

ADATSZERKEZETEK ÉS ALGORITMUSOK

Lengyel forma
„LIFO, FIFO, Szekvenciális adatszerkezetek”

Kifejezések

- Infix

- Amikor az operátor az operandusok között van
- $a + b$

- Postfix

- Amikor az operátor az operandusok mögött van
- $a b +$

- Prefix

- Amikor az operátor az operandusok előtt van
- $+a b$

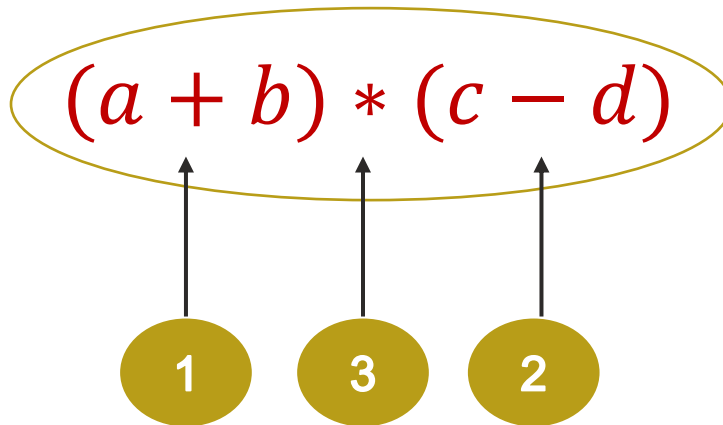
Lengyel forma

- J. Lukasewitz lengyel matematikus használta először
 - Prefix forma – lengyel forma
 - Postfix forma – fordított lengyel forma
- Átalakítás
 - Infix kifejezés
 - $(a + b) * (c - d)$
 - Postfix kifejezés
 - $a b + c d - *$
- Az Infix kifejezés átalakítható Postfix kifejezéssé
 - A kifejezések feldolgozásánál két fontos előnye van

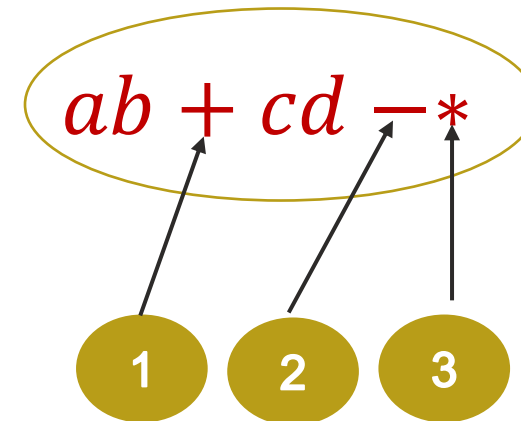
Fordított lengyel forma – előnyök

- A műveleti jelek olyan sorrendben követik egymást, amilyen sorrendben végre kell hajtani azokat.

Infix forma

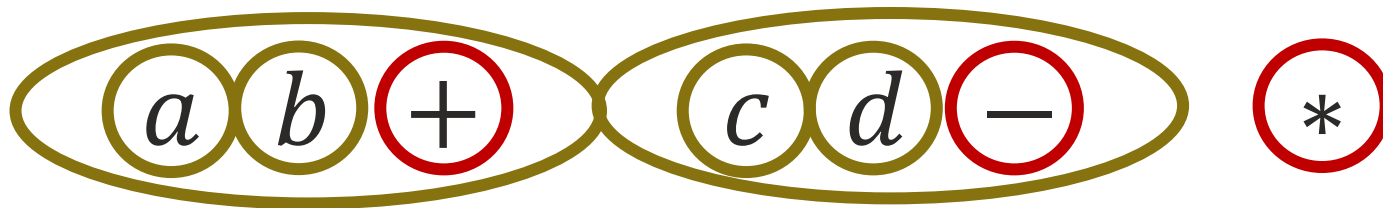


Lengyelforma



Fordított lengyel forma – előnyök

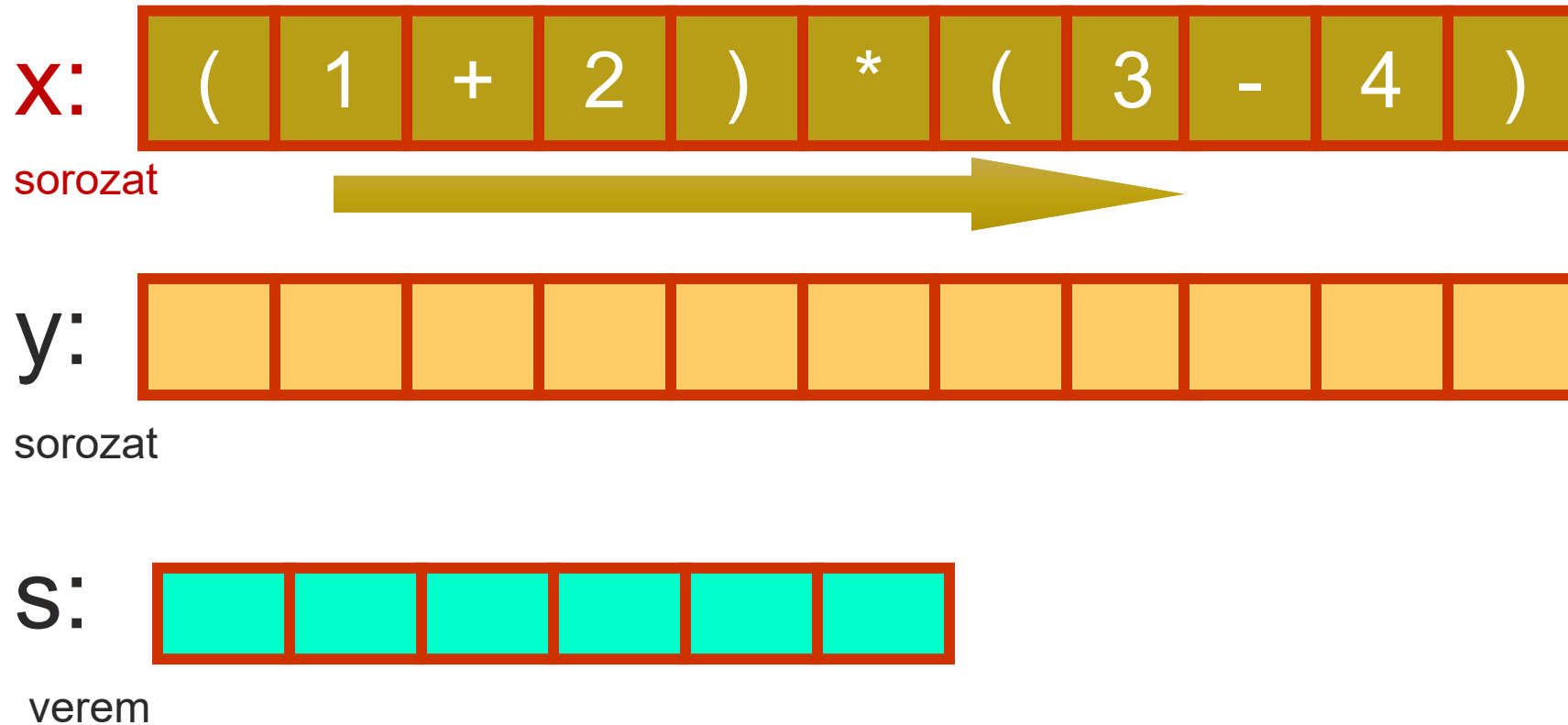
- A műveleti jel (operátor) közvetlenül az operandusai után áll
 - Infix forma: $(a + b) * (c - d)$
 - Postfix forma
 - Operátor
 - Operandus



További példák

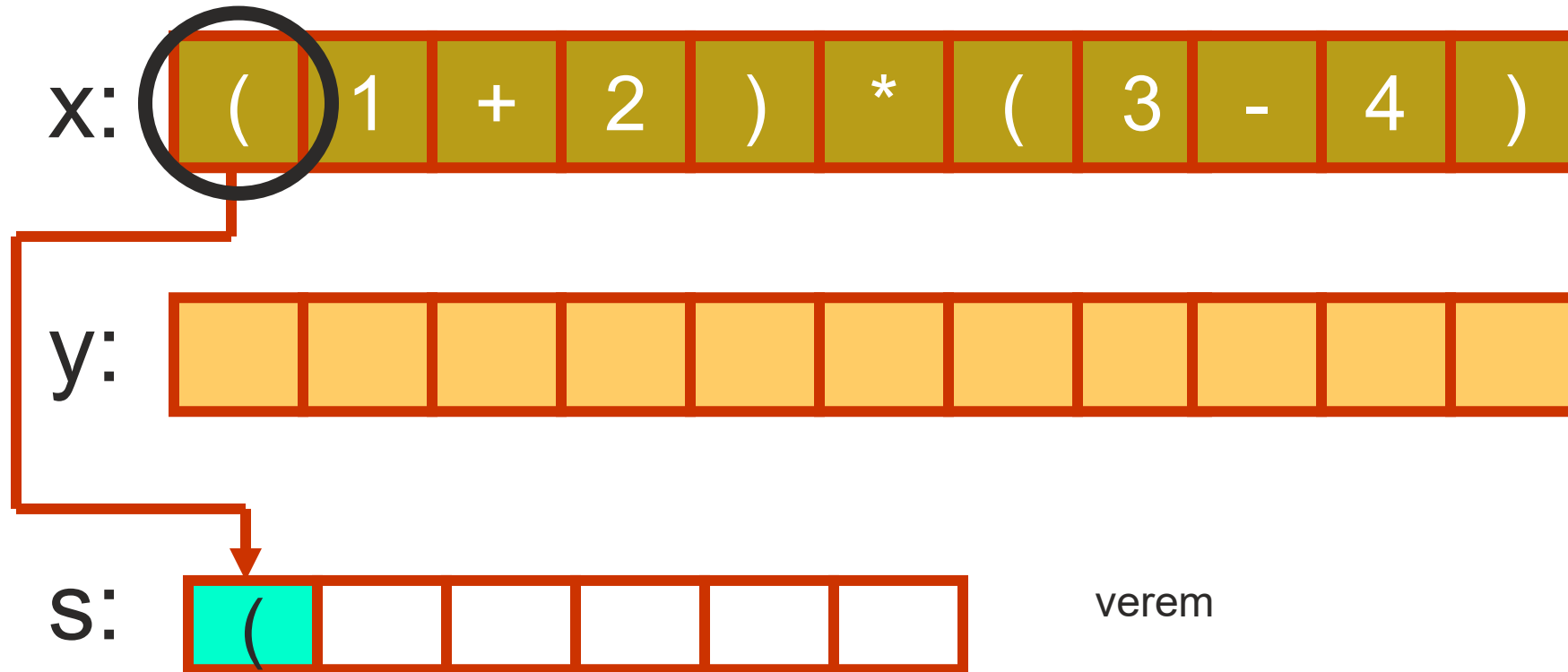
- Kifejezés lengyel formára hozása
- Szokásos forma
 - $(1 + 2) * (3 - 4)$
 - $(a + b * c) * (d * 3 - 4)$
- Fordított lengyel forma
 - $1\ 2\ +\ 3\ 4\ -\ *$
 - $abc\ * \ +d\ 3\ * \ 4\ -\ *$

Lengyel formára alakítás



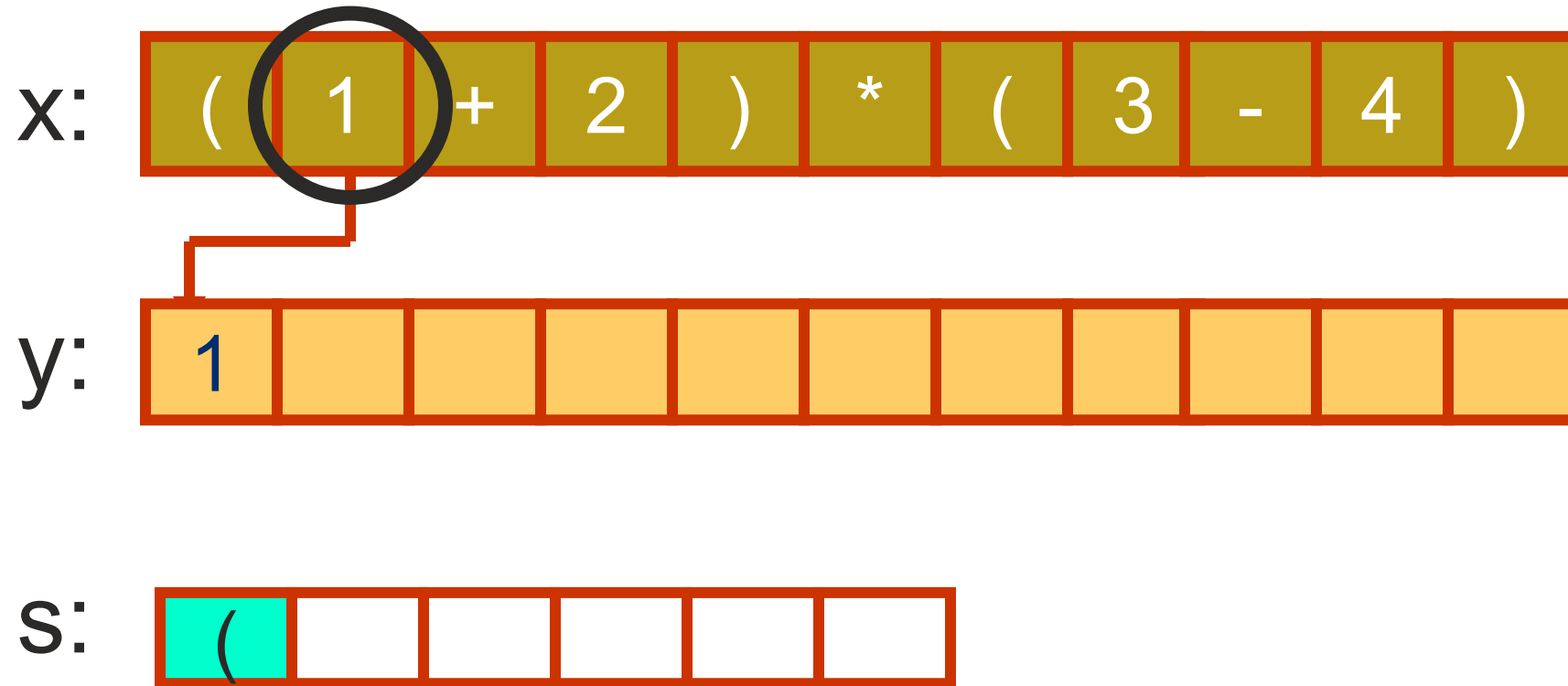
Az x sorozatot balról jobbra haladva dolgozzuk fel.
A sorozat végét ; jelzi.

