

Kirchhoff törvények

Heiszman Henrik

Neptun kód: ENV2R9

Pázmány Péter Katolikus Egyetem, Információs Technológiai és Bionikai Kar

1083 Budapest, Práter utca 50/A

heiszman.henrik@hallgato.ppke.hu

Téma–Saját, a mérést végző személy által, a TINA szimulációs környezet felhasználásával tervezett elrendezés létrehozása. Ezen az áramkörön a Kirchhoff törvények bemutatása, valamint adatok mérése NI ELVIS segítségével.

I. A JEGYZŐKÖNYVBEN HASZNÁLT FOGALMAK

Aktív áramköri elemek: az aktív alapelemeket generátoroknak is szokták nevezni. A generátorok a felhasznált vagy valamilyen módon befektetett energiát villamos energiává alakítják át úgy, hogy közben töltésszétválasztást végeznek. Példa aktív áramköri elemre: a feszültséggenerátor vagy az áramgenerátor.

Passzív áramköri elem: azok az elemek melynek helyettesítő képeben nem található sem áramgenerátor, sem feszültséggenerátor ilyen lehet például egy ellenállás vagy egy kondenzátor.

Ellenállás (áramköri alkatrész): az elektronikai alkatrészek egyik fajtája, melynek feladata az, hogy megfelelő mértékű elektromos ellenállást biztosítson egy áramkör adott részén.

Elektromos ellenállás: elektromos vezető két pontjára kapcsolt feszültség és a vezetőn áthaladó áram erősségének a hányadosaként értelmezett fizikai mennyiség, mértékegysége az Ohm, jele: Ω .

Feszültségmérő: olyan mérőműszer, melynek segítségével az áramkör bármely két pontja között megmérhetjük az adott feszültséget. Elvi feszültségmérő belső ellenállása végtelen nagy, természetesen ilyen a valóságban nem létezik. Valóságban egy voltmérő belső ellenállása kb. $10\text{ G}\Omega$

Ampermérő: olyan mérőműszer, melynek segítségével az áramkörben bárhol meg tudjuk határozni az ott folyó áram nagyságát. Elvi ampermérőnek a belső ellenállása nulla.

II. TINA BEMUTATÁSA

A TINA egy a Texas Instruments által készített szimulációs program. Ezen software segítségével képesek vagyunk virtuálisan szimulálni az általunk megtervezett áramkört. Tetszésszerűen használhatunk passzív és aktív áramköri elemeket és mérhetjük azok paramétereit. Ezen kívül szinte bármilyen mérést elvégezhetünk az adott hálózaton.

A TINA indítását követően egy teljesen tiszta felületet kapunk, melyre tetszésszerűen tervezhetjük meg, a kíván áramkört. A programablak felső vezérlősávjának legalsó szegmenséből választhatja ki a felhasználó az áramköri elem típusát. (1. ábra)



1. ábra

Elem típusának választósávja

Adott típus választása után, a sáv felett megjelenő áramköri elemek listájából tudja kiválasztani a tervező a kívánt elemet. (2. ábra)



2. ábra

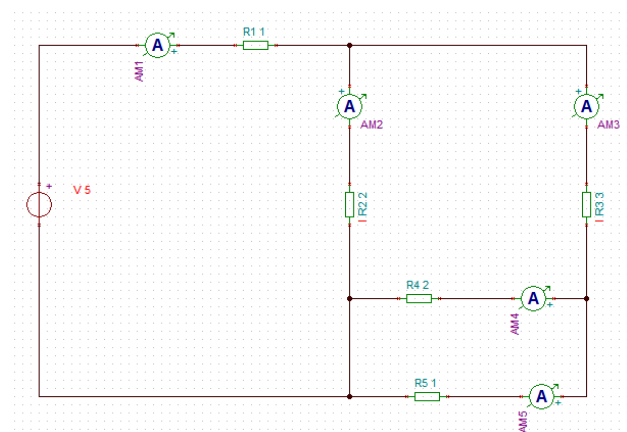
Áramköri elemek listája

A választott elemet egyszerűen csak a tervezői felületre kell húzni, majd összekötni a többi, már meglévő elemmel.

III. AZ ÁRAMKÖR MEGTERVEZÉSE

Feladatul azt kaptuk, hogy tervezzünk előzőlegesen egy olyan áramköri elrendezést, mely $R\ 2R$ és $3R$ értékű ellenállásokat tartalmaz. Legalább öt darab a paramétereknek megfelelő ellenállást és egy forrást kellett használni a tervezés során.

