

**O campo de gravidade, o geóide e
a estrutura crustal na América do Sul**
novas estratégias de representação

**Tese de Livre Docência
2004**



Nelsi Côgo de Sá

**IAG/USP
Departamento de Geofísica
Laboratório de Geodésia**

RESUMO

Os grandes avanços na coleta de dados básicos do campo de gravidade, da topografia e do interior da Terra nas últimas décadas, possibilitaram a representação do campo de gravidade, do geóide e da estrutura crustal num grande segmento da Placa Sul-americana, e das placas adjacentes. A partir dos dados disponíveis nessa região (latitude: 25N – 65S; longitude: 95W – 20W), que resultaram de levantamentos terrestres convencionais e missões espaciais, foram determinados modelos digitais de alta resolução das anomalias gravimétricas usuais, do geóide e da espessura crustal. A metodologia envolveu a combinação de modelos geopotenciais, dados gravimétricos e topográficos para a representação do campo de gravidade e do geóide, e a determinação de parâmetros para o modelo isostático Airy-Heiskanen, combinando dados topográficos e espessuras crustais determinadas por métodos de refração e tomografia sísmicas, para a representação da estrutura crustal. O processamento para cada tipo de dado envolveu três etapas: homogeneização, avaliação e reamostragem dos dados básicos; junção dos dados por meio da inserção de arquivos; e determinação de modelos na forma digital. Com o modelo Geopotencial de alto grau EGM96, o campo de gravidade foi representado por meio da componente determinística, calculada com os coeficientes do EGM96 ($n = 360$); e da componente estocástica, determinada com uso da CMQ, usando a aproximação local. As covariâncias da componente estocástica foram calculadas a partir de anomalias gravimétricas, através da densidade espectral de potência, e representada pelo modelo local desenvolvido por Forsberg (1989). Os modelos digitais determinados para anomalias gravimétricas (ar-livre, Helmert, Bouguer e isostática), o geóide gravimétrico, e a espessura crustal, foram avaliados e comparados com os disponíveis na região. Os resultados obtidos mostram que a metodologia usada, possibilitando a integração de todos os dados disponíveis, constitui um instrumento eficaz no aprimoramento de modelos digitais de anomalias gravimétricas, do geóide e da espessura crustal. Apesar do modelo isostático Airy-Heiskanen não representar integralmente a espessura crustal em algumas regiões, como o Sul/Sudeste do Brasil, ele tem grande utilidade no cálculo da anomalia isostática e na interpretação gravimétrica.

ABSTRACT

The great development in collecting the basic data of the gravity field, topography and Earth's interior last decades, enabled the representation of the gravity field, the gravimetric geoid, and the crustal structure in a large segment of the South American plate, and adjacent ones. From the available data in the region (latitude: 25N – 65S; longitude: 95W – 20W), which have been collected by conventional land surveys and spatial satellite missions, the high resolution digital models for gravity anomalies, geoidal heights, and crustal thickness were computed. The used methodology consists in combining a high degree geopotential model, with the gravimetric and topographic data for the representation of the gravity field and the gravimetric geoid, and the determination of parameters for the Airy-Heiskanen isostatic model, by combining topographic data with crustal thicknesses, which were obtained by deep seismic refraction and seismic tomography, for the representation of crustal thickness. For each kind of data, the processing has involved three steps: 1) standardization, evaluation and resampling of the basic data; 2) data joining by merging files; and 3) computation of digital models. By using the high degree Earth's gravitational model EGM96, the gravity field was represented by a deterministic component, calculated from EGM96 coefficients, up to degree 360; and a stochastic component, computed by least squares collocation, using the local approximation. The covariances of stochastic component were sampled from gravity anomalies by the power spectral density technique, using fast Fourier transform, and represented by the Foresberg's covariance model. The digital models computed for the gravity anomalies (free-air, Helmert, Bouguer, and isostatic), the gravimetric geoid; and the crustal thickness, were evaluated and compared with the similar models available in the region. The obtained results show that the used strategy, allowing the integration of all the available data, is efficient in improving the digital models of gravimetric anomalies, geoidal heights, and crustal thickness. Although the Airy-Heiskanen isostatic model does not represent completely the crustal thickness in some regions, such as South/Southeast of Brazil, it is useful in computing isostatic anomaly and gravity interpretation.

AGRADECIMENTOS

Como é impossível agradecer nominalmente, expresso agradecimentos a todos que contribuíram para a realização deste trabalho, particularmente

ao Dr. Edson Barcelos Stédile pela orientação no mestrado, marcando o início de um trabalho que continuo desenvolvendo;

ao Dr. Camil Gemael por ter acreditado no meu projeto de doutorado, pela orientação e amizade, e pelas animadas discussões;

ao Dr. Petr Vanicek por me ter recebido no seu grupo de pesquisa para o estágio de pós-doutorado, que realizei na University of New Brunswick, e pelas discussões sempre objetivas;

às agências financeiras PADCT-FINEP, FAPESP e CNPq pelo apoio financeiro, que possibilitou o desenvolvimento deste trabalho;

às instituições que contribuíram com dados, especialmente o IBGE, ON, a PETROBRAS, CPRM, UFPA, UFMT, UFPE, UFAM, UFOP, UFPR, UFRGS, UFRN, UnB, UNESP, USP; e ao IGeS (Sub-Comissão para América do Sul) que cedeu dados fornecidos por várias instituições;

aos técnicos que se envolveram na coleta e processamento de dados, especialmente ao Clarino do Divino Vieira pelo dedicado e paciente auxílio no desenho das figuras; e

aos colegas do IAG pelo convívio e amizade.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Referencial terrestre convencional	5
Figura 2.2 – Referencial elipsoidal	7
Figura 2.3 – Referencial WGS84	8
Figura 2.4 – Referencial natural	8
Figura 2.5 – Referencial geodésico local	9
Figura 2.6 – Referencial astronômico local	10
Figura 2.7 – Potencial Gravitacional de um sólido	11
Figura 2.8 – Superfícies equipotenciais e linhas de força	14
Figura 2.9 – Coordenadas geocêntricas	17
Figura 2.10 – Elementos do campo de gravidade	22
Figura 2.11 – Modelo isostático Pratt-Hayford	27
Figura 2.12 – Modelo isostático Airy-Heiskanen	28
Figura 2.13 – Modelo isostático regional Vening Meinesz	30
Figura 2.14 – Geometria do efeito topográfico	32
Figura 2.15 – Correção topográfica	32
Figura 2.16 – Efeito indireto	37
Figura 3.1 – O geóide e o teluróide	44
Figura 3.2 – Seleção de dados considerando setores	45
Figura 3.3 – Geometria da aproximação plana	48
Figura 4.1 – Modelo terrestre	52
Figura 4.2 – Estrutura da Terra	56
Figura 4.3 – Modelo de referência para velocidades e densidade no interior da Terra (Dziewonski & Anderson, 1981)	57
Figura 5.1 – Anomalia Bouguer calculada a partir dos modelos GPM98C e GTM3A, com $n = 720$ (Unidade: mGal)	62
Figura 5.2 – Redes gravimétricas de referência usadas nos levantamentos realizados no Brasil	63
Figura 5.3 – Dados gravimétricos removidos por caracterizarem erros grosseiros	66
Figura 5.4 – Dados gravimétricos resultantes de levantamentos realizados na América do Sul	67
Figura 5.5 – Dados derivados de altimetria por satélite (Sandwell & Smith, 1997)	69
Figura 5.6 – Dados complementares determinados com os Modelos GPM98C e GTM3A	71

Figura 5.7 – Modelo topográfico digital obtido com a Combinação dos modelos SRTM e GSFT	73
Figura 5.8 – Distribuição geográfica das alturas geoidais obtidas por GPS e nivelamento geométrico	75
Figura 5.9 – Distribuição geográfica das espessuras crustais disponíveis na América do Sul	77
Figura 5.10 – Modelo global CRUST2 para a região em estudo (Laske <i>et al.</i> , 2003) (Unidade: km)	78
Figura 6.1 – Anomalia ar-livre na América do Sul (Unidade: mGal)	83
Figura 6.2 – Correção topográfica para a região continental da América do Sul (Unidade: mGal)	84
Figura 6.3 – Anomalia Helmert (Faye) na América do Sul (Unidade: mGal)	85
Figura 6.4 – Anomalia Bouguer na América do Sul (Unidade: mGal)	87
Figura 6.5 – Correlação da anomalia Bouguer com a topografia	88
Figura 6.6 – Anomalia Bouguer (continente) e ar-livre (oceano) (Unidade: mGal)	89
Figura 6.7 – Correção isostática (Airy-Heiskanen) na América do Sul (Unidade: mGal)	92
Figura 6.8 – Anomalia isostática (Airy-Heiskanen) na América do Sul (Unidade: mGal)	93
Figura 6.9 – Estatísticas das anomalias gravimétricas Bouguer e isostática (Airy-Heiskanen) (Unidade: mGal)	94
Figura 6.10 – Coeficientes de correlação das anomalias Bouguer e isostática com a topografia	95
Figura 6.11 – Componentes do geóide gravimétrico na América do Sul (Unidade: m)	96
Figura 6.12 – Modelo geoidal gravimétrico na América do Sul (Unidade: m)	98
Figura 6.13 – Erro padrão do modelo geoidal gravimétrico na América do Sul (Unidade: m)	99
Figura 6.14 – Diferença N(GPS)-N(g) e estatísticas (Unidade: m)	100
Figura 6.15 – Resíduos e estatísticas das espessuras crustais Ajustadas (Unidade: km)	103
Figura 6.16 – Espessura crustal na América do Sul (Airy-Heiskanen) (Unidade: km)	105
Figura 6.17 – Topografia do manto na América do Sul em relação à superfície física da Terra (Unidade: km)	106

Figura 6.18 – Espessuras crustais na América do Sul representadas com os modelos MCAS5 e CRUST5 (Unidade: km)	107
Figura 6.19 – Diferença entre as espessuras crustais dos modelos MCAS5 e CRUST5 (Unidade: km)	108
Figura 6.20 – Modelo crustal isostático nos paralelos 19,5° S e 21,5° S	109

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Constantes fundamentais do <i>Geodetic Reference System 1980</i>	54
Tabela 4.2 – Constantes fundamentais do <i>World Geodetic System 1984, versão G873</i>	55
Tabela 4.3 – Principais divisões do interior da Terra Baseada em Shubert <i>et al.</i> (2001)	58
Tabela 4.4 – Informações das crostas oceânica e continental Dados extraídos de Sandwell (2001)	58
Tabela 5.1 – Constantes do <i>Earth Gravitational Model 1996 (EGM96)</i>	60
Tabela 5.2 – Estatística dos resíduos entre modelos gravimétricos derivados da Altimetria por satélite e os dados gravimétricos convencionais	68
Tabela 5.3 – Síntese dos dados descritos no Capítulo 5	79
Tabela 6.1 – Parâmetros adotados e a determinar do modelo isostático Airy-Heiskanen	90
Tabela 6.2 – Comparação com modelos geoidais anteriores Adaptada de Barzaghi <i>et al.</i> (2002)	101
Tabela 6.3 – Parâmetros adotados e calculados para o modelo isostático (Airy-Heiskanen)	103

LISTA DE SIGLAS

AGSS	Anomalias Gravimétricas do modelo Sandwell & Smith
AJISAI	<i>Japanese Passive Satellite (SLR)</i>
BGB	Base Gravimétrica do Brasil
BGSM	Base Gravimétrica da Serra da Mantiqueira
BIH	<i>Bureau International de l'Heure</i>
CHAMP	<i>Challenging Mini-Satellite Payload for Geo-scientific Research and Applications Program</i>
CMQ	Colocação por mínimos quadrados
CRUST2	<i>Global Crustal Model (2 degrees spatial resolution)</i>
CRUST5	<i>Global Curstal Model (5 degrees spatial resolution)</i>
CTP	<i>Conventional Terrestrial Pole</i>
CTS	<i>Conventional Terrestrial System</i>
DGAS	Dados Gravimétricos da América do Sul
DGASC	Dados Gravimétricos da América do Sul Completos
DGBS	Dados Gravimétricos Básicos Selecionados
DGB	Dados Gravimétricos Básicos
DGD5	Dados Gravimétricos Digitais com resolução espacial de 5'
DG5	Dados Gravimétricos para células de 5'
DGM	Dados Gravimétricos de Mapas
DGPT	Dados Gravimétricos obtidos a partir dos modelos geopotencial GPM98C e topográfico GTM3A
DMA	<i>Defense Mapping Agency (Atual NIMA)</i>
DORIS	<i>Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite</i>
EGM96	<i>Earth Gravitational Model 1996</i>
ERS-1, 2	<i>European Remote-Sensing Satellites (Oceanography)</i>
GEOSAT	<i>Geodetic Satellite (Oceanography)</i>
GFZ-1	<i>Geo Forschungs Zentrum 1</i>
GOCE	<i>Gravity Field and Steady-state Ocean Circulation Explorer</i>
GPM98C	<i>Gravitational Potential Model 1998 C</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
GRACE	<i>Gravity Recovery and Climate Experiment</i>

GRS80	<i>Geodetic Reference System 1980</i>
GSFT	<i>Global Sea Floor Topography</i>
GTM3A	<i>Global Topography Model 3A</i>
IASPEI	<i>International Association of Seismology and Physics of the Earth's Interior</i>
IBGE	Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IERS	<i>International Earth Rotation and Reference Systems Service</i>
IFSAR	<i>Interferometric Synthetic Aperture Radar</i>
IGSN71	<i>International Gravity Standardization Net 1971</i>
ITRF	<i>IERS Terrestrial Reference Frame</i>
ITRS	<i>IERS Terrestrial Reference System</i>
IUGG	<i>International Union of Geodesy and Geophysics</i>
JASON-1	<i>Joint France/USA mission (Oceanography)</i>
LAGEOS	<i>Laser Geodynamics Satellite (SLR)</i>
LLR	<i>Lunar Laser Ranging</i>
MCAS	Modelo Crustal na América do Sul (Resolução espacial: 10°)
MCAS5	Modelo Curstal na América do Sul (Resolução espacial: 5°)
mGal	Miligal
Moho	Descontinuidade de Mohorovicik
MTU3	Modelo Topográfico Unificado
NIMA	<i>National Imagery and Mapping Agency</i>
PRARE	<i>Precise Range And Range-Rate</i>
PREM	<i>Preliminary Earth Model</i>
RGAB	Rede Gravimétrica Absoluta do Brasil
RGFB	Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira
RGSB (RGSBs)	Rede Gravimétrica Secundária do Brasil (Plural)
RN (RNs)	Referência de Nível (Plural)
SEASAT	<i>Sea Satellite</i> (Altimetria nos oceanos)
SGM	<i>Servicio Geográfico Militar</i> (Uruguay)
SI	Sistema Internacional de Unidades
SLR	<i>Satellite Laser Ranging</i>
SRTM	<i>Shuttle Radar Topography Mission</i>

STARLETTE	<i>French Passive Satellite (SLR)</i>
STELLA	<i>French Passive Satellite (SLR)</i>
TOPEX/Poseidom	<i>Ocean Topography Experiment</i>
UE	Unidade Eötvös
VLBI	<i>Very Long Baseline Interferometry</i>
ZM	<i>Zero Meridian</i> (Coincidente com o do BIH 1984.0)

SUMÁRIO

RESUMO	ii
ABSTRACT	iii
AGRADECIMENTOS	iv
LISTA DE FIGURAS	v
LISTA DE TABELAS	viii
LISTA DE SIGLAS	ix
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2 - FUNDAMENTOS TEÓRICOS	5
2.1. REFERENCIAIS BÁSICOS	5
<i>Referencial terrestre convencional</i>	5
<i>Referencial elipsoidal</i>	6
<i>O referencial WGS84</i>	7
<i>Referencial natural</i>	8
<i>Referencial geodésico local</i>	9
<i>Referencial astronômico local</i>	9
2.2. O CAMPO DE GRAVIDADE DA TERRA	10
<i>Superfícies equipotenciais e linhas de força</i>	13
<i>Gradientes do campo de gravidade</i>	15
<i>Potencial gravitacional em harmônicos esféricos</i>	16
<i>Geopotencial e em harmônicos esféricos</i>	19
<i>Esferotacional em harmônicos esféricos</i>	21
2.3. O CAMPO DE GRAVIDADE ANÔMALO	21
<i>Elementos fundamentais do campo de gravidade anômalo</i>	22
<i>O campo de gravidade anômalo em harmônicos esféricos</i>	24
2.4. REDUÇÕES E ANOMALIAS GRAVIMÉTRICAS	24
<i>Anomalia ar-livre</i>	25
<i>Anomalia Helmert</i>	25
<i>Anomalia Bouguer</i>	26
<i>Anomalia isostática</i>	26
<i>Modelo isostático Pratt-Hayford</i>	27
<i>Modelo isostático Airy-Heiskanen</i>	28
<i>Modelo isostático regional Vening Meinesz</i>	29
2.5. EFEITOS TOPOGRÁFICOS	31

<i>Correção topográfica</i>	32
<i>Correção isostática usando o modelo Airy-Heiskanen</i>	35
<i>Efeito indireto</i>	36
CAPÍTULO 3 - MODELOS MATEMÁTICOS	38
<i>Linearização de funcionais</i>	38
3.1. COLOCAÇÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS	39
<i>A altura geoidal e anomalia de altitude</i>	43
3.2. COVARIÂNCIAS	44
<i>Determinação de covariâncias</i>	46
<i>Representação de covariâncias</i>	48
CAPÍTULO 4 - MODELOS E PARÂMETROS TERRESTRES	52
4.1. O GEODETIC REFERENCE SYSTEM 1980 (GRS80)	52
4.2. O WORLD GEODETIC SYSTEM 1984 (WGS84), VERSÃO G873	55
4.3. MODELOS DA ESTRUTURA INTERNA TERRA	56
CAPÍTULO 5 - DADOS ENVOLVIDOS	59
5.1. MODELOS GEOPOTENCIAIS E TOPOGRÁFICO	59
5.2. DADOS GRAVIMÉTRICOS	61
<i>Dados gravimétricos terrestres</i>	61
<i>Dados gravimétricos oceânicos</i>	65
<i>Dados derivados da altimetria por satélite</i>	65
<i>Dados obtidos com os modelos GPM98C e GTM3A</i>	70
5.3. DADOS TOPOGRÁFICOS	70
5.4. ALTURAS GEOIDAIAS	73
5.5. ESPESSURAS CRUSTAIS	75
5.6. SÍNTESE DOS DADOS SELECIONADOS	80
CAPÍTULO 6 - RESULTADOS	81
6.1. MODELOS GRAVIMÉTRICOS DIGITAIS	81
<i>Anomalia ar-livre</i>	81
<i>Anomalia Helmert (Faye)</i>	82