Lengyel formára alakítás



A következő szimbólum **nyitózárójel**: **tegyük a verembe.**

Lengyel formára alakítás



A következő szimbólum operandus: írjuk ki.

Lengyel formára alakítás

x: (1 + 2) * (3 - 4)

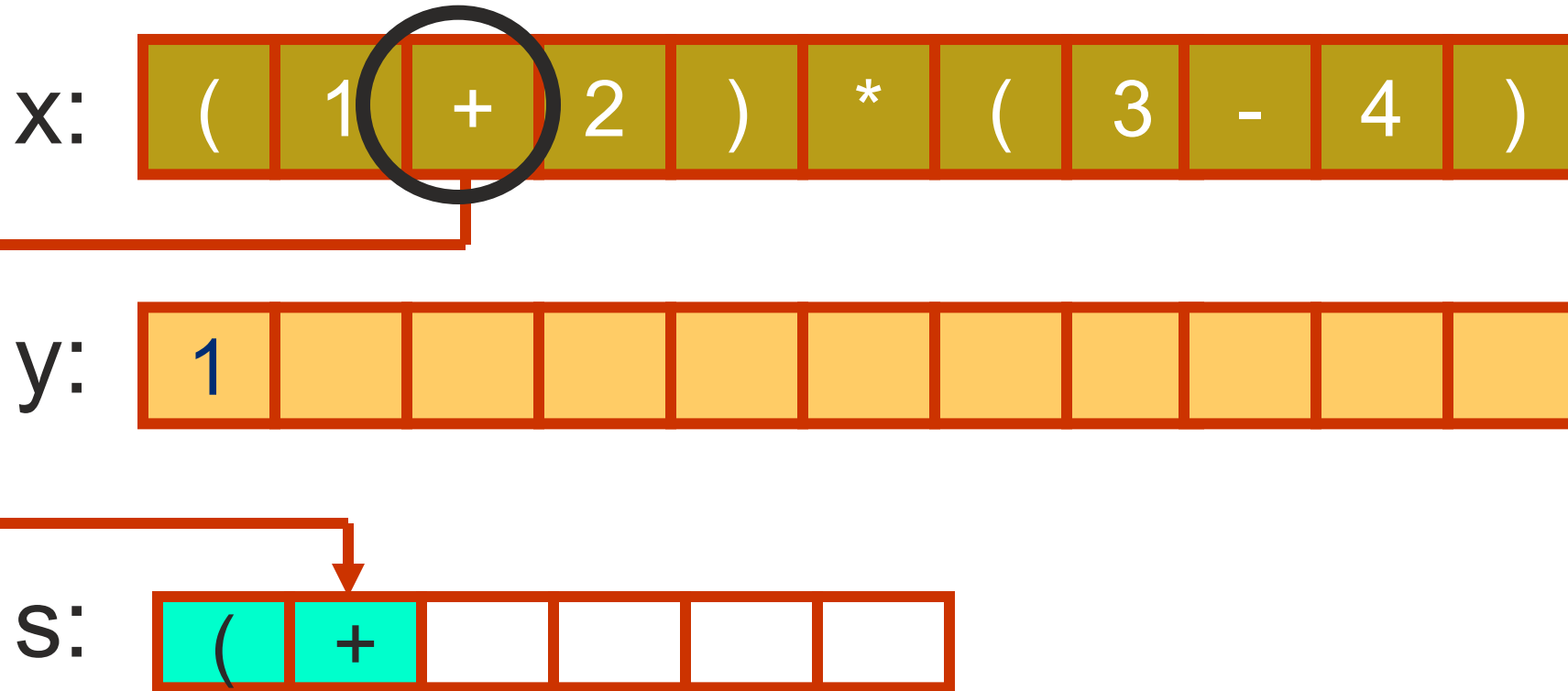
y: 1

s: (

A következő szimbólum **operátor**:

1. **legfeljebb a nyitózárójelig** kivesszük a veremből az operátornál nem kisebb prioritású operátorokat és **kiírjuk** azokat,

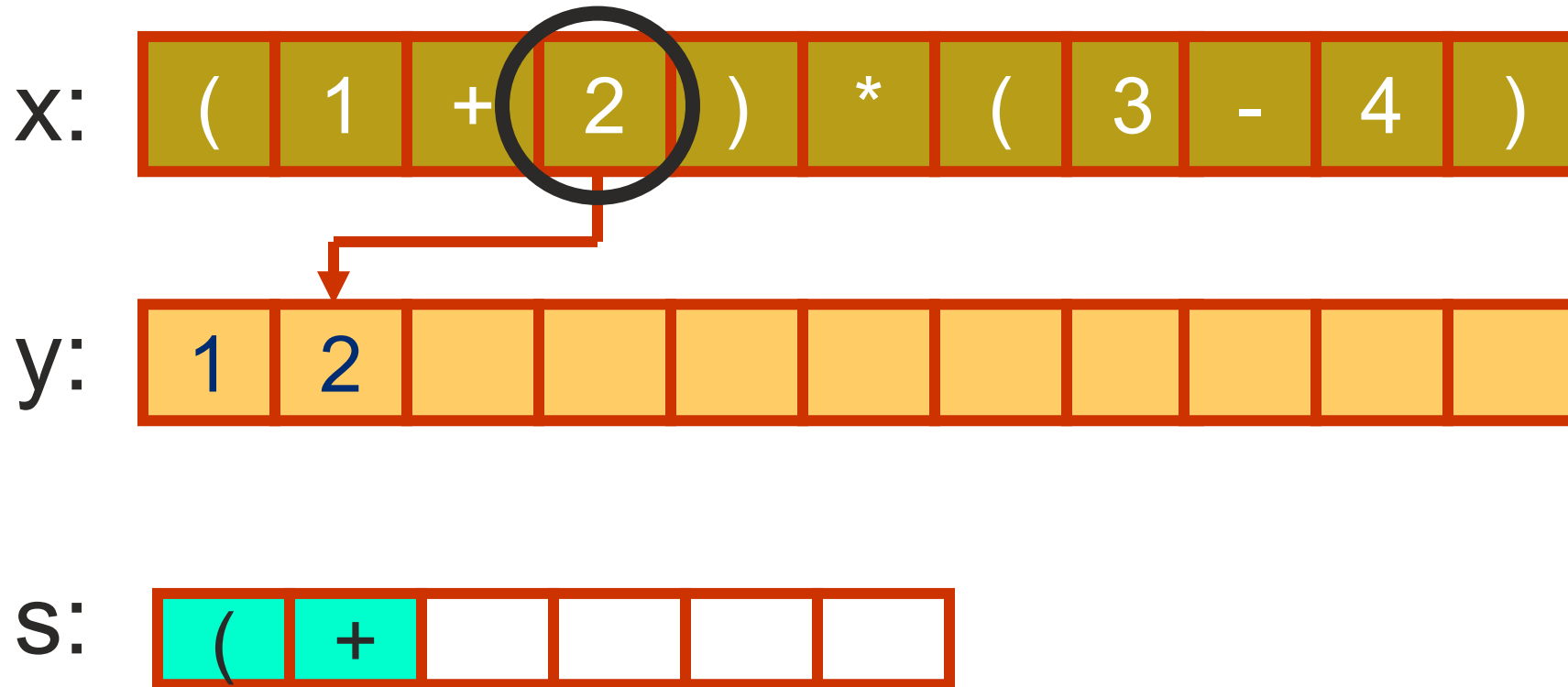
Lengyel formára alakítás



A következő szimbólum **operátor**:

1. legfeljebb a nyitózárójelig kivesszük a veremből az operátornál nem kisebb prioritású operátorokat és kiírjuk azokat,
2. Ezt az operátort betesszük a verembe.

Lengyel formára alakítás



A következő szimbólum operandus: írjuk ki.

Lengyel formára alakítás

x: (1 + 2) * (3 - 4)

y: 1 2 +

s: (+

A következő szimbólum csukózárójel:

1. Írjuk ki a verem tetején lévő elemeket egészen a nyitózárrójelig.

Lengyel formára alakítás

x: (1 + 2) * (3 - 4)

y: 1 2 +

s: (

A következő szimbólum **csukózárójel**:

1. Írjuk ki a verem tetején lévő elemeket egészen a nyitózárrójelig.
2. Vegyük ki a verem tetejéről a nyitózárrójelet.

Lengyel formára alakítás

x: (1 + 2) * (3 - 4)

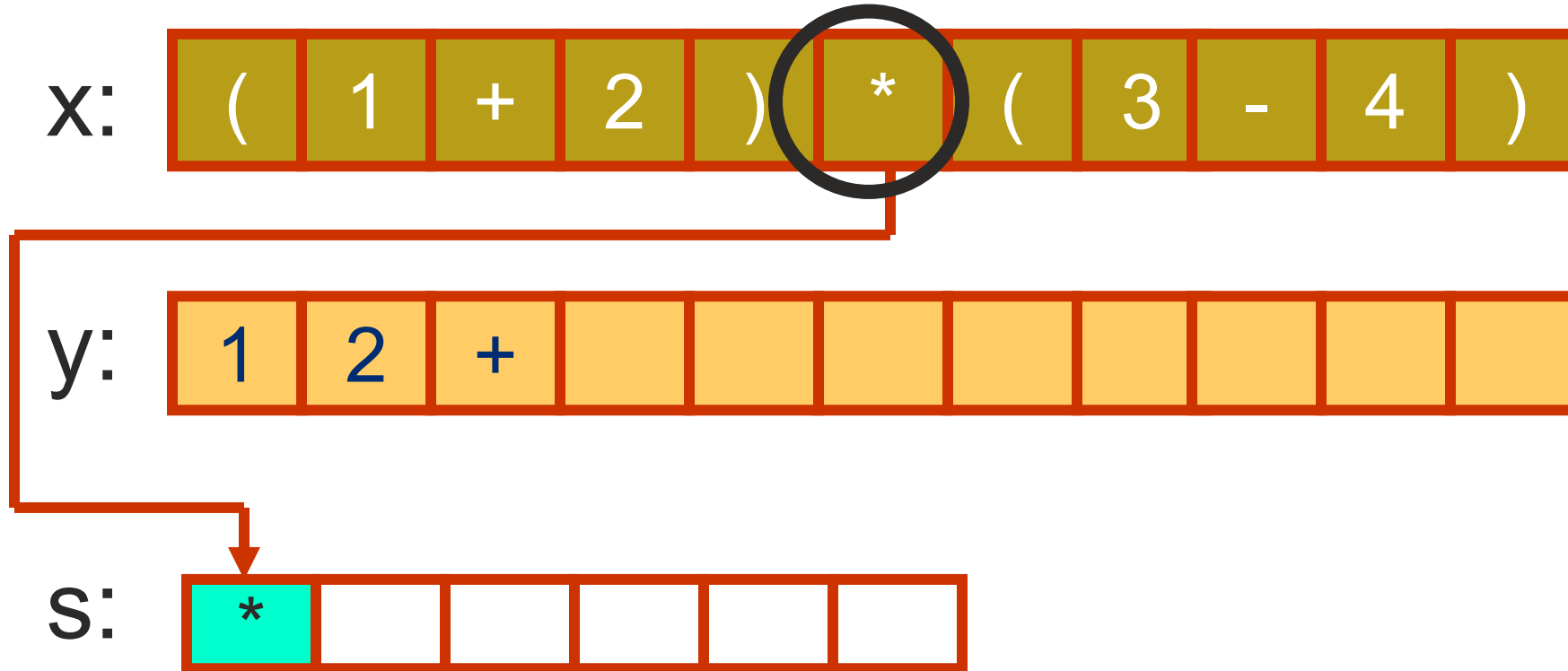
y: 1 2 +

s:

A következő szimbólum **operátor**:

1. **legfeljebb a nyitózárójelig** kivesszük a veremből **az** operátornál nem kisebb prioritású operátorokat és **kiírjuk** azokat,

