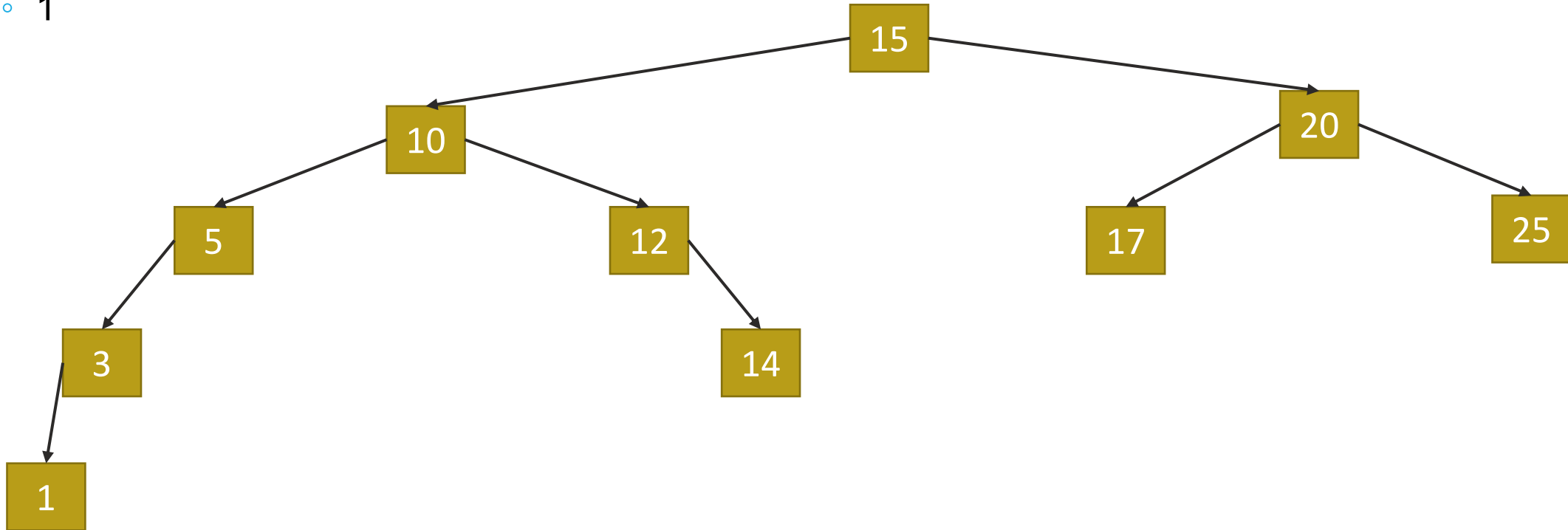
◦ 1



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

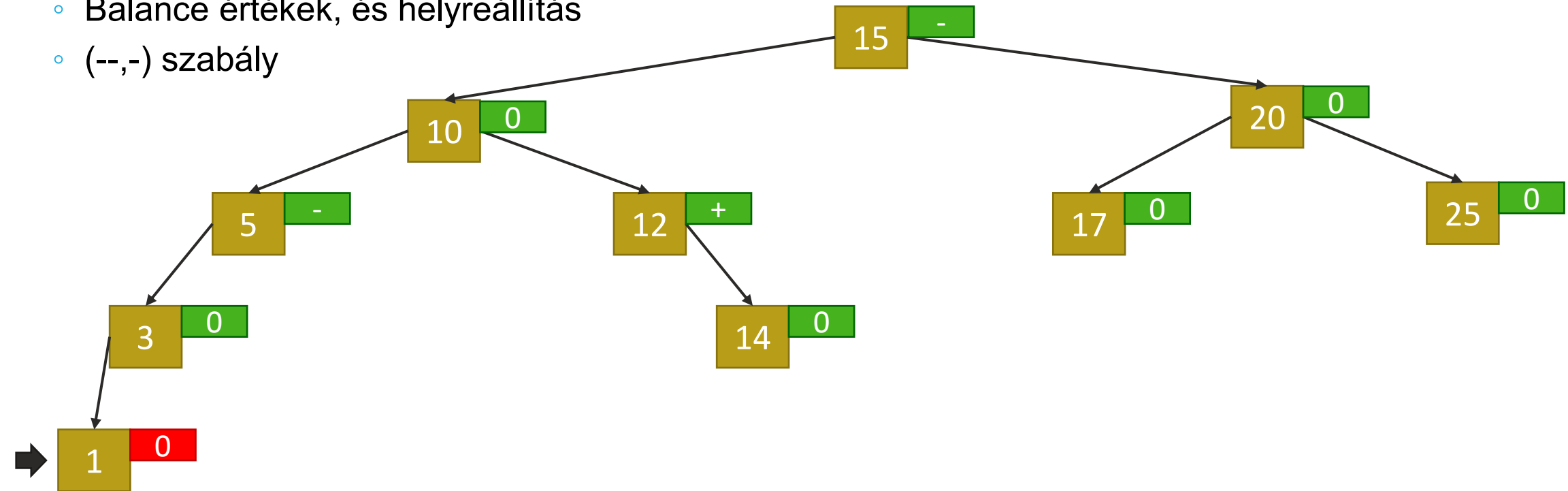
- 1



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

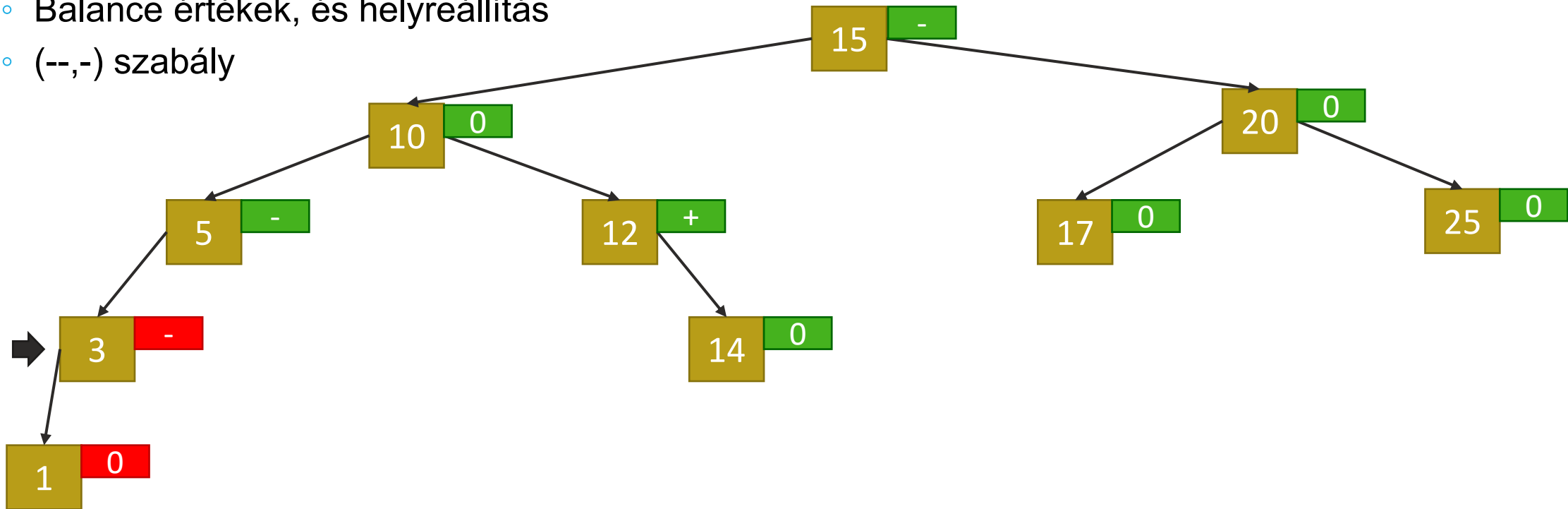
- Balance értékek, és helyreállítás
- (--,-) szabály



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

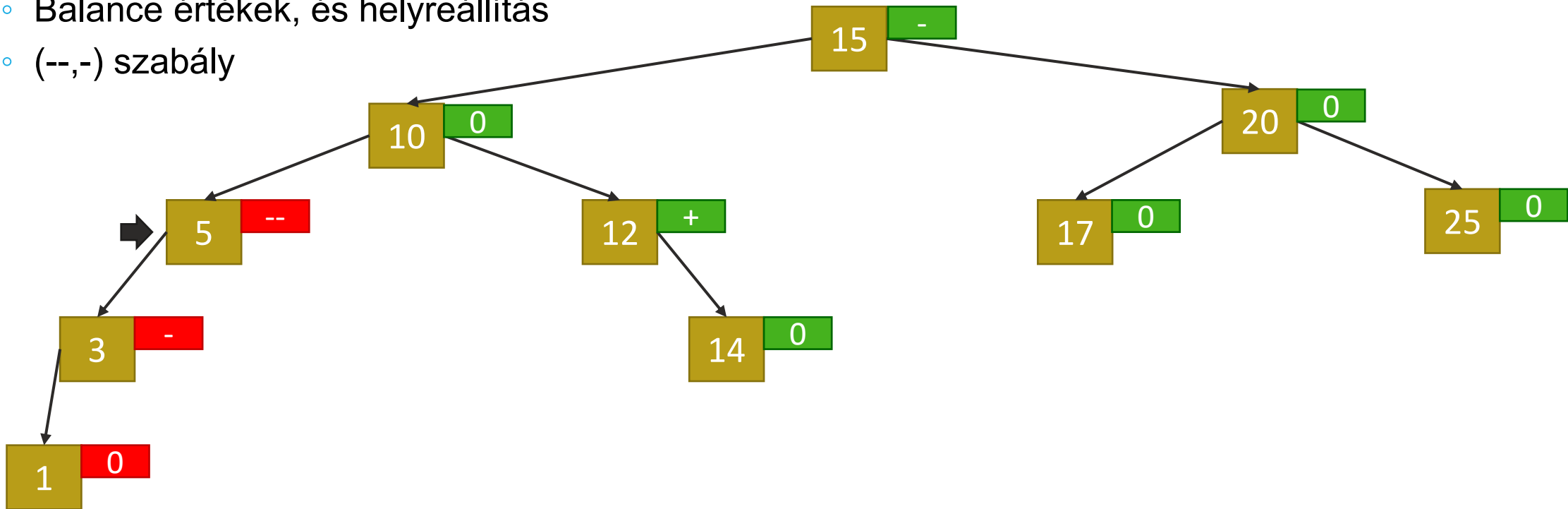
- Balance értékek, és helyreállítás
- (--,-) szabály



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

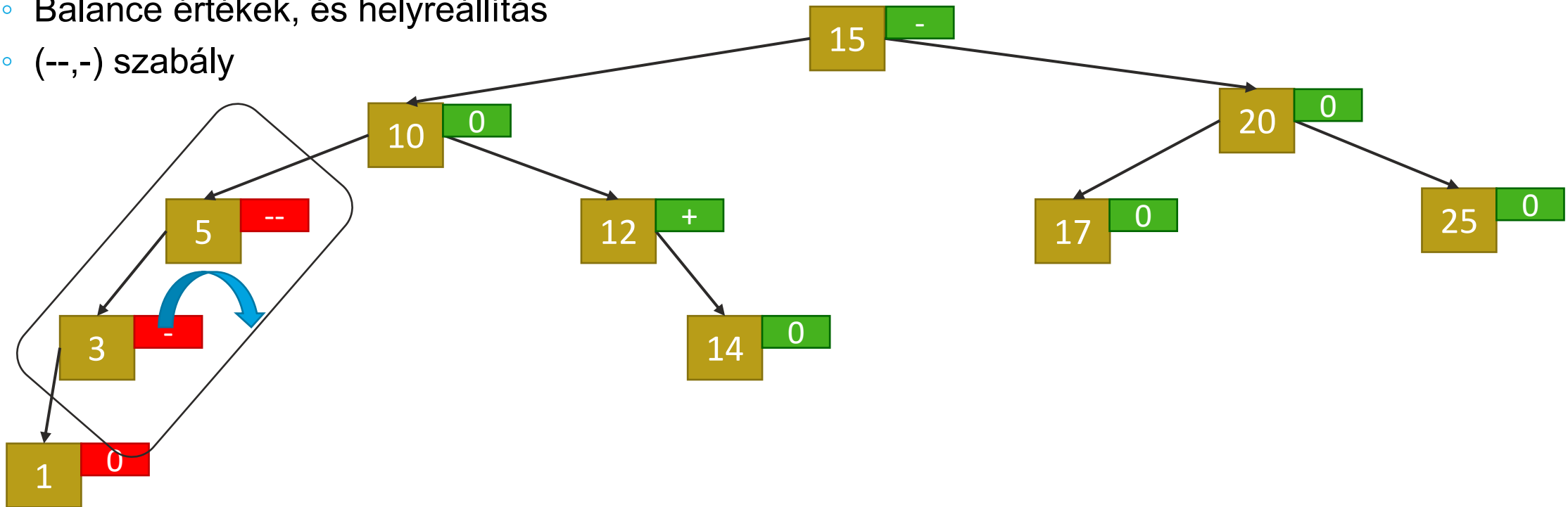
- Balance értékek, és helyreállítás
- (--,-) szabály



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

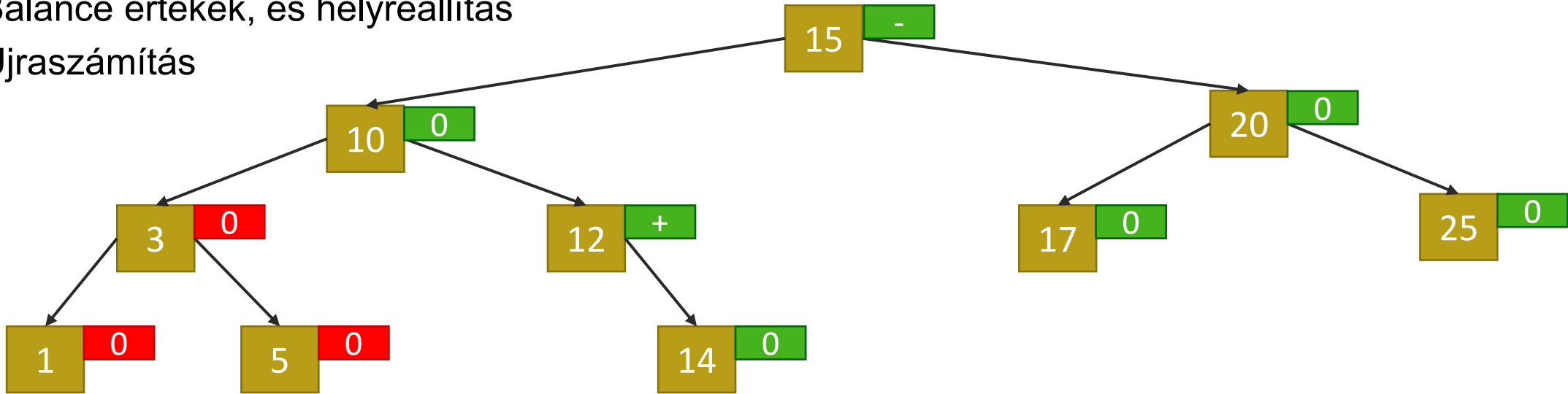
- Balance értékek, és helyreállítás
- (--,-) szabály



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

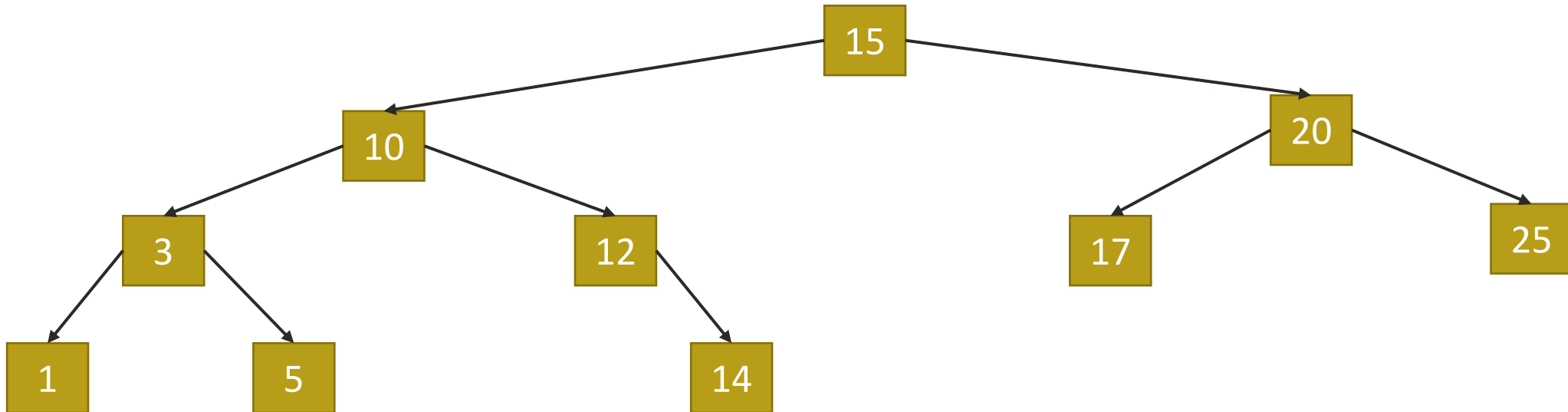
- Balance értékek, és helyreállítás
- Újraszámítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