<i>Anomalia Bouguer</i>	82
<i>Anomalia Bouguer no continente e ar-livre no oceano</i>	86
<i>Anomalia isostática Hiry-Heiskanen</i>	86
6.2. MODEO GEOIDAL GRAVIMÉTRICO	96
6.3. MODELO CRUSTAL (AIRY-HEISKANEN)	101
<i>Determinação de parâmetros</i>	101
<i>Obtenção do modelo crustal na forma digital</i>	102
CAPÍTULO 7 - SÍNTESE E CONCLUSÕES	110
CAPÍTULO 8 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	113
8.1. REFERÊNCIAS DE ESPESSURAS CRUSTAIS PUBLICADAS	121

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

As indagações sobre a forma, estrutura e composição da Terra provavelmente nasceram com as Geociências. As teorias propostas ao longo do tempo, com suas evidências e controvérsias, são personagens de uma história fascinante, que nascem à luz de novas informações, resultantes da curiosidade, das observações e dos desafios que se impõe o próprio ser humano. A forma esférica da Terra, proposta por Aristóteles no século IV A.C., e a determinação do raio terrestre por Eratóstenes, um século depois, marcaram o início das investigações científicas sobre a forma e as dimensões da Terra. No fim do século XVII, com a teoria da gravitação, I. Newton mostrou que a Terra teria a forma elipsoidal em consequência do movimento de rotação, e sugeriu que a sua densidade média seria de cinco a seis vezes a densidade da água (Todhunter, 1962), marcando o início das descobertas sobre a forma e estrutura da Terra. A determinação da densidade média da Terra, e consequentemente da sua massa, com o dispositivo construído por H. Cavendish, no final do século XVIII, abriu caminho para a determinação da constante universal da gravitação em laboratório. A partir do século seguinte, a densidade de rochas passou a ser determinada facilmente com auxílio da balança construída por J.P.G. von Jolly. Ainda no século XVIII, teve início um período de grandes avanços matemáticos que originaram a Teoria do Potencial, Geometria Diferencial, Mecânica Analítica, nos quais foram desenvolvidos recursos de Matemática Aplicada, usados ainda hoje em Geodésia e Geofísica. Esse período de racionalização, que se prolongou até fins do século XIX, foi marcado também por grandes descobertas em todas as áreas das Geociências. A teoria de J. Hutton (1788) na qual a transferência de calor, do interior para a superfície da Terra, constitui o processo físico gerador dos maiores eventos geológicos, que originaram as principais feições topográficas observadas na superfície terrestre. A deriva dos continentes, observada desde o século XVII, na semelhança das bordas continentais, das feições geológicas, da litologia, geocronologia, etc., foi proposta por A.L. Wegener (1924).

No início do século XIX, a precisão alcançada na medição e nos cálculos geodésicos, mostrou que a geometria e as características físicas (forma e distribuição de massa) do modelo elipsoidal proposto por Newton, eram incompatíveis com as da Terra real, e conduziam a erros que não podiam ser atribuídos à medição e ao cálculo com os dados observados, sobretudo porque nessa época surgiu o ajustamento pelo método dos mínimos quadrados, desenvolvido por A.M. Legendre e C.F. Gauss.

Outras mentes brilhantes da época como P.S. Laplace e F.W. Bessel, já reconheciam que o modelo elipsoidal não poderia resistir por muito tempo à alta precisão observacional e ao aprimoramento dos cálculos. As discussões culminaram com a introdução de um modelo terrestre adicional com as (mesmas) características físicas da Terra real, que J.B. Listing denominou geóide. No trabalho desenvolvido por F.R. Helmert (1880), foram sintetizados os fundamentos matemáticos e físicos da Geodésia moderna. Em meados do século XIX, G.G. Stokes desenvolveu a teoria sobre a determinação do geóide a partir de dados do campo de gravidade da Terra, e a sintetizou na conhecida fórmula de Stokes (1849), que atualmente é uma das técnicas mais usadas na determinação do geóide.

Há relatos de que, em meados do século XVIII, em expedição à região equatorial na América do Sul, P. Bouguer realizou experimentos para a determinação da densidade média da Terra e, consequentemente da sua massa, usando os métodos pendular e astronômico no sul da Cordilheira dos Andes. Em meados do século XIX, G. Everest mostrou que o desvio da vertical, observado em trabalhos geodésicos no sul dos Himalaias, era cerca de um terço do calculado a partir da massa dessa cordilheira. Para explicar essas discepâncias, surgiram dois modelos diferentes de compensação das massas topográficas, um proposto por J.H. Pratt e outro por G.B. Airy, que ainda constituem a base da isostasia.

O século XX foi marcado por grandes avanços científicos e tecnológicos, que contribuíram para importantes descobertas em Geociências. Nas primeiras décadas, as observações sismológicas originaram novas teorias e forneceram os parâmetros do principal modelo do interior da Terra, formado por camadas esféricas, com propriedades e composição radialmente distintas: a crosta, o manto (superior e inferior), e o núcleo (externo e interno).

Essas descobertas e o grande interesse por recursos minerais na época da 2^a Guerra Mundial, estimularam os projetos voltados para a instrumentação visando a pesquisa e exploração de recursos minerais.

Em meados do século XX, iniciou o período no qual as técnicas espaciais revolucionaram os métodos de investigação da Terra (e outros planetas), que envolvem a monitoração de deformações e a representação do campo de gravidade. A monitoração tectônica com as técnicas espaciais de posicionamento (VLBI, SLR, LLR, DORIS e GPS), que iniciou na década de 60, está proporcionando resultados espetaculares nos estudos globais sobre as deformações decorrentes de fenômenos que alteram continuamente o nosso planeta. No posicionamento por satélite, o GPS é a técnica que mais se difundiu em

conseqüência da multiplicidade de aplicações, portabilidade e simplicidade operacional, e do baixo custo dos receptores mais utilizados na prática. As potencialidades do GPS nas investigações da Terra, podem ser avaliadas a partir das seguintes aplicações: posicionamento absoluto em geral, monitoração de deformações, e disseminação do tempo. É fácil entender o que essas aplicações significam para a coleta de dados na superfície da Terra, a descrição do movimento tectônico resultante de processos dinâmicos internos, e a padronização do tempo para a Sismologia e Tomografia Sísmica, que fornecem as informações mais confiáveis sobre esforços e distribuição de massa no interior da Terra. O grande sucesso na experiência com altimetria por satélite nos oceanos, usando um altímetro por radar a bordo do Skylab, motivou uma sucessão de missões (SEASAT, GEOSAT, ERS-1(2), TOPEX/Poseidon e JASON-1, etc.), que vem fornecendo um volume de dados oceânicos sem precedentes. Em fevereiro de 2000, a missão SRTM para coleta de dados topográficos nos continentes com a nave *Endeavour*, equipada com altímetro por radar IFSAR, coletou cerca de um trilhão de dados, para representação da topografia terrestre com alta resolução espacial.

A coleta da grande variedade e do enorme volume de dados, realizadas nas últimas décadas do século XX, assim como o processamento e a análise desses dados, continuamente efetuados, tornaram-se possíveis graças aos avanços espetaculares da eletrônica e informática.

Apesar da coleta de dados na superfície terrestre, com a distribuição geográfica ideal das medidas, ser mais lenta do que a espacial, sobretudo em regiões inóspitas de difícil acesso, ela é imprescindível especialmente pelos motivos que seguem. Alguns tipos de dados, como os obtidos a partir da propagação de ondas sísmicas no interior da Terra, por exemplo, não podem ser coletados por missões espaciais. A coleta de uma grande variedade de dados geológicos e geofísicos, são obtidos a partir da amostragem realizada diretamente na superfície da Terra. Os dados de alta resolução dos campos gravitacional e magnético, assim como os de fluxo térmico da Terra, são obtidos somente com a medição terrestre.

Na realidade, as técnicas espaciais e as terrestres geralmente são complementares na fase operacional ou nos dados que elas fornecem. Atualmente, não se poderia imaginar o registro de dados sísmicos, e a realização de levantamentos geofísicos terrestres, sem o tempo e o posicionamento fornecidos pelo GPS. Seria difícil também entender a dinâmica

da crosta terrestre em escala global ou regional sem combinar as informações geométricas, fornecidas por técnicas espaciais, com as físicas, resultantes de medições terrestres.

A busca de respostas para inúmeras questões, que desde os primórdios da civilização desafiam a mente humana, como a origem das montanhas, bacias continentais e oceânicas, dos vulcões, terremotos, e sobre a natureza do interior da Terra, envolve a combinação e análise e um número inesgotável de informações atualmente disponíveis.

A Placa Sul-americana é um grande segmento litosférico, que está sujeito aos efeitos de fenômenos que se desenvolvem no interior da Terra, como o movimento de convecção do manto e a abertura das dorsais mesoceânicas do Atlântico e Pacífico. As forças resultantes desses fenômenos internos impulsionam as placas litosféricas, levando à colisão e subducção da Placa de Nazca na Sul-americana, que produzem sismos de grande magnitude e geram a complexa cordilheira dos Andes.

A partir dos dados que resultaram de missões espaciais e levantamentos terrestres convencionais, disponíveis na região (25°N - 65°S e 95°W - 20°W), foram determinados modelos digitais de alta resolução das anomalias gravimétricas ar-livre, Helmert, Bouguer e isostática, do geóide e da espessura crustal. A metodologia envolveu a combinação formal de dados topográficos e gravimétricos para a representação do campo de gravidade da Terra, e a determinação de parâmetros do modelo isostático Airy-Heiskanen a partir de espessuras crustais, determinadas pelos métodos sísmicos. Os modelos gravimétricos, geoidais e crustais encontram importantes aplicações na correlação com massas anômalas do interior da Terra como vem sendo reconhecido há várias décadas (Kaula, 1967; Hager, 1984; Lambeck, 1988; Silver *et al.*, 1988 & Bowin, 2000).

CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 – REFERENCIAIS BÁSICOS

Os referenciais são conjuntos de eixos cartesianos ou superfícies, que podem ser combinados entre si, em relação aos quais se definem coordenadas de pontos. Os referenciais são caracterizados por meio da *definição*, que especifica a origem e orientação, e da *realização*, que torna a definição operacional.

A utilização de dados do campo de gravidade na determinação da forma e estrutura da Terra envolve vários referenciais terrestres, que serão resumidos a seguir.

Referencial terrestre convencional

Definição

O referencial terrestre convencional é formado por 3 eixos cartesianos ortogonais, com a origem e orientação definidas a seguir (Figura 2.1)

- é geocêntrico, isto é, tem origem coincidente com o centro de massa da Terra, incluindo a massa da atmosfera;
- o eixo Z é coincidente com o eixo de rotação médio da Terra, posição correspondente à do *Conventional Terrestrial Pole* (CTP);

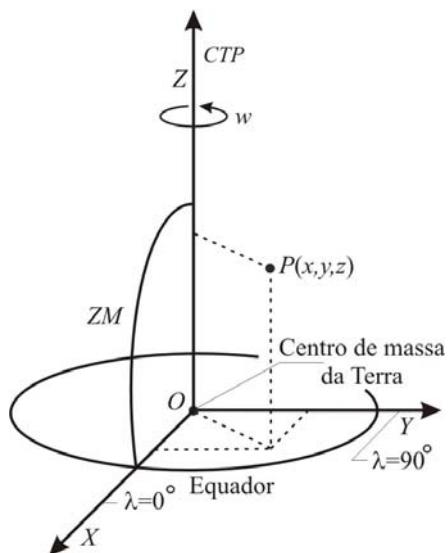


Figura 2.1 – Referencial terrestre convencional

- c) o eixo X contido nos planos do equador terrestre médio e do ZM (*Zero Meridian*), fornecido pelo BIH (*Bureau International de l'Heure*), para a época 1984.0;
- d) eixo Y contido no plano equatorial médio, completando o terno ortogonal dextrógiro.

Realização do CTS

Esse referencial é realizado através das estações que integram a rede IGS, cujas coordenadas são obtidas por vários centros internacionais de processamento, a partir dos dados associados a diversas técnicas espaciais (VLBI, SLR, LLR, GPS, DORIS, PRARE, etc.), que coletam dados continuamente. O CTS monitorado pelo IERS é chamado ITRS, especificado pela Resolução N^o 2 da IUGG, aprovada na 20^a Assembléia Geral de Viena, em 1991. As realizações do ITRS pelo IERS são denominadas ITRF, e consistem de uma lista de coordenadas e velocidades selecionadas pelo IERS. O ITRF_{aa}, sendo aa o ano cujos dados foram usados na realização, é publicado pelo IERS em Notas Técnicas, que podem ser encontrados no site <http://www.iers.org/iers/publications/>. As posições de pontos no espaço, na época t , são referidas ao ITRF, na época t_0 , por meio da fórmula (McCarty, 1996)

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}_0(t_0) + \mathbf{V}_0(t - t_0) + \sum_{i=1}^3 \Delta \mathbf{X}_i(t) \quad (2.1)$$

onde \mathbf{X}_0 e \mathbf{V}_0 são o espaço e a velocidade, respectivamente, na época t_0 , e $\Delta \mathbf{X}_i(t)$ são correções para vários efeitos temporais, tais como o deslocamento da maré terrestre (incluindo deformação permanente), maré oceânica, rebaixamento (soerguimento) resultante da glaciação (deglaciação), e pressão atmosférica, etc.

Referencial elipsoidal

Definição

O referencial elipsoidal é constituído por um elipsóide de revolução e suas linhas de força, aos quais se associam 2 ângulos (φ, λ), que são a latitude e longitude geodésicas, respectivamente, e um segmento curvilíneo (h), que é a altitude geométrica (Figura 2.2). A origem e orientação do referencial elipsoidal são especificadas a seguir

- a) é geocêntrico;

- b) o eixo de rotação é coincidente com o da Terra real;
- c) possui a mesma velocidade angular da Terra real;
- d) o meridiano origem coincide com o ZM do BIH, na época 1984.0; e
- e) o paralelo zero é coincidente com o plano equatorial médio.

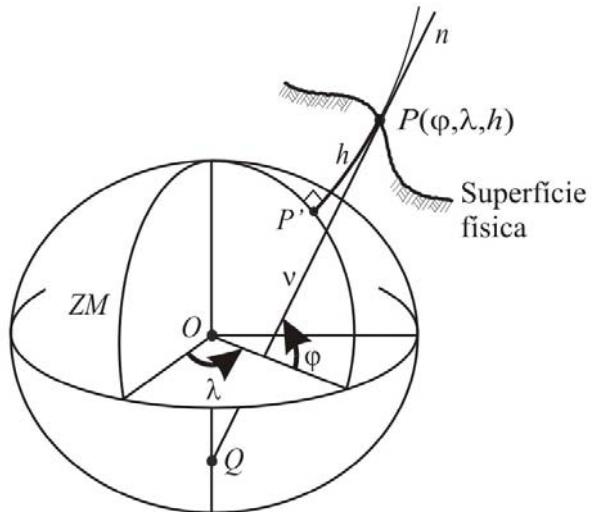


Figura 2.2 – Referencial elipsoidal

Realização

O referencial elipsoidal é realizado com a determinação dos parâmetros fundamentais do elipsóide, atualmente usando técnicas espaciais. Os valores numéricos das constantes fundamentais do GRS80 são apresentadas na Seção 4.1.

O referencial WGS84

O referencial WGS84, usado no GPS, é a combinação do referencial cartesiano, compatível com o CTS, e do referencial elipsoidal, cujos parâmetros geométricos foram determinados especificamente para o WGS84 (Figura 2.3). Atualmente, está em uso a versão atualizada desse referencial, denominada WGS84(G873), onde a letra G significa GPS e o número 873 indica o número da semana do GPS.

Referencial natural

As superfícies geopotenciais e suas linhas de força, combinadas com o CTS, constituem o referencial natural, ao qual se associam as coordenadas naturais, definidas por 2 ângulos,

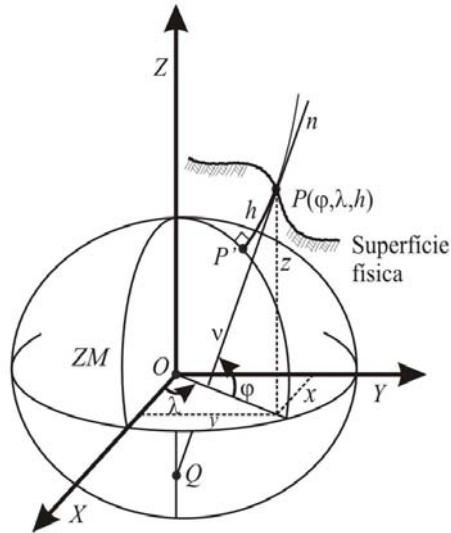


Figura 2.3 – Referencial WGS84

que são a latitude e longitude astronômicas (Φ, Λ), respectivamente, e um segmento curvilíneo, que é a altitude ortométrica (H), mostrados na Figura 2.4. Como alternativa, a

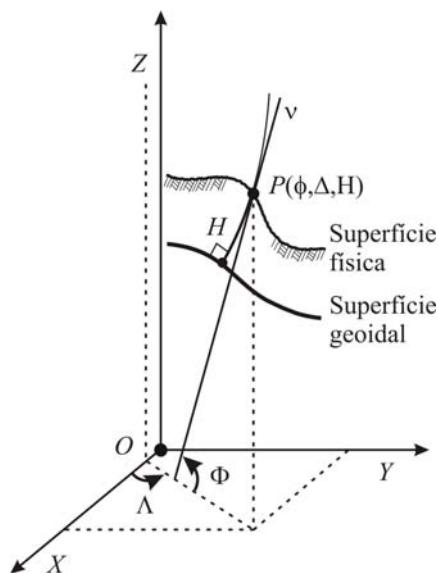


Figura 2.4 – Referencial natural

altitude ortométrica pode ser substituída pelo geopotencial ou número geopotencial. Esse referencial encontra importantes aplicações, sobretudo na medição e representação do campo de gravidade da Terra.