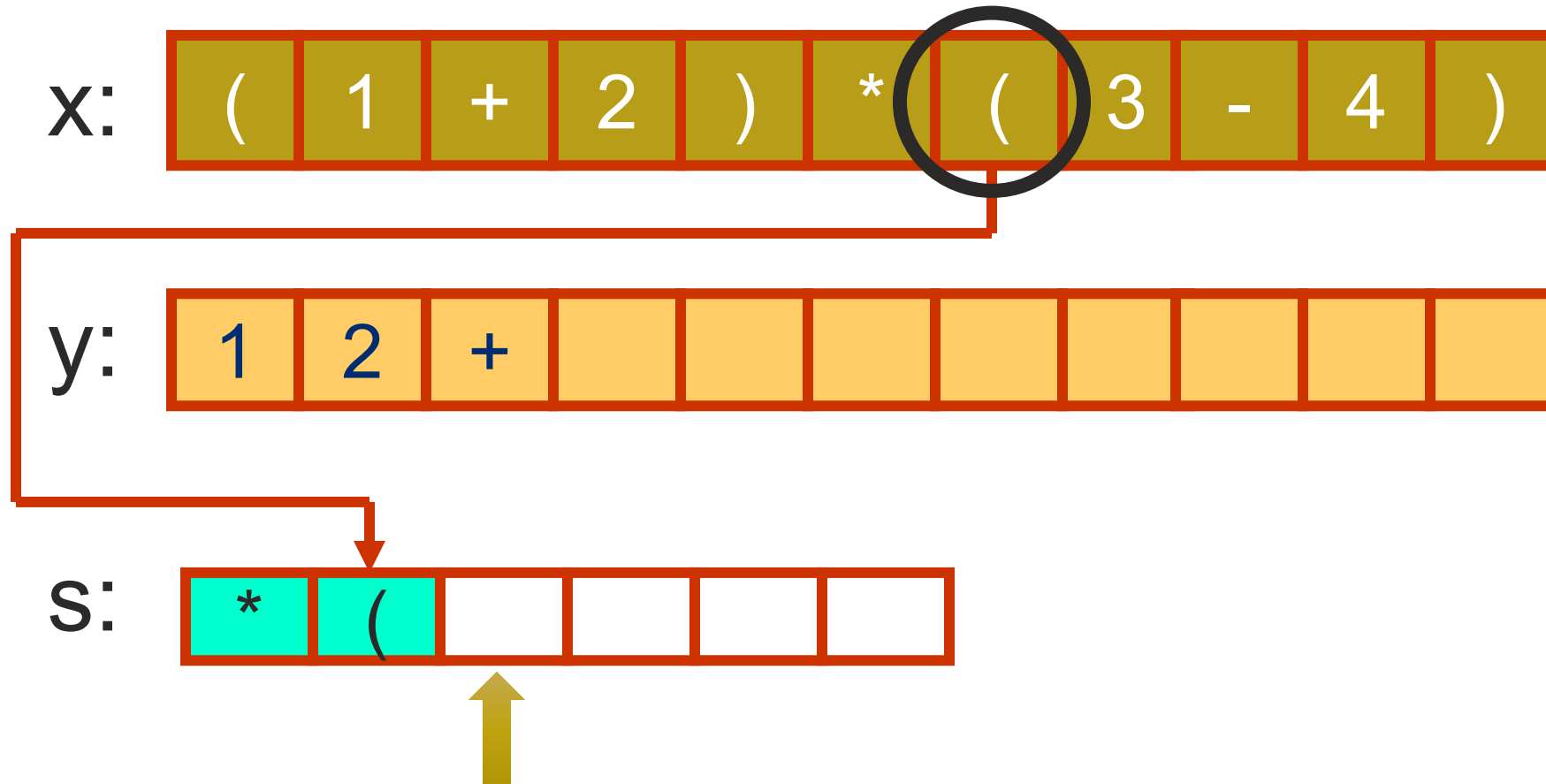
Lengyel formára alakítás



A következő szimbólum **operátor**:

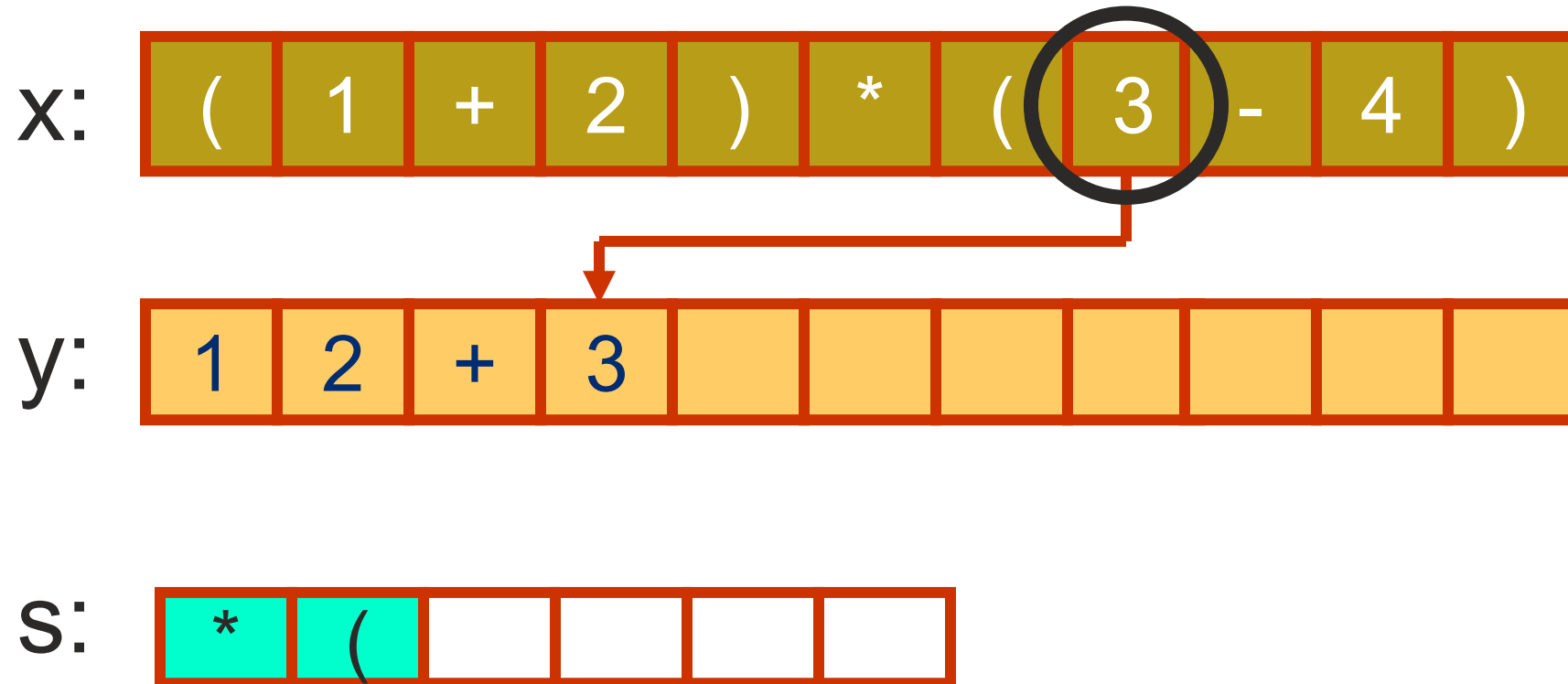
1. legfeljebb a nyitózárójelig kivesszük a veremből az operátornál nem kisebb prioritású operátorokat és kiírjuk azokat,
2. Ezt az operátort betesszük a verembe.

Lengyel formára alakítás



A következő szimbólum nyitózárójel: **tegyük a verembe.**

Lengyel formára alakítás



A következő szimbólum operandus: írjuk ki.

Lengyel formára alakítás

x:

(1	+	2)	*	(3	-	4)
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

y:

1	2	+	3							
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--

S:

*	(
---	---	--	--	--	--

A következő szimbólum **operátor**:

1. **legfeljebb a nyitózárójelig kivesszük a veremből az** operátornál nem kisebb prioritású operátorokat és **kiírjuk** azokat,

Lengyel formára alakítás

x: (1 + 2) * (3 - 4)

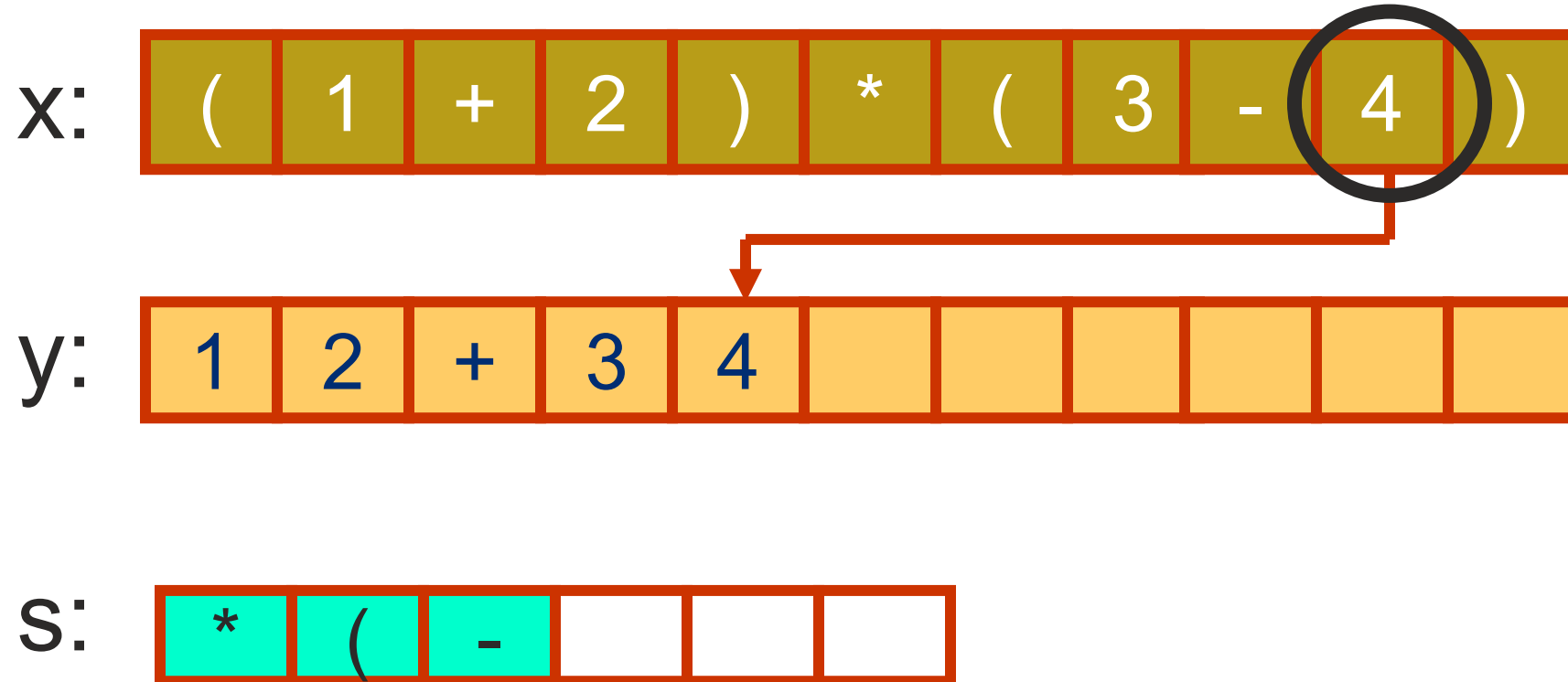
y: 1 2 + 3

S: * (-

A következő szimbólum **operátor**:

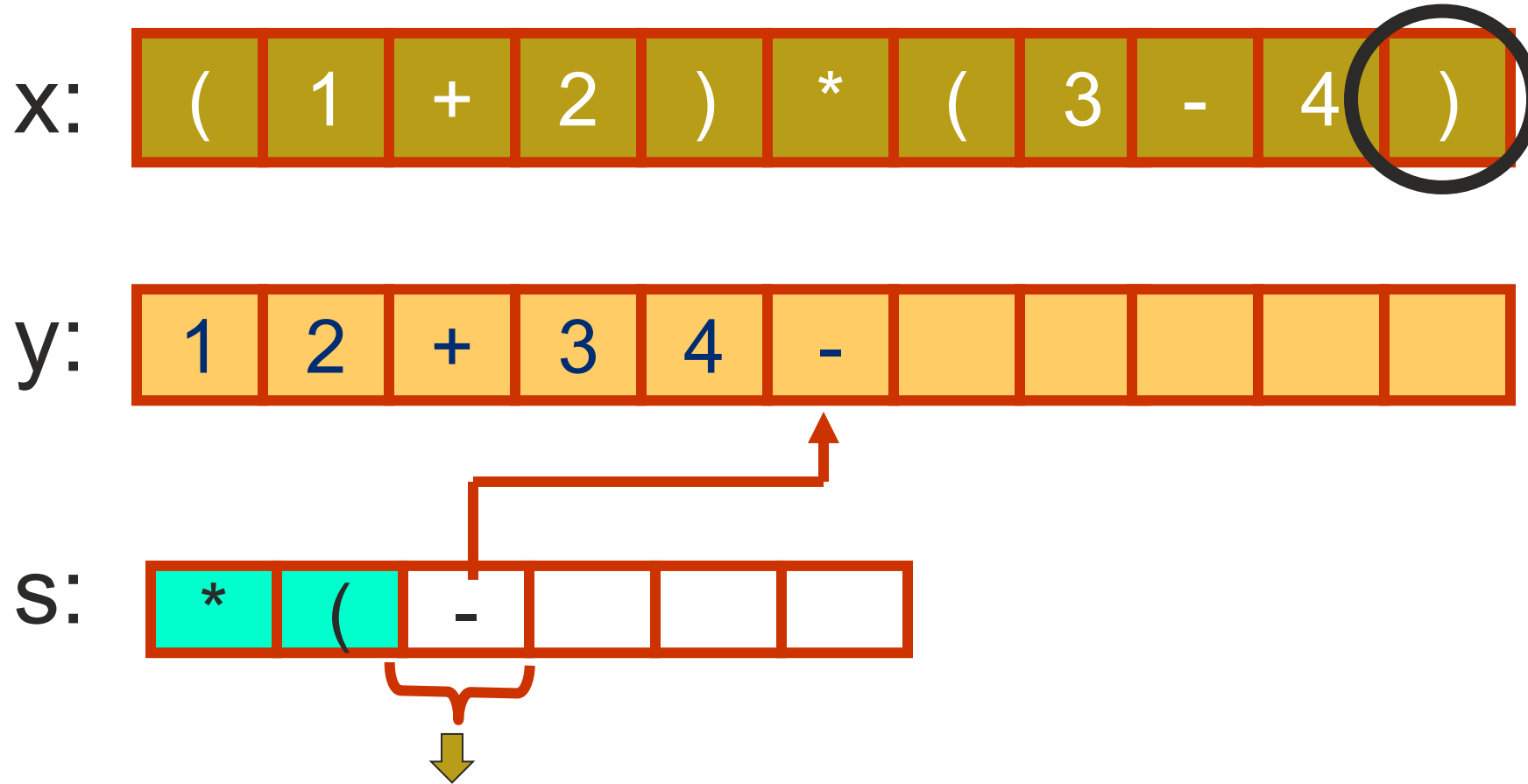
1. legfeljebb a nyitózárójelig kivesszük a veremből az operátornál nem kisebb prioritású operátorokat és kiírjuk azokat,
2. Ezt az operátort betesszük a verembe.