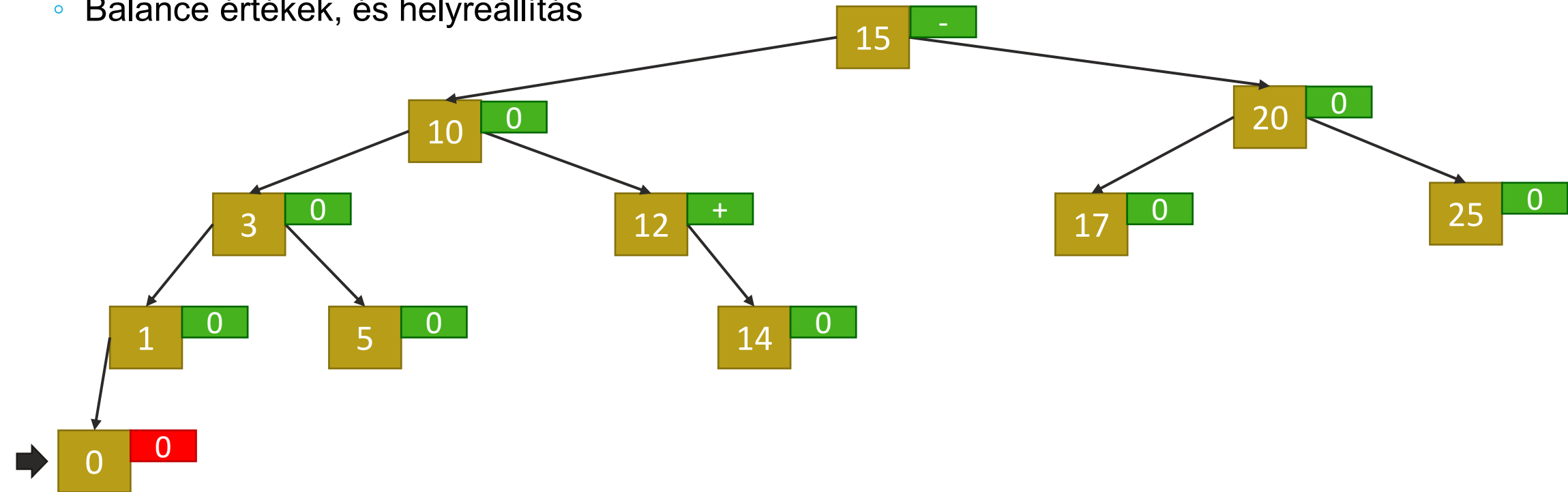
- 0



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

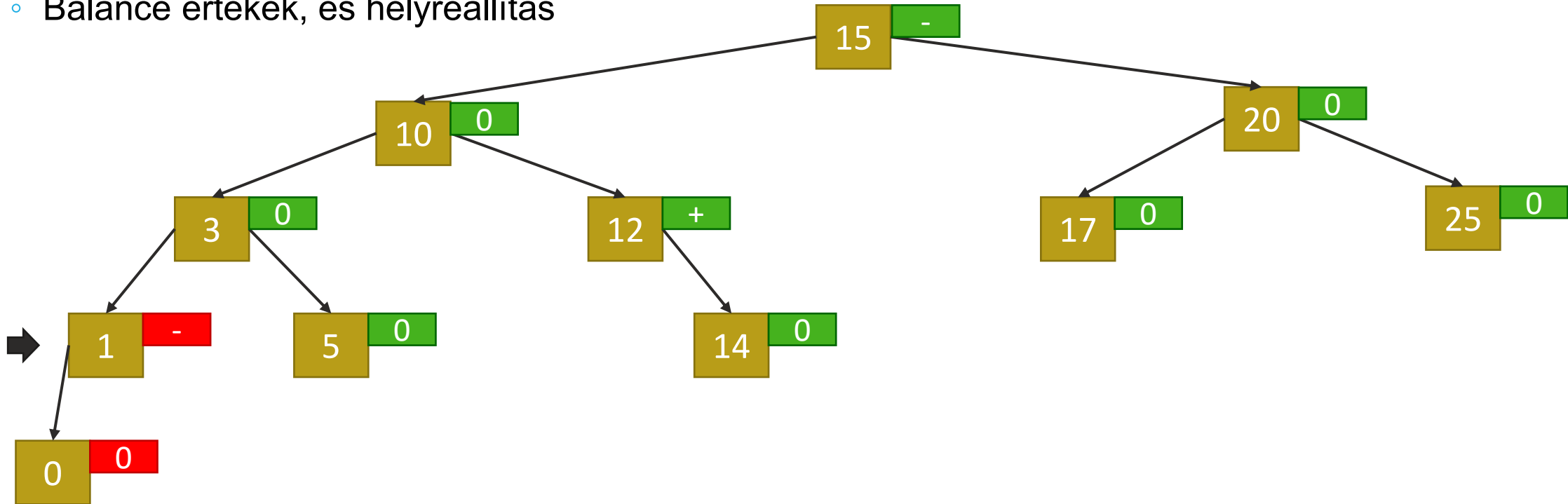
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

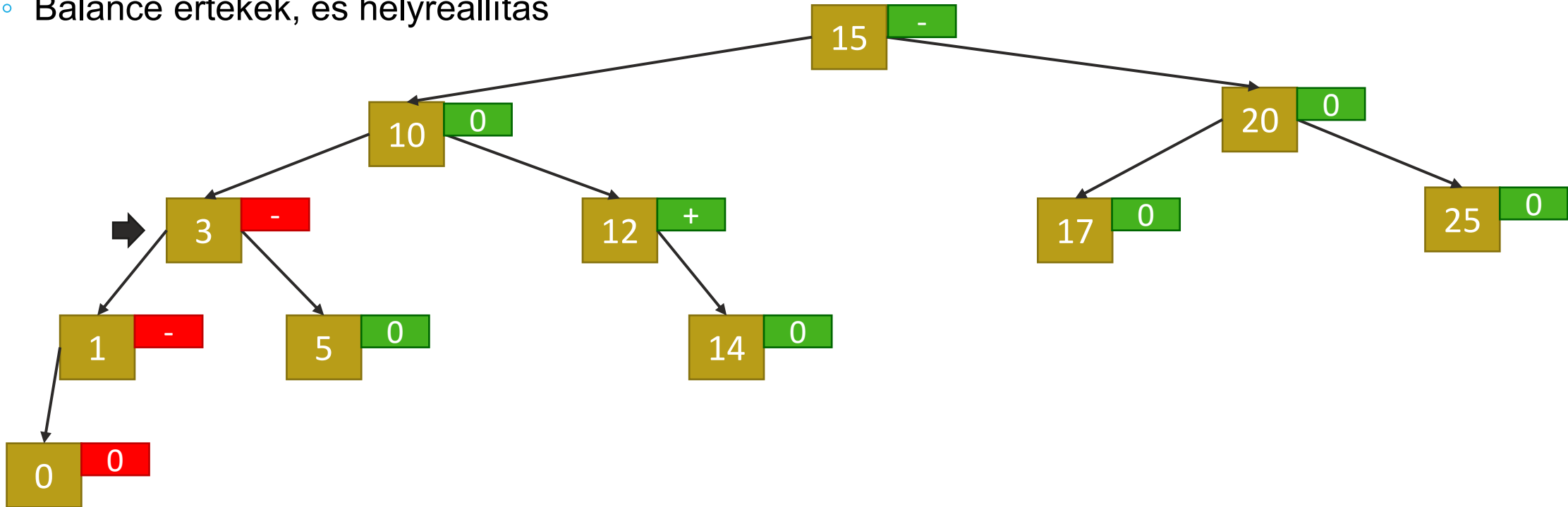
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

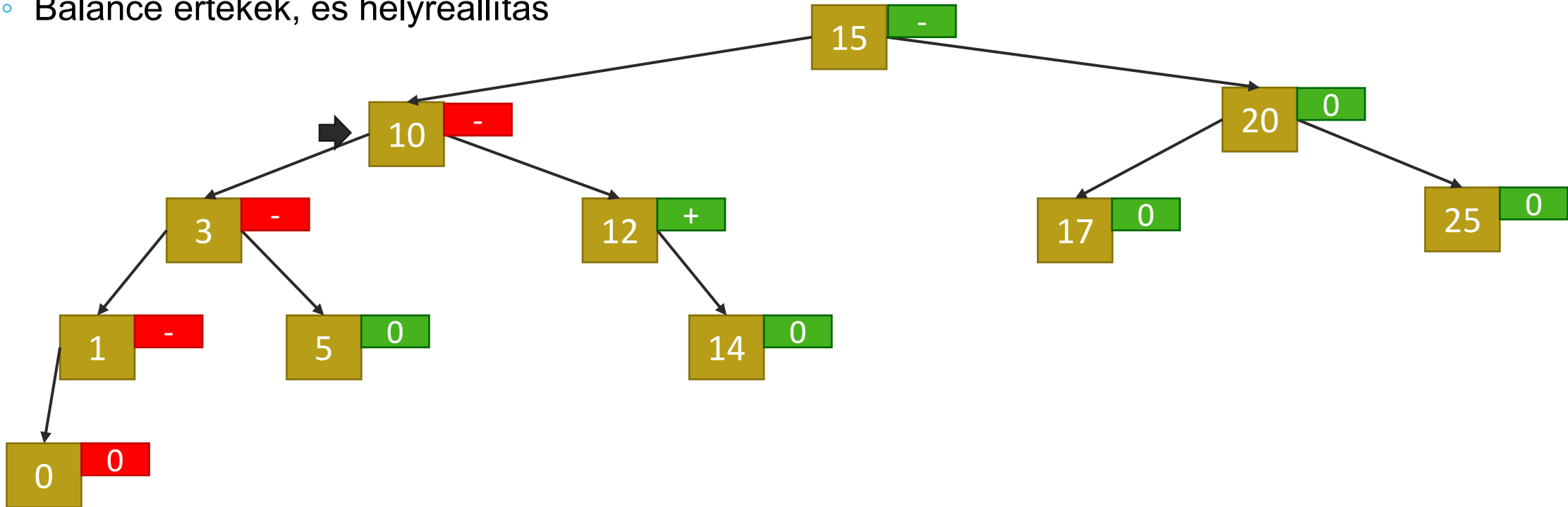
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

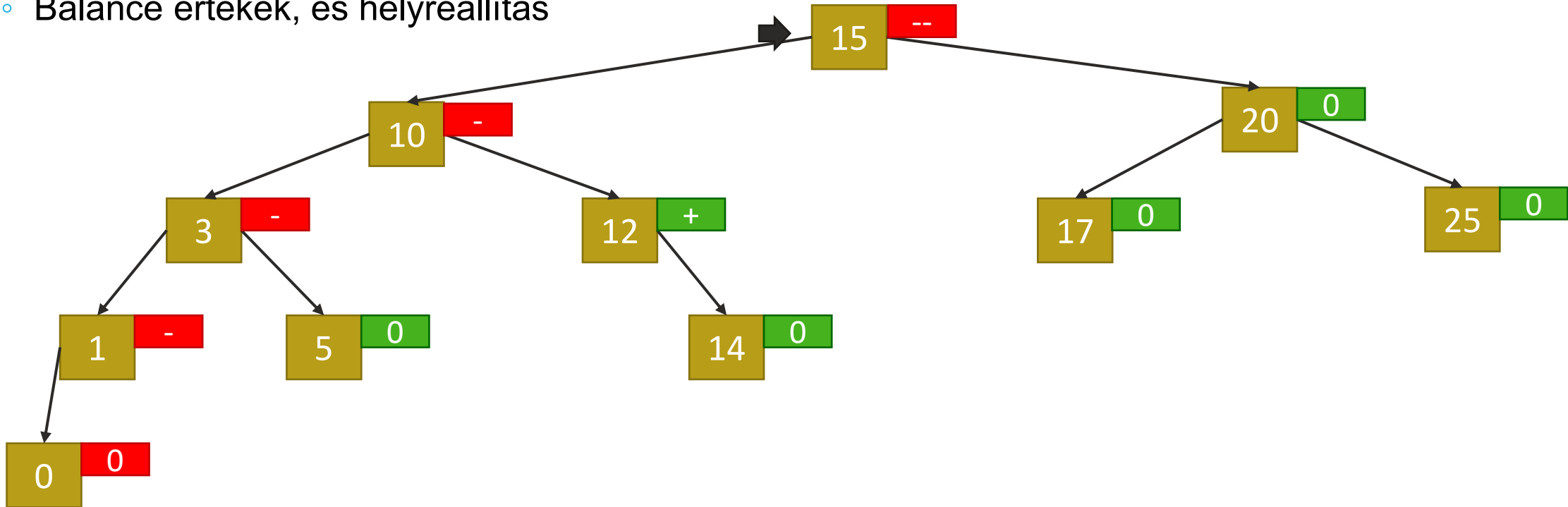
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

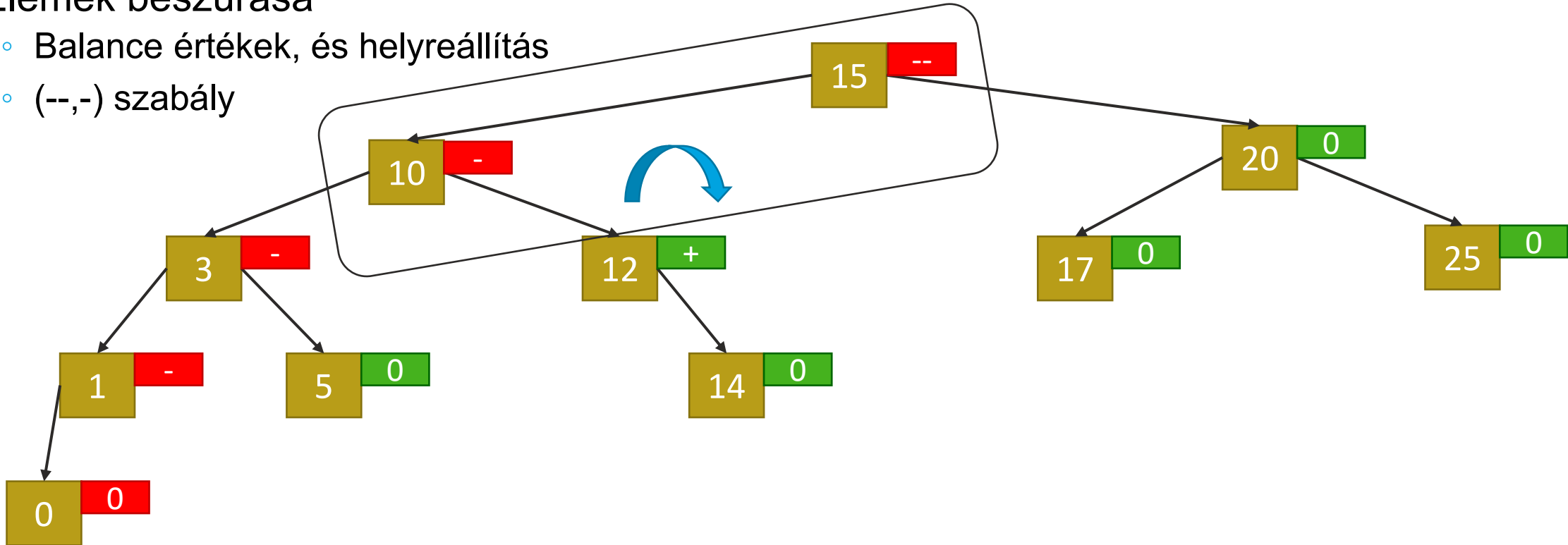
- Balance értékek, és helyreállítás



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

Elemek beszúrása

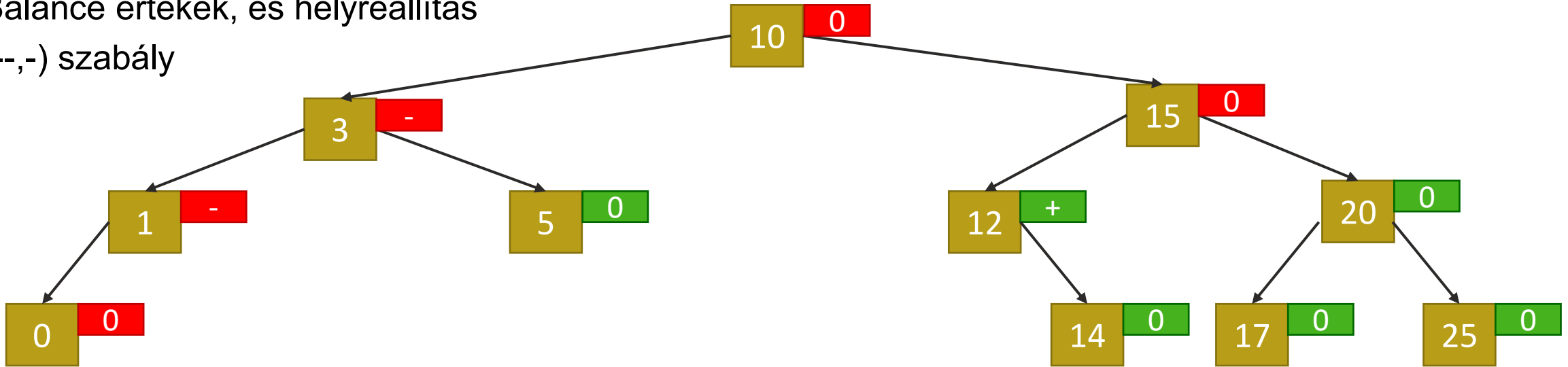
- Balance értékek, és helyreállítás
- (--,-) szabály



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

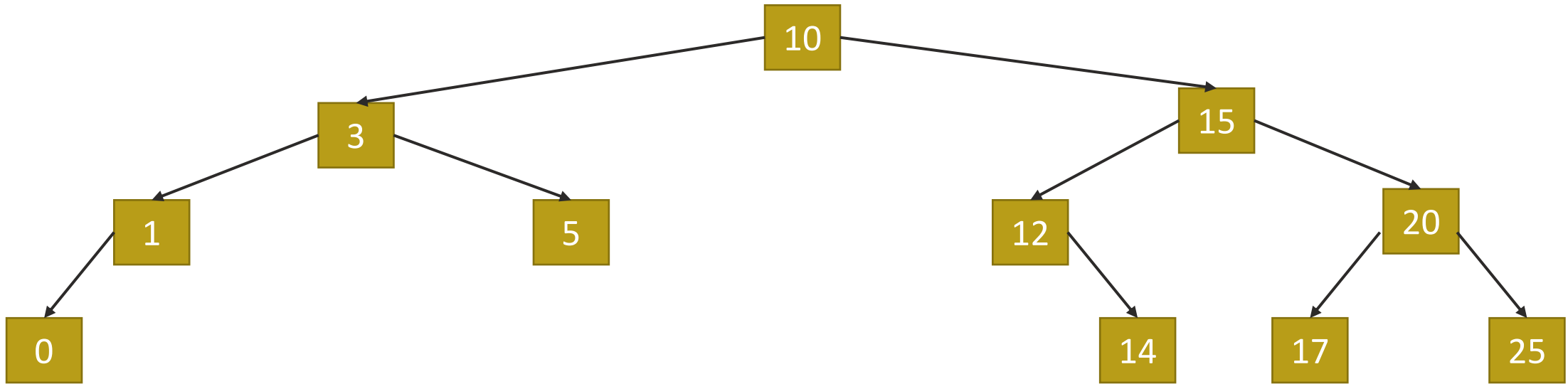
Elemek beszúrása

- Balance értékek, és helyreállítás
- (--,-) szabály



• AVL fa – Beszúrás utáni kiegyensúlyozás

A kész fa



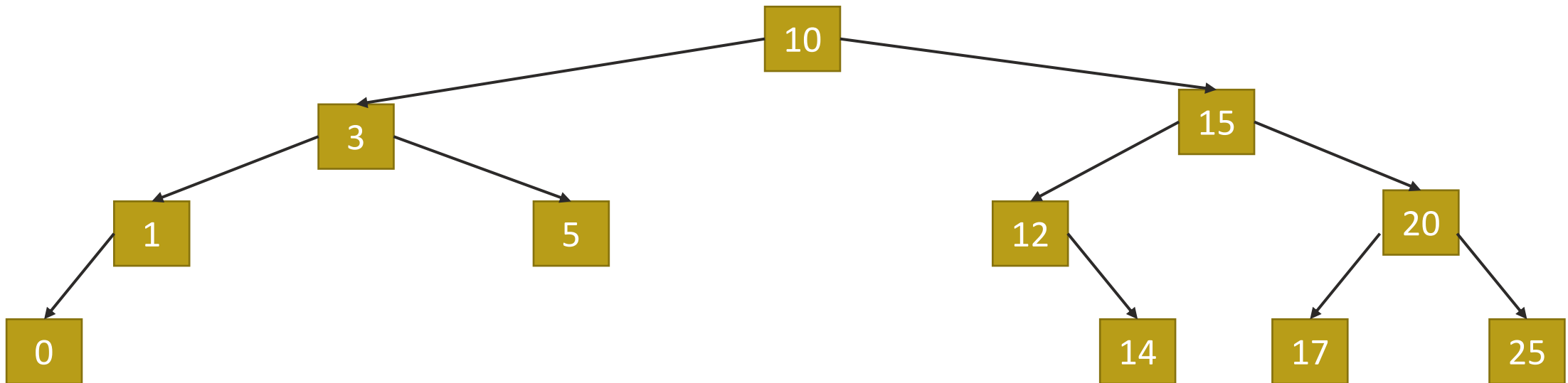
Vegyük észre, hogy mindig elegendő volt egy (dupla) forgatás.