Referencial geodésico local

Definição

O referencial geodésico local é formado por 3 eixos cartesianos ortogonais, com a origem e orientação definidas a seguir (Figura 2.5)

- a origem dos eixos cartesianos coincide com o ponto considerado;
- o eixo Z coincide com a direção da normal nesse ponto, orientado positivamente para o exterior da superfície elipsoidal;
- os eixos X e Y são contidos no plano tangente à esferope que passa por P , e orientados, respectivamente, para o norte e este.

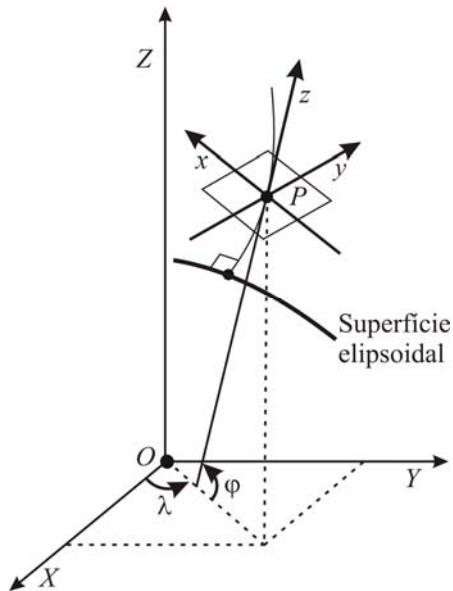


Figura 2.5 – Referencial geodésico local

Referencial astronômico local

Definição

O referencial astronômico local é constituído por 3 eixos cartesianos ortogonais, com a origem e orientação especificadas a seguir (Figura 2.6)

- a) a origem dos eixos cartesianos coincide com o ponto considerado;
- b) o eixo Z coincide com a direção da vertical do ponto, orientado positivamente para o zênite;
- c) os eixos X e Y são contidos no plano tangente à geope que passa por P , e orientados, respectivamente, para o norte e este.

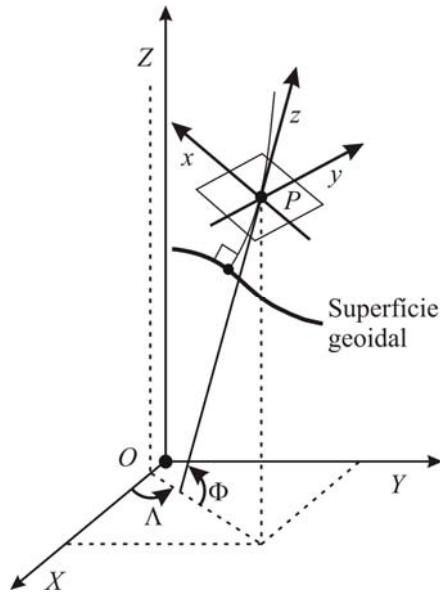


Figura 2.6 – Referencial astronômico local

2.2 – O CAMPO DE GRAVIDADE DA TERRA

A descrição e o uso do campo de gravidade na determinação da forma e estrutura da Terra, fundamentam-se na lei universal da gravitação, formulada por Newton

$$d\mathbf{F} = \frac{GldM}{l^3} \quad (2.1)$$

onde G é a constante universal da gravitação, \mathbf{l} é o vetor posição da massa unitária, dM é um elemento da massa atrativa, que geralmente é a massa da Terra, e l é uma função de posição da massa unitária, como ilustra a Figura 2.7,

$$l = |\mathbf{l}| = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2} \quad (2.2)$$

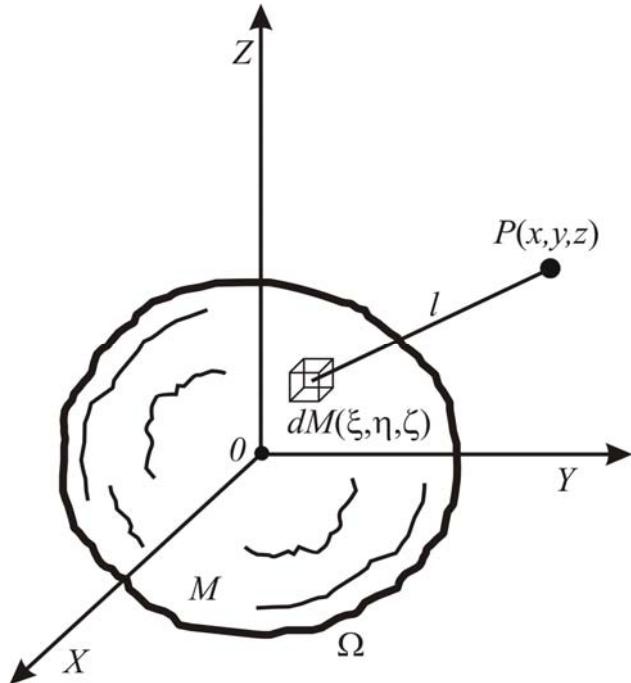


Figura 2.7 – Potencial Gravitacional de um sólido

A força associada à massa terrestre é obtida pela integral de (2.1),

$$\mathbf{F} = G \iiint_{\Omega} \frac{l dM}{l^3} = G \iiint_{\Omega} \frac{\rho l d\Omega}{l^3} \quad (2.3)$$

sendo ρ a densidade média da Terra, e Ω o volume da massa M . Como o campo gravitacional (2.3) é conservativo, pode ser expresso a partir do gradiente de uma função escalar

$$\mathbf{F} = \text{grad}V = \nabla V \quad (2.4)$$

onde V é o potencial gravitacional, expresso por

$$V = G \iiint_{\Omega} \frac{dM}{l} \quad (2.5)$$

O movimento de rotação da Terra gera o campo centrífugo, que também pode ser expresso a partir de uma função escalar. Portanto, no interior da massa terrestre, a massa unitária estará sob ação do geopotencial, que é a composição dos potenciais gravitacional e centrífugo

$$W = V + \Phi \quad (2.6)$$

com o potencial centrífugo descrito por

$$\Phi = \frac{w^2 r_\phi^2}{2} \quad (2.7)$$

onde w é a velocidade angular associada à rotação da Terra, e r_ϕ é o raio da trajetória descrita pela massa unitária. Assim, o geopotencial é a função escalar cujo gradiente expressa o campo de gravidade da Terra

$$\mathbf{g} = \text{grad}W \quad (2.8)$$

Para a massa unitária, este campo vetorial pode representar força ou aceleração, dependendo da unidade que se atribui ao vetor \mathbf{g} . Atribuindo a unidade de aceleração, tem-se o campo da aceleração de gravidade, cuja intensidade $g = |\mathbf{g}|$ é medida com os gravímetros. No Sistema Internaciona (SI), a unidade de aceleração é $m s^{-2}$; mas a unidade tradicional, que é o *Gal*, em homenagem a Galileu, ainda é usada em algumas aplicações e principalmente nos levantamentos gravimétricos. As relações entre as unidades mais usadas na prática são as seguintes

$$1\text{Gal} = 1\text{cm s}^{-2} = 10^{-2}\text{m s}^{-2}$$

e seus submúltiplos

$$1\text{mGal} = 10^{-3}\text{Gal} = 10^{-5}\text{m s}^{-2}$$

As funções potenciais, com inúmeras aplicações em Ciências Exatas e da Terra, foram estudadas de forma sistemática por Laplace. Ele descobriu que a função potencial de qualquer corpo finito satisfaz uma equação diferencial parcial de segunda ordem, conhecida como equação de Laplace. Essa equação permite explorar uma classe importante de funções, chamadas funções harmônicas, que são fundamentais para representação do potencial gravitacional da Terra a partir de dados do campo de gravidade, fornecidos pelos levantamentos gravimétricos terrestres e oceânicos, e pelas missões de satélite.

O laplaciano do geopotencial (2.6), tem a forma

$$\nabla^2 W = \nabla^2 V + \nabla^2 \Phi \quad (2.9)$$

onde ∇^2 indica a derivação parcial de segunda ordem

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

A partir de (2.9), obtém-se a equação de Laplace, para o exterior da massa atrativa

$$\nabla^2 W = \nabla^2 V = 0 \quad (2.10)$$

e a equação de Poisson, para o interior dessa massa

$$\nabla^2 W = -4\pi G\rho + 2w^2 \quad (2.11)$$

Superfícies equipotenciais e linhas de força

O geopotencial, expresso em (2.6), contém todas as informações do campo de gravidade terrestre. Isto significa que as características do geopotencial devem descrever integralmente as do campo de gravidade. Qual é a forma mais simples de explorar o geopotencial para se descrever o campo de gravidade? Usar as superfícies equipotenciais e suas linhas de força! Como o nome sugere, as superfícies equipotenciais são aquelas nas quais o geopotencial é constante. A família de superfícies equipotenciais é expressa simbolicamente por

$$W(l) = \text{constante} \quad (2.12)$$

Entre as equipotenciais expressas em (2.12), a fundamental para as Geociências é a que coincide com o nível médio dos mares não perturbados, e se prolonga através dos continentes, denominada superfície geoidal ($W = W_0$). As linhas perpendiculares às superfícies equipotenciais (Figura 2.8) são chamadas linhas de força do campo de gravidade. Em qualquer ponto, a direção do vetor gravidade é tangente à linha de força nesse ponto, e a direção dessa tangente é chamada vertical.

As ondulações da superfície geoidal em relação à elipsoidal refletem a distribuição de massa da Terra, por isso é de grande interesse teórico e prático. As superfícies equipotenciais têm diversas propriedades (ver p. ex. Heiskanen & Moritz, 1967; Vanicek & Krakiwsky, 1991), entre as quais se destacam

- a) duas equipotenciais nunca se interceptam, elas são superfícies fechadas que se agregam (sobrepõem) como as camadas de uma cebola;
- b) as equipotenciais são superfícies convexas, isto é, elas não possuem depressões ou vales;

A diferencial de W , em notação vetorial, tem a forma

$$dW = \text{grad}W \cdot dl = \mathbf{g} \cdot dl \quad (2.13)$$

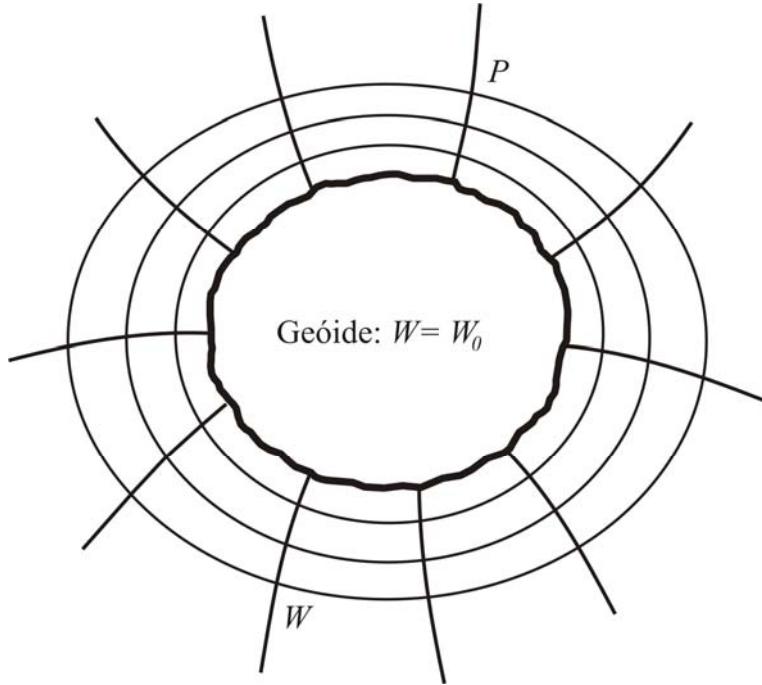


Figura 2.8 – Superfícies equipotenciais e linhas de força

Considerando $d\mathbf{l}$ ao longo da equipotencial $W = W_0$; como o potencial permanece constante, então $dW = 0$, e resulta

$$\mathbf{g} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (2.14)$$

mostrando que o vetor gravidade é perpendicular à equipotencial no ponto de tangência.

A distância entre a superfície geoidal e o ponto P (Figura 2.8), contada sobre a linha de força que passa pelo ponto, é chamada altitude ortométrica de P. O vetor $d\mathbf{l}$, com a mesma direção da linha de força, tem intensidade

$$|d\mathbf{l}| = dH \quad (2.15)$$

e sentido oposto ao do vetor gravidade. Portanto, pode-se escrever

$$\mathbf{g} \cdot d\mathbf{l} = -gdH \quad (2.16)$$

Combinando esta expressão com (2.13), resulta

$$dW = -gdH \quad (2.17)$$

que constitui a base teórica para a determinação da altitude ortométrica. Esta diferencial pode ser escrita na forma

$$g = -\frac{\partial W}{\partial H} \quad (2.18)$$

que expressa a gravidade a partir do gradiente vertical do geopotencial.

Gradientes do campo de gravidade

O campo de gravidade, expresso em (2.8), teoricamente contém todas as informações do seu espectro. Contudo, para facilitar a utilização de informações que têm características locais, resultantes da medição, é conveniente usar o gradiente do campo de gravidade. Assim, usa-se o tensor gradiente de gravidade ou de Eötvös, para o interior das massas terrestres

$$E = \text{grad}(\text{grad}W) = \begin{bmatrix} W_{xx} & W_{xy} & W_{xz} \\ W_{yx} & W_{yy} & W_{yz} \\ W_{zx} & W_{yz} & W_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

e o tensor gradiente gravitacional para o exterior das massas

$$R = \begin{bmatrix} V_{xx} & V_{xy} & V_{xz} \\ V_{yx} & V_{yy} & V_{yz} \\ V_{zx} & V_{yz} & V_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

onde os índices representam derivação parcial em relação à variável indicada. Como o campo de gravidade terrestre é conservativo, verificam-se as seguintes igualdades:

$$W_{xy} = W_{yx}, \quad W_{xz} = W_{zx} \quad \text{e} \quad W_{yz} = W_{zy} \quad (2.21)$$

Logo, tem-se o gradiente vertical de gravidade

$$W_{zz} = \frac{\partial g}{\partial z} \quad (2.22)$$

assim como os gradientes horizontais

$$W_{xz} = \frac{\partial g}{\partial x} \quad (2.23)$$

$$W_{yz} = \frac{\partial g}{\partial y} \quad (2.24)$$

A unidade de gradiente no SI é o ms^{-2} por metro. Mas, na prática, também é usada a Unidade Eötvös (UE), que tem a seguinte relação com a SI

$$1UE = 10^{-9} ms^{-2} \text{ por metro} = 10^{-4} mGal \text{ por metro}$$

Combinando a equação de Poisson (2.11) com a curvatura média da superfície geoidal (Heiskanen & Moritz, 1967)

$$J = \frac{W_{xx} + W_{yy}}{2g} \quad (2.25)$$

obtém-se a fórmula de Bruns

$$\frac{\partial g}{\partial z} = -2gJ + 4\pi G\rho - 2w^2 \quad (2.26)$$

que é a base teórica para a redução de observações gravimétrica à superfície geoidal (ver p. ex. Vanicek & Krakiwsky, 1991). As informações do campo de gravidade envolvidas na representação, análise e interpretação são obtidas do seguinte modo: a) os gravímetros proporcionam W_{zz} , (aceleração de gravidade g); b) as balanças de torção fornecem W_{xy} e a diferença $W_{yy} - W_{xx}$; c) com o laplaciano, obtém-se a soma $W_{xx} + W_{yy} = -W_{zz} + 2w^2$ conhecendo o gradiente vertical (2.26). Atualmente, surgiram gradiômetros altamente sofisticados, usando diversos princípios, para a medição das componentes do tensor gradiente, que vêm sendo usados nas missões de satélite (GRACE, CHAMP e GOCE) com objetivo de monitorar (em tempo real) as variações globais do campo de gravidade, que resultam da interação de vários fenômenos <http://www.geo-it.tugraz.at/geo-it/measrem.htm>.