Az elkészült áramkörbe öt ellenállást, négy ampermérőt és egy feszültséggenerátort integráltunk. Az elkészült áramkör kapcsolási rajzát a következő ábra szemlélteti. (3. ábra)



3. ábra

Az elkészült áramkör kapcsolási rajza

IV. SZÁMOLÁSOK ELVÉGZÉSE

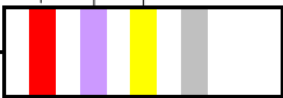
A virtuálisan létrehozott áramkört megvalósítottuk ELVIS segítségével is.

A feladat az volt, hogy Kirchhoff törvények segítségével számoljuk ki először az egyes ellenállásokon eső feszültségeket, majd határozzuk meg a rajtuk átfolyó áram nagyságát.

A megvalósított áramkörben, aTINA-ban elkészített tervrajznak megfelelően, öt ellenállás volt (R_1 , R_2 , R_3 , R_4 , R_5). Ezek közül kettő (R_1 , R_2) értéke megegyezett.

A felhasznált ellenállásoknak csak a színkódját kaptuk meg, melyből a megfelelő táblázat segítségével (attól függően, hogy hány csíkos az ellenállás) kiszámoltam az egyes ellenállások értékeit. A táblázatokat a következő két ábra szemlélteti. (4-5.ábra)


		Értéksáv			Szorzó	Tűrés
		1	2	4	5	
Nincs jel						20%
	Ezüst				$\times 10^{-2}$	10%
	Arany				$\times 10^{-1}$	5%
	Fekete	0	0		$\times 10^0$	
	Barna	1	1		$\times 10^1$	
	Vörös	2	2		$\times 10^2$	2%
	Narancs	3	3		$\times 10^3$	
	Sárga	4	4		$\times 10^4$	
	Zöld	5	5		$\times 10^5$	
	Kék	6	6		$\times 10^6$	
	Ibolya	7	7		$\times 10^7$	
	Szürke	8	8		$\times 10^8$	
	Fehér	9	9		$\times 10^9$	



pl.: Vörös-Ibolya-Sárga-Ezüst
$27 \text{ e}4 \text{ } 5 = 270000 = 270\text{kohm} \pm 5\%$

4. ábra
4 csíkos ellenállás táblázata

		Értéksáv			Szorzó	Tűrés
		1	2	3	4	5
	Ezüst				$\times 10^{-2}$	
	Arany				$\times 10^{-1}$	
	Fekete	0	0		$\times 10^0$	
	Barna	1	1		$\times 10^1$	1%
	Vörös	2	2		$\times 10^2$	2%
	Narancs	3	3		$\times 10^3$	
	Sárga	4	4		$\times 10^4$	
	Zöld	5	5		$\times 10^5$	0,50%
	Kék	6	6		$\times 10^6$	0,25%
	Ibolya	7	7		$\times 10^7$	0,10%
	Szürke	8	8		$\times 10^8$	
	Fehér	9	9		$\times 10^9$	



A mérés során használt ellenállások paraméterei a következők voltak:

R_1 :

- színkód: barna sárga ibolya barna piros
- paraméterei: $1,47 \text{ k}\Omega$ és 2%-os tűrés

R_2 :

- színkód: barna sárga ibolya barna piros
- paraméterei: $1,47 \text{ k}\Omega$ és 2%-os tűrés

R_3 :

- színkód: zöld kék piros barna barna
- paraméterei: $5,62 \text{ k}\Omega$ és 1%-os tűrés

R_4 :

- színkód: kék szürke barna arany
- paraméterei: 680Ω és 5%-os tűrés

R_5 :

- színkód: narancs narancs fekete barna barna
- paraméterei: $3,3 \text{ k}\Omega$ és 1%-os tűrés

Természetesen az ELVIS készüléket a mérés előtt a megfelelő módba állítottuk, és a mérő rudak összeérintésével nulláztuk az offsetet.