De az a gyökér szintjén is előfordulhat.

Továbbá sosem állt elő a $(++,0)$ vagy $(--,0)$ eset.

• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

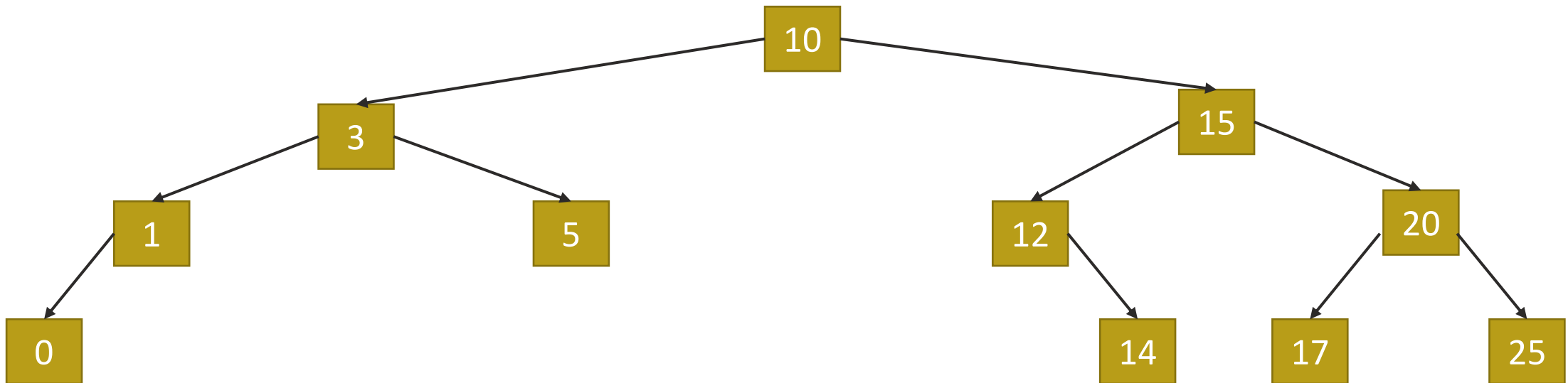
Töröljünk ki elemeket



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljük ki elemeket

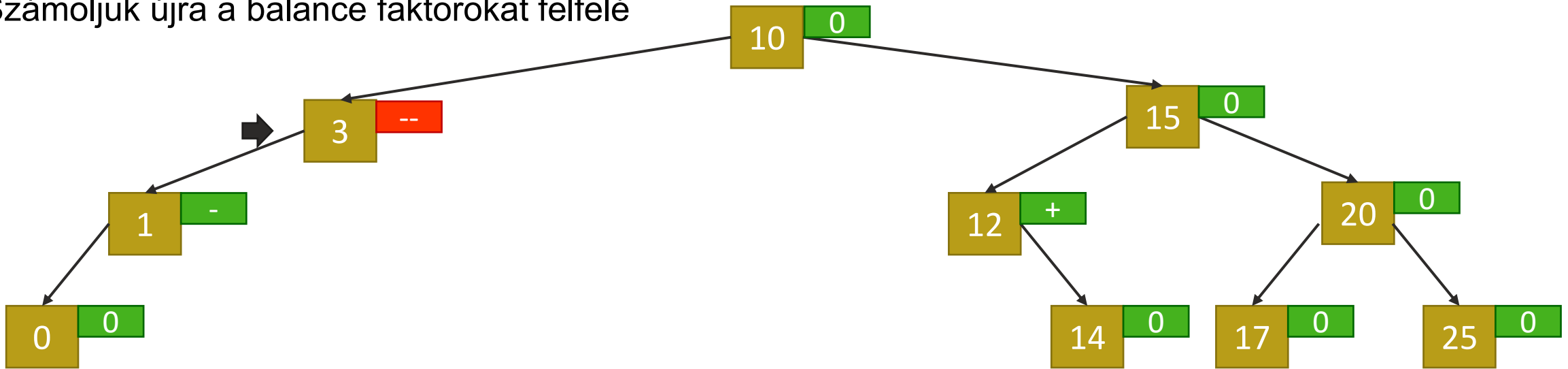
- 5



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

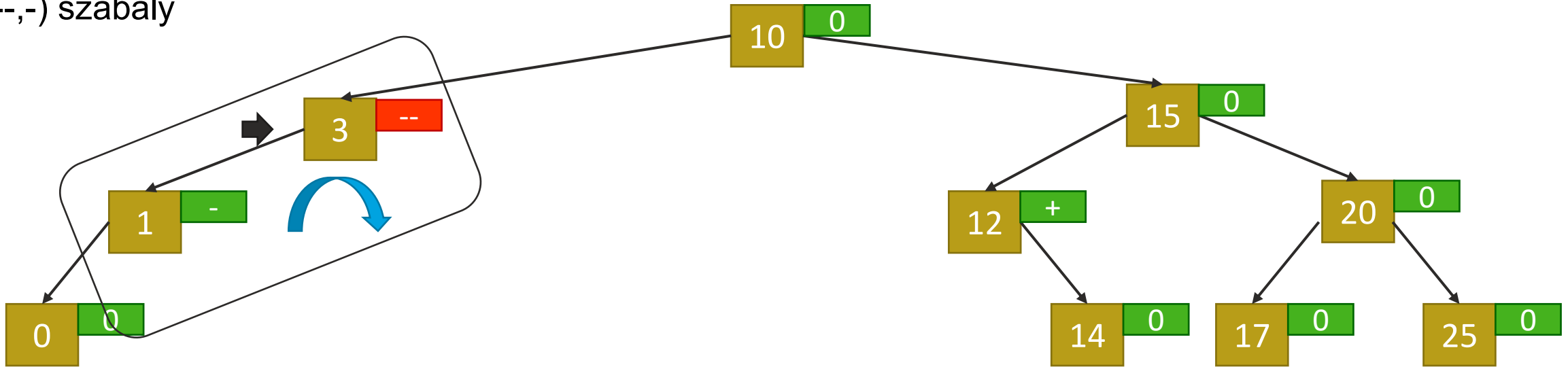
- Számoljuk újra a balance faktorokat felfelé