Potencial gravitacional em harmônicos esféricos

Para representar o potencial gravitacional de corpos aproximadamente esféricos, como a Terra, é conveniente usar as coordenadas esféricas (r, ϕ, λ) , mostradas na Figura 2.9. Assim, introduzindo essas coordenadas na equação de Laplace (2.10), resulta

$$\nabla^2 V(r, \phi, \lambda) = \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} - \frac{\operatorname{tg} \phi}{r^2} \frac{\partial V}{\partial \phi} + \frac{1}{r^2 \cos^2 \phi} \frac{\partial^2 V}{\partial \lambda^2} = 0 \quad (2.27)$$

A resolução desta equação diferencial por separação de variáveis, fornece o modelo matemático para a representação do potencial gravitacional em harmônicos esféricos na forma (Heiskanen & Moritz, 1967)

Qualquer função que satisfaz esta equação diferencial pode ser desenvolvida em série de harmônicos do tipo (Heiskanen & Moritz, 1967)

$$V(r, \phi, \lambda) = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{r} \right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\operatorname{sen} \phi) \quad (2.28)$$

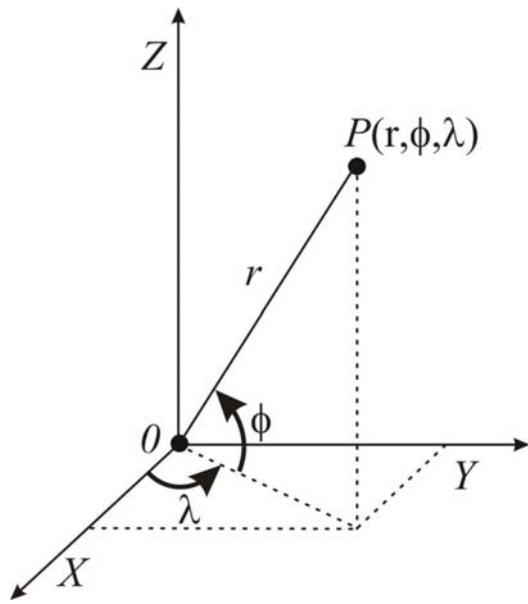


Figura 2.9 – Coordenadas geocêntricas

onde n representa o grau e m a ordem do desenvolvimento. Os coeficientes C_{nm} e S_{nm} , são determinados por integração

$$\frac{C_{nm}}{S_{nm}} = \frac{1}{MR^n} (2 - \delta_{0m}) \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \iiint_{\Omega} (r') P_{nm}(\sin \phi') \begin{Bmatrix} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{Bmatrix} dM \quad (2.29)$$

com

$$\delta_{0m} = \begin{cases} 1 & \text{se } m=0 \\ 0 & \text{se } m \neq 0 \end{cases} \quad (2.30)$$

O polinômios de Legendre associados $P_{nm}(t)$, para $t = \sin \phi$, podem ser expressos por meio de derivadas

$$P_{nm}(t) = \frac{1}{2^m n!} (1 - t^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^{n+m}}{dt^{n+m}} (t^2 - 1)^n \quad (2.31)$$

ou, pela fórmula

$$P_{nm}(t) = \frac{(1-t^2)^{\frac{m}{2}}}{2^n} \sum_{k=0}^l (-1)^k \frac{(2n-2k)!}{k!(n-k)(n-m-2k)!} t^{n-m-2k} \quad (2.32)$$

onde I é o maior inteiro contido em $\frac{m}{2}$. As expressões que representam o potencial gravitacional (2.28) e (2.29) podem ser escritas de forma mais compactas, com as seguintes funções auxiliares

$$Y_{inm} = P_{nm}(\sin \phi) \begin{cases} \cos m\lambda & \text{se } i = 1 \\ \sin m\lambda & \text{se } i = 2 \end{cases} \quad (2.33)$$

e

$$C_{inm} = \begin{cases} C_{nm} & \text{se } i = 1 \\ S_{nm} & \text{se } i = 2 \end{cases} \quad (2.34)$$

Assim, substituindo (2.33) e (2.34) em (2.28), resulta

$$V(r, \phi, \lambda) = \frac{GM}{r} \sum_{i=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{r} \right)^n C_{inm} Y_{inm} \quad (2.35)$$

Para se evitar dificuldades numéricas nas integrais (2.29), relacionadas com o fatorial $(n+m)!$, que aparece no denominador, geralmente são usados fatores de normalização, definidos por

$$\Pi_{nm}^2 = \frac{(2 - \delta_{0m})(2n+1)(n-m)}{(n+m)!} \quad (2.36)$$

Os polinômios de Legendre associados (\bar{P}_{inm}), os coeficientes (\bar{C}_{inm}), e as funções auxiliares (\bar{Y}_{inm}), plenamente normalizados, são obtidos com as fórmulas

$$\bar{P}_{inm}(t) = \Pi_{nm} P_{inm}(t) \quad (2.37)$$

$$\bar{C}_{inm} = \frac{C_{inm}}{\Pi_{nm}} \quad (2.38)$$

$$\bar{Y}_{inm} = \Pi_{nm} Y_{inm} \quad (2.39)$$

Qualquer função $f(R, \phi, \lambda)$ definida univocamente sobre a superfície da esfera pode ser desenvolvida em harmônicos de superfície

$$f(R, \phi, \lambda) = \sum_{i=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n c_{inm} Y_{inm} \quad (2.40)$$

onde os coeficientes c_{inm} são determinados a partir da própria função

$$c_{inm} = \frac{\Pi_{nm}^2}{4\pi} \iint_S f(R, \phi, \lambda) Y_{inm} dS \quad (2.41)$$

com o fator de normalização Π_{nm}^2 dado por (2.36).

Geopotencial em harmônicos esféricos

A representação do geopotencial em harmônicos esféricos, envolve o laplaciano dos potenciais gravitacional e centrífugo

$$\nabla^2 W(r, \phi, \lambda) = \nabla^2 V_W(r, \phi, \lambda) + \nabla^2 \Phi(r, \phi, \lambda) \quad (2.40)$$

Então, usando (2.35), e o laplaciano do potencial centrífugo em coordenadas esféricas, que tem a forma

$$\nabla^2 \Phi(r, \phi, \lambda) = \frac{1}{3} w^2 r_\phi^2 [1 - P_{20}(\sin \phi)] \quad (2.41)$$

obtém-se a expressão do geopotencial em harmônicos esféricos

$$W(r, \phi, \lambda) = \frac{GM}{r} \sum_{i=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{r} \right)^n C_{inm} Y_{inm} + \frac{1}{3} w^2 r_\phi^2 [1 - P_{20}(\sin \phi)] \quad (2.42)$$

onde r_ϕ é o raio do paralelo de latitude ϕ . Os coeficientes de (2.42), expressos por (2.29), são integrais de funções vinculadas à distribuição de massa no interior da Terra. Nos termos de ordem zero, $S_{n0} = 0$; e os demais (C_{n0}) são os harmônicos zonais. O coeficiente de grau zero, é dado pela integral

$$C_{00} = \frac{1}{MR} \iiint_{\Omega} r' dM = 1 \quad (2.43)$$

Assim, o primeiro termo da série (2.42), é o potencial gravitacional de uma esfera de massa M , radialmente simétrica. Os coeficientes de grau 1

$$C_{10} = \frac{1}{MR} \iiint_{\Omega} z' dM \quad (2.44)$$

$$C_{11} = \frac{1}{MR} \iiint_{\Omega} x' dM \quad (2.45)$$

$$S_{11} = \frac{1}{MR} \iiint_{\Omega} y' dM \quad (2.46)$$

representam as coordenadas do centro de massa da Terra, que são nulos porque a origem do referencial cartesiano coincide com o geocentro. O zonal de grau 2, obtido a partir de (2.29), tem a forma

$$C_{20} = \frac{-I}{MR^2} \left[I_{zz} - \frac{I}{2} (I_{xx} + I_{yy}) \right] \quad (2.47)$$

onde I_{xx} , I_{yy} e I_{zz} , são os momentos principais de inércia em relação a X , Y e Z , respectivamente. Os tesseriais de grau 2, são obtidos de forma semelhanete

$$C_{21} = \frac{I_{xz}}{MR^2}, \quad S_{21} = \frac{I_{yz}}{MR^2} \quad (2.48)$$

$$C_{22} = \frac{I}{4MR^2} (I_{yy} - I_{xx}), \quad S_{22} = \frac{I_{xy}}{2MR^2} \quad (2.49)$$

sendo I_{xy} , I_{xz} e I_{yz} os produtos de inércia em relação aos eixos indicados pelos índices.

Com boa aproximação, pode-se admitir que o eixo médio de rotação da Terra coincide com o eixo principal médio de inércia, isto é, Z coincide com I_{zz} . Então, os produtos de inércia $I_{xz} \approx I_{yz} \approx 0$ e, consequentemente, $C_{21} \approx S_{21} \approx 0$. Com isso, o potencial gravitacional de grau 2, pode ser representado por

$$\begin{aligned} V_2 = & \frac{GM}{r} + \frac{G}{2r^2} \left[I_{zz} - \frac{I}{2} (I_{xx} - I_{yy}) \right] (1 - 3 \operatorname{sen}^2 \phi) \\ & + \frac{3}{4} \frac{G}{r^3} [(I_{yy} - I_{xx}) \cos 2\lambda + I_{xy} \operatorname{sen} 2\lambda] \cos \phi \end{aligned} \quad (2.50)$$

Estudos teóricos sobre corpos aproximadamente fluidos em rotação, indicam que a distribuição de massa é simétrica em relação ao eixo de rotação, o que implica

$\frac{I_{xy}}{MR^2} \approx \frac{I_{xx} - I_{yy}}{MR^2} \approx 0$. Assim, C_{20} é o coeficiente dominante entre os de grau 2, e constitui uma medida do achatamento terrestre. Para um corpo com as características terrestres (distribuição de massa e velocidade angular), sua magnitude é da ordem de 10^{-3} , como mostram os valores do EGM96 dados abaixo (Lemoine *et al.*, 1998)

$$C_{20} = -1082,62 \times 10^{-6}$$

$$C_{21}, S_{21} = O(10^{-9})$$

$$C_{22} = 1,57 \times 10^{-6}, \quad S_{22} = -0,90 \times 10^{-6}$$

Esferopotencial em harmônicos esféricos

O esferopotencial é a função escalar, cujo gradiente representa o campo de gravidade da terra normal, modelo terrestre elipsoidal, isto é,

$$\gamma = \text{grad}U \quad (2.51)$$

onde o esferopotencial tem a forma

$$U = V_U + \Phi \quad (2.52)$$

sendo V_U o potencial gravitacional da terra normal, e Φ o potencial centrífugo. A partir do laplaciano desta expressão

$$\nabla^2 U(r, \phi, \lambda) = \nabla^2 V_U(r, \phi, \lambda) + \nabla^2 \Phi(r, \phi, \lambda) \quad (2.53)$$

obtém-se o esferopotencial em harmônicos esféricos a partir de (2.42)

$$U(r, \phi) = \frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n} \left(\frac{a}{r} \right)^2 P_{2n}(\sin \phi) \right] + \frac{1}{3} w^2 r_\phi^2 [I - P_{20}(\sin \phi)] \quad (2.54)$$

com os coeficientes dados por

$$J_{2n} = (-1)^{n+1} \frac{3e^{2n}}{(2n+1)(2n+3)} \left(1 - n + \frac{5n}{e^2} J_2 \right) \quad (2.55)$$

onde e é a excentricidade, e J_2 tem a expressão

$$J_2 = \frac{I}{Ma^2} \left[I_{zz} - \frac{1}{2} (I_{xx} + I_{yy}) \right] \quad (2.56)$$

2.3 – O CAMPO DE GRAVIDADE ANÔMALO

A representação e análise do campo de gravidade, assim como suas aplicações na determinação da forma e estrutura da Terra, envolvem o campo de gravidade anômalo, que é expresso pelo potencial anômalo,

$$T(r, \phi, \lambda) = W(r, \phi, \lambda) - U(r, \phi, \lambda) \quad (2.57)$$

Assim, o potencial anômalo descreve as características regionais e locais do geopotencial em relação ao esferopotencial, a partir dos elementos que constituem o campo de gravidade anômalo.

Elementos fundamentais do campo de gravidade anômalo

Para relacionar as observações do campo de gravidade com o potencial anômalo, normalmente é usada a aproximação esférica, que consiste em substituir o esferopotencial pelo potencial gravitacional de uma esfera nas expressões que envolvem esses elementos. Os erros resultantes dessa aproximação, geralmente são admissíveis em aplicações práticas, como a determinação da forma e estrutura da Terra a partir de dados do campo de gravidade.

Comparando a gravidade observada, reduzida ao geóide, com a gravidade teórica no mesmo ponto (Figura 2.10), obtém-se o distúrbio de gravidade ou gravimétrico

$$\delta g_P = g_P - \gamma_P = -\frac{\partial T_P}{\partial n} \quad (2.58)$$

Na prática, é mais usada a anomalia gravimétrica,

$$\Delta g = g_P - \gamma_Q \quad (2.59)$$

Na Figura 2.10, observa-se a relação

$$U = U_0 - N\gamma \quad (2.60)$$

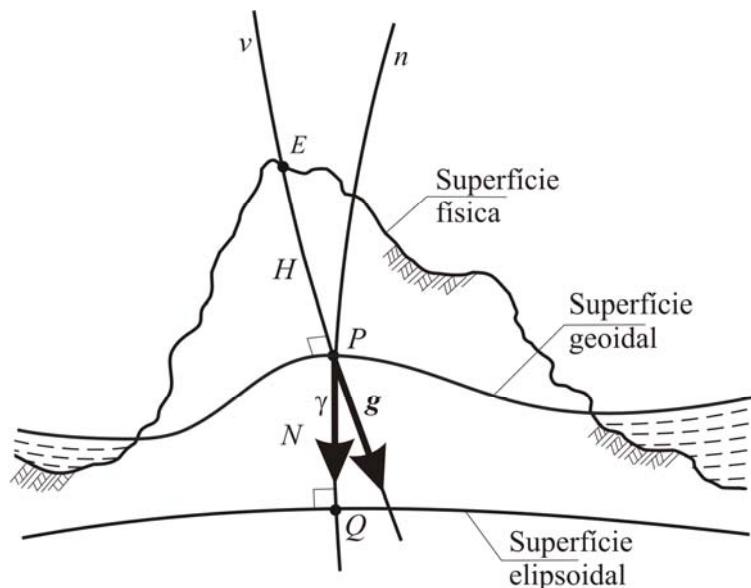


Figura 2.10 – Elementos do campo de gravidade

Substituindo (2.60) em (2.57), resulta

$$T_P = W_0 - U_0 + N\gamma \quad (2.61)$$

Usando uma das injunções $W_P = W_Q$ ou $W_0 = U_0$ na expressão (2.61), obtém-se a fórmula de Bruns

$$N_P = \frac{T_P}{\gamma_Q} \quad (2.62)$$

que tem aplicação prática na determinação do geóide. Com a derivada parcial em relação à normal de (2.61), combinada com (2.62), e admitindo a coincidência da normal com a vertical, obtém-se a equação fundamental da Geodésia Física

$$\Delta g = \frac{T}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial r} - \frac{\partial T}{\partial r} \quad (2.63)$$

que relaciona a anomalia gravimétrica com o potencial anômalo. O desvio da vertical (ângulo formado pelos vetores \mathbf{g} e γ) é expresso pelas componentes meridiana e primeiro vertical, que se relacionam com potencial anômalo através das fórmulas (Albertella & Sansó, 1994)

$$\xi = -\frac{1}{\gamma r} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (2.64)$$

$$\eta = -\frac{1}{\gamma r \cos \varphi} \frac{\partial T}{\partial \lambda} \quad (2.65)$$

assim como as componentes do tensor gradiente, que atualmente são obtidas com medições terrestres ou espaciais

$$T_{xx} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \varphi} \quad (2.66)$$

$$T_{xy} = \frac{1}{r^2 \cos \varphi} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi \partial \lambda} + \frac{\sin \varphi}{r^2 \cos^2 \varphi} \frac{\partial T}{\partial \lambda} \quad (2.67)$$

$$T_{yy} = \frac{1}{r^2 \cos^2 \varphi} \frac{\partial^2 T}{\partial \lambda^2} - \frac{\tan \varphi}{r^2} \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (2.68)$$

$$T_{xz} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi \partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (2.69)$$

$$T_{yz} = \frac{1}{r \cos \varphi} \frac{\partial^2 T}{\partial \lambda \partial r} - \frac{1}{r^2 \cos \varphi} \frac{\partial T}{\partial \lambda} \quad (2.70)$$

$$T_{zz} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \quad (2.71)$$

O campo de gravidade anômalo em harmônicos esféricos

No exterior das massas atrativas, o potencial anômalo (2.57) é uma função harmônica, e pode ser desenvolvida em harmônicos esféricos de forma análoga ao potencial gravitacional (2.35), isto é,

$$T(r, \phi, \lambda) = \frac{GM}{r} \sum_{i=1}^2 \sum_{n=2m=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{r}\right)^n C_{inm}^* Y_{inm} \quad (2.72)$$

Derivando (2.72) e substituindo em (2.63), resulta a expressão para a anomalia gravimétrica

$$\Delta g(r, \phi, \lambda) = \gamma \sum_{i=1}^2 \sum_{n=2m=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (n-1) C_{inm}^* Y_{inm} \quad (2.73)$$

Substituindo (2.72) em (2.62), obtém-se a da altura geoidal

$$N(r, \phi, \lambda) = R \sum_{i=1}^2 \sum_{n=2m=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n C_{inm}^* Y_{inm} \quad (2.74)$$

onde

$$C_{inm}^* = \begin{cases} (C_{In0})_{Obs} - (C_{In0})_{Ref} & \text{se } i = 1, n \text{ par, e } m = 0 \\ C_{inm} & \text{nos demais casos} \end{cases} \quad (2.75)$$

2.4 - REDUÇÕES E ANOMALIAS GRAVIMÉTRICAS

O campo de gravidade (geopotencial) na superfície terrestre varia em função da distância ao centro de massa da Terra (altitude e posição geográfica), das feições topográficas regionais e locais, da interação gravitacional da Terra com outros corpos do sistema solar, sobretudo a Lua e o Sol por estarem mais próximos, e da variação da densidade no interior da Terra. Para separar a componente relacionada com a variação de densidade (usada na determinação da forma e estrutura da Terra a partir do campo de gravidade), é necessário obter a aceleração de gravidade na superfície do geóide. Essa redução gravimétrica ao geóide envolve o cálculo de vários efeitos gravitacionais, que constituem as correções gravimétricas. Comparando a gravidade reduzida ao geóide, com a

gravidade teórica no ponto correspondente da terra normal, obtém-se a anomalia gravimétrica na forma genérica

$$\Delta g_\alpha = g + C_\alpha - \gamma \quad (2.76)$$

onde g é a gravidade medida na superfície física, C_α é uma correção para redução de g ao geóide, e γ é a gravidade teórica, associada ao modelo terrestre adotado (ver Capítulo 4). As correções que se efetuam para redução de g ao geóide, determinam o tipo de anomalia resultante.