Lengyel formára alakítás



A következő szimbólum operandus: írjuk ki.

Lengyel formára alakítás



A következő szimbólum **csukózárójel**:

1. Írjuk ki a verem tetején lévő elemeket egészen a nyitózárójelig.

Lengyel formára alakítás

x: (1 + 2) * (3 - 4)

y: 1 2 + 3 4 -

s: * (

A következő szimbólum **csukózárójel**:

1. Irjuk ki a verem tetején lévő elemeket egészen a nyitózárrójelig.
2. Vegyük ki a verem tetejéről a nyitózárrójelét.

Lengyel formára alakítás

x: (1 + 2) * (3 - 4)

y: 1 2 + 3 4 - *

S: *

Elértük a kifejezés végét:
Írjuk ki a veremben lévő összes elemet.

Lengyel formára alakítás

- Tegyük fel, hogy az x „token”-ekből álló sor tartalmazza a szintaktikailag helyes kifejezést,
- Egy token lehet:
 - Operandus, vagy
 - Operátor (bináris), vagy
 - „(” vagy „)”
 - az y sorba hozzuk létre a postfix formájú kifejezést,
- közben felhasználva az s vermet, mely operátorokat és nyitózárójelet tartalmazhat

Lengyel formára alakítás

y.empty; s.empty				
¬x.isempty				
e←x.out				
I / e=operandus? / N				
y.in(e)	I / e='('	I / e=')'	I / e=operátor	
	s.push(e)	s.top ≠ '('	s.top ≠ '(' ∧ prec(s.top)≥prec(e) ∧ ¬s.isempty	
		y.in(s.pop)	y.in(s.pop)	
		s.pop	s.push(e)	
	¬s.isempty			
y.in(s.pop)				

Lengyel formára alakítás

y.empty; s.empty				
¬x.isempty				
e←x.out				
I \ e=operandus? \ N				
y.in(e)	I \ e='('	I \ e=')'	I \ e=operátor	
	s.push(e)	s.top ≠ '('	s.top ≠ '(' ∧ prec(s.top)≥prec(e) ∧ ¬s.isempty	
		y.in(s.pop)	y.in(s.pop)	
		s.pop	s.push(e)	
	¬s.isempty			
y.in(s.pop)				

Lengyel formára alakítás

y.empty; s.empty						
¬x.isempty						
e←x.out						
I		e=operandus?			N	
y.in(e)		I		e='('		
				I		
				e=')'		
				I		
				e=operátor		
				s.top ≠ '(' ∧ prec(s.top)≥prec(e) ∧ ¬s.isempty		
				y.in(s.pop)		
				y.in(s.pop)		
		s.pop		s.push(e)		
¬s.isempty						
y.in(s.pop)						

Lengyel formára alakítás

y.empty; s.empty			
¬x.isempty			
e←x.out			
I / e=operandus? / N			
y.in(e)	I / e='('	I / e=')'	I / e=operátor
	s.push(e)	s.top ≠ '('	s.top ≠ '(' ∧ prec(s.top)≥prec(e) ∧ ¬s.isempty
		y.in(s.pop)	y.in(s.pop)
		s.pop	s.push(e)
¬s.isempty			
y.in(s.pop)			

Lengyel formára alakítás

y.empty; s.empty				
¬x.isempty				
e←x.out				
I / e=operandus? / N				
y.in(e)	I / e='('	I / e=')'	I / e=operátor	
	s.push(e)	s.top ≠ '('	s.top ≠ '(' ∧ prec(s.top)≥prec(e) ∧ ¬s.isempty	
		y.in(s.pop)	y.in(s.pop)	
		s.pop	s.push(e)	
	¬s.isempty			
y.in(s.pop)				

Lengyel formára alakítás

y.empty; s.empty			
¬x.isempty			
e←x.out			
I / e=operandus? / N			
y.in(e)	I / e='('	I / e=')'	I / e=operátor
	s.push(e)	s.top ≠ '('	s.top ≠ '(' ∧ prec(s.top)≥prec(e) ∧ ¬s.isempty
		y.in(s.pop)	y.in(s.pop)
		s.pop	s.push(e)
¬s.isempty			
y.in(s.pop)			

Lengyel formára alakítás

y.empty; s.empty			
¬x.isempty			
e←x.out			
I		N	
e=operandus?			
y.in(e)	I	e='('	
	s.push(e)		
		I	e=')'
		s.top ≠ '('	
			y.in(s.pop)
			s.pop
		I	e=operátor
		s.top ≠ '(' ∧ prec(s.top)≥prec(e) ∧ ¬s.isempty	
			y.in(s.pop)
			s.push(e)
¬s.isempty			
y.in(s.pop)			

Lengyel formára alakítás

y.empty; s.empty				
¬x.isempty				
e←x.out				
I / e=operandus? / N				
y.in(e)	I / e='('	I / e=')'	I / e=operátor	
	s.push(e)	s.top ≠ '('	s.top ≠ '(' ∧ prec(s.top)≥prec(e) ∧ ¬s.isempty	
		y.in(s.pop)	y.in(s.pop)	
		s.pop	s.push(e)	
¬s.isempty				
y.in(s.pop)				

Lengyel formára alakítás

y.empty; s.empty				
¬x.isempty				
e←x.out				
I / e=operandus? / N				
y.in(e)	I / e='('	I / e=')'	I / e=operátor	
	s.push(e)	s.top ≠ '('	s.top ≠ '(' ∧ prec(s.top)≥prec(e) ∧ ¬s.isempty	
		y.in(s.pop)	y.in(s.pop)	
		s.pop	s.push(e)	
	¬s.isempty			
y.in(s.pop)				

Lengyel formára alakítás

y.empty; s.empty			
$\neg x.isempty$			
e ← x.out			
I / e=operandus?		N /	
y.in(e)	I / e='('	I / e=')'	I / e=operátor
	s.push(e)	s.top ≠ '('	s.top ≠ '(' ∧ prec(s.top) ≥ prec(e) ∧ ¬s.isempty
		y.in(s.pop)	y.in(s.pop)
		s.pop	s.push(e)
$\neg s.isempty$			
y.in(s.pop)			

Lengyel forma kiértékelése

- $1\ 2\ +\ 3\ 4\ -\ *$
 - Kiértékelés után
 - -3

Lengyel forma kiértékelése

y:

1	2	+	3	4	-	*				
---	---	---	---	---	---	---	--	--	--	--

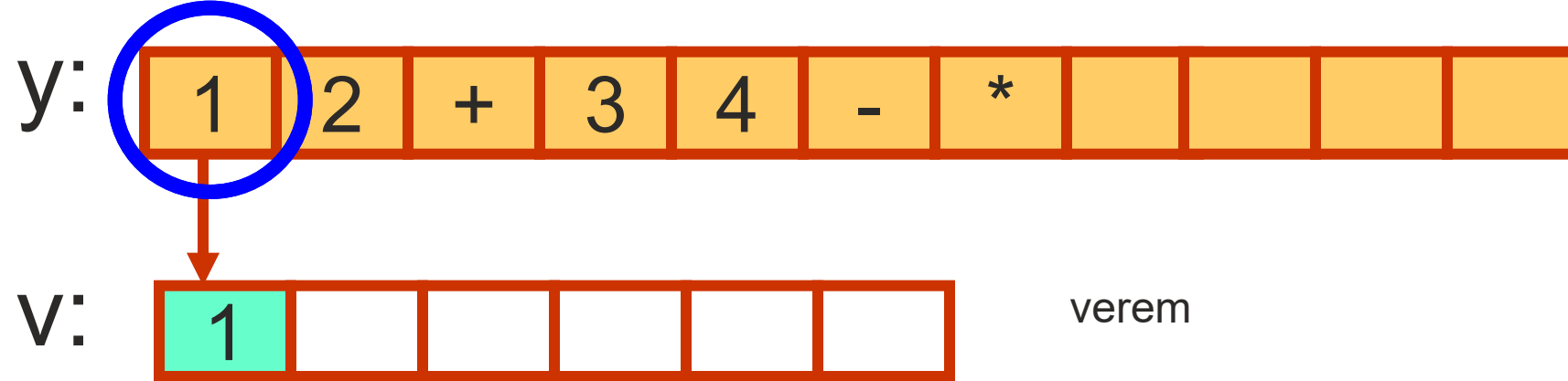
sorozat

V:

--	--	--	--	--	--

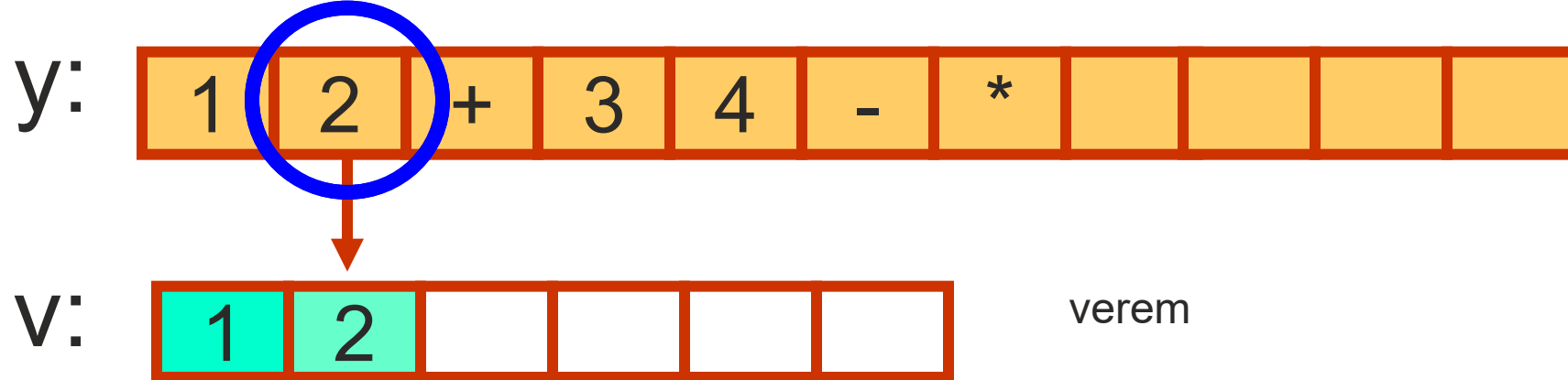
verem

Lengyel forma kiértékelése



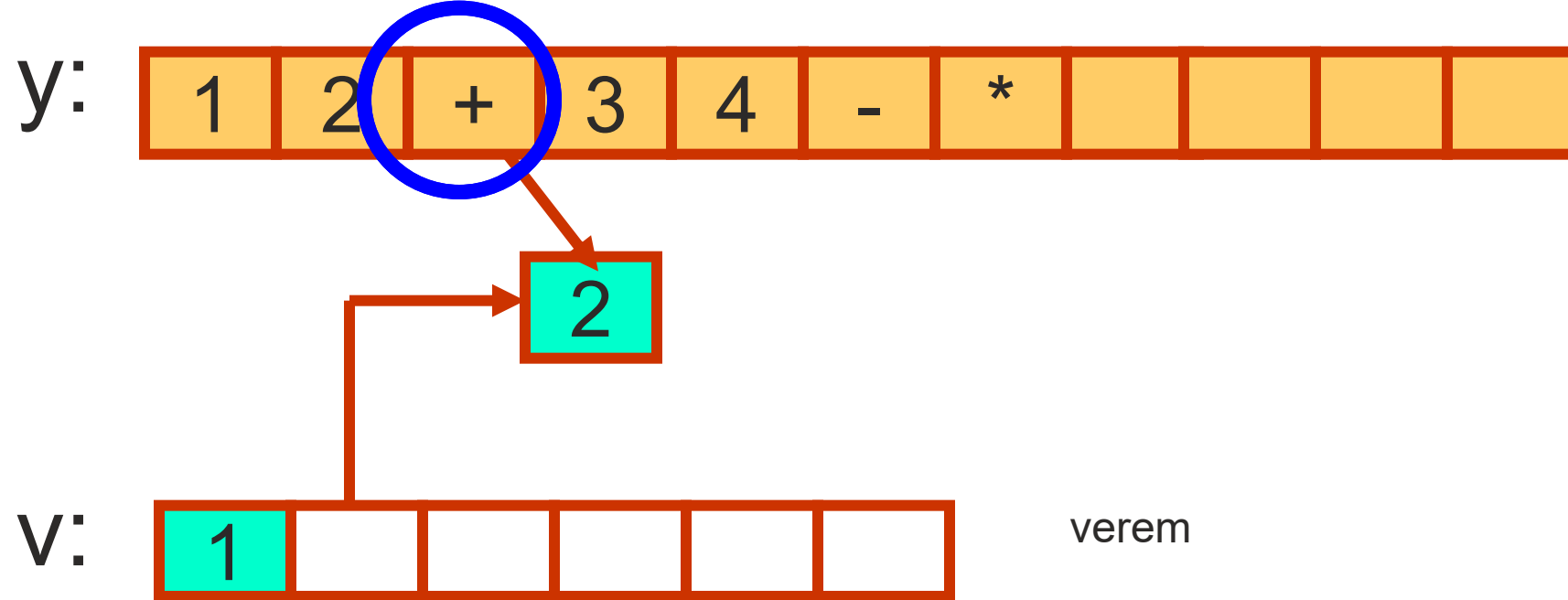
A következő szimbólum operandus:
Tegyük a verembe.