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

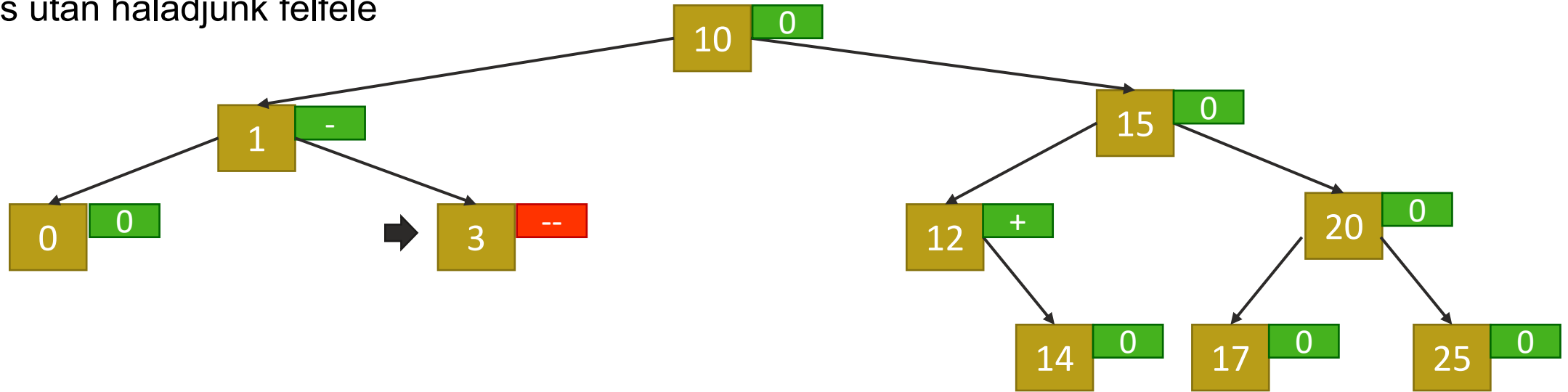
- (--,-) szabály



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

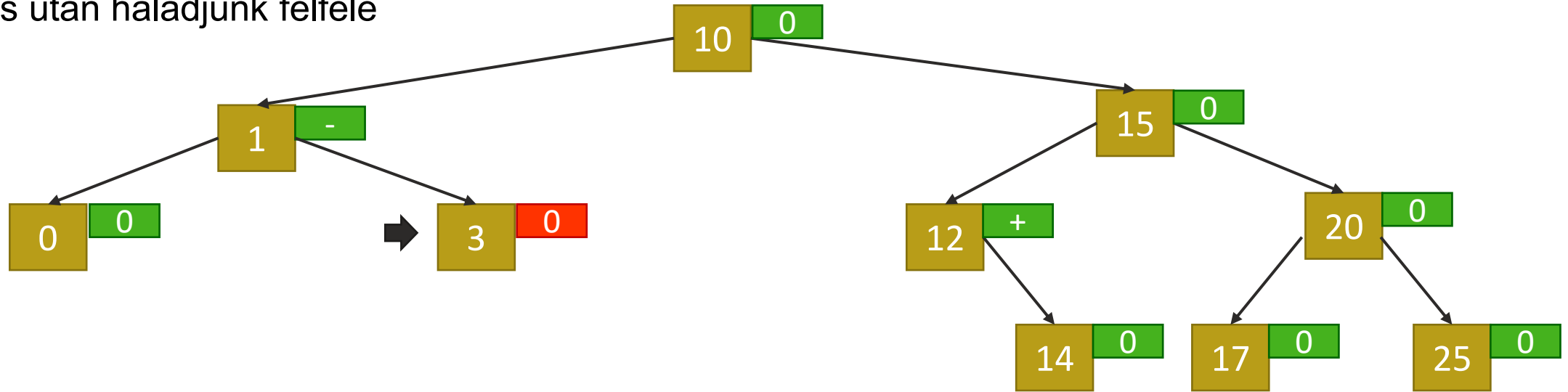
- Forgatás után haladjunk felfelé



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

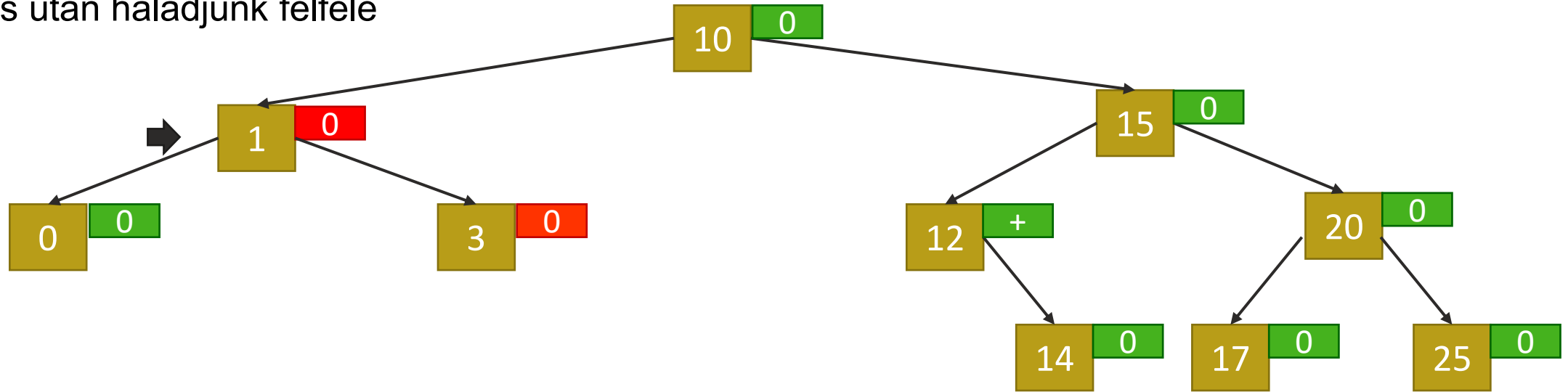
- Forgatás után haladjunk felfelé



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

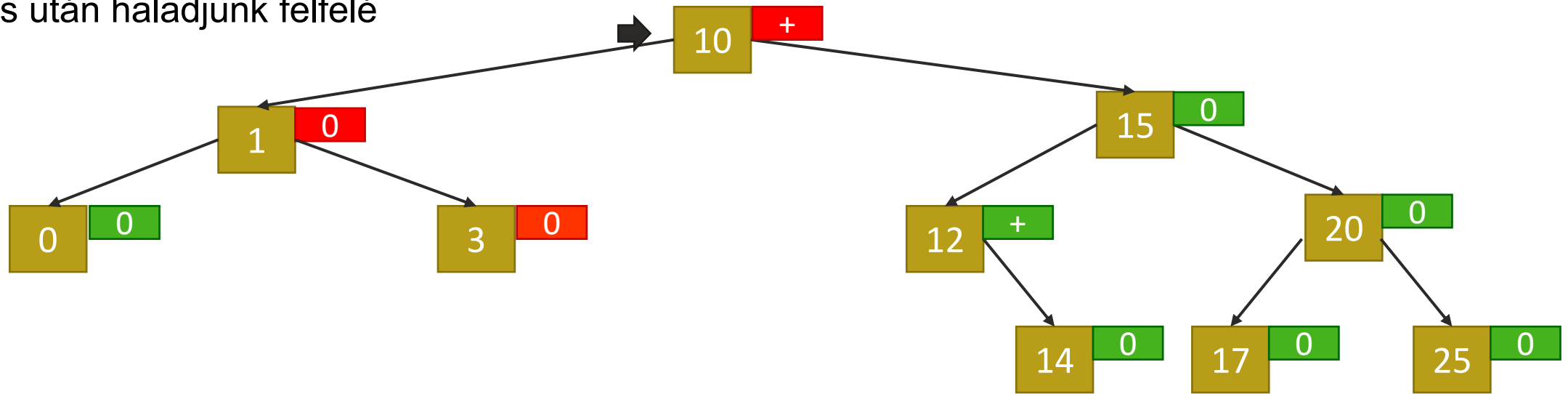
- Forgatás után haladjunk felfelé



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

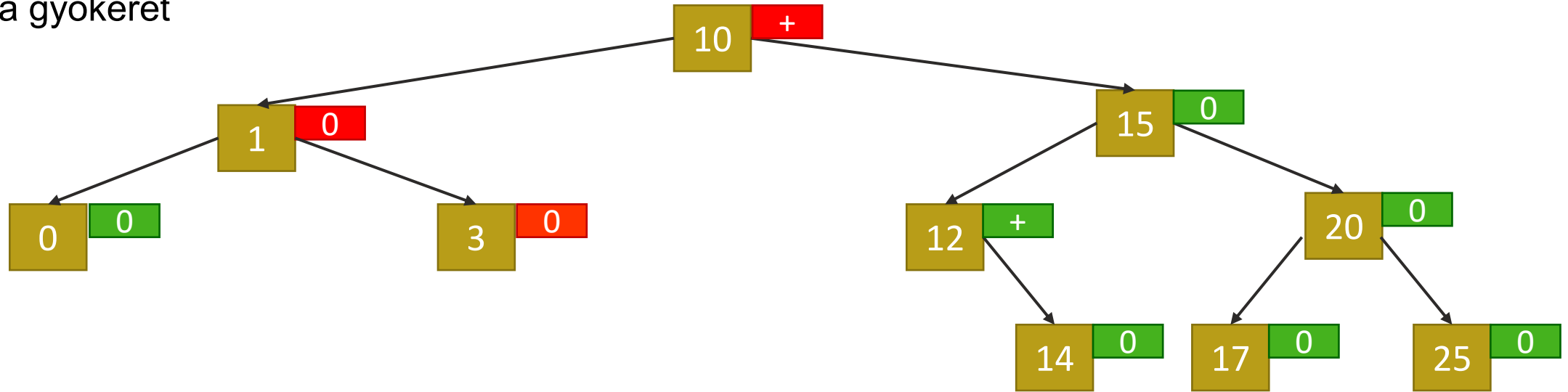
- Forgatás után haladjunk felfelé



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

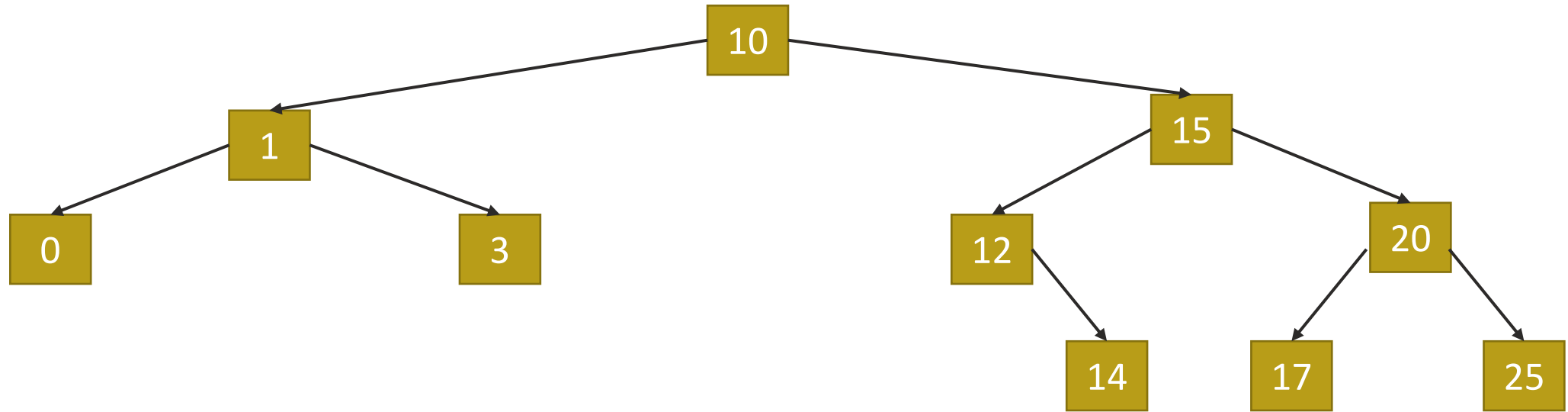
- Elértük a gyökeret



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

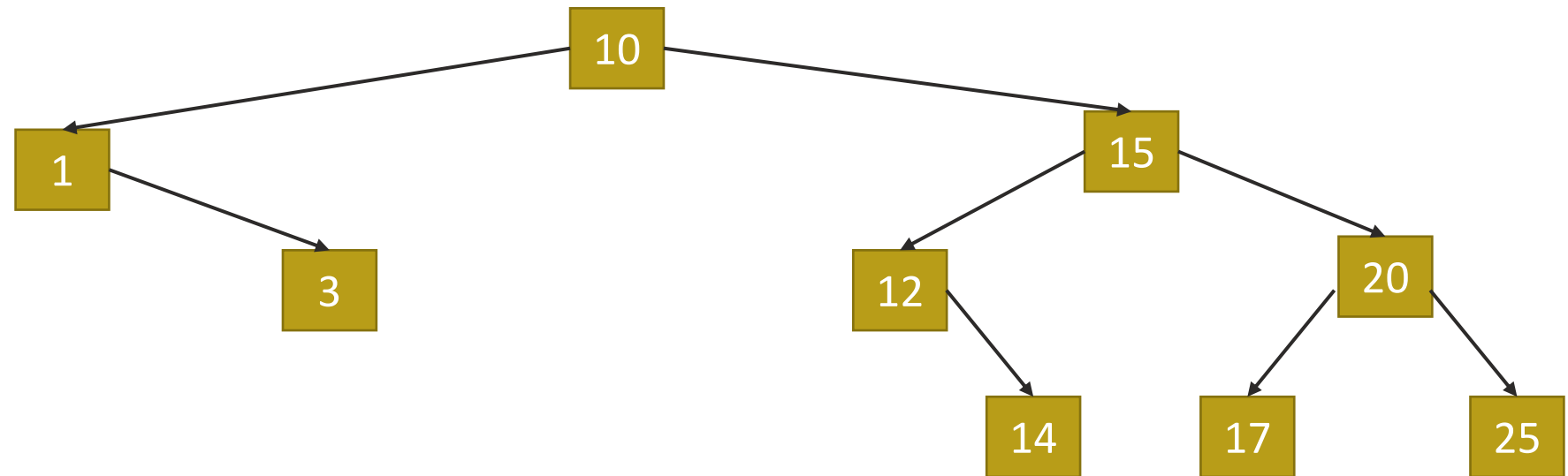
- 0



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

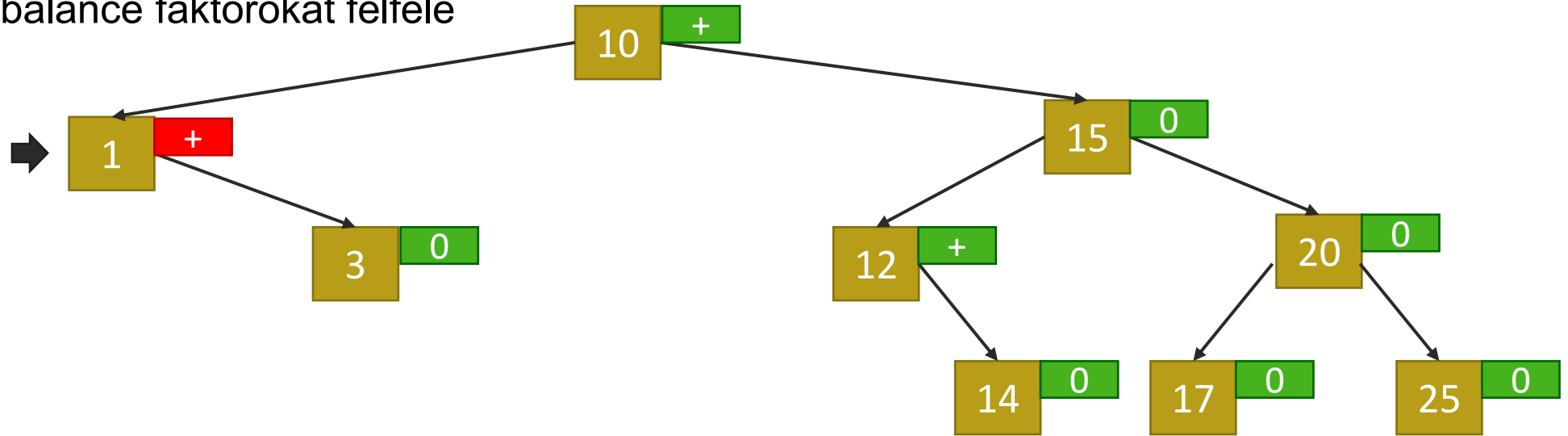
- 0



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

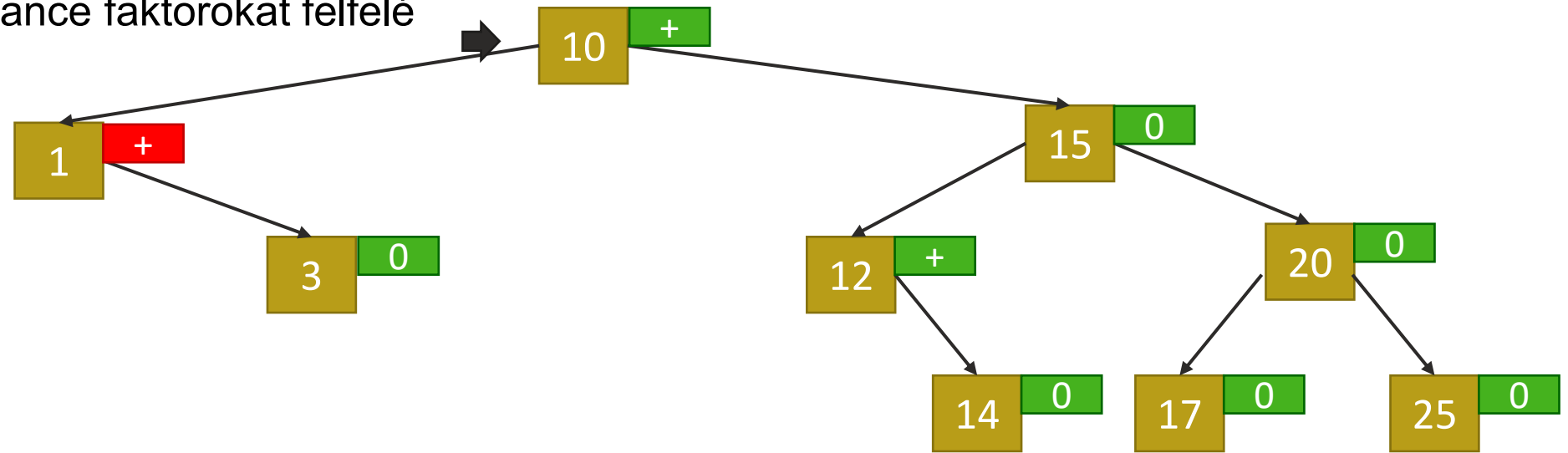
- Számoljuk újra a balance faktorokat felfelé



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

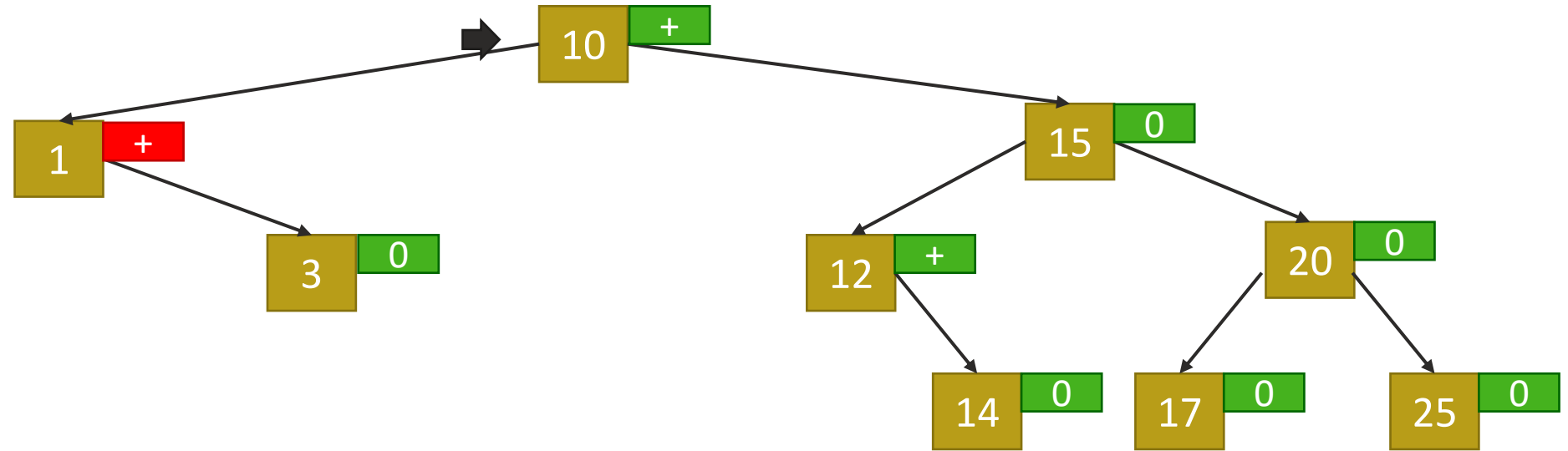
- Számoljuk újra a balance faktorokat felfelé



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

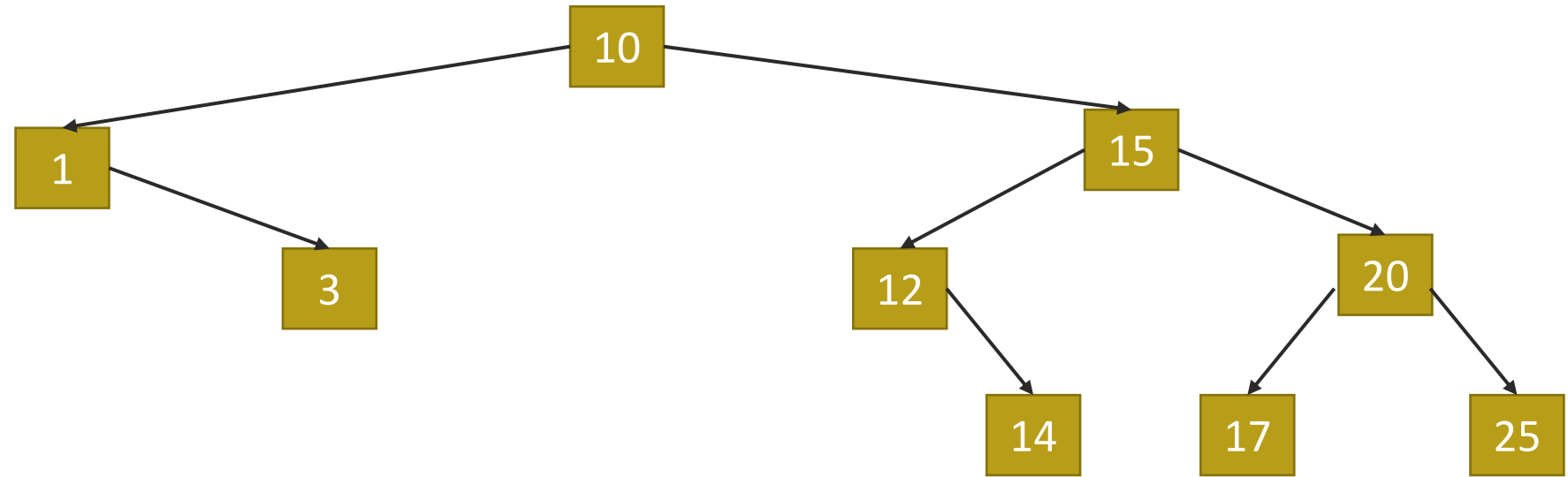
- Elértük a gyökeret



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljük ki elemeket

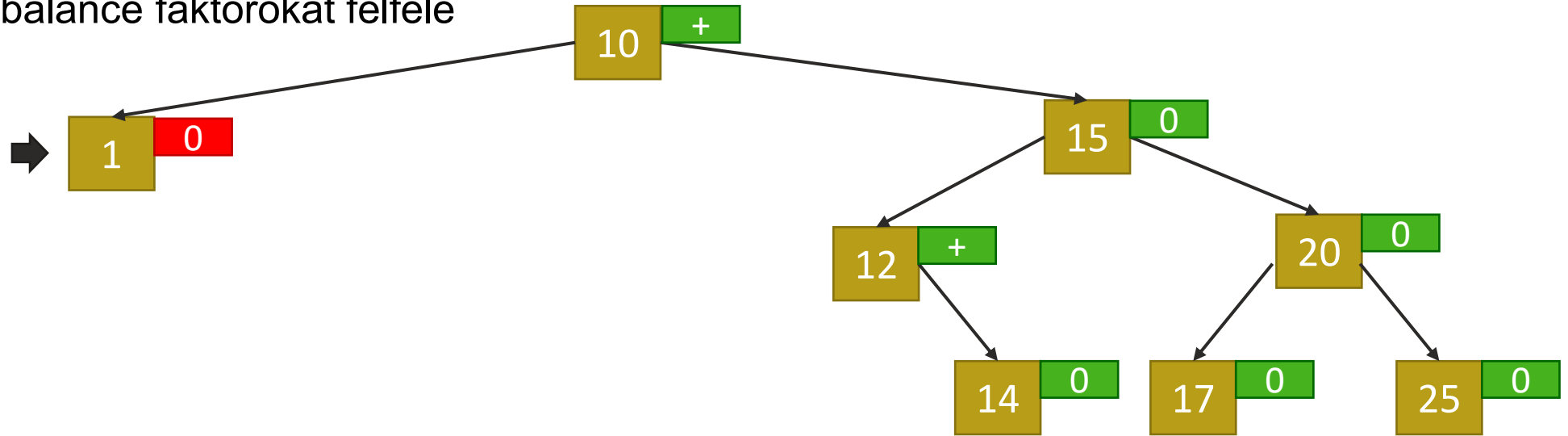
- 3



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

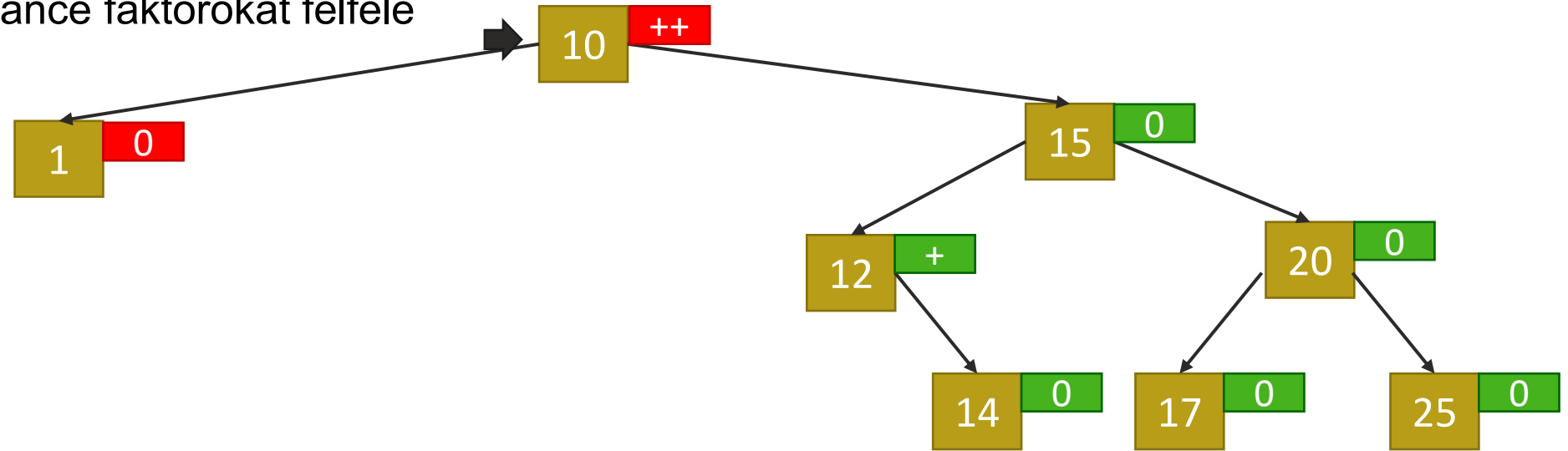
- Számoljuk újra a balance faktorokat felfelé