Anomalia ar-livre

A anomalia ar-livre é obtida com o uso da correção ar-livre na expressão (2.76), isto é,

$$\Delta g_A = g + C_A - \gamma \quad (2.77)$$

onde C_A é a correção ar-livre, determinada a partir do gradiente vertical teórico e da altitude ortométrica do ponto onde foi realizada a medição gravimétrica

$$C_A = -\frac{\partial \gamma}{\partial H} H \cong 0,3086H \quad (2.78)$$

A correção ar-livre considera apenas a variação de aceleração associada à distância entre a superfície física e o geóide.

Anomalia Helmert

Os dois métodos de redução ao geóide introduzidos por F.R. Helmert, consistem em condensar as massas topográficas. No primeiro, essas massas são condensadas sobre uma superfície (paralela) abaixo do geóide. No segundo, que é o de maior interesse neste trabalho, as massas topográficas são condensadas sobre a superfície do geóide, formando uma superfície material de densidade ρH . Em termos de correções, o resultado é a combinação das correções ar-livre e topográfica (Heiskanen & Moritz, 1967; Gemael, 1999)

$$\Delta g_H = g + C_A + C_T - \gamma \quad (2.79)$$

onde C_T é a correção topográfica, que será vista mais adiante.

Anomalia Bouguer

A correção Bouguer remove o efeito gravitacional das massas topográficas, entre o ponto onde foi realizada a medição gravimétrica e o geóide. Com esta correção, obtém-se a anomalia Bouguer

$$\Delta g_B = g + C_A + C_T + C_B - \gamma \quad (2.80)$$

com a correção Bouguer tem a expressa por

$$C_B = 2\pi G\rho H = -0,1119H$$

onde G é a constante universal da gravitação, ρ é a densidade média da crosta, e H é a altitude ortométrica do ponto

Anomalia isostática

As observações geodésicas e astronômicas, realizadas por P. Bouguer no sudoeste dos Andes, e por G. Everest no sul dos Himalaias, mostraram que o desvio da vertical observado nas proximidades dessas cordilheiras, era cerca de um terço do calculado para os mesmos pontos. Esses resultados, foram as primeiras indicações sobre a existência de alguma forma de compensação das massas topográficas. Para explicar esse fenômeno, que C. E. Dutton denominou *isostasia*, surgiram inicialmente dois modelos de compensação local: um proposto por J. H. Pratt, e outro por G. B. Airy. Com a evolução das teorias da isostasia, surgiu também o modelo de compensação regional, proposto por F.A. Vening Meinesz. Os modelos isostáticos propostos por Pratt e Airy, que receberam a contribuição matemática de J. H. Hayford e a precisa formulação de W. A. Heiskanen, respectivamente, são conhecidos como modelos isostáticos Pratt-Hayford e Airy-Heiskanen. A correção isostática associada a cada modelo, proporciona a anomalia isostática homônima

$$\Delta g_I = g + C_A + C_T + C_B + C_I - \gamma \quad (2.81)$$

onde C_I é a correção isostática calculada a partir dos dados de densidade e topografia, usando modelos e técnicas que serão abordadas a seguir.

Modelo isostático Pratt-Hayford

A compensação isostática no modelo Pratt-Hayford consiste numa camada normal de espessura constante D , com variação lateral da densidade ρ , como ilustra a Figura 2.11.

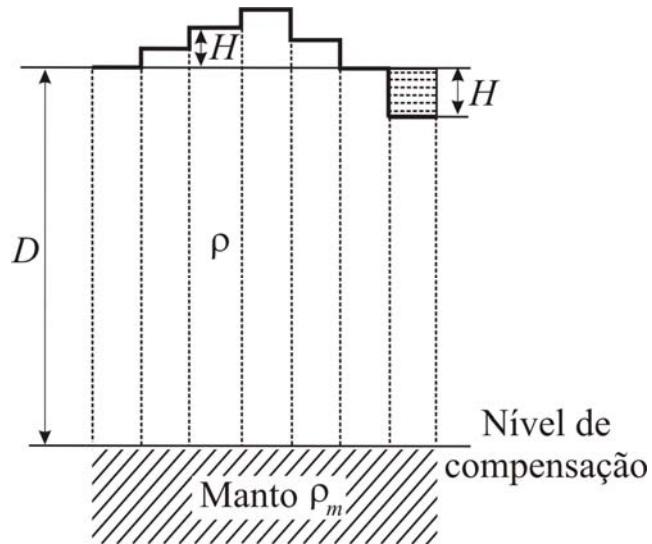


Figura 2.11 – Modelo isostático Pratt-Hayford

As colunas normais (superfície física ao nível do mar) têm densidade ρ_c ; as colunas continentais (altitude positiva) têm densidade menor, e as colunas oceânicas (altitude negativa) têm densidade maior. Assim, para regiões continentais, a condição de equilíbrio tem a forma

$$(D + H)\rho = D\rho_c \quad (2.82)$$

Subtraindo $(D + H)\rho_c$ de ambos os membros desta expressão, obtém-se o contraste de densidade, que significa deficiência de massa

$$\rho_c - \rho = \frac{H\rho_c}{D + H} \quad (2.83)$$

Para regiões oceânicas, onde a densidade da água é ρ_w , a condição de equilíbrio assume a forma

$$(D - H_w)\rho + H_w\rho_w = D\rho_c \quad (2.84)$$

Subtraindo $(D - H_w)\rho_c$ de ambos os membros desta fórmula, tem-se o contraste de densidade que, neste caso, significa excesso de massa

$$\rho - \rho_c = \frac{H_w(\rho_c - \rho_w)}{D - H_w} \quad (2.85)$$

Com o contraste de densidade $\Delta\rho = \rho - \rho_c$ pode ser calculada a correção isostática, que proporciona a anomalia isostática Pratt-Hayford.

Modelo isostático Airy-Heiskanen

No modelo isostático Airy-Heiskanen, a crosta tem densidade constante mas espessura variável conforme a elevação topográfica. Como ilustra a Figura 2.12, nas regiões elevadas há espessamento, nas regiões baixas e oceânicas há afinamento crustal.

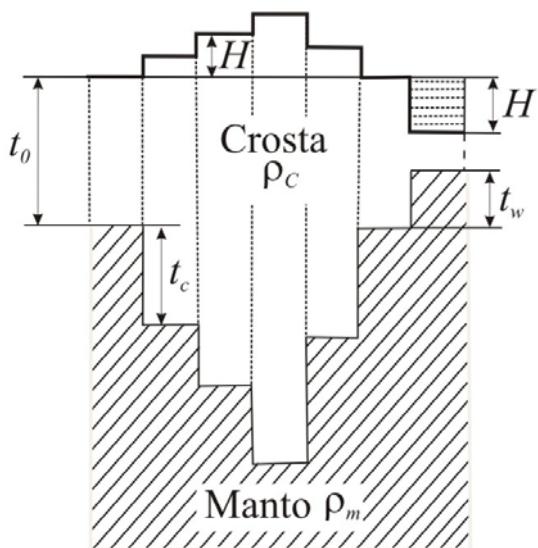


Figura 2.12 – Modelo isostático Airy-Heiskanen

Essa crosta, com densidade ρ_c e espessura t_c , flutua sobre o manto fluido, com densidade ρ_m , sendo $\rho_m > \rho_c$.

Nestas condições, a expressão do equilíbrio isostático nas regiões continentais tem a forma

$$t_c(\rho_m - \rho_c) = H\rho_c \quad (2.86)$$

onde t_c é a raiz da crosta, e H é a altitude ortométrica do ponto em estudo. Então, a espessura da crosta continental é descrita por

$$t = t_0 + H + \frac{H}{\rho_m - \rho_c} \rho_c \quad (2.87)$$

sendo t_0 a espessura crustal ao nível do mar. Nas regiões oceânicas, onde a densidade da água é ρ_w , a expressão do equilíbrio isostático toma a forma

$$t_w(\rho_m - \rho_c) = H_w(\rho_c - \rho_w) \quad (2.88)$$

Neste caso, a espessura crustal é expressa por

$$t = t_0 + H_w + \frac{H_w}{\rho_m - \rho_c}(\rho_c - \rho_w) \quad (2.89)$$

onde H_w é a altitude ortométrica do ponto de cálculo, que é negativa, pois o fundo oceânico está abaixo do geóide.

Modelo isostático regional Vening Meinesz

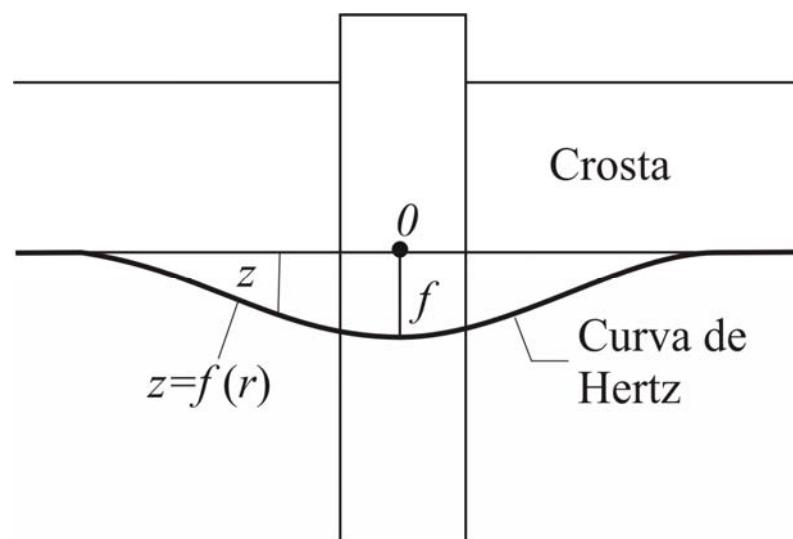
Uma característica altamente idealizada nos modelos isostáticos apresentados é a compensação local das massas, que se processa verticalmente por meio de colunas, supondo um tipo de mobilidade irrealista dessas massas.

O modelo regional proposto por F.A. Vening Meinesz consiste em substituir a compensação local das massas que flutuam sobre o manto, como preconiza a teoria de Airy-Heiskanen, pela compensação regional. A Figura 2.13a ilustra a principal diferença entre os dois tipos de compensação. Na teoria de Vening Meinesz, a topografia é considerada uma carga sobre a crosta inquebrável que se flexiona, como ilustra a Figura 2.13b. A topografia, com carga P , sobre a placa plana, elástica e infinita (representando a crosta) flutua sobre a camada mais densa (representando o manto). Como a topografia é contada a partir do nível médio do mar, é necessário preencher a concavidade superior (Figura 2.13c), com matéria crustal de densidade ρ_c , que causa uma flexão adicional (efeito indireto), ilustrado na Figura 2.13c. Como a face superior deve manter-se horizontal, o resultado é um espessamento da placa.

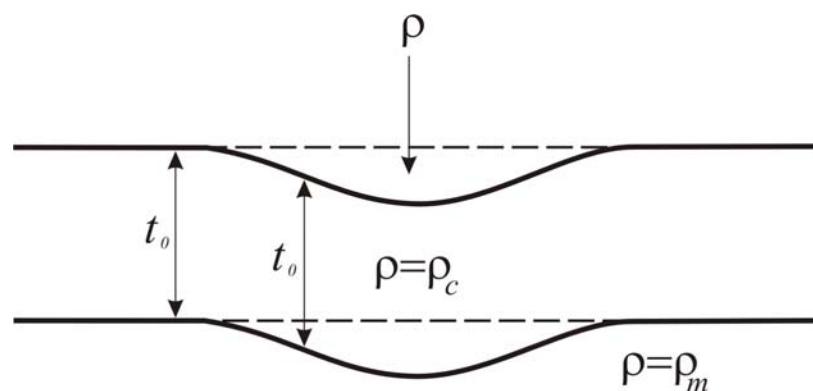
Se m_p é a massa total, então o peso (força exercida sobre a placa) é $m_p g$, sendo g a aceleração de gravidade. A face inferior da placa é gerada pela rotação da curva de flexão em torno de z , como ilustra a Figura 2.13c. Logo, a condição de equilíbrio é expressa por

$$(\rho_t - \rho_0) \iint_S f(r) ds = 1 \quad (2.90)$$

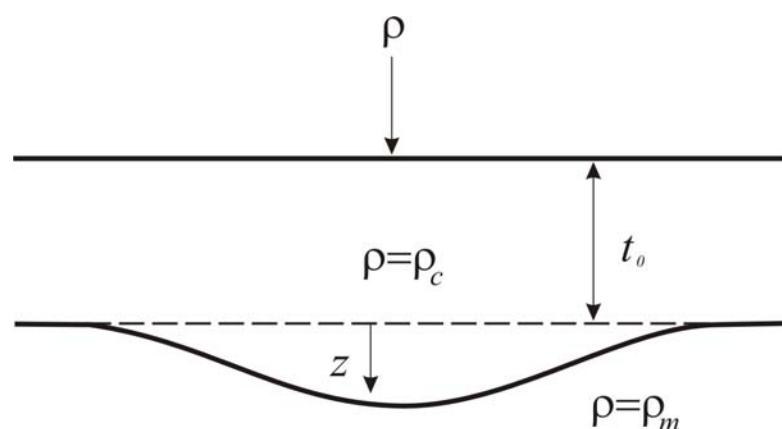
onde a função f , na teoria de H.R. Hertz, que representa a flexão de uma placa elástica, foi usada



a) Compensações local e regional



b) Flexão (efeito direto)



c) Espessamento (efeito indireto)

Figura 2.13 – Modelo isostático regional Vening Meinesz

por Vening Meinesz para descrever a flexão regional associada à carga da topografia (Moritz, 1990). Pelo princípio da condensação, nada se altera se a topografia é condensada na superfície de densidade $\rho_c H$, ao nível do mar. Assim, na teoria de Vening Meinesz, a massa correspondente à carga de uma coluna de secção dS , tem a forma

$$dm = \rho_c H dS \quad (2.91)$$

Como $z = f(r)$ corresponde a uma secção unitária, a flexão associada a essa coluna é dada por

$$z dm = \rho_c H f(r) dS$$

Portanto, a flexão total da topografia toma a forma

$$Z(x, y) = \rho_c \iint_S H(x', y') f(r) dx' dy' \quad (2.92)$$

que é uma convolução linear das funções H e f , onde x' e y' são as variáveis de integração. Então, a espessura da crosta pelo modelo regional Vening Meinesz é expressa pela soma

$$t = t_0 + H + Z \quad (2.93)$$

onde t_0 é a espessura crustal normal do medelo Airy-Heiskanen, e H é a altitude ortométrica.

2.5 – EFEITOS TOPOGRÁFICOS

A redução das medidas gravimétricas ao geóide, consiste em remover o efeito gravitacional das massas topográficas, que geralmente é formado pela componente regular, associada à uma placa de espessura constante e dimensões infinitas, e pela componente irregular, associada às feições topográficas locais (Figura 2.14). A remoção da componente regular, requer apenas a densidade média da crosta e a altitude ortométrica do ponto onde a medição foi realizada. Mas, a remoção da componente irregular requer ainda a decomposição da topografia em corpos prismáticos, e o cálculo do efeito gravitacional por integração numérica, a partir de modelos topográficos digitais.

Correção topográfica

Na terminologia usual, correção topográfica é a componente vertical da aceleração

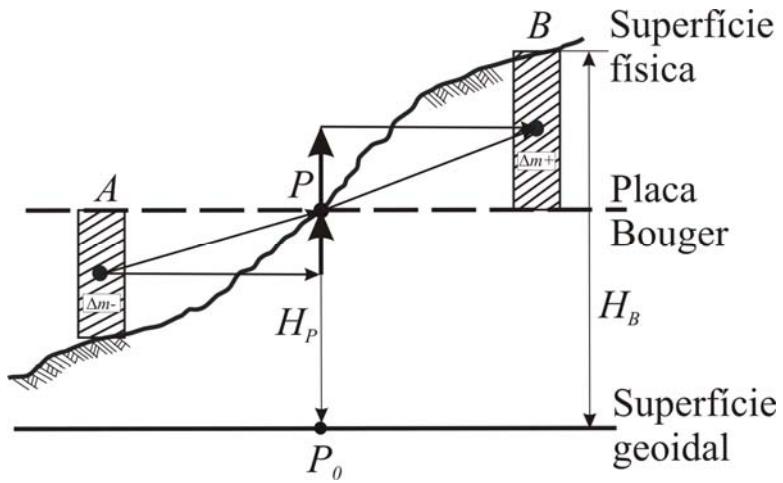


Figura 2.14 – Geometria do efeito topográfico

gravitacional associada às feições topográficas próximas ao local (P) da medição gravimétrica realizada na superfície física da Terra (Figura 2.15).