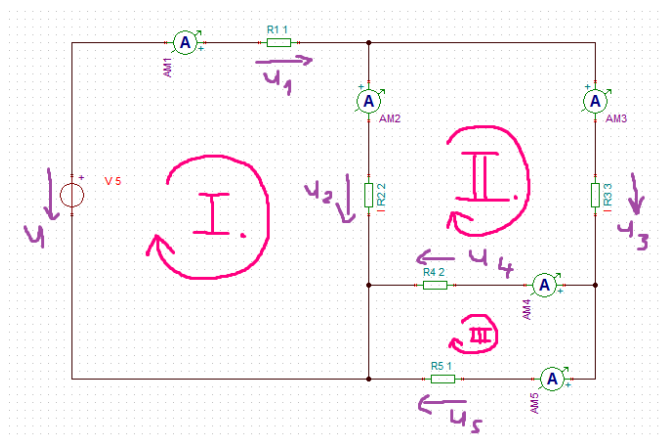
A szükséges konfigurációk használata mellett lemértük az R_1 és R_2 ellenállásokon eső feszültséget az előre meghatározott polaritás használata mellett. Ebben az esetben az R_1 -nél a baloldalon volt a pozitív és az R_2 -nél pedig fent volt a pozitív mérő rúd.

A kapott értékek a következők voltak:

- $U_1 = 2,687 \text{ V}$
- $U_2 = 2,175 \text{ V}$

A mérések elvégzése után számítással győződtem meg a mérés helyességéről. Ennek során szükségem volt Kirchhoff II. törvényére, a huroktörvényre. Ebben az esetben a hálózatra sok hurkot fel lehet rajzolni, de a teljes áramkör tetszőleges paramétereinek kiszámolásához csak három hurokra volt szükségem. Ez abból a szabályból adódik, mely szerint addig kell újabb hurkot felvenni a hálózatban, amíg tudunk új, eddig még egyetlen hurokban sem szereplő alkatrészt bevenni a most rajzolni kívánt hurokba.

Ellenőrzés során megbizonyosodtam arról, hogy ténylegesen három hurokra van szükség Kirchhoff II. törvényének használatához. A hurkokat az alábbi ábra alapján rajzoltam fel. (6. ábra)



6. ábra

Felvett hurokok és az egyes ellenállásokon eső feszültségek

A hurokok felvétele után fel tudjuk írni Kirchhoff II. törvénye alapján az egyenleteket. A felírt egyenletek a következők:

I. hurok alapján:

$$-U + U_1 + U_2 = 0$$

II. hurok alapján:

$$-U_2 + U_3 + U_4 = 0$$

III. hurok alapján:

$$-U_4 + U_5 = 0$$

Az előzőekben mért értékek helyességének meghatározásához csak az I. hurok szerint felírt egyenletre volt szükségem. Ezek mellett tudjuk, hogy a felhasznált feszültségforrás mért értéke 4,955 V volt. A mért adatok behelyettesítése után a következőt kaptam:

$$-4,955 + 2,867 + 2,175 = 0,093 \text{ V}$$

Nem teljesül a huroktörvény a mért adatokra alkalmazva, nagy az eltérés a méréshatárhoz viszonyítva. Hol a hiba.

A mérés során a legnagyobb hibát ott vétettük, hogy csak a TINA használatával létrehozott áramkör alapján gondolkodunk és mérünk, amelyben nem szerepel a megvalósított hálózatba beépített védőellenállás. Az ezen eső feszültséget is bele kellett volna számolni a huroktörvény alkalmazása során.

A védőellenálláson eső feszültség mért értéke:

$$U_v = 92,206 \text{ mV}$$

Ez alapján módosítottam az I. hurok alapján felírt egyenletet majd újra behelyettesítettem a mért értékeket.

$$-U + U_1 + U_2 + U_v = 0$$

$$-4,955 + 2,867 + 2,175 + 92,206 \cdot 10^{-3} = 7,94 \cdot 10^{-4} \text{ V}$$

Ebben az esetben az érték már nagyon közel van az elvárt értékhez, hibahatáron belül van.

Tanulság, hogy mindig figyelembe kell venni az összes elemet az áramkörben. A védőellenállás csak ebbe a hurokba szolt bele az elhelyezéséből adódóan.

Ezek után megmértük a többi ellenálláson eső feszültségeket is.

- $U_3 = 1,978 \text{ V}$
- $U_4 = 0,197 \text{ V}$
- $U_5 = 0,197 \text{ V}$

II. hurok alapján felírt egyenlet és a mért értékek alapján:

$$-U_2 + U_3 + U_4 = 0$$

$$-2,175 + 1,978 + 0,197 = 0 \text{ V}$$

A mérés ebben az esetben az elvárt értéket adta. Természetesen ebben az esetben sem beszélhetünk hibátlan mérésről. Minden mérés terhelt hibával, ebben az esetben a hiba nagyon csekély volt.