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

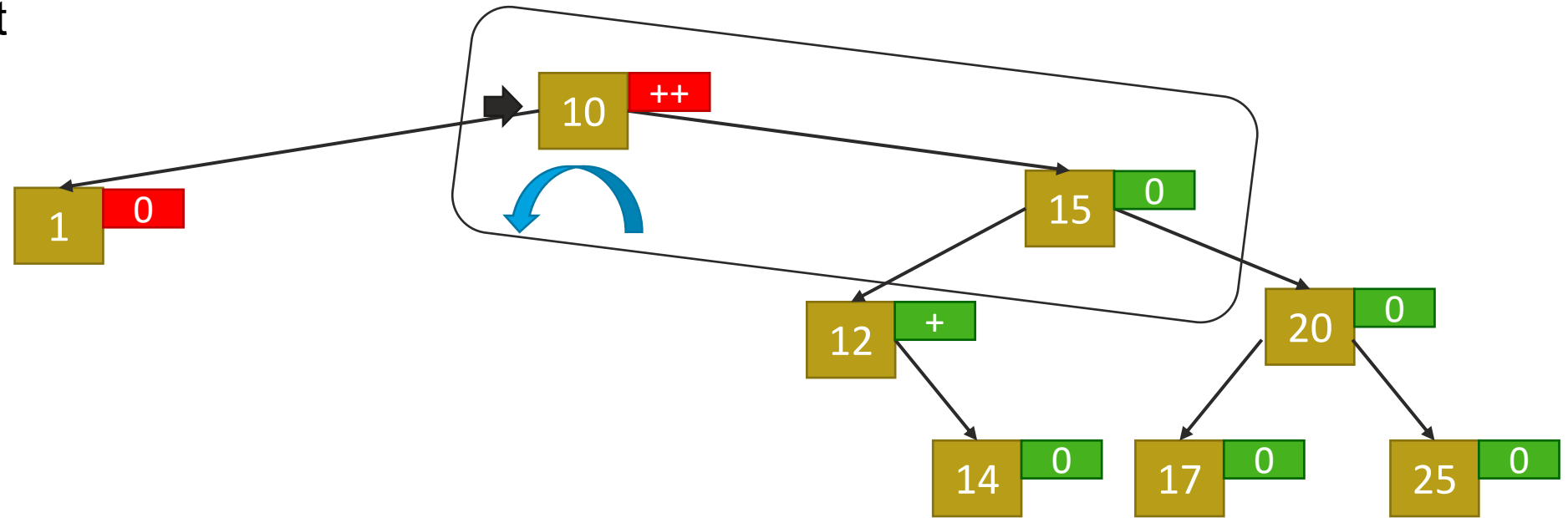
- Számoljuk újra a balance faktorokat felfelé



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

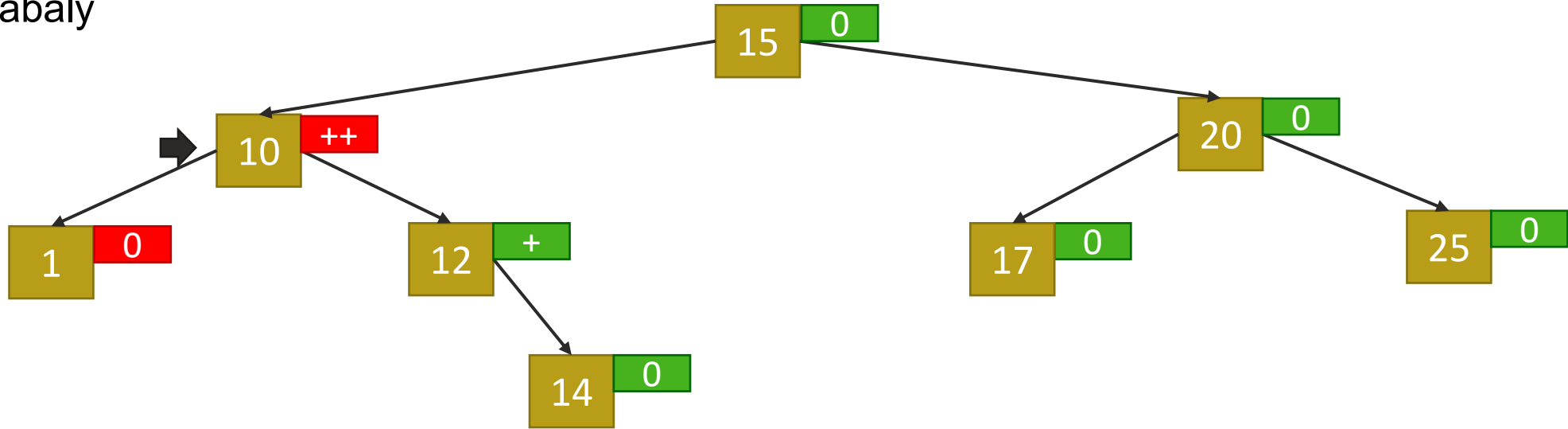
- $(++,0)$ szabály



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

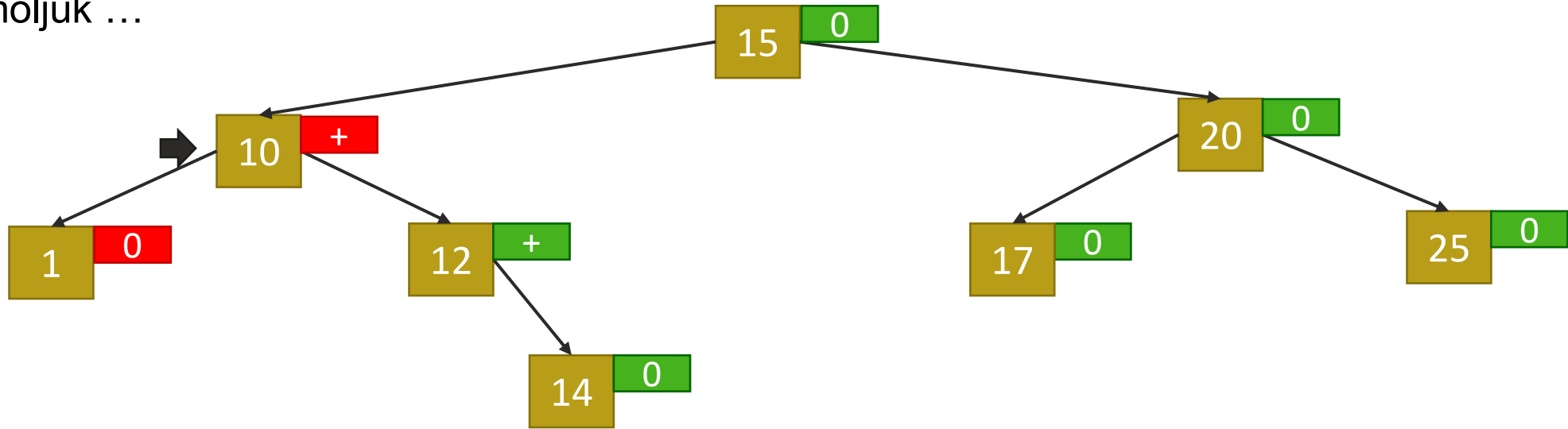
- (++,0) szabály



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

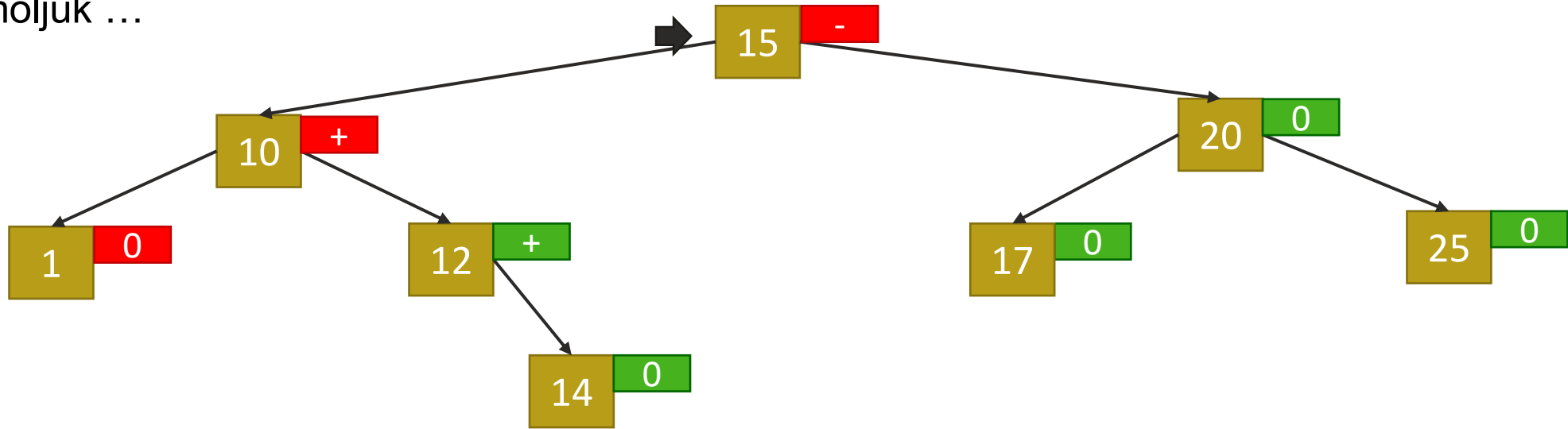
- Újraszámoljuk ...



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

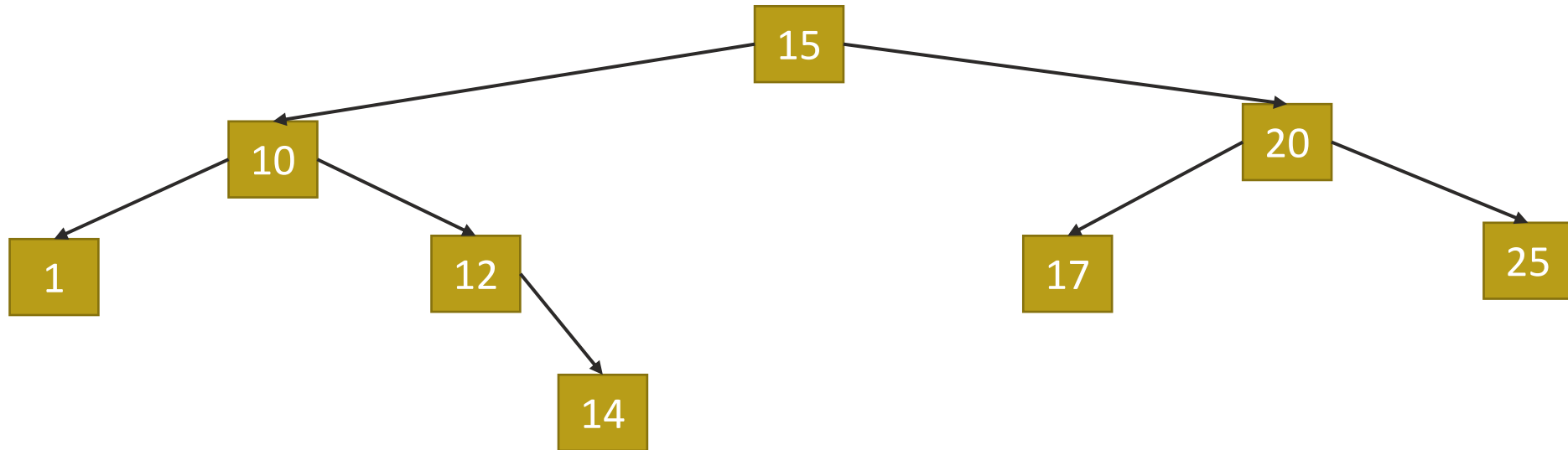
- Újraszámoljuk ...



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljük ki elemeket

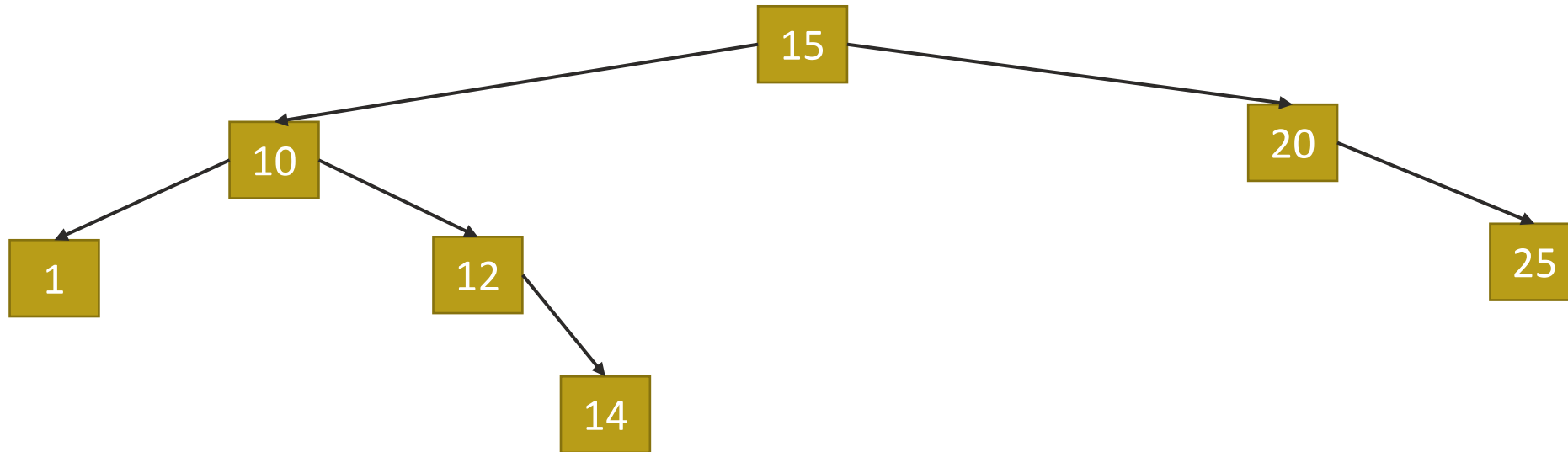
- 17



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljük ki elemeket

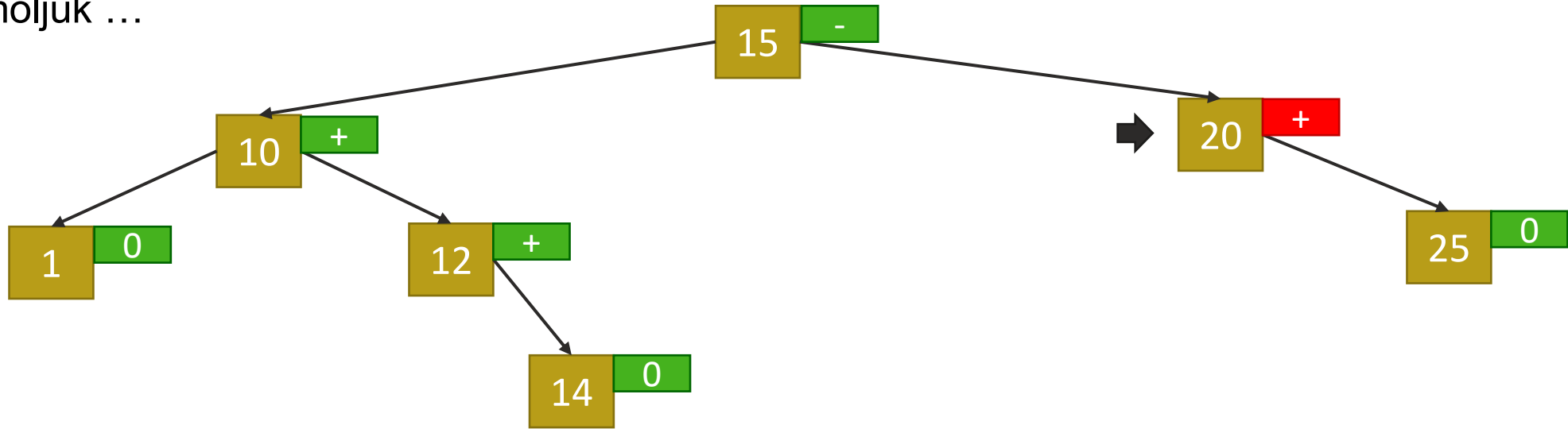
- 17



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

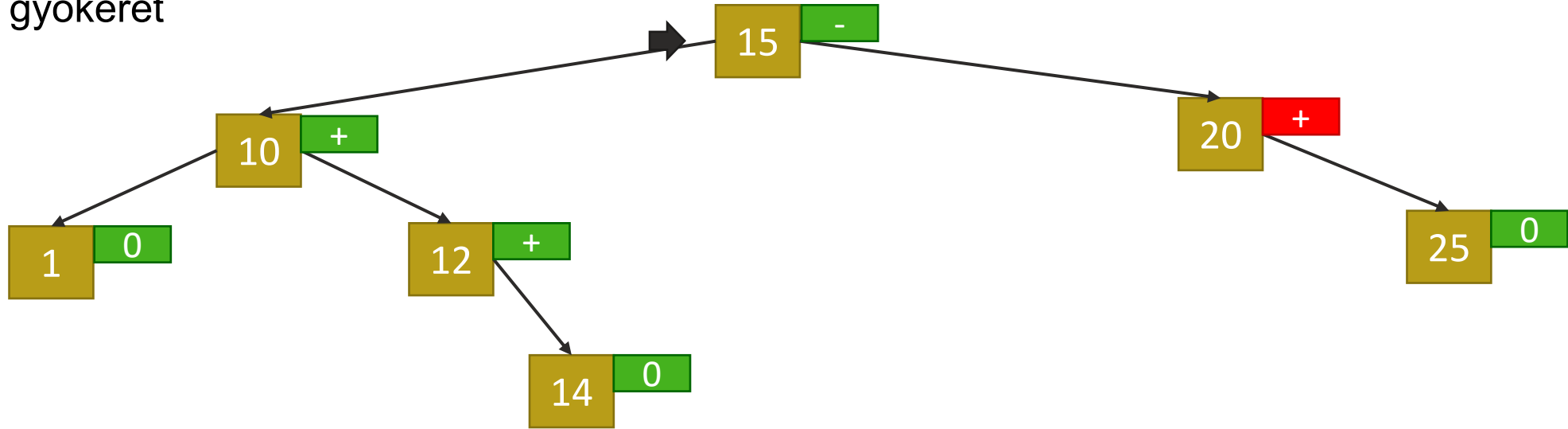
- Újraszámoljuk ...