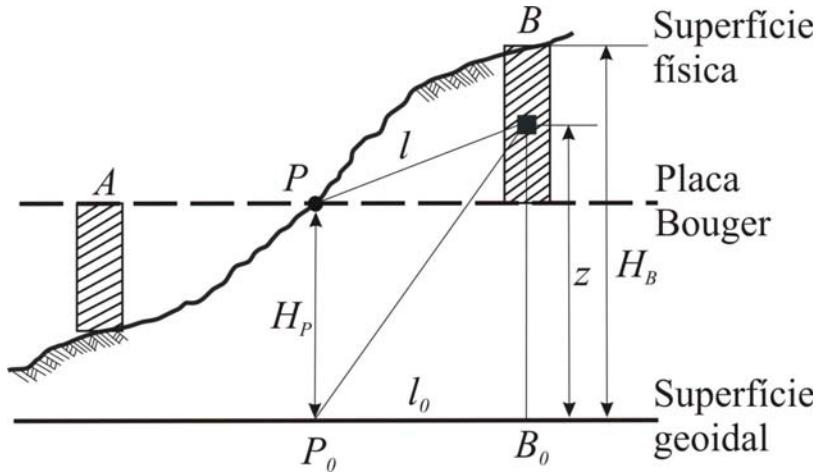


Figura 2.15 – Correção topográfica

Assim, a correção topográfica no ponto (x_i, y_j) tem a expressão (Heiskanen & Moritz, 1967)

$$C_T(i, j) = -G \iint_E \int_{H_{ij}}^{H_{xy}} \frac{\rho(x, y, z)(H_{ij} - z)}{l^3(x_i - x, y_i - y, H_{ij} - z)} dx dy dz \quad (2.94)$$

onde E representa a área de integração, e $l(x, y, z)$ é a distância entre o ponto de cálculo e o móvel, dada por

$$l(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (2.95)$$

Para aplicações práticas de (2.94), a superfície física é discretizada de modo a formar um conjunto de células nas quais se calcula a altitude média. O conjunto de altitudes associado a essas células, denominado modelo topográfico digital, constitui a base para a integração numérica usando a fórmula obtida a partir de (2.94)

$$C_T(i, j) = G\rho \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \left\{ x \ln[y + l(x, y, z)] + y \ln[x + l(x, y, z)] - z \operatorname{arctg} \frac{xy}{zl(x, y, z)} \right\} \begin{cases} 0 & \left| \begin{array}{l} x_i - (x_n + \Delta x / 2) \\ y_j - (y_m + \Delta y / 2) \end{array} \right| \\ H_{ij} - H_{nm} & \left| \begin{array}{l} x_i - (x_n - \Delta x / 2) \\ y_j - (y_m - \Delta y / 2) \end{array} \right| \end{cases} \quad (2.96)$$

Na expressão (2.96), mantendo inalterados os termos que contêm $z = 0$, e desenvolvendo os termos contendo $z = H_{ij} - H_{nm}$ em série, a fórmula para a correção topográfica toma a forma (Li, 1994)

$$C_T(i, j) = C_0(i, j) + C_1(i, j) + C_2(i, j) + C_3(i, j) + \dots \quad (2.97)$$

onde $C_0(i, j)$ é obtido por (2.96), e os demais termos com auxílio da transformada rápida de Fourier, como segue

$$C_1(i, j) = \frac{G\rho}{2} \left[(H_{ij}^2 - \alpha^2) \mathbf{F}^{-1}\{H_0 F_1\} - 2H_{ij} \mathbf{F}^{-1}\{H_1 F_1\} + \mathbf{F}^{-1}\{H_2 F_1\} \right] \quad (2.98)$$

$$C_2(i, j) = -\frac{G\rho}{8} \left[(H_{ij}^2 - \alpha^2) \mathbf{F}^{-1}\{H_0 F_2\} - 4H_{ij} (H_{ij}^2 - \alpha^2) \mathbf{F}^{-1}\{H_1 F_2\} + (6H_{ij}^2 - 2\alpha^2) \mathbf{F}^{-1}\{H_2 F_2\} - 4H_{ij} \mathbf{F}^{-1}\{H_3 F_2\} + \mathbf{F}^{-1}\{H_4 F_2\} \right] \quad (2.99)$$

$$C_3(i, j) = \frac{G\rho}{48} \left[(H_{ij}^2 - \alpha^2) \mathbf{F}^{-1}\{H_0 F_3\} - 6H_{ij} (H_{ij}^2 - \alpha^2)^2 \mathbf{F}^{-1}\{H_1 F_3\} + 3(H_{ij}^2 - \alpha^2)(5H_{ij}^2 - \alpha^2) \mathbf{F}^{-1}\{H_2 F_3\} - (20H_{ij}^2 - 12\alpha^2) H_{ij} \mathbf{F}^{-1}\{H_3 F_3\} + (15H_{ij}^2 - 3\alpha^2) \mathbf{F}^{-1}\{H_4 F_3\} - 6H_{ij} \mathbf{F}^{-1}\{H_5 F_3\} + \mathbf{F}^{-1}\{H_6 F_3\} \right] \quad (2.100)$$

com as expressões auxiliares dadas por

$$H_k = \mathbf{F}\{H^k\} \quad k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \quad (2.100)$$

$$F_1 = \mathbf{F}\{f_{11}(x, y, \alpha) + f_{11}(y, x, \alpha) - f_{12}(x, y, \alpha)\} \quad (2.101)$$

$$F_2 = \mathbf{F}\{f_{21}(x, y, \alpha) + f_{21}(y, x, \alpha) - f_{22}(x, y, \alpha)\} \quad (2.102)$$

$$F_3 = \mathbf{F}\{f_{31}(x, y, \alpha) + f_{31}(y, x, \alpha) - f_{32}(x, y, \alpha)\} \quad (2.103)$$

sendo

$$f_{11}(x, y, \alpha) = \frac{-x}{(y + l(x, y, \alpha))l(x, y, \alpha)} \begin{cases} x_n + \Delta x / 2 & y_m + \Delta y / 2 \\ x_n - \Delta x / 2 & y_m - \Delta y / 2 \end{cases} \quad (2.104)$$

$$f_{12}(x, y, \alpha) = \frac{xy(l^2 + \alpha^2)}{(x^2 y^2 + \alpha^2 l^2)l} - \frac{1}{\alpha} \operatorname{arctg} \frac{xy}{\alpha l} \begin{cases} x_n + \Delta x / 2 & y_m + \Delta y / 2 \\ x_n - \Delta x / 2 & y_m - \Delta y / 2 \end{cases} \quad (2.105)$$

$$f_{21}(x, y, \alpha) = -\frac{x(y + 2l)}{3(y + l)^2 l^3} \begin{cases} x_n + \Delta x / 2 & y_m + \Delta y / 2 \\ x_n - \Delta x / 2 & y_m - \Delta y / 2 \end{cases} \quad (2.106)$$

$$\begin{aligned} f_{22}(x, y, \alpha) = & \frac{xy}{3(x^2 y^2 + \alpha^2 l^2)l} \left[\frac{2(l^2 + \alpha^2)^2}{x^2 y^2 + \alpha^2 l^2} - \frac{l^2}{\alpha^2} + \frac{\alpha^2}{l^2} - 4 \right] - \\ & - \frac{1}{3\alpha^2} \operatorname{arctg} \frac{xy}{\alpha l} \begin{cases} x_n + \Delta x / 2 & y_m + \Delta y / 2 \\ x_n - \Delta x / 2 & y_m - \Delta y / 2 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.107)$$

$$f_{31}(x, y, \alpha) = -\frac{x}{15(y + l)l^3} \left[\frac{1}{y + l} \left(\frac{y}{l^2} + \frac{4}{l} + \frac{2}{y + l} \right) + \frac{y}{l^2} \right] \begin{cases} x + \Delta x / 2 & y_m + \Delta y / 2 \\ x_n - \Delta x / 2 & y_m - \Delta y / 2 \end{cases} \quad (2.108)$$

$$\begin{aligned} f_{32}(x, y, \alpha) = & \frac{xy}{15(x^2 y^2 + \alpha^2 l^2)l} \left[\frac{3l^2}{\alpha^4} + \frac{6}{l^2} + \frac{3\alpha^2}{l^4} + \frac{2(l^2 + \alpha^2)}{x^2 y^2 + \alpha^2 l^2} + \right. \\ & \left. + \frac{2(l^2 + \alpha^2)}{x^2 y^2 + \alpha^2 l^2} \left(11 - \frac{2\alpha^2}{l^2} + \frac{l^2}{\alpha^2} - \frac{4(l^2 + \alpha^2)}{x^2 y^2 + \alpha^2 l^2} \right) \right] - \\ & - \frac{1}{5\alpha^5} \operatorname{arctg} \frac{xy}{\alpha l} \begin{cases} x_n + \Delta x / 2 & y_m + \Delta y / 2 \\ x_n - \Delta x / 2 & y_m - \Delta y / 2 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.109)$$

onde α é o desvio padrão da altitude ortométrica do modelo topográfico na forma digital , isto é,

$$\alpha = \left(\frac{1}{NM} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} (\bar{H} - H_{nm})^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \sigma_H \quad (2.110)$$

Analogamente, se o primeiro termo de $C_0(i, j)$ em (2.97) for desenvolvido em série, são obtidas as seguintes expressões (Li, 1993)

$$C_1(i, j) = \frac{G\rho}{2} \left[H_{ij}^2 \mathbf{F}^{-1} \{H_0 F_I\} - 2H_{ij} \mathbf{F}^{-1} \{H_1 F_I\} + \mathbf{F}^{-1} \{H_2 F_I\} \right] \quad (2.111)$$

$$\begin{aligned} C_2(i, j) = & -\frac{G\rho}{8} \left[\left((H_{ij}^2 - \alpha^2)^2 - \alpha^4 \right) \mathbf{F}^{-1} \{H_0 F_2\} - 4H_{ij} (H_{ij}^2 - \alpha^2) \mathbf{F}^{-1} \{H_1 F_2\} + \right. \\ & \left. + (6H_{ij}^2 - 2\alpha^2) \mathbf{F}^{-1} \{H_2 F_2\} - 4H_{ij} \mathbf{F}^{-1} \{H_3 F_2\} + \mathbf{F}^{-1} \{H_4 F_2\} \right] \end{aligned} \quad (2.112)$$

$$\begin{aligned} C_3(i, j) = & \frac{G\rho}{48} \left[\left((H_{ij}^2 - \alpha^2)^2 \right) \mathbf{F}^{-1} \{H_0 F_3\} - 6H_{ij} (H_{ij}^2 - \alpha^2)^2 \mathbf{F}^{-1} \{H_1 F_3\} + \right. \\ & + 3(H_{ij}^2 - \alpha^2) (5H_{ij}^2 - \alpha^2) \mathbf{F}^{-1} \{H_2 F_3\} - (20H_{ij}^2 - 12\alpha^2) H_{ij} \mathbf{F}^{-1} \{H_3 F_3\} + \\ & \left. + (15H_{ij}^2 - 3\alpha^2) \mathbf{F}^{-1} \{H_4 F_3\} - 6H_{ij} \mathbf{F}^{-1} \{H_5 F_3\} + \mathbf{F}^{-1} \{H_6 F_3\} \right] \end{aligned} \quad (2.113)$$

Correção isostática usando o modelo Airy-Heiskanen

A correção isostática é a componente vertical da aceleração gravitacional associada às massas de compensação isostática (Figura 2.12). O cálculo dessa correção fundamenta-se no modelo isostático adotado (Seção 2.4), e envolve formalismo matemático análogo ao usado para correção topográfica a partir de modelo topográfico na forma digital. A correção isostática no ponto (i, j) para o modelo Airy-Heiskanen é obtida pela integral

$$C_I(i, j) = G \iint_E \int_{-t_0 - H_{ij}}^{-t_0 - H_{ij}} \frac{\Delta\rho(x, y, z)(H_{ij} - z)}{l^3(x_i - x, y_i - y, H_{ij} - z)} dx dy dz \quad (2.114)$$

onde $\Delta\rho$ é o contraste de densidade associado ao modelo isostático adotado, t_0 é a espessura crustal normal, e E representa a área de integração. Para efetuar a integração numérica usando modelo topográfico digital, a fórmula é análoga à da correção topográfica, com a respectiva alteração dos limites de H

$$\begin{aligned} C_I(i, j) = & G \Delta\rho \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \left\{ x \ln[y + l(x, y, z)] + y \ln[x + l(x, y, z)] - \right. \\ & \left. - z \operatorname{arctg} \frac{xy}{zl(x, y, z)} \right\} \Big|_{x_i - (x_n + \Delta x/2)}^{x_i - (x_n + \Delta x/2)} \Big|_{y_j - (y_m + \Delta y/2)}^{y_j - (y_m + \Delta y/2)} \Big|_{H_{ij} - H_{nm}}^0 \end{aligned} \quad (2.115)$$

ou as fórmulas correspondentes à integração com auxílio da FFT, que não serão reapresentadas aqui.

Uma alternativa para se efetuar a integração no cálculo da correção isostática é o algoritmo de Parker (1972), que será visto na Seção 6.1.

Efeito indireto

As anomalias gravimétricas descritas na Seção 2.4, são as que despertam maior interesse nas aplicações práticas. Na análise e interpretação (geofísica), as mais usadas são aquelas que possuem significado físico, como as anomalias Bouguer e isostática, por se correlacionarem com as massas anômalas associadas à variação de densidade, sobretudo de rigem crustal. Na determinação do geóide, as anomalias mais indicadas são aquelas obtidas com as reduções gravimétricas que menos alteram o geopotencial, como as anomalias ar livre e Helmert. Teoricamente, se o efeito das reduções gravimétricas no geopotencial, denominado efeito indireto, for adequadamente corrigido, todas as anomalias gravimétricas fornecem o mesmo resultado. Mas, na prática, as anomalias que introduzem grande efeito indireto na determinação do geóide geralmente são evitadas.

O efeito indireto é abordado em textos clássicos (Heiskanen & Moritz, 1967; Grushinsky, 1969); também foi estudado e descrito integralmente com clareza por Wichiencharoen (1982). A correção do efeito indireto na altura geoidal, envolvendo as componentes regular e irregular, na aproximação plana (Figura 2.16), tem a forma (Wichiencharoen, 1982)

$$N_{ind}(i, j) = -\frac{\pi G \rho}{\gamma} H_{ij}^2 - \frac{G \rho}{6 \gamma} \iint_E \frac{H^3 - H_{ij}^3}{l_0^3} dx dy \quad (2.116)$$

onde l_0 é a distância horizontal entre o ponto de cálculo (P) o ponto variável.

Para a topografia discretizada, a expressão (2.116) toma a forma

$$\begin{aligned} N_{ind}(i, j) = & -\frac{\pi G \rho}{\gamma} H^2(x, y) + \frac{G \rho \Delta x \Delta y}{6 \gamma} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \frac{1}{l_0^3} - \\ & - \frac{G \rho \Delta x \Delta y}{6 \gamma} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \frac{1}{l_0^3} H^3(x, y) \end{aligned} \quad (2.117)$$

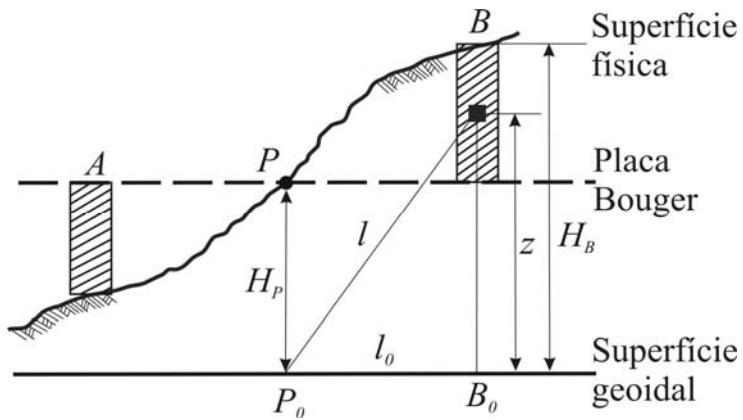


Figura 2.16 – Efeito indireto

com a fórmula para integração usando FFT

$$\begin{aligned}
 N_{ind}(i, j) = & -\frac{\pi G \rho}{\gamma} H^2(x, y) + \frac{G \rho \Delta x \Delta y}{6\gamma} H^3(x, y) \mathbf{F}^{-1} \left\{ \mathbf{F} \left\{ \frac{1}{l_0^3} \right\} \mathbf{F} \{ I \} \right\} - \\
 & - \frac{G \rho \Delta x \Delta y}{6\gamma} \mathbf{F}^{-1} \left\{ \mathbf{F} \left\{ \frac{1}{l_0^3} \right\} \right\} H^3(x, y)
 \end{aligned} \tag{2.118}$$

CAPÍTULO 3 – MODELOS MATEMÁTICOS

A medição geodésica envolve grandezas geométricas (distâncias e ângulos) e grandezas físicas (potencial e gravidade) no exterior das massas terrestres. Isto significa que as medidas geodésicas dependem da posição de pontos e do campo de gravidade. Esta dependência funcional pode ser expressa simbolicamente por

$$\mathbf{m} = \mathbf{F}(\mathbf{Y}, \mathbf{W}) \quad (3.1)$$

onde \mathbf{m} é o vetor das medidas, \mathbf{Y} é o vetor dos parâmetros, e \mathbf{W} é o geopotencial. Na terminologia da análise funcional, \mathbf{F} representa um funcional não linear de \mathbf{Y} e \mathbf{W} . Para \mathbf{Y} , \mathbf{F} é uma função contínua, e para \mathbf{W} é uma função com derivadas contínuas, que pode envolver também integração.

Linearização de funcionais

O resultado da medição geodésica, sintetizado em (3.1), representa um sistema de equações funcionais do tipo

$$\begin{aligned} m_1 &= F_1(\mathbf{Y}, \mathbf{W}) \\ m_2 &= F_2(\mathbf{Y}, \mathbf{W}) \\ m_3 &= F_3(\mathbf{Y}, \mathbf{W}) \\ &\vdots \\ m_q &= F_q(\mathbf{Y}, \mathbf{W}) \end{aligned} \quad (3.2)$$

na qual o vetor dos parâmetros (\mathbf{Y}) e a função potencial (\mathbf{W}) são as incógnitas.

