

1 Algorytm mrówkowy

Algorytm mrówkowy jest probabilistyczną techniką poszukiwania optymalnego rozwiązania w oparciu o obserwowane zachowania żywych kolonii mrówek. Mrówki, znajdując pożywienie oznaczają drogę do niego feromonem, dzięki któremu inne mrówki mogą w to miejsce trafić. Mrówki, które wybiorą krótszą ścieżkę dojścia do pożywienia, w oczywisty sposób szybciej oznakują i nasycą swoją drogę feromonem, który wpływa na wybór ścieżki dla pozostałych. Feromony z czasem parują i na długich i rzadko wykorzystywanych ścieżkach zanikają, a mrówki korzystają z najkrótszej znanej ścieżki prowadzącej je do pożywienia.

1.1 Dyskretyzacja

W dyskretnym przypadku przestrzenią poszukiwań jest przestrzeń wszystkich możliwych permutacji zbioru n -elementowego. Różnice między permutacjami określa nam całkowity koszt przydziału, czyli rozwiązanie, jakie daje nam dana permutacja.

1.2 Oznaczenia

- $A = a_{ij}$ – macierz odległości (kosztów)
- $B = b_{ij}$ – macierz przepływu
- n – liczba mrówek
- α – współczynnik wpływu feromonów
- β – współczynnik wpływu odległości
- ρ – współczynnik parowania feromonów
- q – ilość pozostawianego przez każdą mrówkę feromonu na ścieżce
- q_0 – ilość feromonu, powyżej której mrówki zaczynają zachowywać się zachłannie
- t_0 – początkowa wartość feromonu na każdej ścieżce
- Q – licznik we współczynniku odległości, zazwyczaj równy 1

- $T = (\tau_{ij})$ – macierz feromonów
- $\eta = \frac{Q}{a_{ij}}$ – heurystyczny współczynnik odległości

1.3 Ogólny szkic algorytmu

1. Inicjalizacja
 - Każda mrówka otrzymuje losową permutację
 - Inicjalizowana jest macierz feromonów wartością t_0
2. Poszukiwanie rozwiązań
 - Każda mrówka rozpoczyna od losowego węzła
 - Każda mrówka wybiera kolejny węzeł zgodnie z odpowiednim prawdopodobieństwem
3. Sprawdzanie znalezionych rozwiązań i ustalanie najlepszego
4. Aktualizacja śladu feromonowego dla najlepszej mrówki w danej iteracji

1.4 Inicjalizacja

Na początku działania algorytmu inicjalizowana jest tablica, w której mrówki będą przechowywać swoje permutacje. Każda mrówka jest inicjalizowana losową permutacją, która jest zapisywana w odpowiednie miejsca tablicy. Ponadto macierz feromonowa τ_{ij} jest ustawiana w całości na początkową wartość feromonów t_0 .

1.5 Poszukiwanie rozwiązań

Na tym etapie wykonujemy zdefiniowaną na początku ilość iteracji. Na każdą iterację algorytmu składa się:

- Sprawdzenie każdej mrówki pod kątem najlepszego rozwiązania
- Aktualizacja najlepszego rozwiązania
- Aktualizacja feromonów dla ścieżki najlepszej mrówki w danej iteracji
- Sprawdzenie, czy ilość feromonów jest wystarczająca, aby mrówki zachowywały się zachłannie

- Poszukiwanie, poczynawszy od losowego węzła rozwiązania kolejno przez każdą mrówkę
- Wybór kolejnego węzła odbywa się według prawdopodobieństwa p_{ij}^k

1.6 Prawdopodobieństwo wyboru węzła

Kolejny węzeł każda mrówka wybiera według prawdopodobieństwa

$$p_{ij}^k(t) = \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{n=1}^k [\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta} \quad (1)$$

Jeżeli wartość feromonów przekroczy pewien ustalony poziom, wówczas mrówki zaczynają zachowywać się zachłannie i kolejne węzły są wybierane według prawdopodobieństwa

$$p_{ij}^k(t) = [\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta \quad (2)$$

1.7 Aktualizacja feromonów

W każdej iteracji feromony aktualizowane są według wzoru

$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho) \cdot \tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}. \quad (3)$$

gdzie

$$\Delta\tau_{ij} = \begin{cases} q, & \text{jeśli } i \text{ jest przypisane do } j \text{ w najlepszej mrówce} \\ 0 & \text{w przeciwnym wypadku} \end{cases}$$

czyli najpierw następuje parowanie (mnożenie całej macierzy przez współczynnik $(1 - \rho)$), a następnie dodawanie feromonu na odpowiedniej najlepszej ścieżce, jaką udało się znaleźć w aktualnej iteracji.