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

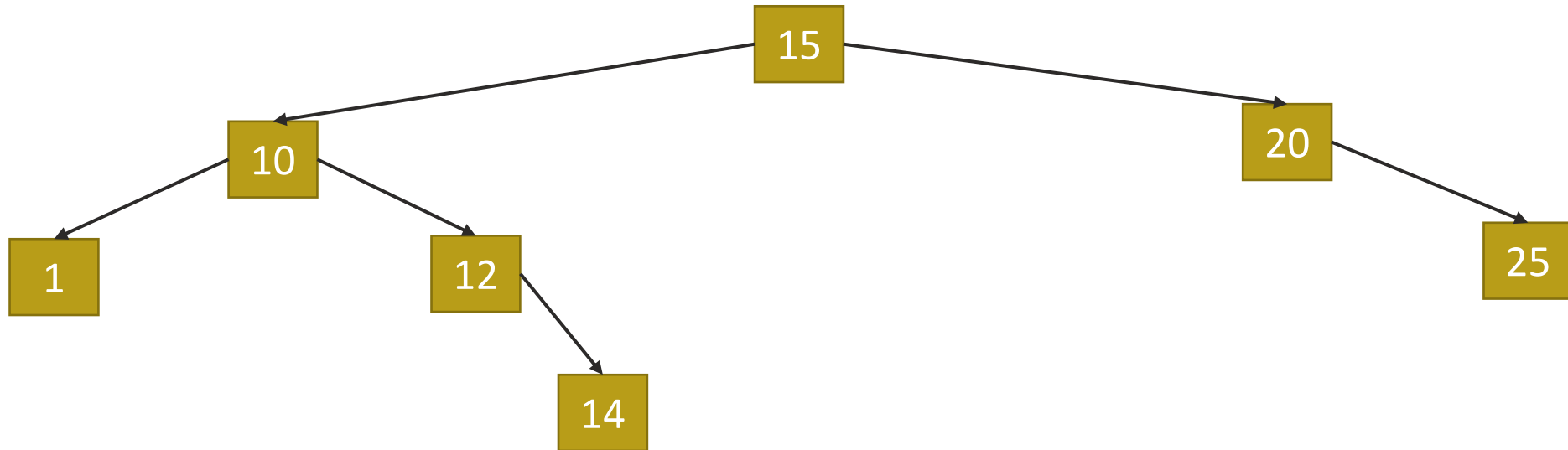
- Elértük a gyökeret



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

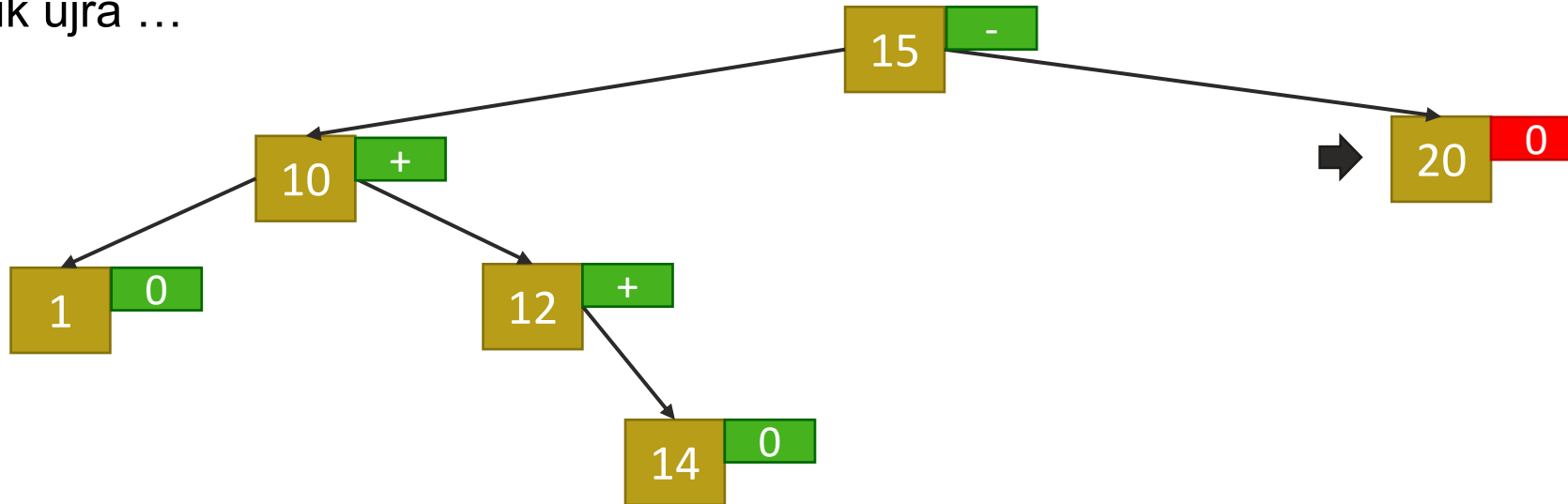
- 25



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljük ki elemeket

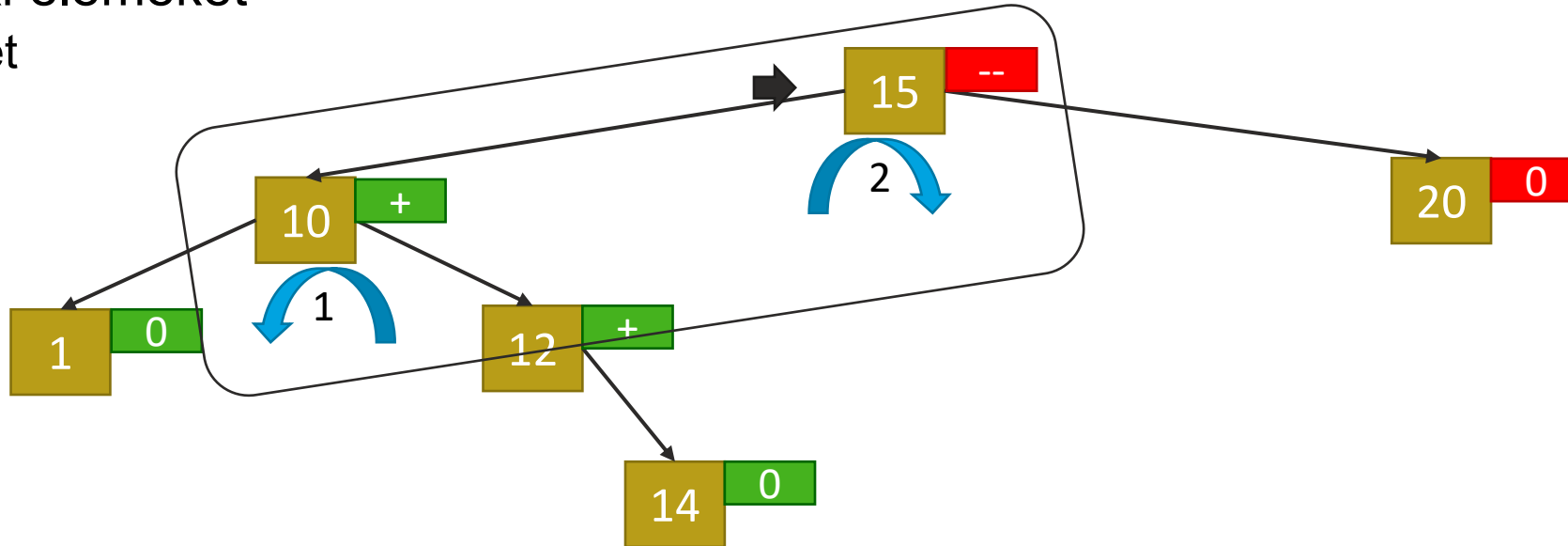
- Számoljuk újra ...



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

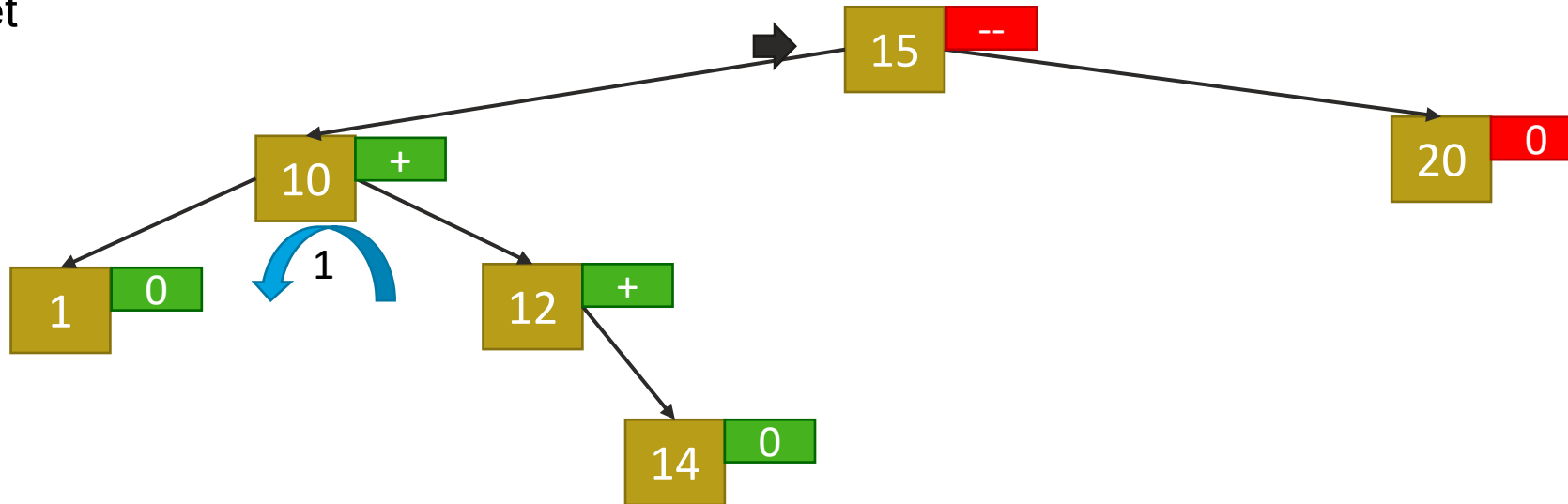
- (--,+) eset



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

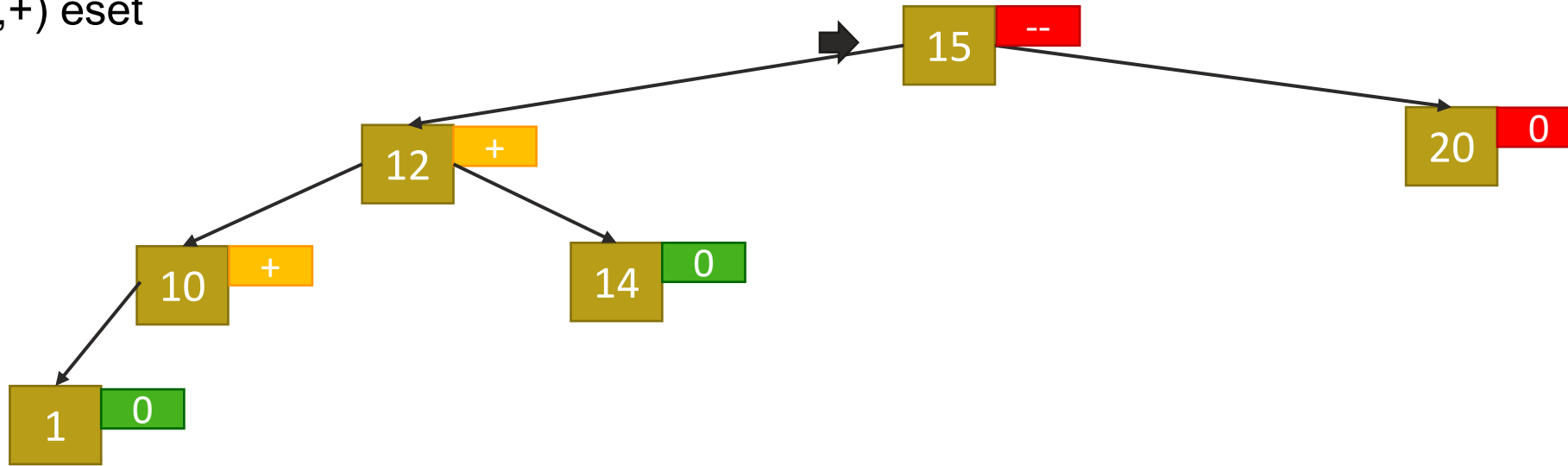
- (--,+) eset



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljük ki elemeket

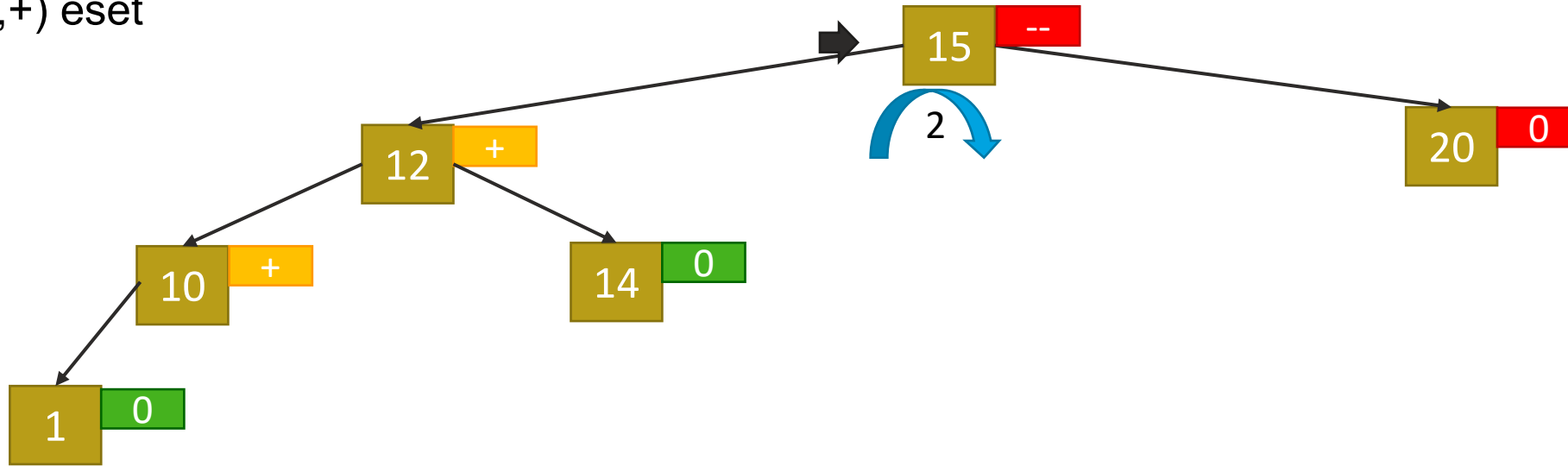
- (--,+) eset



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljük ki elemeket

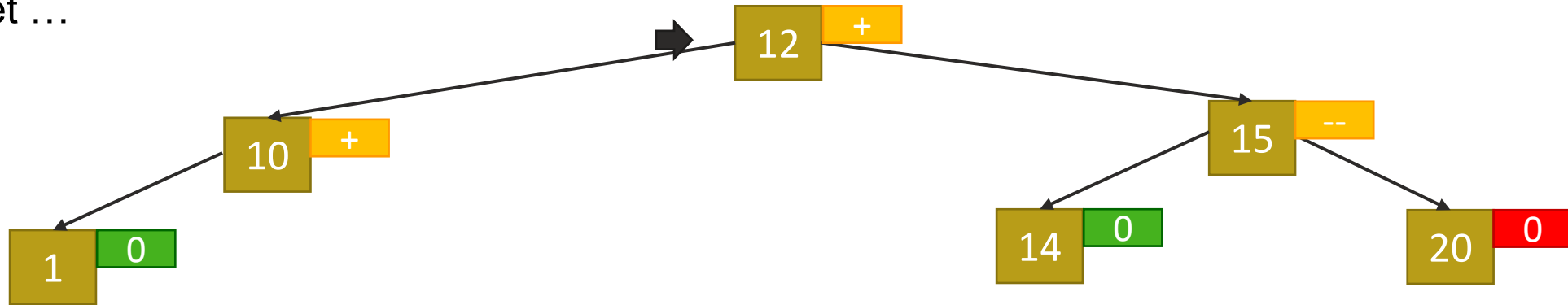
- (--,+) eset



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

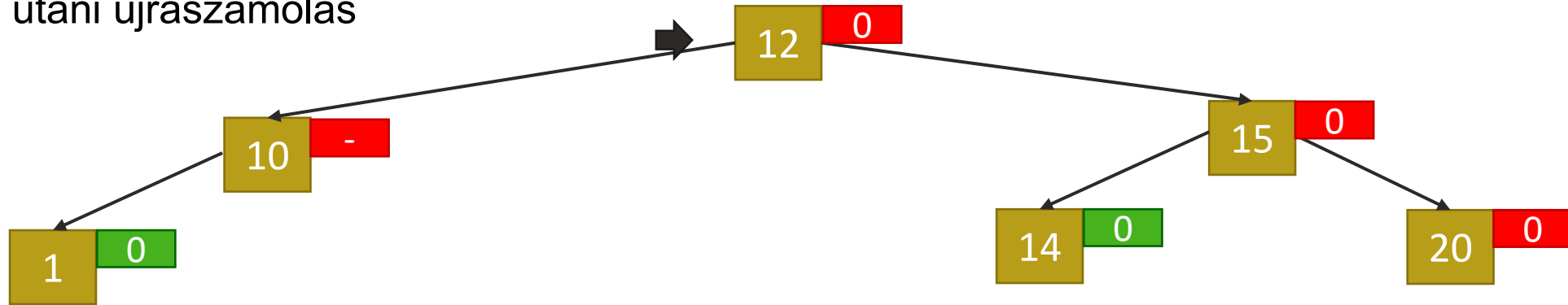
- (--,+) eset ...