Lengyel forma kiértékelése



A következő szimbólum operandus:
Tegyük a verembe.

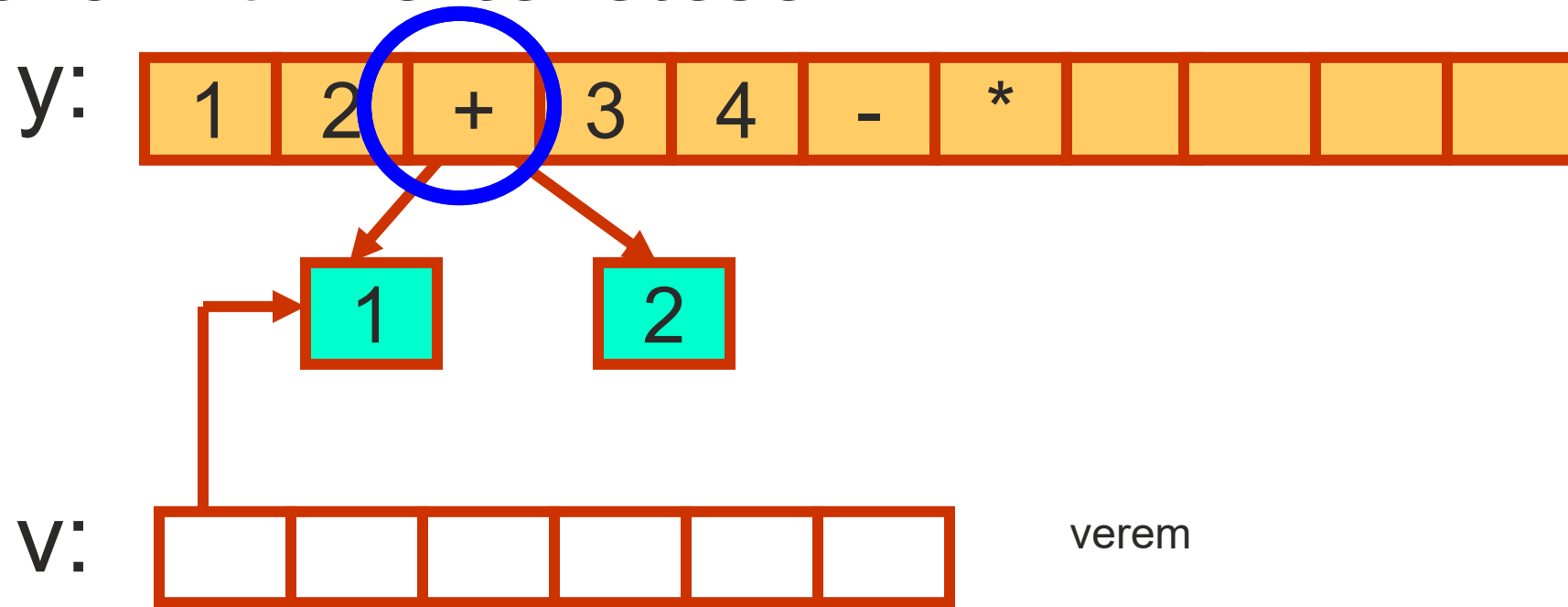
Lengyel forma kiértékelése



A következő szimbólum operátor:

1. Vegyük ki a veremből a második operandust.

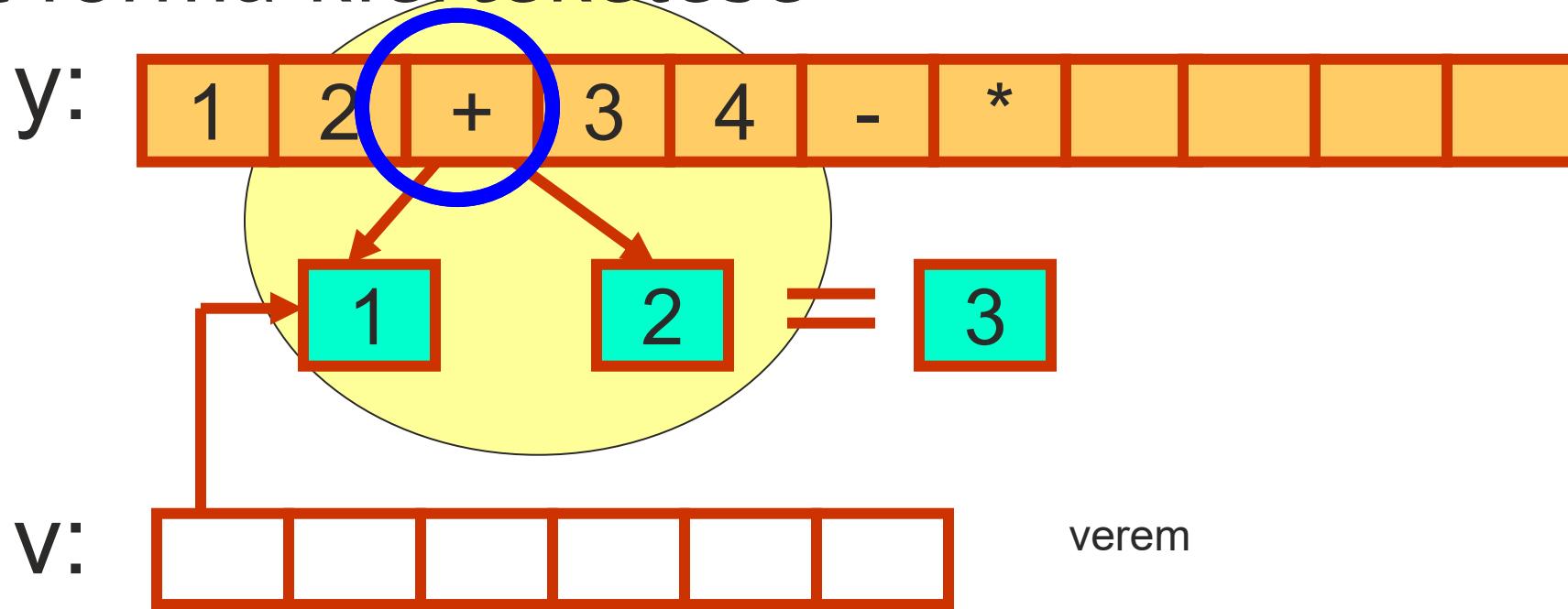
Lengyel forma kiértékelése



A következő szimbólum **operátor**:

1. Vegyük ki a veremből a második operandust
2. Vegyük ki a veremből az első operandust.

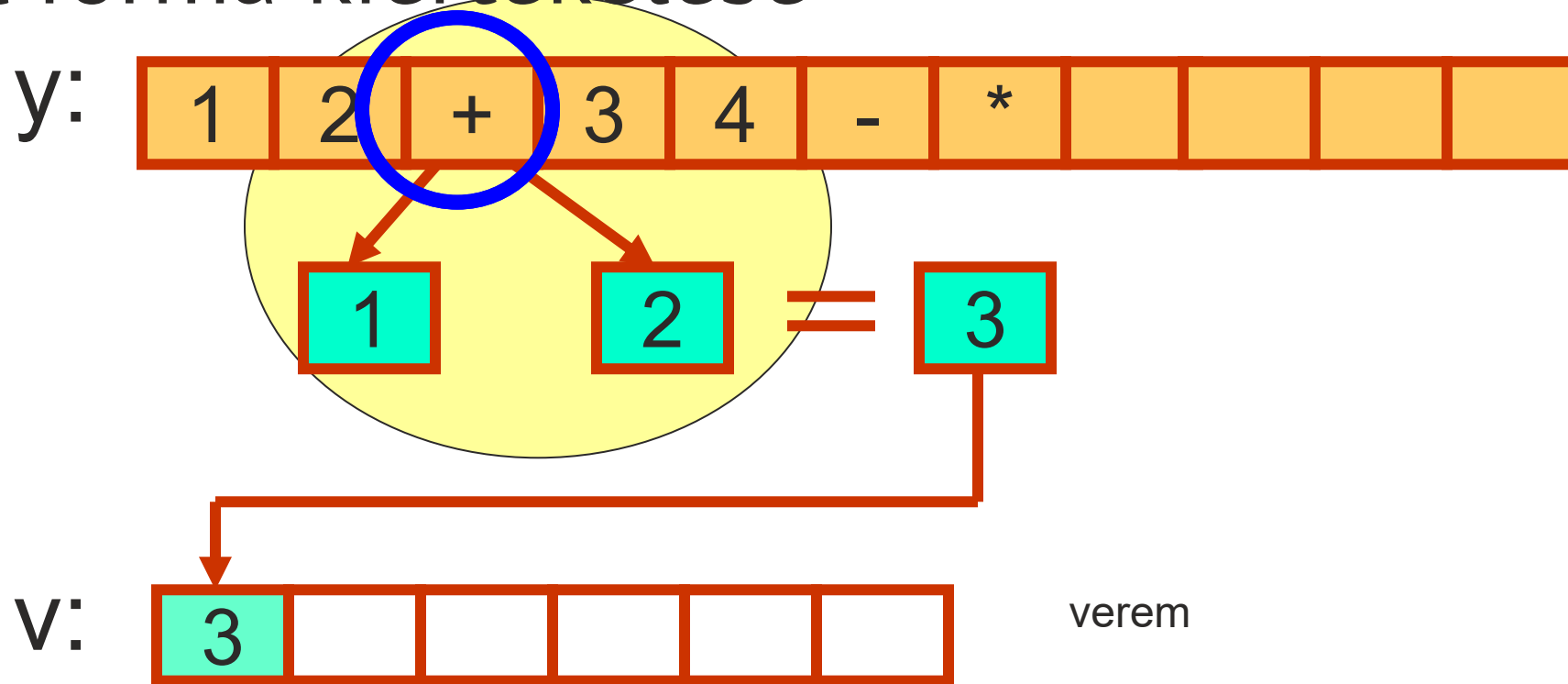
Lengyel forma kiértékelése



A következő szimbólum **operátor**:

1. Vegyük ki a veremből a második operandust
2. Vegyük ki a veremből az első operandust.
3. Számítsuk ki az adott műveleti jellel a kifejezés értékét.