1.8 Parametry algorytmu ustalane w programie

qap-project

Wczytaj dane

Algorytm mrówkowy Algorytm pszczeli Algorytm świetlikowy **Algorytm pszczeli SBC**

Liczba iteracji	100
Liczba mrówek	40
Raportowanie co ile iteracji	1
Współczynnik do feromonów	5
Współczynnik do odległości	2
Współczynnik parowania feromonów	0.2
Ilość pozostawionego feromonu	3
Ilość feromonu powyżej którego mrówki zachowują się zachłannie	22
Początkowa wartość feromonu	1
Licznik we współczynniku odległości	1

C:\Users\Bartek\Desktop\qapdata\bur26a.dat

Uruchom

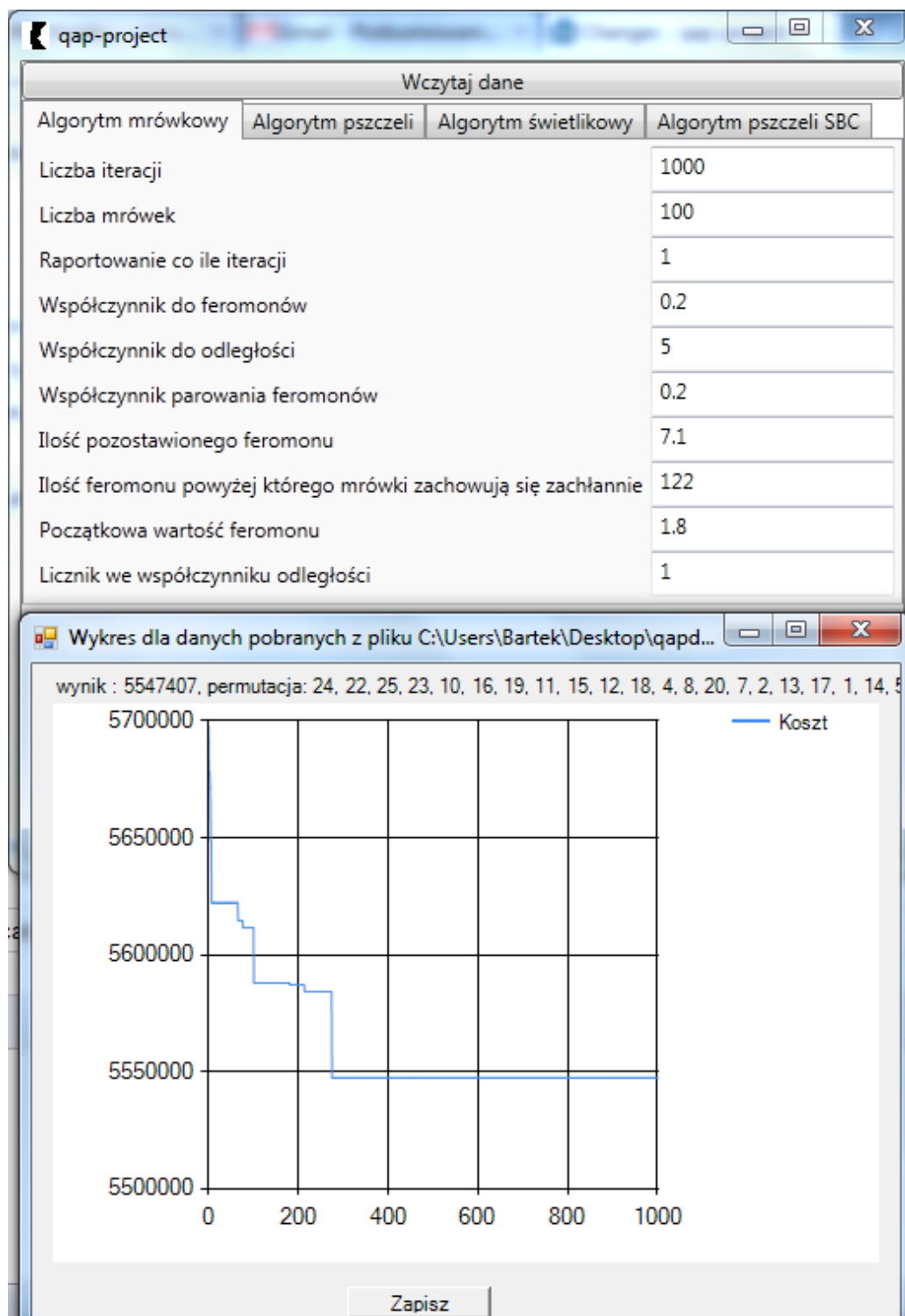
W aplikacji na zakładce "Algorytm mrówkowy" znajdują się następujące możliwe do ustalenia parametry działania algorytmu:

- Liczba iteracji
- Liczba mrówek
- Raportowanie co ile iteracji – co ile iteracji aktualny wynik ma się pojawiać na wykresie
- Współczynnik do feromonów – współczynnik wpływu feromonów na prawdopodobieństwo wyboru drogi - parametr α we wzorze (1)

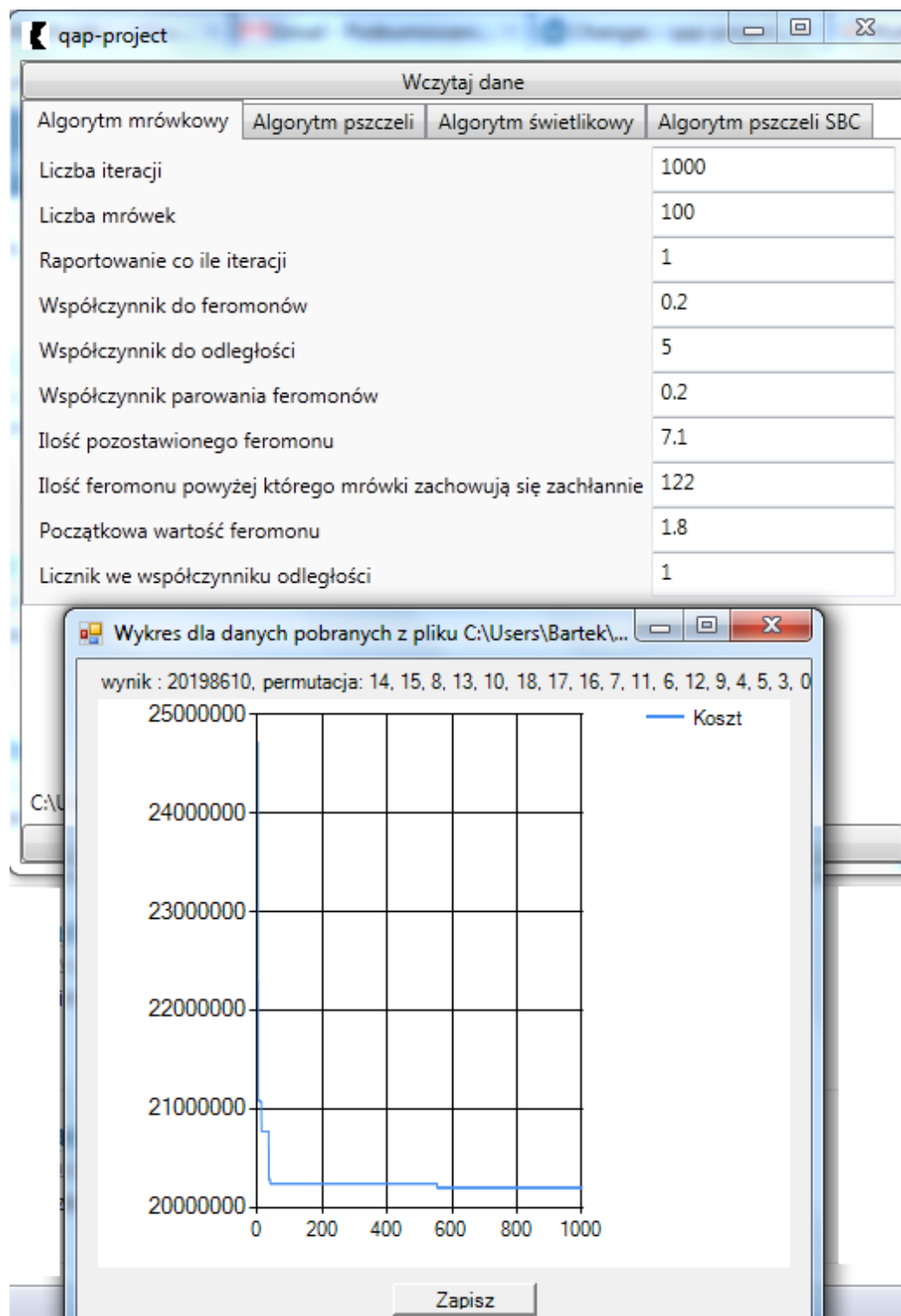
- Współczynnik do odległości – współczynnik wpływu odległości na prawdopodobieństwo wyboru drogi - parametr β we wzorze (1)
- Współczynnik parowania feromonów – współczynnik ρ we wzorze (3) z zakresu od 0 (brak parowania) do 1 (całkowite parowanie)
- Ilość pozostawionego feromonu – ilość feromonu, który zostawia po każdej iteracji mrówka, która znalazła najlepsze w danej iteracji rozwiązanie
- Ilość feromonu powyżej którego mrówki zachowują się zachłannie – ilość feromonu na ścieżkach, która powoduje, że mrówki wybierają kolejne węzły z prawdopodobieństwem (2)
- Początkowa wartość feromonu – wartość, jaką jest inicjalizowana macierz feromonów τ_{ij}
- Licznik we współczynniku odległości – licznik Q we współczynniku η