III. hurok alapján felírt egyenlet és a mért értékek alapján:

$$-U_4 + U_5 = 0 \text{ V}$$

$$-0,197 + 0,197 = 0 \text{ V}$$

Erre a hurokra is a várt eredmény adódott, itt is szintén hibával terhelt a mérés.

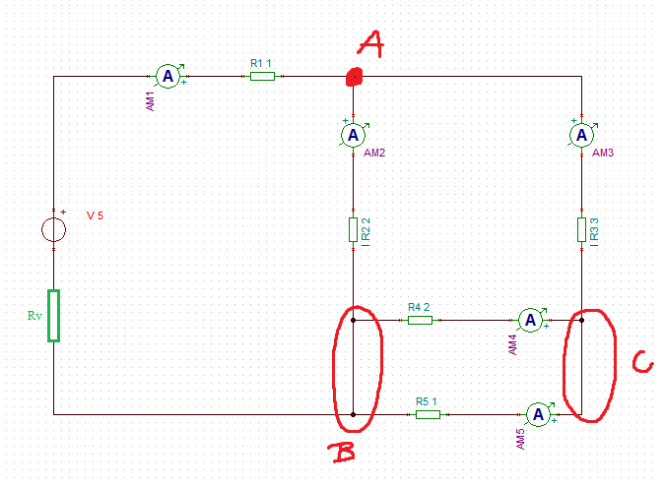
Ezek a számolások és mérések szemléltették, hogy hogyan kell alkalmazni Kirchhoff II. törvényét.

V. CSOMÓPONTOK FELVÉTELE AZ ÁRAMKÖRBEN

A következő részekben méréssel és számolással mutatom meg Kirchhoff I. törvényének használatát az általunk tervezett áramkörön.

Kirchhoff I. törvénye a csomóponti törvény. Annak érdekében, hogy használni tudjuk ezt a törvényt, a hálózatban csomópontok felvételére van szükségünk. Ebben a hálózatban három egymástól különböző csomópontot tudunk felvenni. Ha nem a mérést szeretném igazolni, akkor elég lenne a szabály szerint (csomópontok száma mínusz egy egyenlet) két egyenletet felírnom, hogy meg tudjam határozni az egyes ellenállásokhoz tartozó paramétereket. De ebbe az esetben az összes csomópontra felírtam a megfelelő egyenleteket a mérés ellenőrzése érdekében.

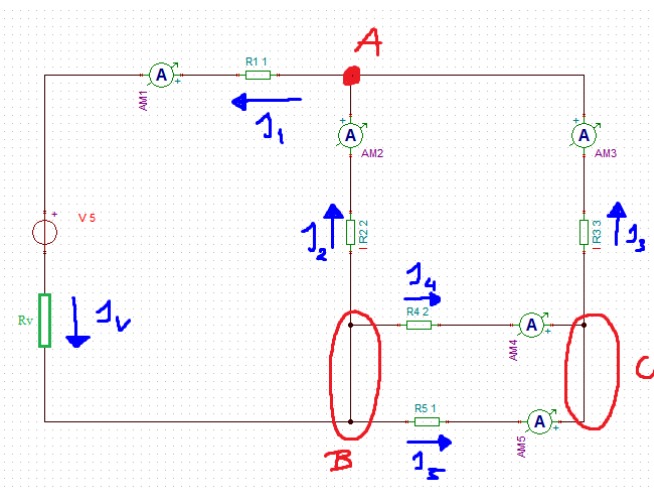
A felvett csomópontokat a következő rajz szemlélteti. (7. ábra)



7. ábra
Csomópontokkal ellátott áramkör rajza

VI. EGYENLETEK FELÍRÁSA A CSOMÓPONTI TÖRVÉNY SZERINT

Az előző ábra szerint felírtam az egyes csomópontokra Kirchhoff I. törvénye alapján az egyenleteket. A törvény szerint a csomópontba befolyó áramok összege megegyezik a csomópontból kifolyó áramok összegével. Az elkövetkező számolások során következetesen a befolyó áramot pozitívnak vettem és a kifolyót negatívnak. Ahhoz, hogy fel tudjam írni az egyenleteket, meg kell határozni az egyes ellenállásokon folyó áramok irányát. Ez minden esetben az áramkörben ellentétes irányú a rajta eső feszültség irányával. A következő ábrán látható az egyes ellenállásokon folyó áramok iránya. (8. ábra)