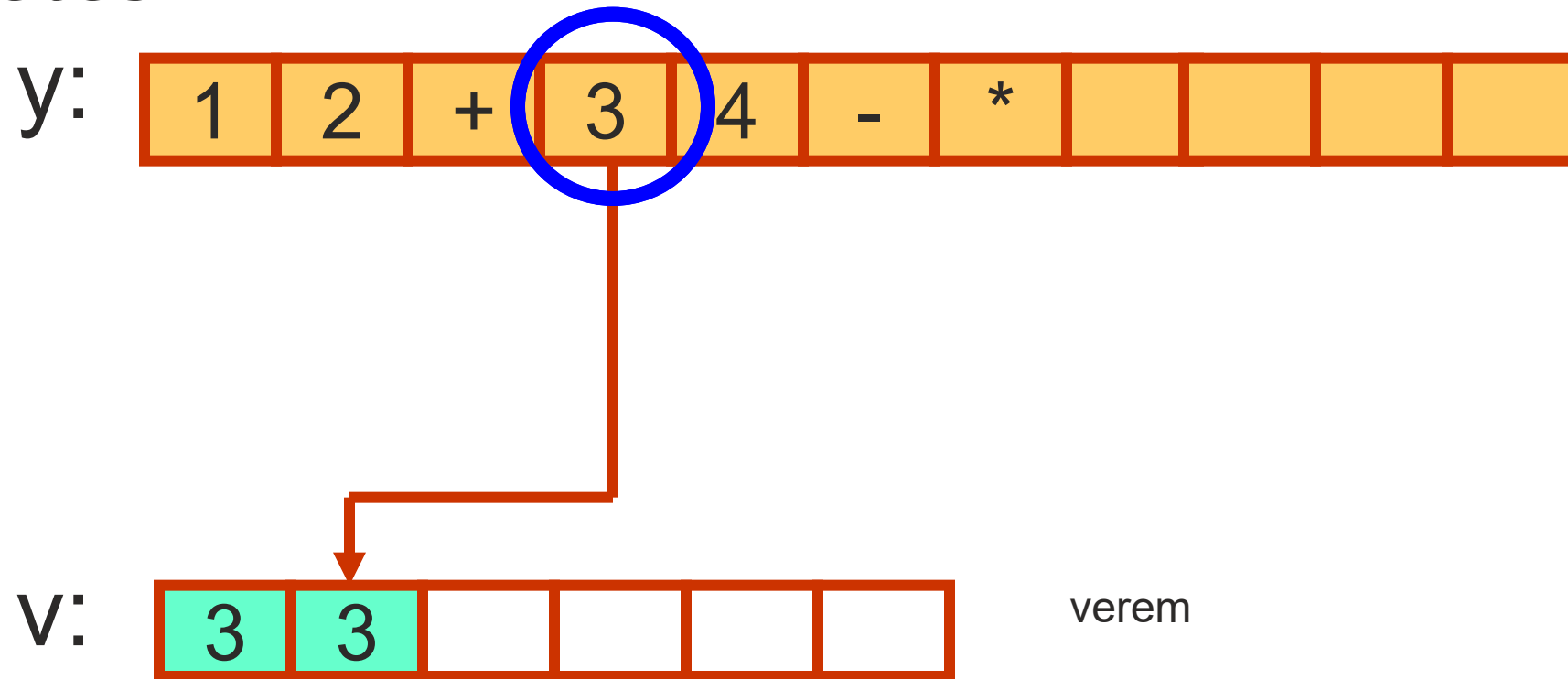
Lengyel forma kiértékelése



A következő szimbólum **operátor**:

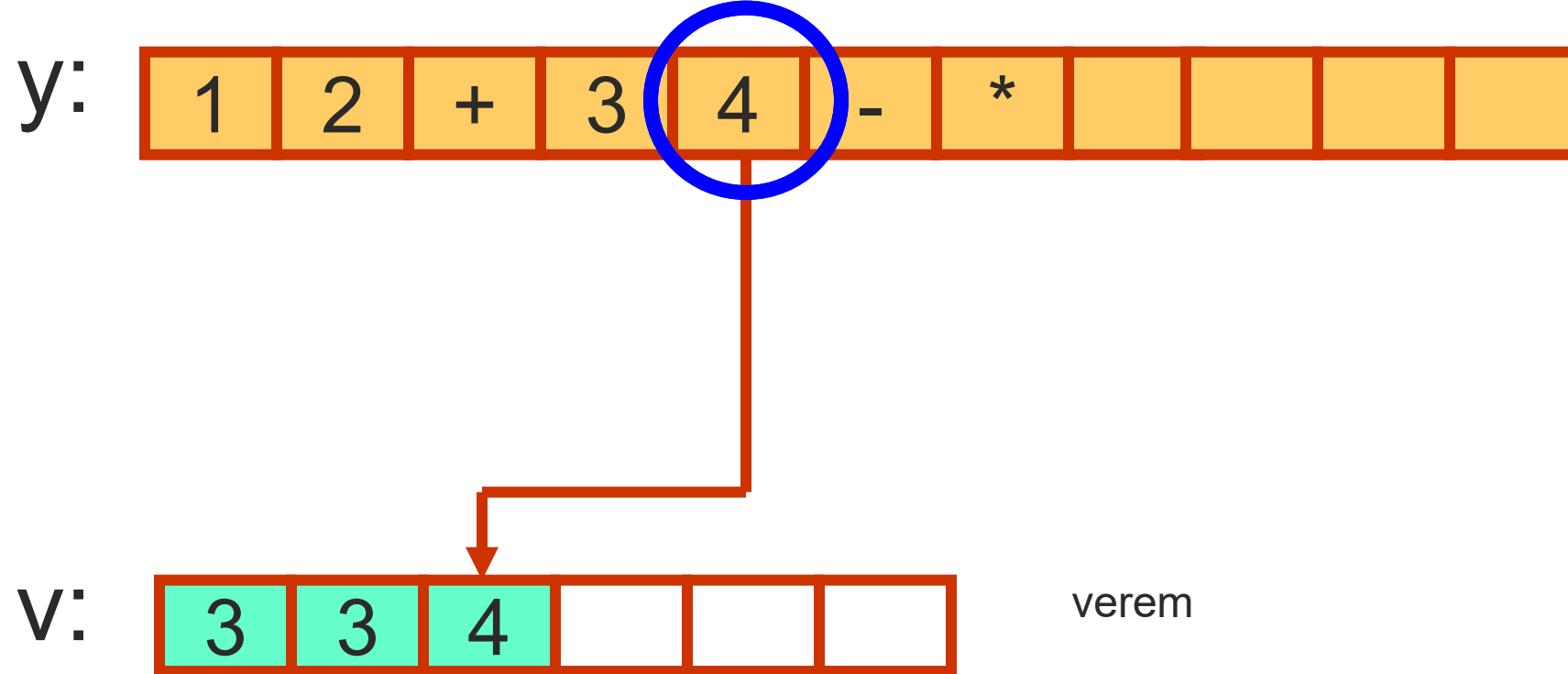
1. Vegyük ki a veremből a második operandust
2. Vegyük ki a veremből az első operandust.
3. Számítsuk ki az adott műveleti jellel a kifejezés értékét.
4. Az így kapott eredményt tegyük a verembe.

Kiértékelés



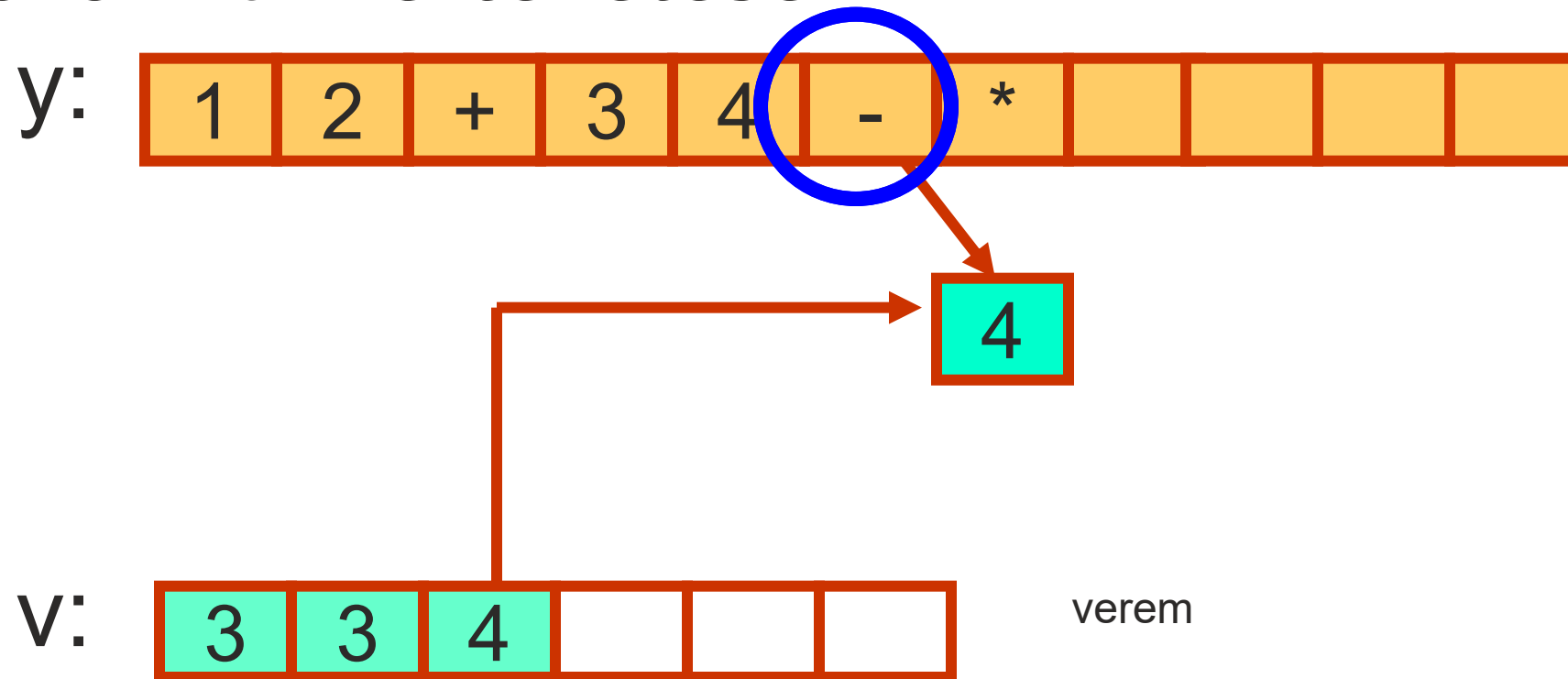
A következő szimbólum operandus:
Tegyük a verembe.

Lengyel forma kiértékelése



A következő szimbólum operandus:
Tegyük a verembe.

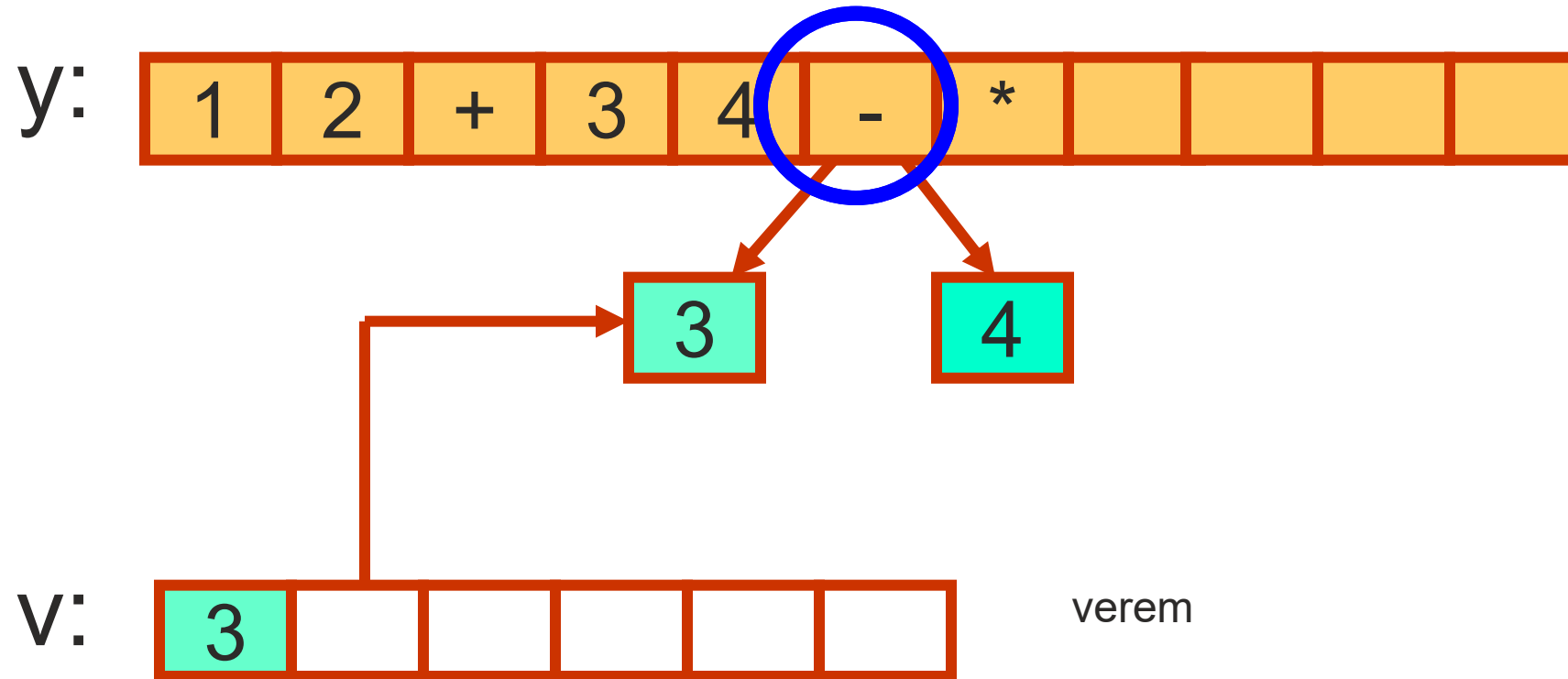
Lengyel forma kiértékelése



A következő szimbólum **operátor**:

1. Vegyük ki a veremből a második operandust.

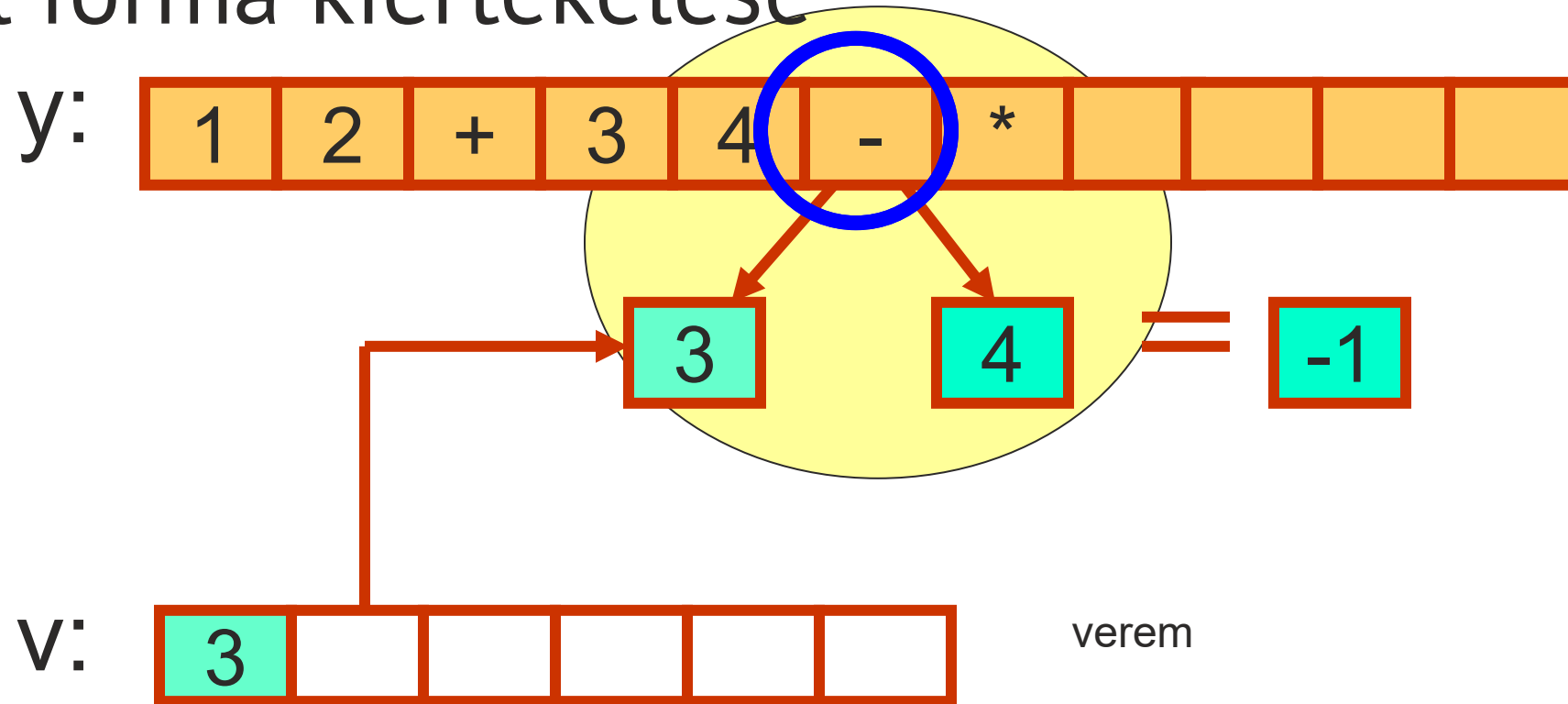
Lengyel forma kiértékelése



A következő szimbólum **operátor**:

1. Vegyük ki a veremből a második operandust
2. Vegyük ki a veremből az első operandust.

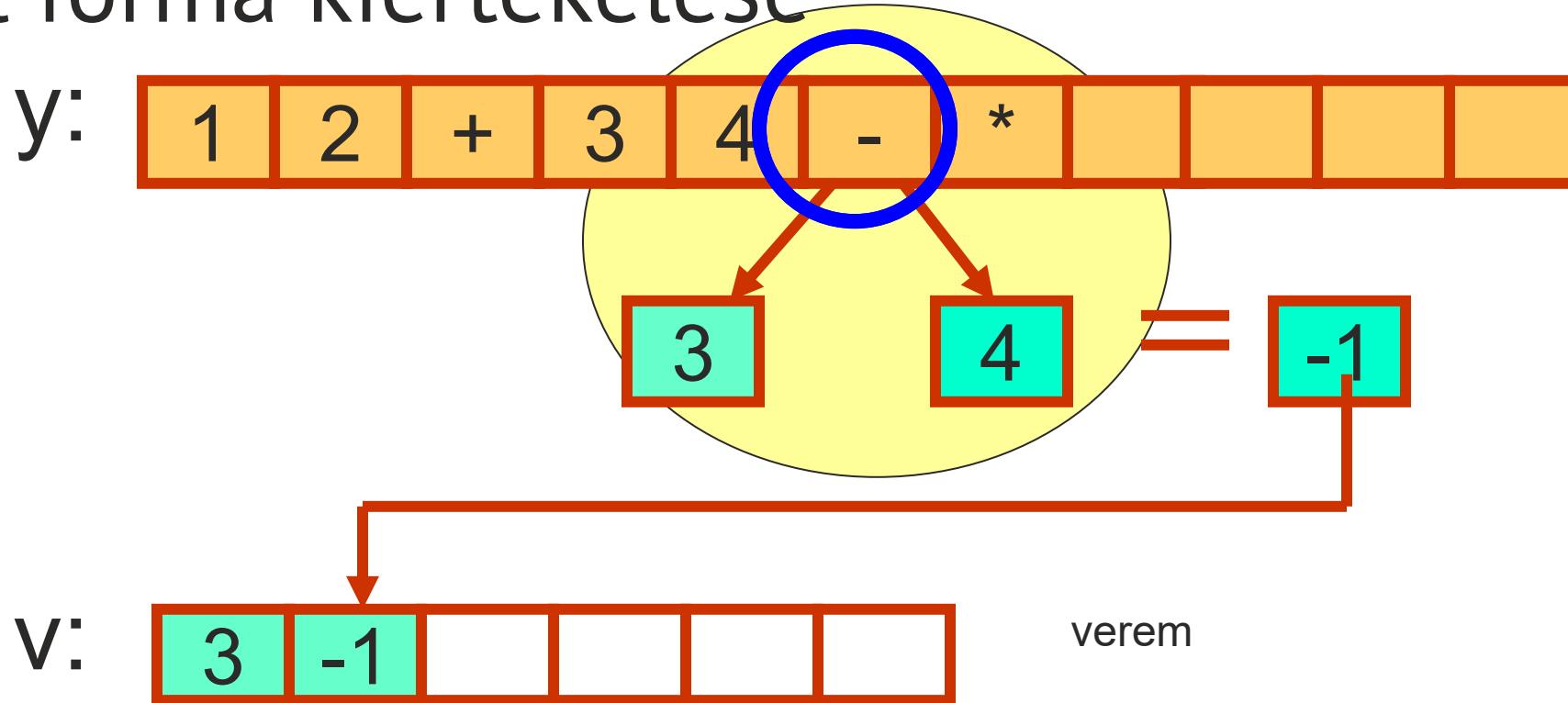
Lengyel forma kiértékelése



A következő szimbólum **operátor**:

1. Vegyük ki a veremből a második operandust
2. Vegyük ki a veremből az első operandust.
3. Számítsuk ki az adott műveleti jellel a kifejezés értékét.

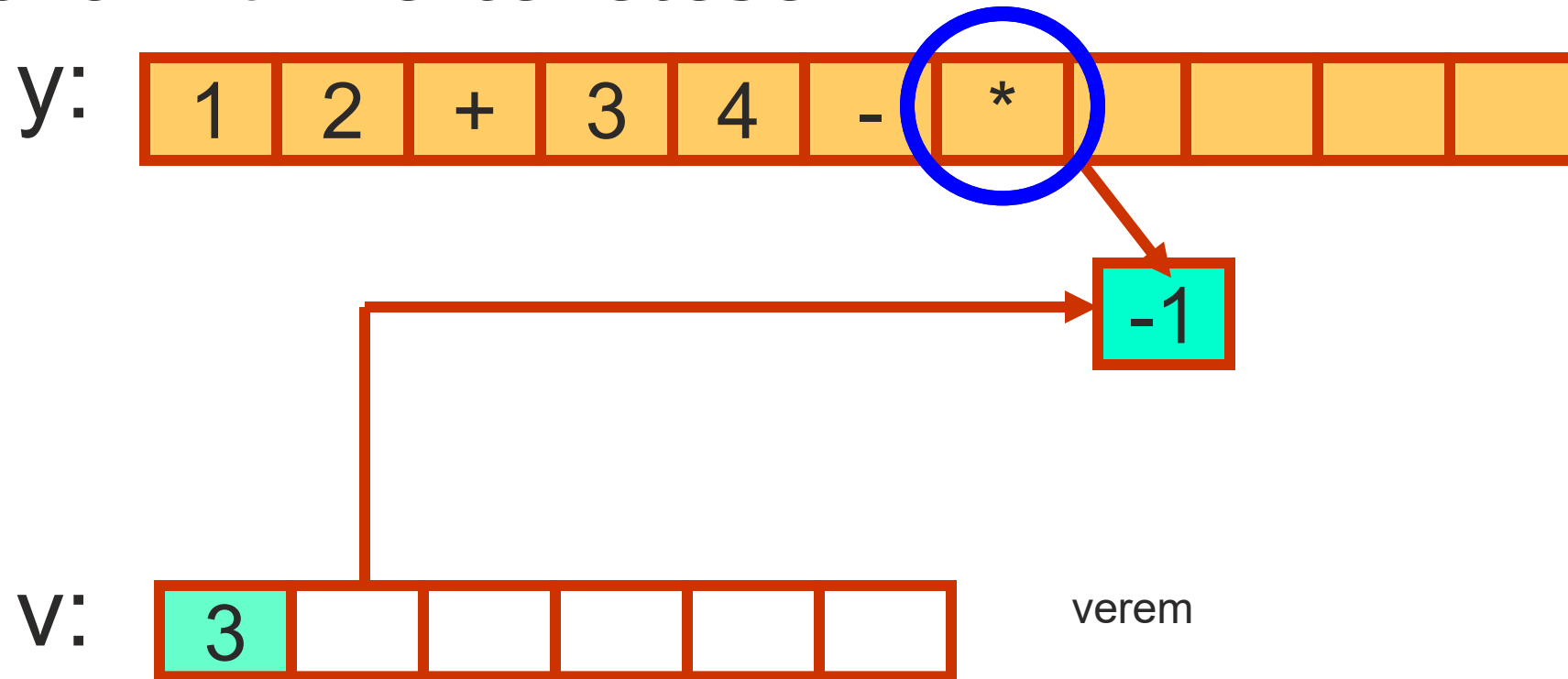
Lengyel forma kiértékelése



A következő szimbólum **operátor**:

1. Vegyük ki a veremből a második operandust
2. Vegyük ki a veremből az első operandust.
3. Számítsuk ki az adott műveleti jellel a kifejezés értékét.
4. Az így kapott eredményt tegyük a verembe.

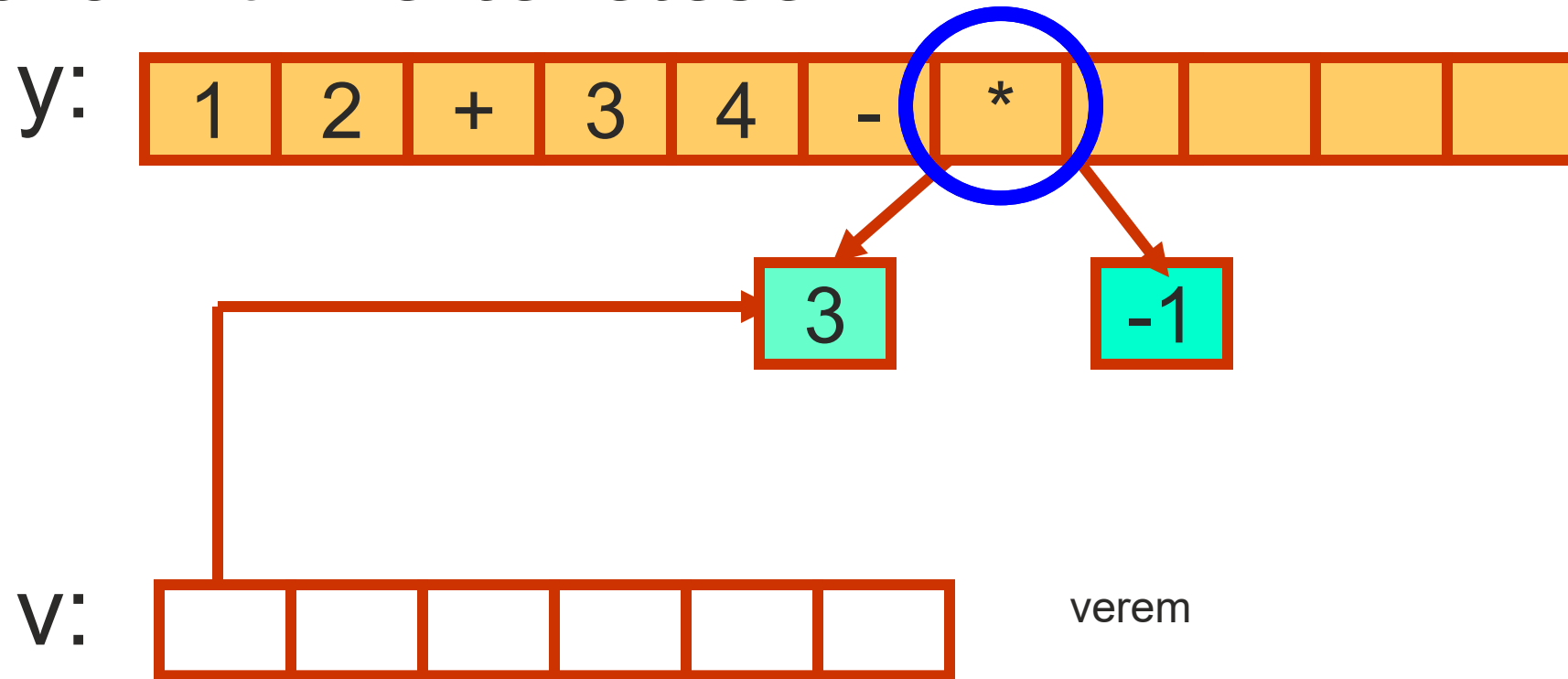
Lengyel forma kiértékelése



A következő szimbólum **operátor**:

1. Vegyük ki a veremből a második operandust.

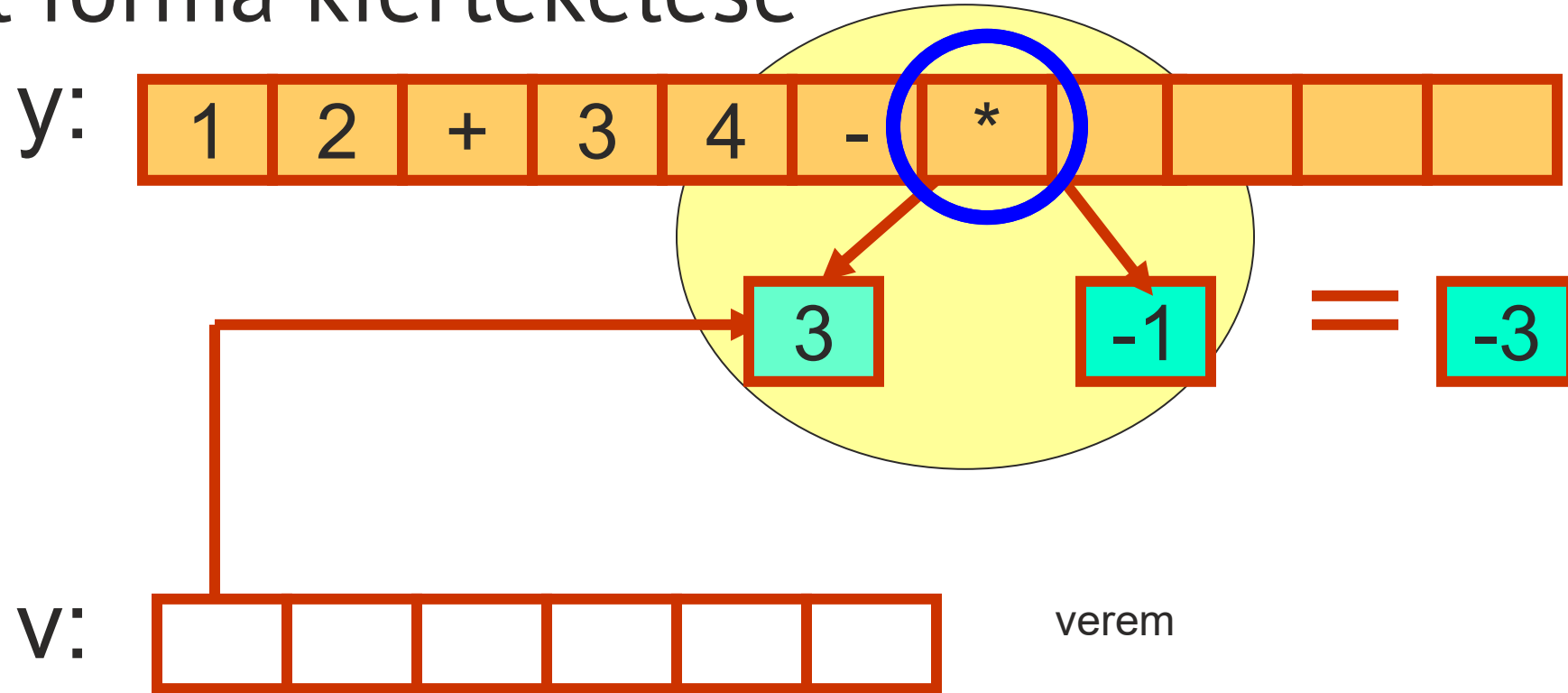
Lengyel forma kiértékelése



A következő szimbólum **operátor**:

1. Vegyük ki a veremből a második operandust
2. Vegyük ki a veremből az első operandust.

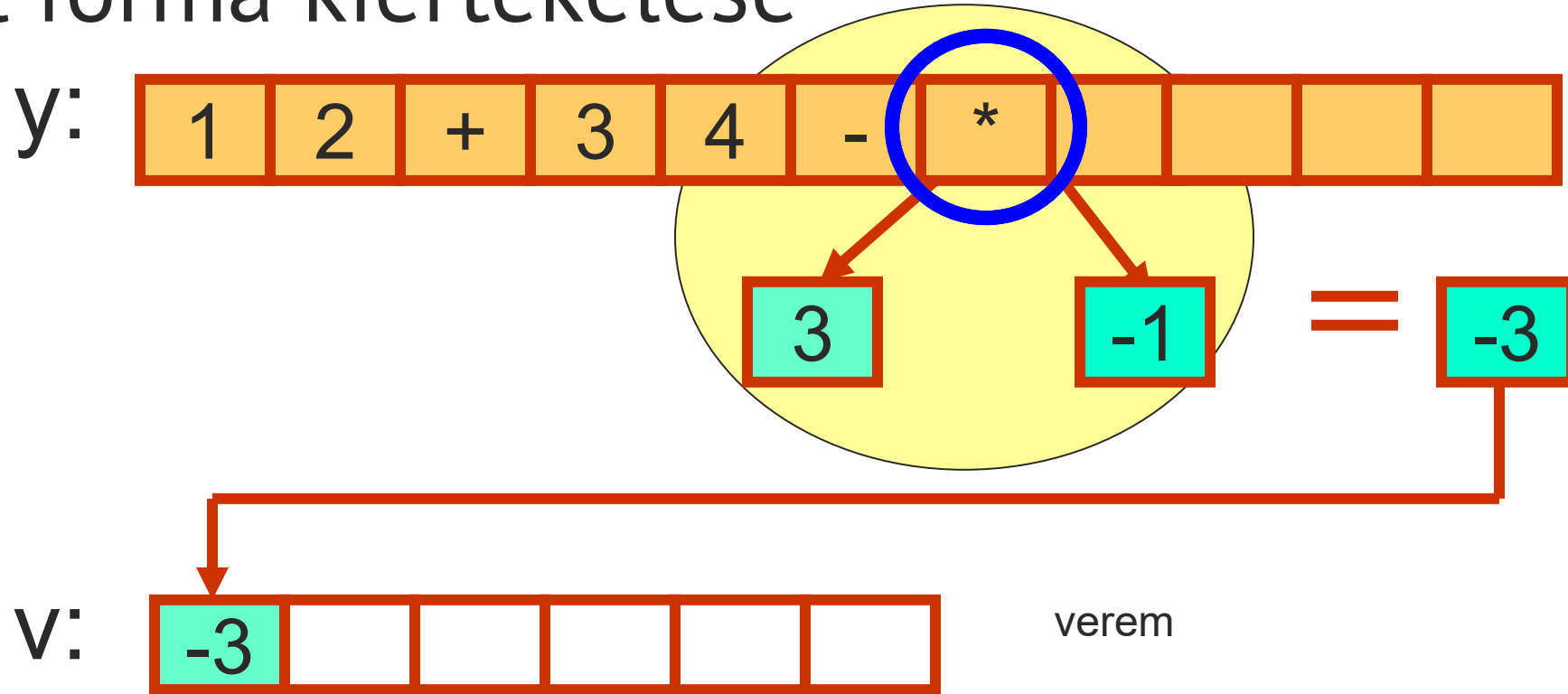
Lengyel forma kiértékelése



A következő szimbólum **operátor**:

1. Vegyük ki a veremből a második operandust
2. Vegyük ki a veremből az első operandust.
3. Számítsuk ki az adott műveleti jellel a kifejezés értékét.

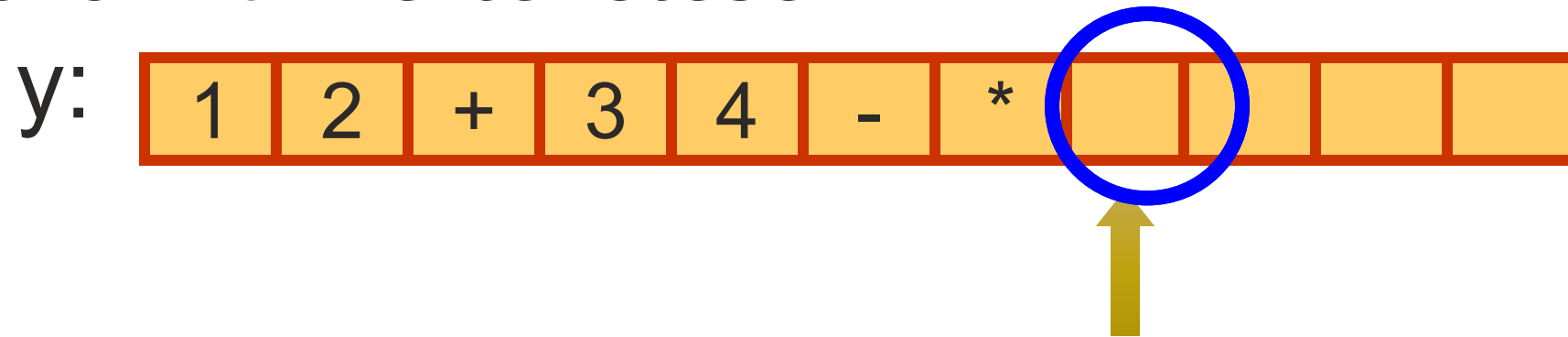
Lengyel forma kiértékelése



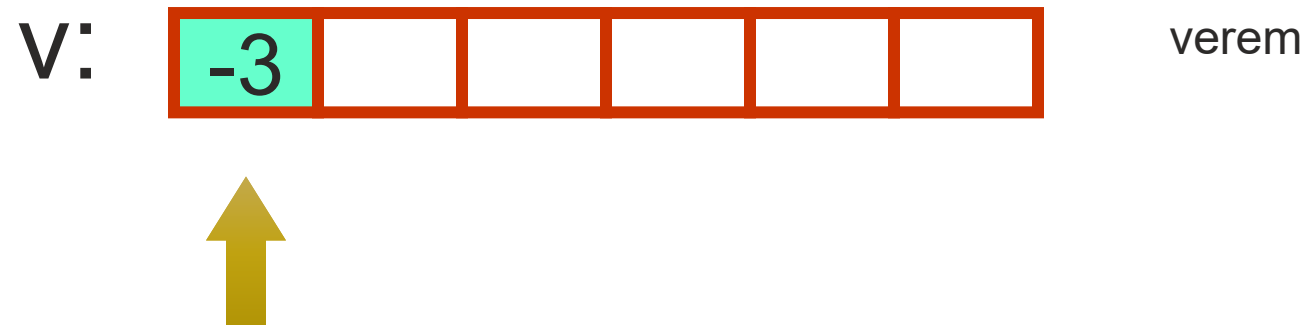
A következő szimbólum **operátor**:

1. Vegyük ki a veremből a második operandust
2. Vegyük ki a veremből az első operandust.
3. Számítsuk ki az adott műveleti jellel a kifejezés értékét.
4. Az így kapott eredményt tegyük a verembe.

Lengyel forma kiértékelése



Elértük a kifejezés végét



Az eredmény a verem tetején van.

Lengyel forma kiértékelése

- Tegyük fel, hogy az y sor tartalmazza a postfix alakban lévő kifejezést,
- Értékeljük ki, felhasználva a v vermet, mely operandusokat tartalmazhat
- Az eredményt tároljuk a z változóban

Lengyel forma kiértékelése

v.empty; z←0	
¬y.isempty	
e←y.out	
I	N
e=operandus?	
v.push(e)	op2←v.pop op1←v.pop r←Művelet végrehajtása v.push(r)
z←v.pop	

Lengyel forma kiértékelése

v.empty; z←0	
¬y.isempty	
e←y.out	
I	N
e=operandus?	
v.push(e)	op2←v.pop op1←v.pop r←Művelet végrehajtása v.push(r)
z←v.pop	

Lengyel forma kiértékelése

v.empty; z←0	
¬y.isempty	
e←y.out	
I / e=operandus?	N
v.push(e)	op2←v.pop op1←v.pop r←Művelet végrehajtása v.push(r)
z←v.pop	

Lengyel forma kiértékelése

v.empty; z←0	
¬y.isempty	
e←y.out	
I / e=operandus? / N	
v.push(e)	op2←v.pop op1←v.pop r←Művelet végrehajtása v.push(r)
z←v.pop	

Lengyel forma kiértékelése

v.empty; z←0	
¬y.isempty	
e←y.out	
I	N
e=operandus?	
v.push(e)	op2←v.pop op1←v.pop r←Művelet végrehajtása v.push(r)
z←v.pop	

Lengyel forma kiértékelése

v.empty; z←0	
¬y.isempty	
e←y.out	
I / e=operandus?	N
v.push(e)	op2←v.pop op1←v.pop r←Művelet végrehajtása v.push(r)
z←v.pop	

Lengyel forma kiértékelése

v.empty; z←0	
¬y.isempty	
e←y.out	
I	N
e=operandus?	
v.push(e)	op2←v.pop op1←v.pop r←Művelet végrehajtása v.push(r)
z←v.pop	

Lengyel forma kiértékelése

v.empty; z←0	
¬y.isempty	
e←y.out	
I	N
e=operandus?	
v.push(e)	op2←v.pop op1←v.pop r←Művelet végrehajtása v.push(r)
z←v.pop	