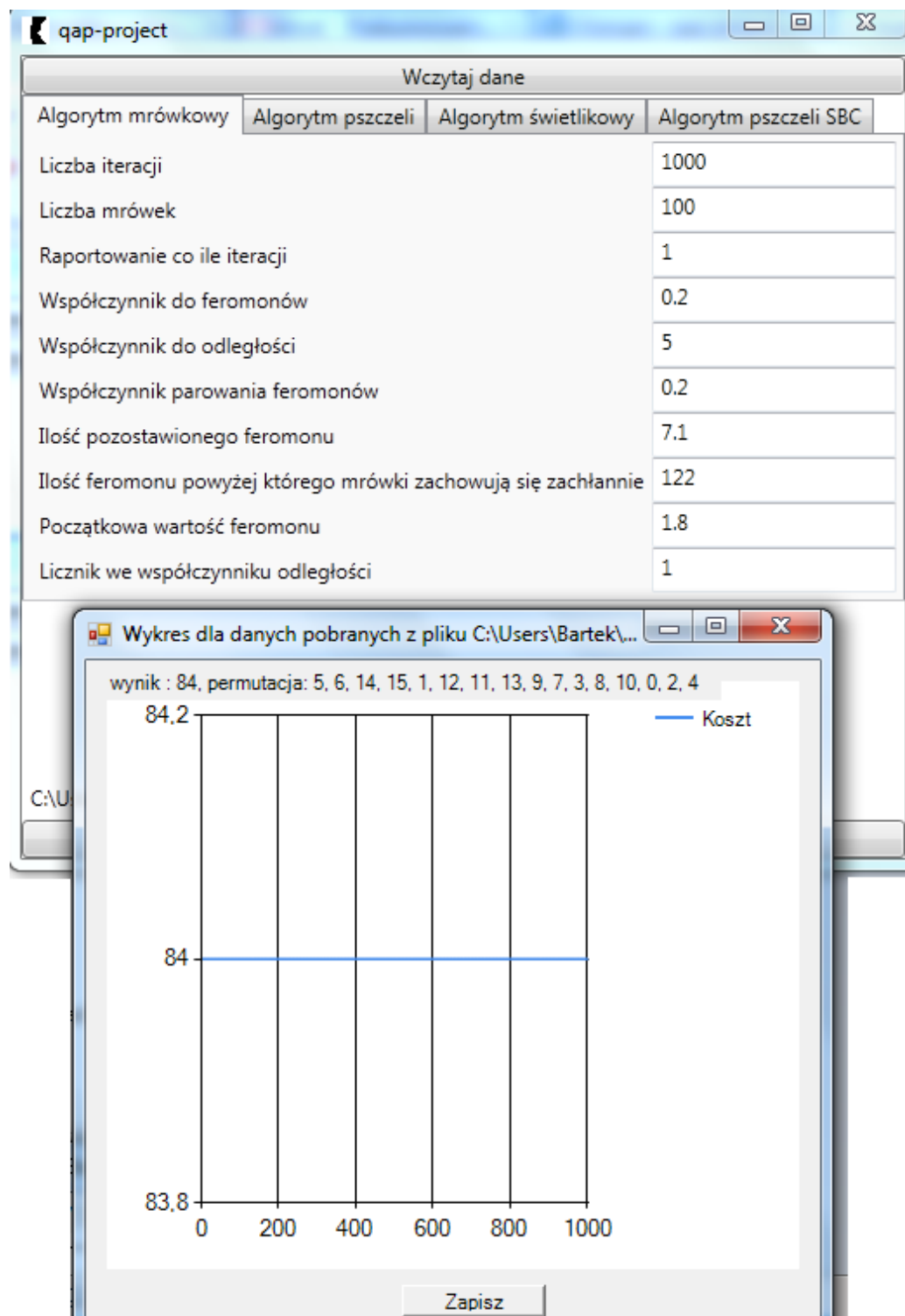
1.9 Testy algorytmu

Poniżej przedstawiono kilka przykładowych wywołań algorytmu dla różnych przykładowych danych.



6
Rysunek 1: Plik bur26a.dat - pierwszy zestaw parametrów





8
Rysunek 3: Plik esc16a.dat - pierwszy zestaw parametrów