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

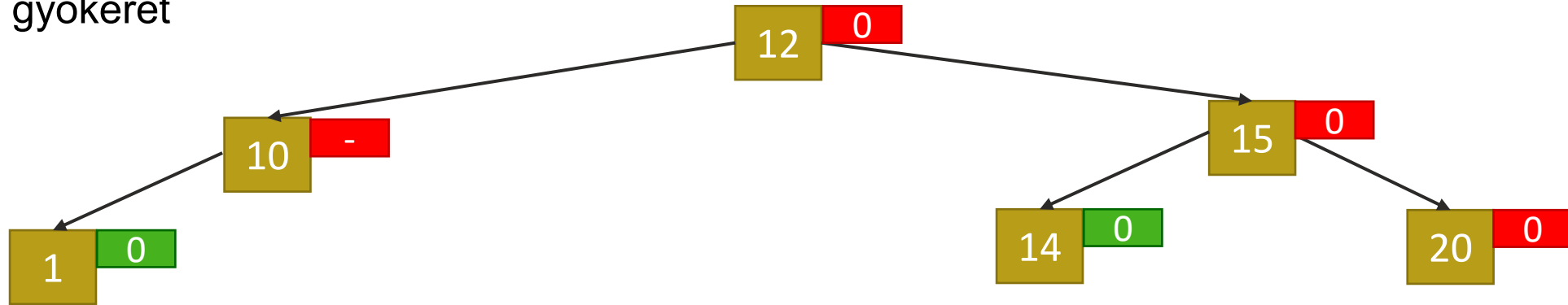
- Forgatás utáni újraszámolás



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

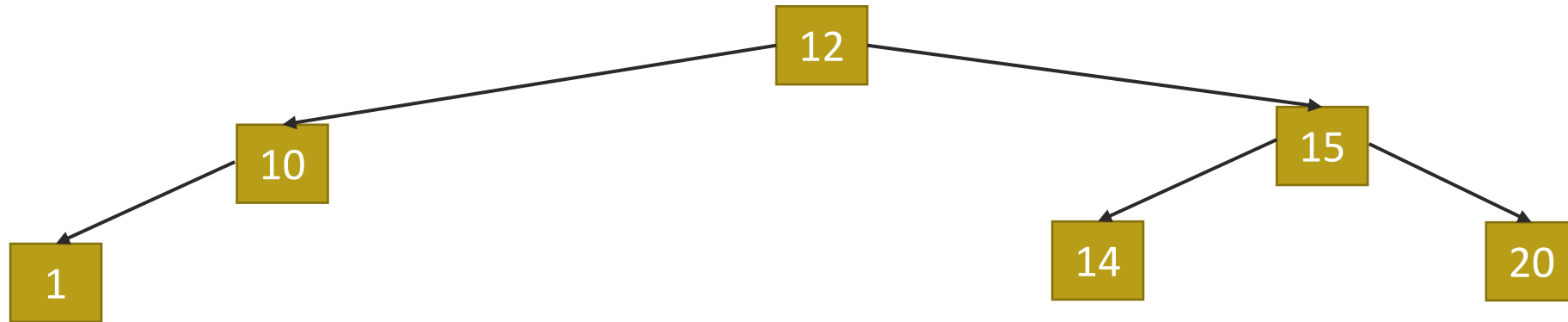
- Elértük a gyökeret



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

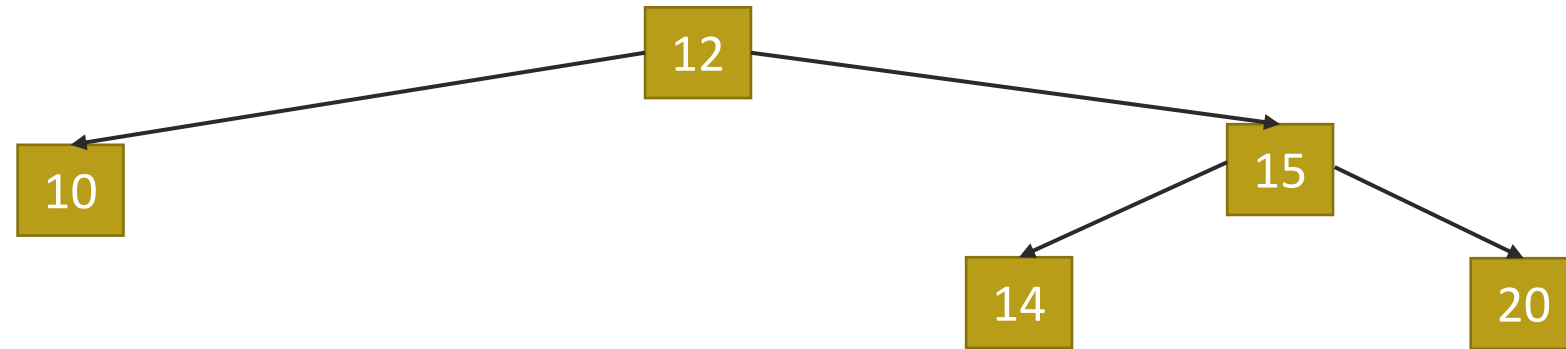
- 1



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

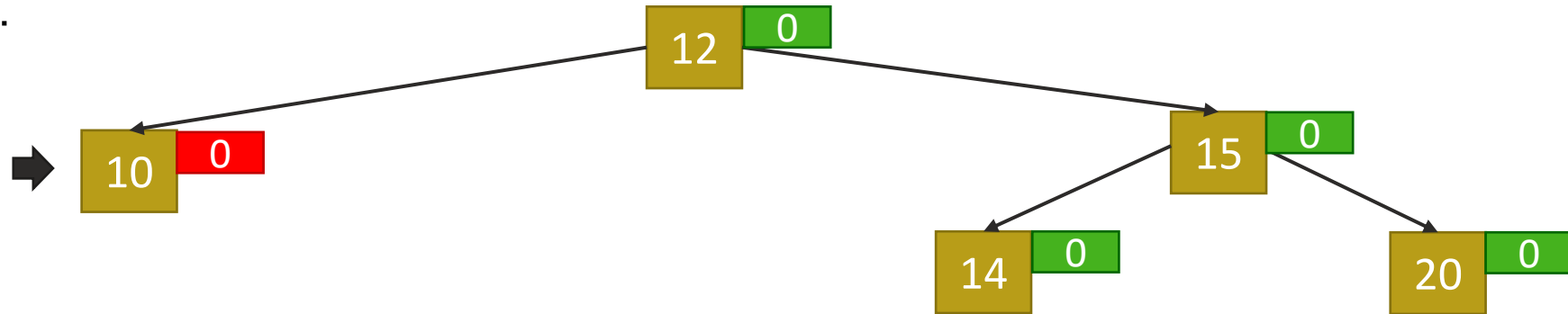
- 1



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

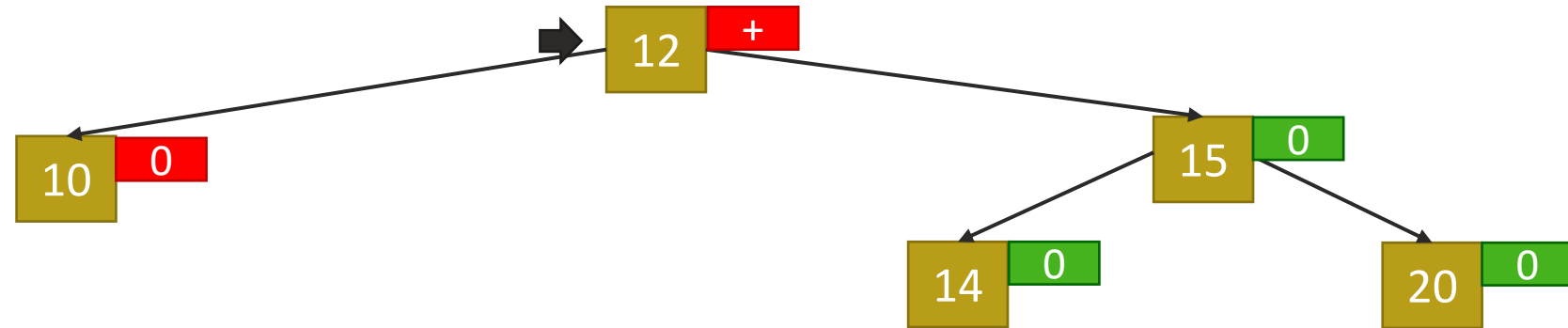
- Számoljuk újra ...



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

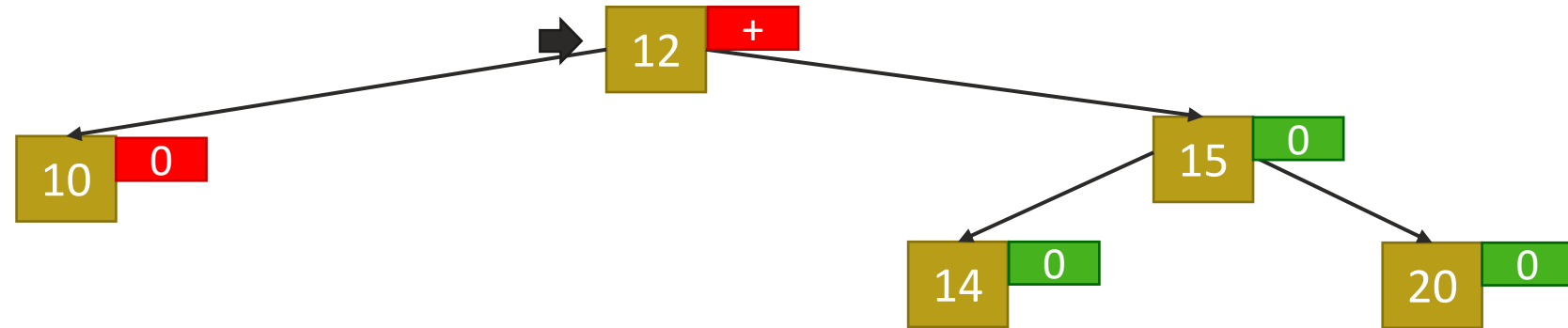
- Számoljuk újra ...



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

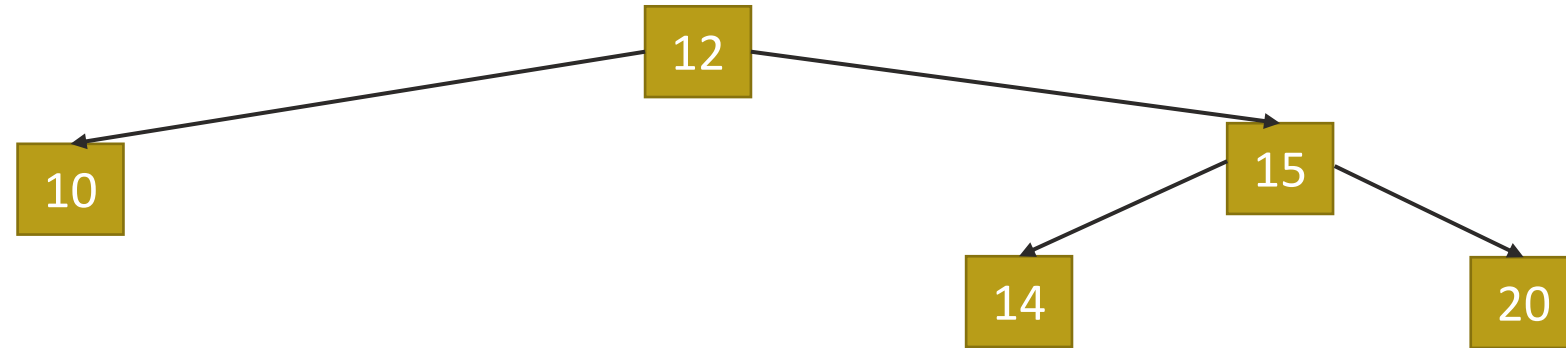
- Elértük a gyökeret



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljük ki elemeket

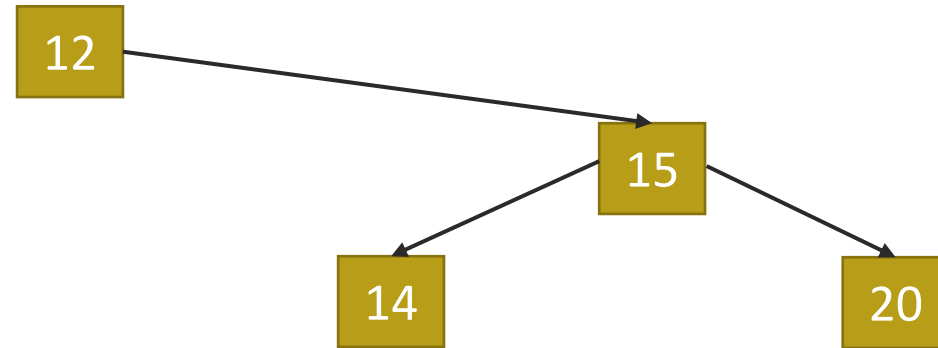
- 10



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljük ki elemeket

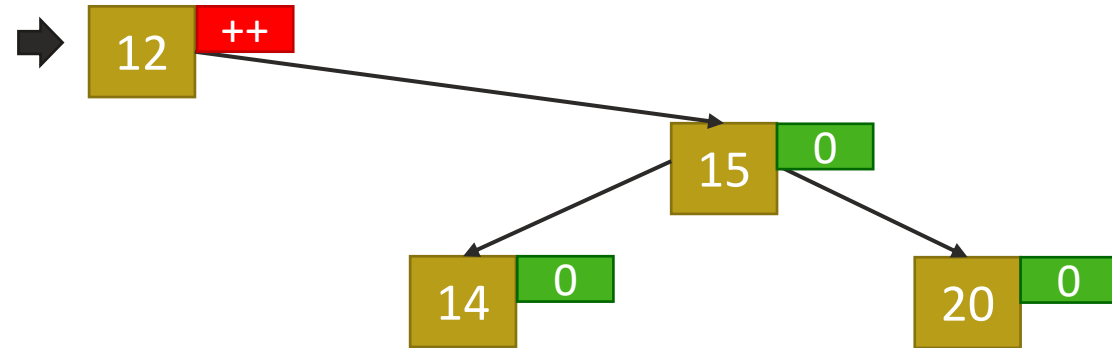
- 10



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

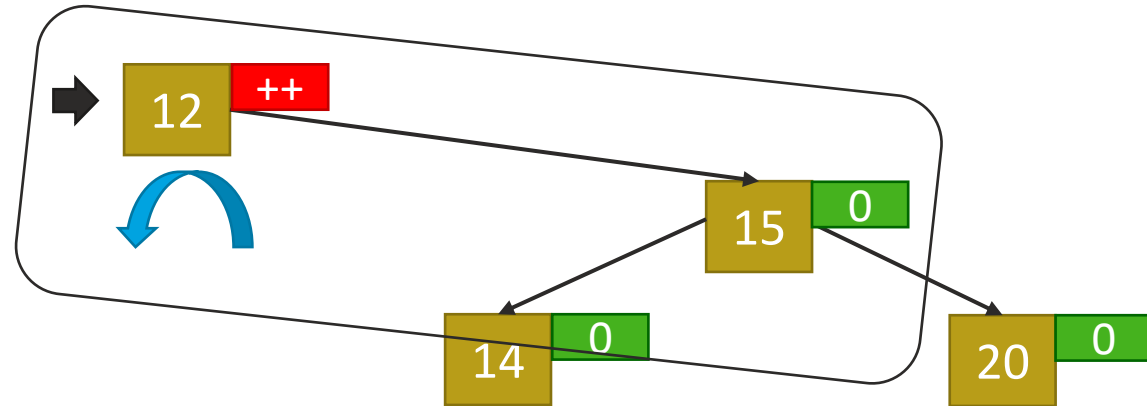
- Számoljuk újra ...