Para facilitar a resolução do sistema (3.2), usam-se os valores aproximados \mathbf{X}_0 e \mathbf{U} , com os quais as incógnitas podem ser escritas na forma

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}_0 + \mathbf{X} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{U} + \mathbf{T} \quad (3.4)$$

tais que e as diferenças

$$\mathbf{X} = \mathbf{Y} - \mathbf{X}_0 \quad (3.5)$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{W} - \mathbf{U} \quad (3.6)$$

sejam suficientemente pequenas para assegurar a convergência rápida da aproximação. Assim, o modelo matemático (3.1) toma a forma

$$\mathbf{m} = \mathbf{F}(X_0 + \mathbf{X}, \mathbf{U} + \mathbf{T}) \quad (3.7)$$

Intruduzindo esta expressão na aproximação linear da fórmula de Taylor, encontra-se

$$\mathbf{m} = \mathbf{F}(X_0, \mathbf{U}) + \mathbf{a}^T \mathbf{X} + \mathbf{L} \mathbf{T} \quad (3.8)$$

onde \mathbf{L} é um funcional linear e

$$\mathbf{a}_i = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial Y_i}(X_0, \mathbf{U}) \quad (3.9)$$

Efetuando a substituição

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1^T \\ \mathbf{a}_2^T \\ \vdots \\ \mathbf{a}_q^T \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_q \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

e

$$\mathbf{l} = \mathbf{F}(\mathbf{Y}, \mathbf{W}) - \mathbf{F}(X_0, \mathbf{U}) \quad (3.12)$$

obtém-se o modelo linearizado

$$\mathbf{l} = \mathbf{AX} + \mathbf{BT} \quad (3.13)$$

aplicável a dados exatos. Mas, na prática, há os erros observacionais ou ruídos (\mathbf{n}), a serem incluídos nesse modelo, e resulta

$$\mathbf{l} = \mathbf{AX} + \mathbf{BT} + \mathbf{n} \quad (3.14)$$

que é a forma geral de (3.13.) para a aproximação do potencial anômalo.

3.1 - COLOCAÇÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS

O problema da representação do campo de gravidade por (3.14), a partir de dados heterogêneos, em tipo e precisão, com a condição de unicidade

$$\alpha \langle \mathbf{T}, \mathbf{T} \rangle + \beta \mathbf{n}^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{n} = \text{mínimo} \quad (3.15)$$

tem solução única, expressa analiticamente por (Moritz, 1980)

$$\hat{\mathbf{X}} = \left[\mathbf{A}^T (\beta \mathbf{C} + \alpha \mathbf{D})^{-1} \right]^{-1} \mathbf{A}^T (\beta \mathbf{C} + \alpha \mathbf{D})^{-1} \mathbf{l} \quad (3.16)$$

e

$$\hat{\mathbf{T}} = (\beta \mathbf{B} \mathbf{K})^T (\beta \mathbf{C} + \alpha \mathbf{D})^{-1} (\mathbf{l} - \mathbf{A} \mathbf{X}) \quad (3.17)$$

onde α e β são parâmetros numéricos, \mathbf{K} é o núcleo do espaço de Hilbert, \mathbf{C} e \mathbf{D} são matrizes simétricas definidas positivas. Dependendo do que se adota para os parâmetros, o núcleo e as matrizes, a solução geral assume formas particulares que admitem interpretações distintas. Se \mathbf{T} for um processo estocástico (ver p. ex. Moritz, 1980), o modelo (3.14) assume o caso particular no qual as normas do potencial anômalo e do erro observacional admitem interpretações estatísticas.

Na terminologia usada por Moritz (1980), a colocação por mínimos quadrados (CMQ) é aquela que minimiza as variâncias dos parâmetros ($\sigma_{\hat{X}}^2$) e do potencial anômalo ($\sigma_{\hat{T}}^2$), isto é,

$$\sigma_{\hat{X}}^2 = \text{mínimo} \quad (3.18)$$

$$\sigma_{\hat{T}}^2 = \text{mínimo} \quad (3.19)$$

Essas condições de mínimo são satisfeitas por (3.14) e (3.15) se (Moritz, 1980)

- os parâmetros forem unitários

$$\alpha = \beta = 1 \quad (3.20)$$

- núcleo, em cada ponto, for igual a covariância do sinal

$$K(P, Q) = C(T_P, T_Q) = C_{tt} \quad (3.21)$$

- o peso for igual à covariância do ruído

$$C(n_P, n_Q) = C_{nn} \quad (3.22)$$

Para ruídos independentes, resulta

$$C_{nn} = \sigma_T^2 \quad (3.23)$$

Assim, com (3.21) e (3.22), pode-se escrever

$$C(T_P, T_Q) + C(n_P, n_Q) = C_{tt} + C_{nn} = C \quad (3.24)$$

Fazendo

$$\mathbf{B} \mathbf{K} = \mathbf{C}_{st} \quad (3.25)$$

e

$$\mathbf{t} = \mathbf{B} \mathbf{T} \quad (3.26)$$

com

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} \mathbf{t} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

onde \mathbf{t} e \mathbf{u} são os vetores dos sinais conhecidos e desconhecidos, respectivamente, e substituindo (3.26) em (3.14), o modelo matemático da CMQ toma a forma geral

$$\mathbf{l} = \mathbf{AX} + \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (3.28)$$

cujas soluções são obtidas a partir de (3.16) e (3.17), usando (3.24), (3.25) e (3.26) para os parâmetros

$$\hat{\mathbf{X}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{l} \quad (3.29)$$

$$\sigma_{\hat{\mathbf{X}}}^2 = (\mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \quad (3.30)$$

e para os sinais

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{C}_{st} \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{l} - \mathbf{A} \hat{\mathbf{X}}) \quad (3.31)$$

$$\sigma_{\hat{\mathbf{s}}}^2 = \mathbf{C}_{ss} - \mathbf{C}_{st} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{C}_{ts} + \mathbf{C}_{st} \mathbf{C}^{-1} \sigma_{\hat{\mathbf{X}}}^2 \mathbf{A}^T (\mathbf{C}_{st} \mathbf{C}^{-1})^T \quad (3.32)$$

onde os índices das matrizes covariâncias indicam os elementos envolvidos.

Portanto, as soluções para os parâmetros (3.29) e (3.30), e para os sinais e (3.31) e (3.32) constituem a solução geral da colocação por mínimos quadrados expressa por (3.28).

Dependendo da estratégia de aplicação, a CMQ pode ser usada na forma geral, que é a determinação simultânea das componentes determinística e estocástica (parâmetros e sinais), ou nas seguintes formas particulares:

Modelo A ($s = \mathbf{0}$), para determinação de parâmetros, o que equivale ao ajustamento convencional pelo método paramétrico,

$$\mathbf{l} = \mathbf{AX} + \mathbf{n} \quad (3.33)$$

com os vetores soluções dos parâmetros e respectivas variâncias

$$\hat{\mathbf{X}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{l} \quad (3.34)$$

$$\sigma_{\hat{\mathbf{X}}}^2 = (\mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \quad (3.35)$$

Este modelo matemático será usado para o cálculo de parâmetros do modelo isostático Airy-Heiskanen, a partir de espessuras crustais obtidas por refração e tomografia sísmicas, cuja equação de observação tem a forma (2.87)

$$t_i = t_0 + H_i + \frac{\rho_c}{\Delta\rho} H_i \quad (3.36)$$

onde t é a espessura crustal, e H é a altitude ortométrica.

Assim, tem-se a matriz dos coeficientes

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial t_1}{\partial t_0} & \frac{\partial t_1}{\partial \Delta\rho} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial t_n}{\partial t_0} & \frac{\partial t_n}{\partial \Delta\rho} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{H_1 \rho_c}{(\Delta\rho)^2} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & -\frac{H_n \rho_c}{(\Delta\rho)^2} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

os vetores dos parâmetros e dos erros estimados

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} t_0 \\ \Delta\rho \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} \sigma_{t_1} \\ \vdots \\ \sigma_{t_n} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

e a matriz covariância, que se reduz à matriz peso

$$\mathbf{C}_{tt}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_{t_1}^2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \\ 0 & & \frac{1}{\sigma_{t_n}^2} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

e

$$\mathbf{l} = \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_n \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

Modelo B ($\mathbf{X} = \mathbf{0}$), para determinação dos sinais se a componente determinística for conhecida, como ocorre na representação do campo de gravidade anômalo a partir de dados heterogêneos e um modelo geopotencial.

$$\mathbf{l} = \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (3.42)$$

com os vetores soluções dos sinais e respectivos erros

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{C}_{st} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{l} \quad (3.43)$$

$$\sigma_{\hat{s}} = \mathbf{C}_{ss} - \mathbf{C}_{st} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{C}_{ts} \quad (3.44)$$

Com este modelo, será efetuada a representação do campo de gravidade em termos de anomalias gravimétricas e alturas geoidais. As equações de observação, neste caso, têm a forma

$$\Delta g_{H_i} = \frac{T_i}{\gamma_i} \frac{\partial \gamma_i}{\partial r_i} - \frac{\partial T_i}{\partial r_i} \quad (3.45)$$

$$\zeta_i = \frac{T_i}{\gamma_i} \quad (3.46)$$

O vetor dos sinais conhecidos, é a anomalia Helmert residual

$$\mathbf{l} = \Delta \mathbf{g}_H - \Delta \mathbf{g}_{30} = \begin{bmatrix} \Delta g_{r_1} \\ \vdots \\ \Delta g_{r_n} \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

onde $\Delta \mathbf{g}_H$ é o vetor da anomalia Helmert (2.79), e $\Delta \mathbf{g}_{30}$ é o vetor da componente determinística a ele associado, calculada por (2.73). Introduzindo (3.47) em (3.43), obtém-se o vetor dos sinais residuais estimados

$$\hat{\mathbf{s}} = \hat{\boldsymbol{\zeta}}_r = \begin{bmatrix} \hat{\zeta}_{r_1} \\ \vdots \\ \hat{\zeta}_{r_n} \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

Combinando $\hat{\boldsymbol{\zeta}}_r$ com o vetor da componente determinística ($\boldsymbol{\zeta}_{30}$), obtém-se o vetor da anomalia de altitude estimada

$$\hat{\boldsymbol{\zeta}} = \boldsymbol{\zeta}_{30} + \hat{\boldsymbol{\zeta}}_r \quad (3.49)$$

onde o vetor $\boldsymbol{\zeta}_{30}$ é determinado com o uso de (2.74).

A determinação do sinal e do respectivo erro padrão usando (3.43) e (3.44), respectivamente, pressupõe o conhecimento da matriz covariância (\mathbf{C}), cujos elementos são as covariâncias dos sinais. O cálculo e a representação de covariâncias a partir dos sinais serão abordados na Seção 3.2, a seguir.

A altura geoidal e anomalia de altitude

Para determinar a altura geoidal a partir da anomalia de altitude (Figura 3.1), utiliza-se a expressão básica (Heiskanen & Moritz, 1967)

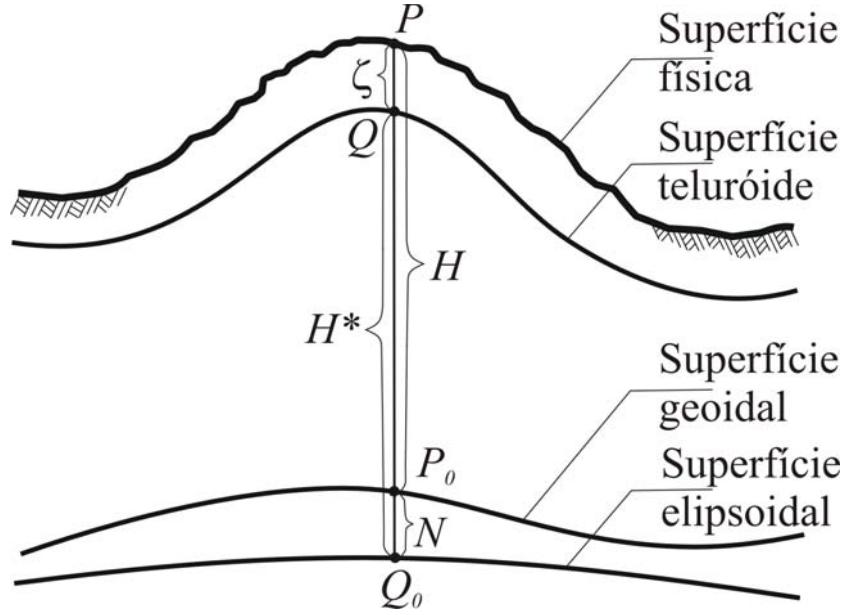


Figura 3.1 – O geóide e o teluróide

$$N = \zeta + H^* - H , \quad (3.50)$$

que também pode ser escrita na forma

$$N = \zeta + \frac{\bar{g} - \bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} H \quad (3.51)$$

Efetuando a aproximação

$$\Delta_{N\zeta} = \frac{\bar{g} - \bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} H \cong \Delta g_{B(Gal)} H_{(km)} \quad (3.52)$$

resulta

$$N = \zeta + \Delta_{N\zeta} \quad (3.53)$$

Portanto, o vetor da altura geoidal estimada tem a expressão

$$\hat{N} = \hat{\zeta} + \Delta_{N\zeta} \quad (3.54)$$

3.2 – COVARIÂNCIAS

Dependendo da aplicação e estratégia adotada, a CMQ pode envolver todos os dados da região, simultaneamente (chamada aproximação global), ou os dados mais próximos do ponto de cálculo (denominada aproximação local). A determinação de parâmetros do

modelo isostático Airy-Heiskanen para a América do Sul, por exemplo, é global, pois foram usadas todas as espessuras crustais da região ao mesmo tempo. A representação da componente estocástica dos sinais (anomalia gravimétrica, anomalia de altitude, etc.) é local, pois na aproximação pontual dessa componente são usados apenas os dados mais próximos. Atualmente, os modelos geopotenciais de alto grau ($n = 360$), tais como o EGM96, proporcionam o campo de gravidade com resolução espacial máxima de $0,5^\circ$ ($\approx 55 \text{ km}$). Usando a componente determinística associada ao grau máximo desses modelos, os dados que realmente contribuem na representação da componente estocástica, em qualquer ponto da área de estudo, são aqueles que estão à distância esférica menor ou igual a $0,25^\circ$ em torno do ponto considerado (Figura 3.2).

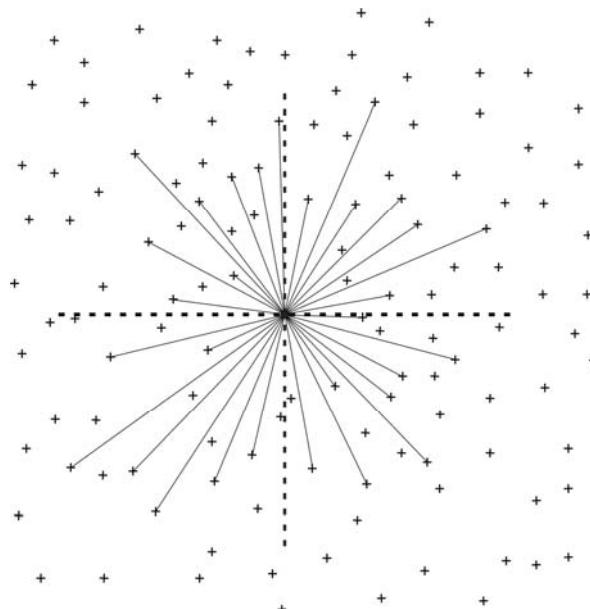


Figura 3.2 – Seleção de dados considerando setores

Essa decomposição do campo de gravidade, além de reduzir o número de dados simultaneamente usados, possibilita a aproximação plana da superfície terrestre por envolver uma área relativamente pequena na representação pontual.

As matrizes e os vetores das expressões (3.43) e (3.44) contêm as covariâncias de todos os dados envolvidos na aproximação. A eficiência na obtenção dessas covariâncias, e inversão da matriz covariância, em cada ponto de cálculo, é fundamental para acelerar o

processo de aproximação. A amostragem e representação prévias de covariâncias, que serão vistas a seguir, proporcionam a rapidez nessa aplicação da CMQ.

Determinação de covariâncias

As covariâncias amostrais podem ser obtidas pelos métodos direto ou indireto. O método direto se processa no domínio do espaço, e aplica-se aos conjuntos de dados com distribuição geográfica regular ou irregular; o método indireto se processa no domínio das freqüências, e requer dados com distribuição geográfica regular. Para facilitar a amostragem e representação, as covariâncias geralmente são consideradas homogêneas (invariantes à translação) e isotrópicas (invariantes à rotação). Nestas condições, as covariâncias dependem apenas da distância e são expressas por funções do tipo

$$C(l) = Cov(\Delta g_r(P), \Delta g_r(Q)) = M \{ \Delta g_r(P) \Delta g_r(Q) \} \quad (3.55)$$

onde l é a distância entre os pontos P e Q , e $M \{ \}$ é o estimador da média dos produtos, que caracteriza a dependência estatística dos argumentos nesses pontos.

A amostragem de covariâncias pelo método direto, geralmente é realizada a partir de modelos gravimétricos digitais, e pode ser uni ou bidimensional (Ver p. ex. Moritz, 1978; Sá, 1988). Com a amostragem bidimensional, pode-se verificar se as covariâncias amostradas são isotrópicas, o que constitui uma informação adicional importante para a representação e uso de covariâncias.