8. ábra
Áramirányokkal ellátott rajz

Fizikából tanultak alapján tudjuk, hogy az R1-en folyó áram nagysága megegyezik a védőellenállás áramával.

$$I_1 = I_v$$

„A” csomópontra felírt egyenlet:

$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

„B” csomópontra felírt egyenlet:

$$I_v - I_2 - I_4 - I_5 = 0$$

„C” csomópontra felírt egyenlet:

$$I_4 + I_5 - I_3 = 0$$

Mérés előtt az ELVIS-en alkalmaztuk a megfelelő beállításokat, hogy a lehető legpontosabban tudjunk áramot mérni. Ezek után megmértük az egyes ellenállásokon folyó áramok értékét.

- $I_1 = I_v = 1,82 \text{ mA}$
- $I_2 = 1,52 \text{ mA}$
- $I_3 = 0,37 \text{ mA}$
- $I_4 = 0,32 \text{ mA}$
- $I_5 = 0,08 \text{ mA}$

Mérés során az I_1 -et rossz polaritással mértük, viszont az áramok irányának felvétele során gondoskodtam arról, hogy megfelelő polaritással számolva legyen helyes a számolás.

Ezek után behelyettesítettem az egyes egyenletekben a mért értékeket.

„A” csomópont:

$$-1,82 + 1,52 + 0,37 = 0,07 \text{ mA}$$

Itt nagyon kicsi eltérést kaptam az elvárthoz képest, hibahatáron belül van az érték.

„B” csomópont:

$$1,82 - 1,52 - 0,33 - 0,08 = -0,1 \text{ mA}$$

Ez az érték is tűréshatáron belülnek adódott.

„C” csomópont:

$$0,32 - 0,37 + 0,08 = 0,03 \text{ mA}$$

Ez az érték is hibahatáron belüli.

Ezekkel a számolásokkal bemutattam, hogy hogyan kell használni Kirchhoff I. törvényét.

VII. ELLENÁLLÁSOK EREDŐJÉNEK KISZÁMÍTÁSA

Egyik eset az, melyben két sorba kötött ellenállás eredő ellenállását szeretnénk kiszámolni. Ekkor az eredő ellenállás megegyezik a sorbakötött ellenállások összegével. Ez természetesen nem csak kettő ellenállásra igaz.

Képlet:

$$R_e = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

Másik eset mikor párhuzamosan kapcsolt ellenállások eredőjét szeretnénk kiszámolni. Ekkor az eredő ellenállás reciproka megegyezik a párhuzamosan kapcsolt ellenállások reciprokának összegével.

Képlet:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

VIII. MÉRÉSI PONTOSSÁG ELVIS ESETÉN

A mérési pontosságot a mérési tartomány függvényében a következő táblázatok segítségével állapíthatjuk meg. Ezeket a táblázatokat az ELVIS specifikációjáról szóló dokumentumban található meg. (9-10. ábra)

Egyenfeszültség mérése során:

DC Voltage Measurement Accuracy
±(ppm of reading + ppm of range)

Range	1 Year (Tcal ±5 °C)	Tempco/°C (15 to 35 °C)
100 mV	225 + 280	33 + 50
1 V	225 + 60	33 + 5
10 V	225 + 40	33 + 0.5
60 V	1250 + 150	125 + 7

9. ábra

ELVIS pontossága egyenfeszültség mérése során

Egyenfeszültség mérése során:

DC Current Measurement Accuracy
±(ppm of reading + ppm of range)

Range	1 Year (Tcal ±5 °C)	Tempco/°C (15 to 35 °C)
2 A	1350 + 180	85 + 2.5

10. ábra

ELVIS pontossága egyenáram mérése során

A „ppm” az egész rész egy milliomodát jelenti.

FELHASZNÁLT FORRÁSOK

[ELLENÁLLÁSOK](#)

[FESZÜLTSEGMÉRŐ](#)

[AMPERMÉRŐ](#)

[KIRCHOFF-TÖRVÉNY I.](#)

[KIRCHOFF-TÖRVÉNY II.](#)

[AKTÍV ÉS PASSZÍV ÁRAMKÖRI ELEMEEK](#)

[ELVIS SEGÉDLET](#)

[NI ELVIS HASZNÁLATI UTASÍTÁS](#)

[NI ELVIS SPECIFIKÁCIÓ](#)

[TI TINA HASZNÁLATI UTASÍTÁS](#)