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

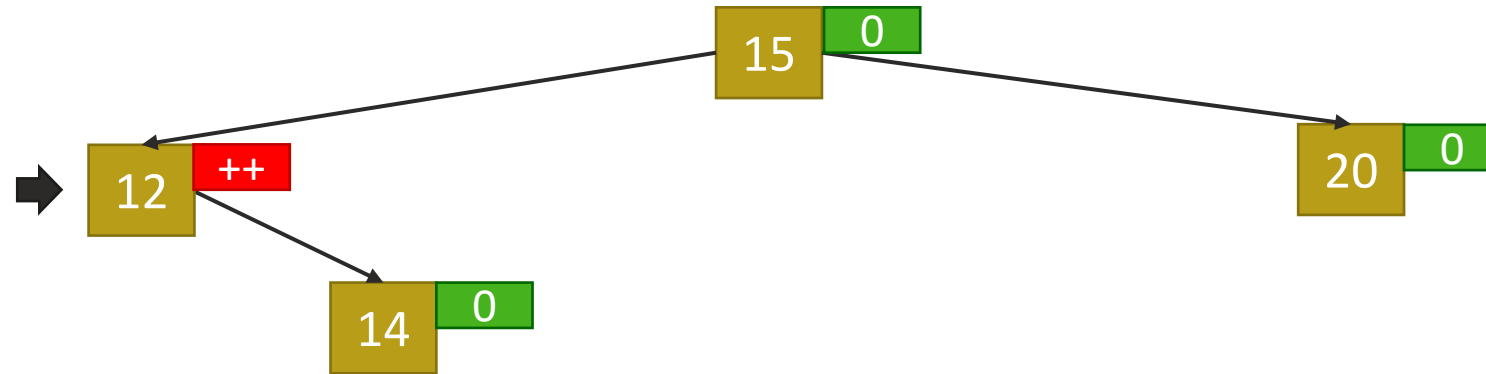
- $(++,0)$



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

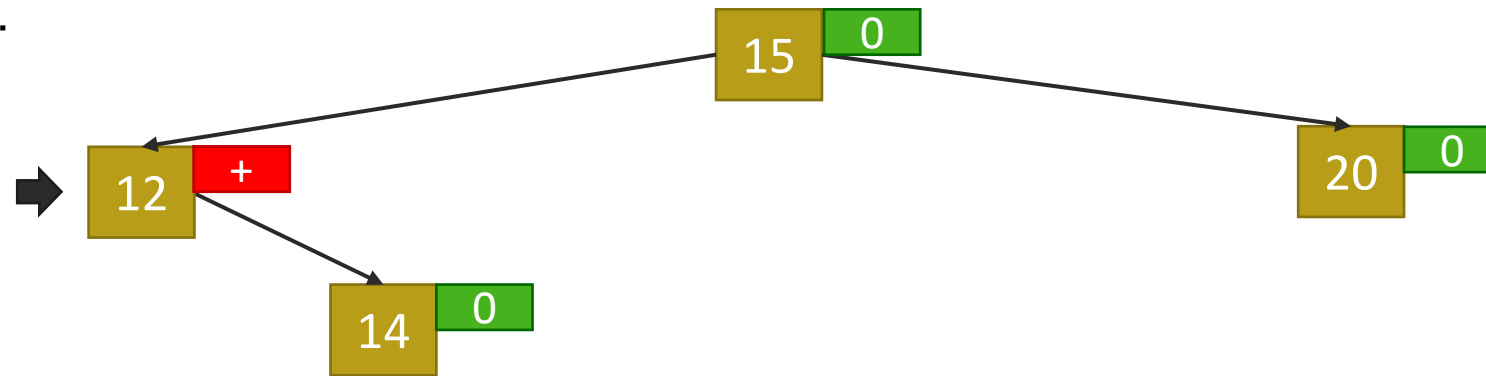
- $(++,0)$



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

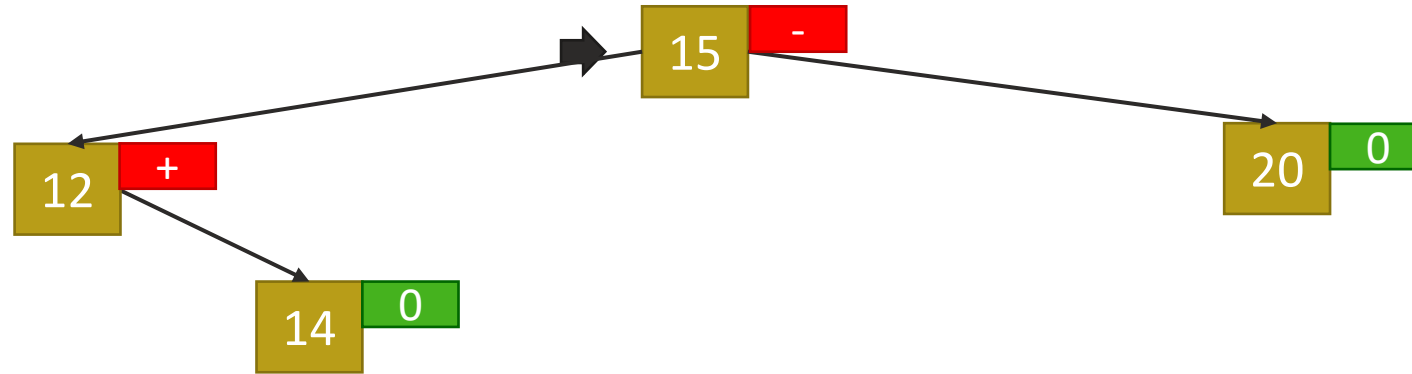
- Számoljuk újra ...



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

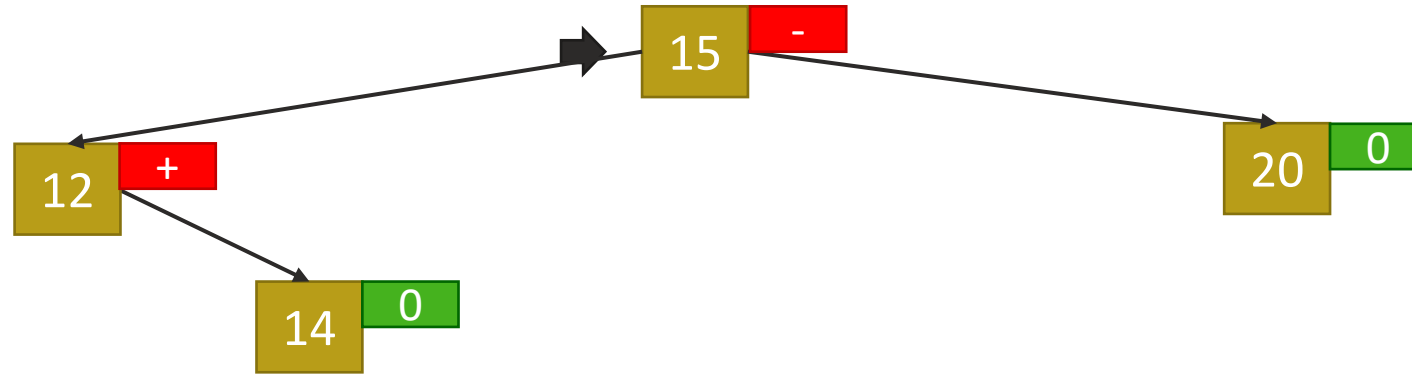
- Számoljuk újra ...



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

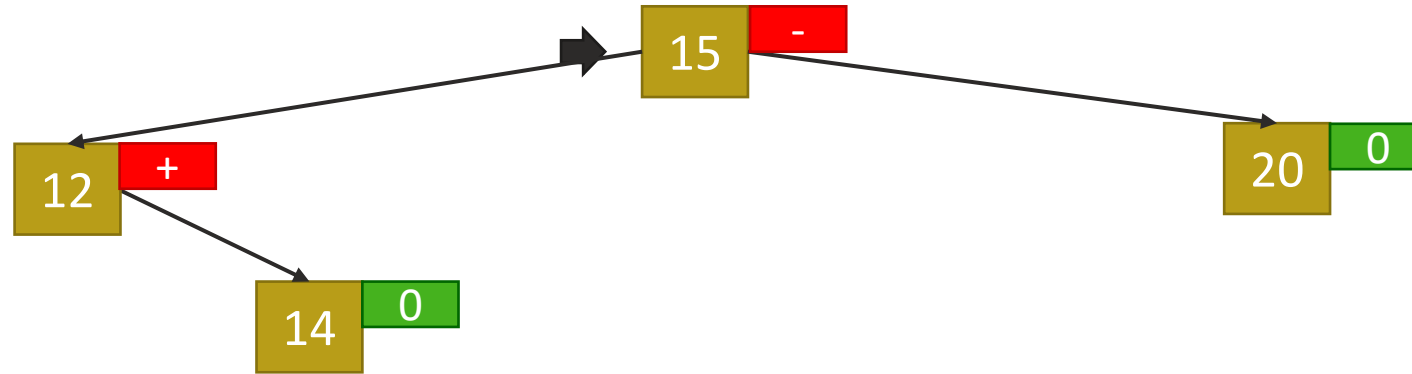
- Számoljuk újra ...



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

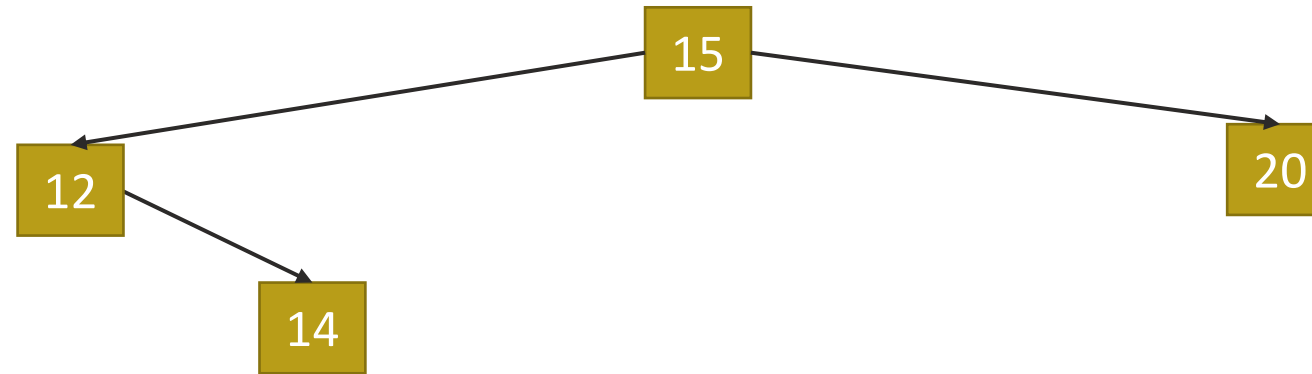
- Elértük a gyökeret



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

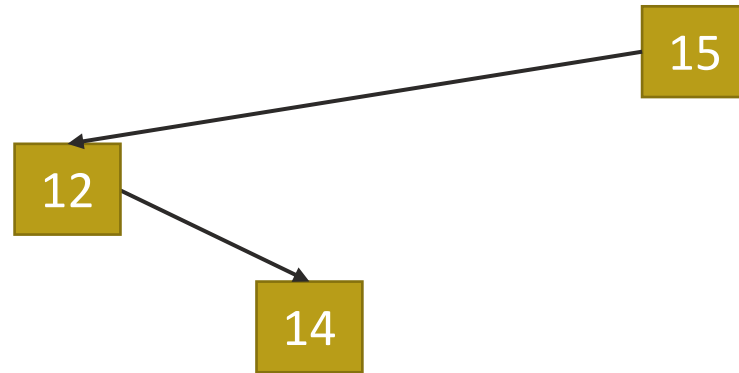
- 20



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljük ki elemeket

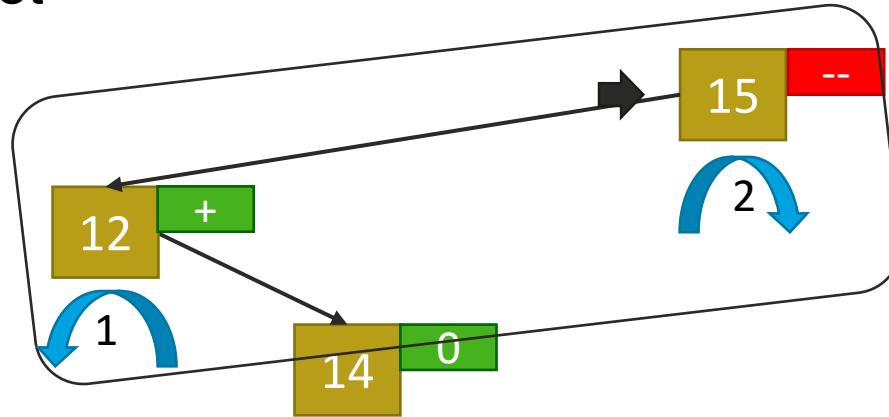
- 20



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

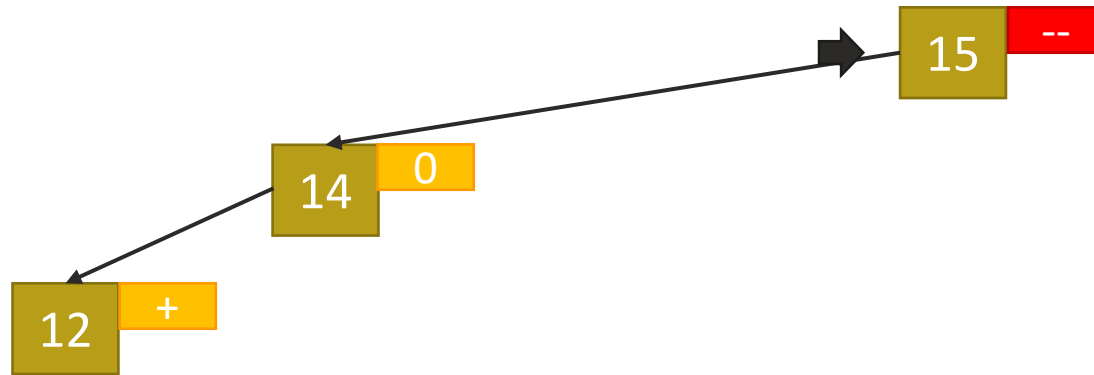
- (--, +)



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

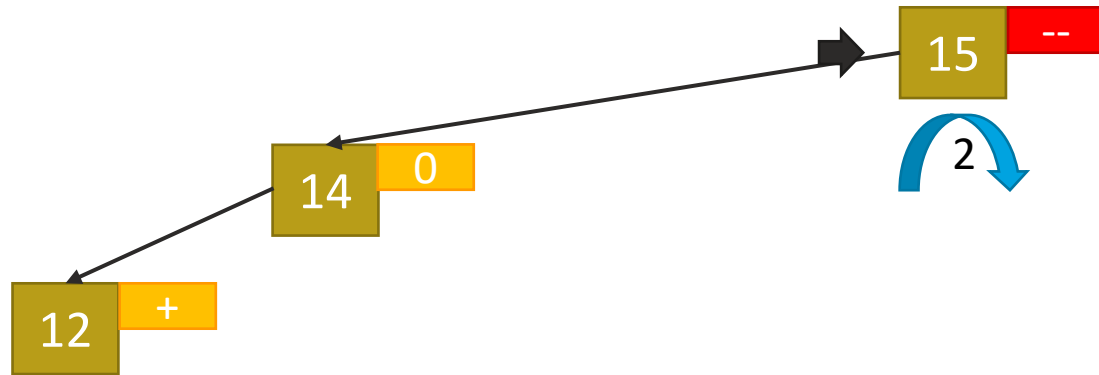
- (--, +)



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

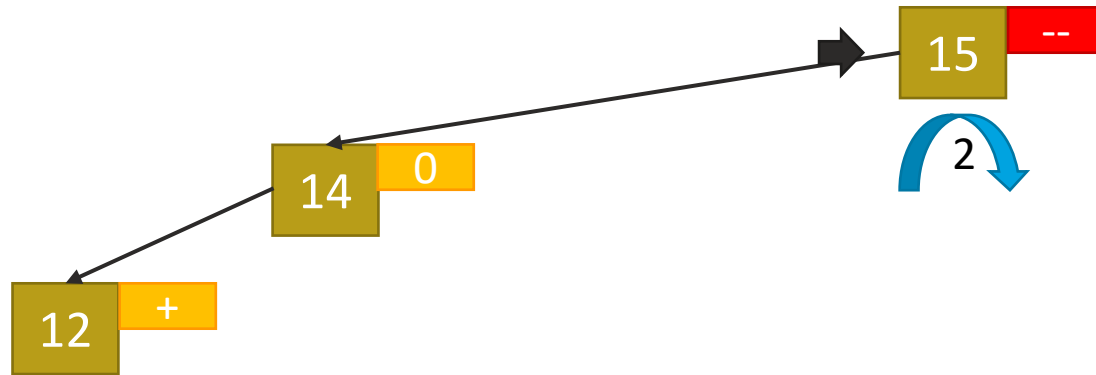
- (--, +)



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljük ki elemeket

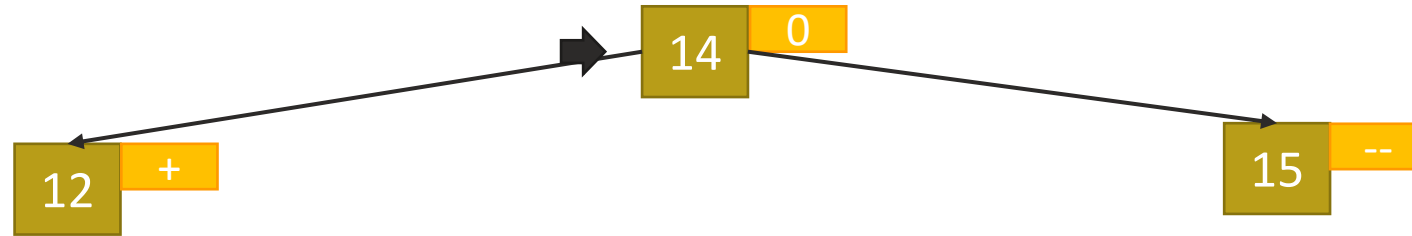
- (--,+)



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Töröljünk ki elemeket

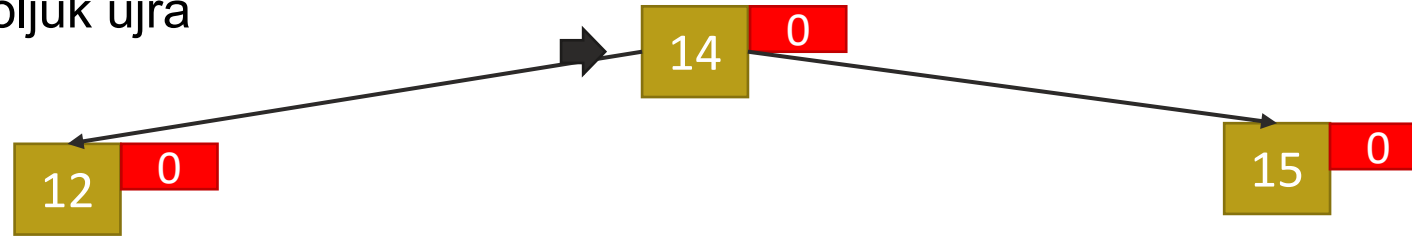
- (--,+)



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

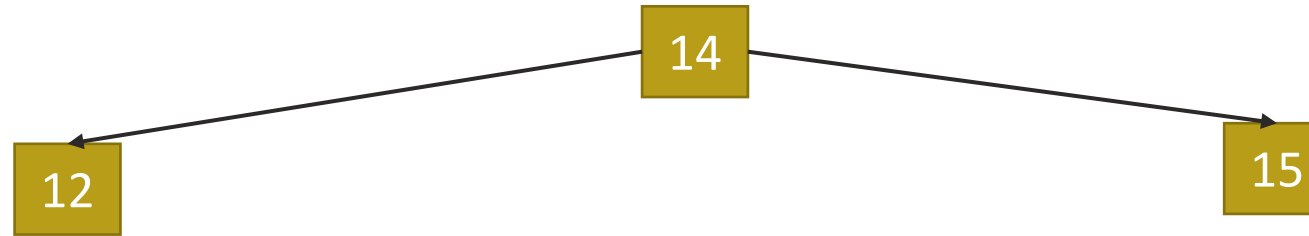
Töröljünk ki elemeket

- Forgatás után számoljuk újra



• AVL fa – Törlés utáni kiegyensúlyozás

Innentől triviális ...



Vegyük észre, hogy itt nem volt elegendő egy (dupla) forgatás.

Itt már előfordult a $(++,0)$ vagy $(--,0)$ eset is.