Para amostragem bidimensional a partir de um modelo gravimétrico digital, com N linhas e M colunas, usam-se das seguintes expressões (Sá, 1988),

$$C(s_k, s_l) = \frac{1}{(N-k)(M-l)} \sum_{i=1}^{N-k} \sum_{j=1}^{M-l} \Delta g_{r_{ij}} \Delta g_{r_{i+k,j+l}} \quad (3.56)$$

$$C(s_k, -s_l) = \frac{1}{(N-k)(M-l)} \sum_{i=k}^N \sum_{j=1}^{M-l} \Delta g_{r_{ij}} \Delta g_{r_{i-k,j+l}} \quad (3.57)$$

com $k = 0, 1, 2, \dots, N$, $l = 0, 1, 2, \dots, M$. Usando as propriedades de simetria

$$C(-s_k, -s_l) = C(s_k, s_l)$$

$$C(-s_k, s_l) = C(s_k, -s_l)$$

completam-se as covariâncias para a região

A amostragem de covariâncias pelo método indireto é realizada com aplicação da *Fast Fourier Transform* (FFT) cuja expressão, para dados discretizados, tem a forma (Bracewell, 1978)

$$\Delta G(m\Delta u, n\Delta v) = \Delta x \Delta y \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} \Delta g_r(k\Delta x, l\Delta y) e^{-j2\pi(mk\Delta u\Delta x + nl\Delta v\Delta y)} \quad (3.58)$$

onde Δx e Δy são os intervalos do modelo digital nas direções x e y , $k\Delta x$ e $l\Delta y$ são os comprimentos de onda, e $m\Delta u$ e $n\Delta v$ são as freqüências associadas aos respectivos períodos

$$\begin{aligned} T_x &= M\Delta x \\ T_y &= N\Delta y \end{aligned} \quad (3.59)$$

Substituindo $(k\Delta x, l\Delta y)$ por (k, l) e $(m\Delta u, n\Delta v)$ por (m, n) , a expressão (3.58) toma a forma mais compacta

$$\Delta G(m, n) = \mathbf{F}[\Delta g_r(k, l)] = \frac{T_x}{M} \frac{T_y}{N} \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} \Delta g_r(k, l) e^{-j2\pi\left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N}\right)} \quad (3.60)$$

Nesta notação, a transformada de Fourier inversa tem a expressão

$$\Delta g_r(k, l) = \mathbf{F}^{-1}[\Delta G(m, n)] = \frac{1}{T_x} \frac{1}{T_y} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \Delta G(m, n) e^{j2\pi\left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N}\right)} \quad (3.61)$$

Com a transformada de Fourier (3.58), calcula-se a função densidade espectral de potência estimada

$$\hat{S}_{\Delta g_r \Delta g_r}(m, n) = \frac{1}{v} \frac{1}{T_x} \frac{1}{T_y} \sum_{i=1}^v \Delta G_i(m, n) \Delta G_i^*(m, n) \quad (3.62)$$

onde v é o número de dados, $\Delta G_i(m, n)$ é o expectro de $\Delta g_r(k, l)$, e $\Delta G_i^*(m, n)$ é o conjugado complexo de $\Delta G_i(m, n)$. A transformada de Fourier inversa da função densidade espectral de potência, é a covariância amostral na forma digital

$$C(s_k, s_l) = \mathbf{F}^{-1}[\hat{S}_{\Delta g_r \Delta g_r}(m, n)] \quad (3.63)$$

A rapidez com que as transformadas direta e inversa são efetuadas, e os resultados que o método indireto fornece, o colocam entre os mais eficientes na amostragem de covariâncias uni e bidimensionais.

Representação de covariâncias

O uso de modelos geopotenciais de alto grau, possibilita a aproximação plana da superfície terrestre (Figura 3.3) na representação do campo de gravidade.

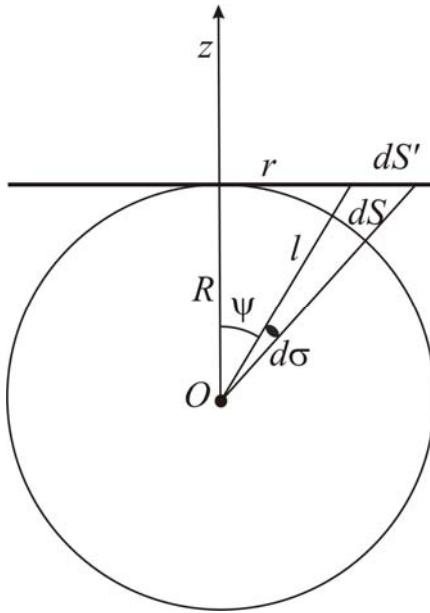


Figura 3.3 – Geometria da aproximação plana

A modelagem adequada e simples de covariâncias amostrais, é um requisito básico para aplicações da CMQ, sobretudo na integração de dados visando a aproximação do sinal (*Método B*). Com esse objetivo, Forsberg (1987) desenvolveu modelos matemáticos para modelar covariâncias de todos os elementos do campo de gravidade, usando aproximação plana. A expressão fundamental, obtida a partir da função densidade espectral de potência, usando um referencial local (Seção 2.1) tem a forma (Forsberg, 1987)

$$C'(x, y, z_1 + z_2) = f \sum_{i=0}^3 \alpha_i C(x, y, z_i) \quad (3.64)$$

com

$$\alpha_0 = 1, \quad \alpha_1 = -3, \quad \alpha_2 = 3, \quad \alpha_3 = -1$$

$$z_i = z_1 + z_2 + D_i$$

$$D_i = D + iT \quad (3.65)$$

onde D e T são parâmetros relacionados com a atenuação, respectivamente, de altas freqüências (curvatura na origem), e de baixas freqüências (distância de correlação), C é a expressão da covariância logarítmica associada, e f é um fator de escala, expresso a partir da variância

$$f = \frac{C_0}{\log\left(\frac{D_I^3 D_3}{D_0 D_2^3}\right)} \quad (3.66)$$

As covariâncias amostrais básicas são aquelas das anomalias gravimétricas (gradiente vertical do potencial anômalo). A função covariância associada é do tipo logarítmico e tem a forma (Forsberg, 1987)

$$C_{z,z} = -\log(z+r) \quad (3.67)$$

com a seguinte notação

$$\begin{aligned} x &= x_2 - x_1 \\ y &= y_2 - y_1 \\ z &= z_1 + z_2 + D \\ r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ C_{z,z} &= \text{Cov}(T_z, T_z), \dots, \end{aligned} \quad (3.68)$$

A função covariância fundamental para dedução das demais é a do potencial anômalo, obtida pela integração de (3.67) em relação a z , que resulta

$$C_{TT}(s, z_1 + z_2) = \frac{3}{4} zr + \left(\frac{1}{4}r^2 - \frac{3}{4}z^2 \right) \log(z+r) \quad (3.69)$$

onde s é a distância entre os pontos envolvidos, no plano xy

Funções covariâncias para o potencial anômalo com as componentes do desvio da vertical e a anomalia gravimétrica, respectivamente

$$C_{T,T_x} = C_{,x} = \frac{1}{2}x \left[\log(z+r) + \frac{1}{2} + \frac{z}{z+r} \right] \quad (3.70)$$

$$C_{T,T_z} = C_{,z} = r - z \log(z+r) \quad (3.71)$$

Funções covariâncias para as componentes do desvio da vertical, e anomalia gravimétrica

$$C_{x,x} = -\frac{1}{2} \left[\log(z+r) + \frac{1}{2} + \frac{z}{z+r} \right] - \frac{1}{2} \frac{x^2}{(z+r)^2} \quad (3.72)$$

$$C_{x,y} = -\frac{I}{2} \frac{xy}{(z+r)^2} \quad (3.73)$$

$$C_{x,z} = -\frac{x}{z+r} \quad (3.74)$$

$$C_{z,z} = -\log(z+r) \quad (3.75)$$

Funções covariâncias para os gradientes de primeira com os de segunda ordens

$$C_{x,xx} = -\frac{x}{(z+r)^2} \left[\frac{3}{2} - \frac{x^2}{r(z+r)} \right] \quad (3.76)$$

$$C_{x,xy} = -\frac{y}{(z+r)^2} \left[\frac{1}{2} - \frac{x^2}{r(z+r)} \right] \quad (3.77)$$

$$C_{x,xz} = -\frac{I}{z+r} + \frac{x^2}{r(z+r)^2} \quad (3.78)$$

$$C_{x,yz} = \frac{xy}{r(z+r)^2} \quad (3.79)$$

$$C_{x,zz} = \frac{x}{r(z+r)} \quad (3.80)$$

$$C_{z,zz} = -\frac{I}{r} \quad (3.81)$$

Funções covariâncias para os gradientes de segunda ordem

$$C_{xx,xx} = \frac{3}{2} \frac{I}{(z+r)^2} - \frac{6x^2}{r(z+r)^3} + \frac{(4r+z)x^4}{r^3(z+r)^4} \quad (3.82)$$

$$C_{xx,xy} = -\frac{3xy}{r(z+r)^3} + \frac{(4r+z)x^3y}{r^3(z+r)^4} \quad (3.83)$$

$$C_{xx,xz} = -\frac{3x}{r(z+r)^2} + \frac{(3r+z)x^3}{r^3(z+r)^3} \quad (3.84)$$

$$C_{xx,yy} = \frac{I}{2} \frac{I}{(z+r)^2} - \frac{x^2+y^2}{r(z+r)^3} + \frac{(4r+z)x^2y^2}{r^3(z+r)^4} \quad (3.85)$$

$$C_{xx,yz} = -\frac{y}{r(z+r)^2} + \frac{(3r+z)x^2y}{r^3(z+r)^3} \quad (3.86)$$

$$C_{xx,zz} = \frac{I}{r(z+r)} - \frac{(2r+z)x^2}{r^3(z+r)^2} \quad (3.87)$$

$$C_{xy,zz} = \frac{(2r+z)xy}{r^3(z+r)^2} \quad (3.88)$$

$$C_{xz,zz} = -\frac{x}{r^3} \quad (3.89)$$

$$C_{zz,zz} = \frac{z}{r^3} \quad (3.90)$$

Na aproximação plana, as covariâncias também podem ser representadas pelo modelo desenvolvido por Markov (Jordan, 1978; Moritz, 1980), sobretudo em aplicações que envolvem apenas um tipo de dado

$$C_{z,z} = C_0 e^{-\frac{s}{D}} \quad (3.91)$$

ou os de ordem superior

$$C_{z,z} = C_0 \left(I + \frac{s}{D} \right) e^{-\frac{s}{D}} \quad (3.92)$$

$$C_{z,z} = C_0 \left(I + \frac{s}{D} + \frac{s^2}{3D^2} \right) e^{-\frac{s}{D}} \quad (3.93)$$

onde C_0 é a variância e s é a distância entre os pontos considerados.

CAPÍTULO 4 - MODELOS E PARÂMETROS TERRESTRES

Os estudos sobre a forma e estrutura da Terra, usando dados do campo de gravidade no exterior e da densidade no interior das massas, envolvem modelos terrestres cujos parâmetros são determinados a partir de informações globais, resultantes das medições terrestres e espaciais. Neste capítulo, são reunidos e ilustrados os parâmetros que descrevem a forma e estrutura da Terra, nos modelos oficialmente recomendados, com objetivo de facilitar a análise e o intercâmbio de informações. As especificações dos parâmetros são importantes porque os resultados dependem das constantes adotadas.

4.1 – O GEODETIC REFERENCE SYSTEM 1980 (GRS80)

O GRS80 (*Geodetic Reference System 1980*), define e quantifica os parâmetros básicos para o modelo elipsoidal geocêntrico que melhor se ajusta à Terra (Figura 4.1).

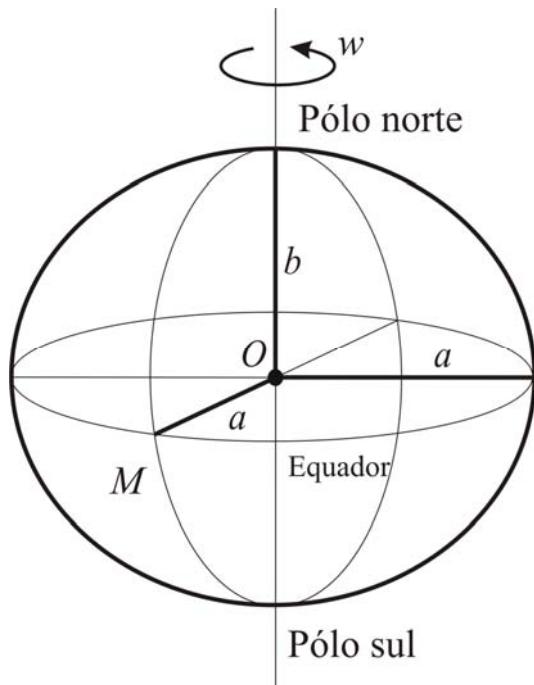


Figura 4.1 – Modelo terrestre

Adotado oficialmente pela IUGG (*International Union of Geodesy and Geophysics*), em dezembro de 1979, é o sistema recomendado pela IAG (*International Association of*

Geodesy). O modelo elipsoidal (Figura 4.1) e o seu campo gravitacional (2.51), definidos por meio de quatro parâmetros fundamentais (Tabela 4.1), constituem a base do GRS80.

A teoria do campo de gravidade do elipsóide, na qual se fundamenta o GRS80, foi desenvolvida por Pizetti (1894), e aprimorada por Somigliana (1929). A gravidade normal $\gamma = |\text{grad } U|$ na superfície do elipsóide é expressa pela fórmula de Pizetti-Somigliana na versão apropriada para programação e uso em computador (Moritz, 1980)

$$\gamma = \gamma_e \frac{1 + k \sin^2 \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \quad (4.1)$$

com

$$k = \frac{b\gamma_p}{a\gamma_e} - 1 \quad (4.2)$$

onde φ é a latitude geodésica do ponto em estudo, e a , b , γ_e , γ_p e e^2 são constantes definidas e especificadas na Tabela 4.1. O elipsóide de revolução fornece um sistema simples e consistente para a representação da geometria e do campo de gravidade da terra normal, expressa por meio de fórmulas adequadas às técnicas terrestres e espaciais. Na formulação matemática do modelo elipsoidal, o potencial gravitacional da terra teórica é uma função harmônica no exterior das massas atrativas, o que significa ausência da atmosfera. Para considerar a massa atmosférica, tal como ela envolve a Terra, seriam necessárias modificações teóricas, que implicariam em maior complexidade e menor clareza, sobretudo nas aplicações práticas. Assim, mantendo a estratégia adotada no GRS67, a massa do elipsóide no GRS80 inclui a massa da atmosfera, condensada na forma de uma superfície material. Com isso, o campo de gravidade normal pode ser determinado sem considerar a variação da densidade atmosférica. Para compatibilizar a gravidade real com a teórica, no cálculo de anomalias gravimétricas, é necessário remover da primeira o efeito da atmosfera. O cálculo desse efeito pode ser efetuado a partir da tabela do GRS80 (Moritz, 1980), ou com auxílio do modelo matemático ajustado aos dados atmosféricos (Dimitrijevich, 1987)

$$\delta g_A = \begin{cases} 0,87 \times e^{-0,116H^{1,047}} & \text{para } H \geq 0 \\ 0,87 & \text{para } H < 0 \end{cases} \quad (4.3)$$

onde H é a altitude ortométrica em quilômetro

Tabela 4.1 – Constantes fundamentais do *Geodetic Reference System* 1980

Constantes fundamentais		
SÍMBOLO	VALOR NUMÉRICO	DEFINIÇÃO
a	$6\ 378\ 137\ m$	Semi-eixo maior
GM	$3\ 986\ 005 \times 10^8\ m^3\ s^{-2}$	Constante gravitacional geocêntrica
J_2	$108\ 263 \times 10^{-8}$	Constante dinâmica de forma
w	$7\ 292\ 115 \times 10^{-11}\ rad\ s^{-1}$	Velocidade angular
Constantes geométricas derivadas		
b	$6\ 356\ 752,3141\ m$	Semi-eixo menor
e^2	$0,006\ 694\ 380\ 022\ 90$	Primeira excentricidade
e'^2	$0,006\ 739\ 496\ 775\ 48$	Segunda Excentricidade
f	$0,003\ 352\ 810\ 681\ 18$	Achatamento polar
f^{-1}	$298,257\ 222\ 101$	Achatamento inverso
R	$6\ 371\ 008,7714\ m$	Raio terrestre médio $\frac{2a+b}{3}$
Constantes físicas derivadas		
U_0	$62\ 636\ 860,850\ m^2\ s^{-2}$	Esferopotencial
J_4	$-0,000\ 002\ 370\ 912\ 22$	Coeficiente de grau 4 do esferopotencial
J_6	$+0,000\ 000\ 006\ 083\ 47$	Coeficiente de grau 6 do esferopotencial
J_8	$-0,000\ 000\ 000\ 014\ 27$	Coeficiente de grau 8 do esferopotencial
γ_e	$9,780\ 326\ 771\ 5\ m\ s^{-2}$	Aceleração de gravidade equatorial
γ_p	$9,832\ 186\ 368\ 5\ m\ s^{-2}$	Aceleração de gravidade polar
k	$0,001\ 931\ 851\ 353$	$k = \frac{b\gamma_p}{a\gamma_e} - 1$

4.2 – O WORLD GEODETIC SYSTEM 1984 (WGS84), VERSÃO G873

O WGS84 é constituído por um referencial cartesiano, compatível com terrestre convencional, descrito na Seção 2.1, e um modelo terrestre, cujos parâmetros fundamentais não coincidem integralmente com os do GRS80.

Na versão original do WGS84 (a, GM, \bar{C}_{20}, w), a definição do modelo terrestre difere da adotada no GRS80 (a, GM, J_2, w) por usar o coeficiente plenamente normalizado (\bar{C}_{20}) em vez da constante dinâmica de forma (J_2). O coeficiente \bar{C}_{20} foi determinado a partir de J_2 , por meio da relação

$$\bar{C}_{20} = -\frac{J_2}{\sqrt{5}} \quad (4.4)$$

O valor numérico de \bar{C}_{20} , contendo os 8 algarismos mais significativos, passou a integrar o conjunto de coeficientes que representa campo gravitacional da Terra no WGS84 (DMA, 1993). Assim, o achatamento terrestre usado no WGS84 difere do adotado no GRS80, como mostram as Tabelas 4.1 e 4.2.

Tabela 4.2 – Constantes fundamentais do *World Geodetic System 1984*, versão G873

Constantes fundamentais		
SÍMBOLO	VALOR NUMÉRICO	DEFINIÇÃO
a	$6\ 378\ 137\ m$	Semi-eixo maior
GM	$3\ 986\ 004,418 \times 10^8\ m^3 s^{-2}$	Constante gravitacional geocêntrica, com a massa da atmosfera
f	$0,003\ 352\ 810\ 665$	Achatamento polar
$1:f$	$298,257\ 223\ 563$	Inverso do achatamento
w	$7\ 292\ 115 \times 10^{-11}\ rad\ s^{-1}$	Velocidade angular

Constantes para aplicações especiais		
GM'	$3\ 986\ 000,9 \times 10^8\ m^3 s^{-2}$	Constante gravitacional geocêntrica, sem a massa da atmosfera
GM_A	$3,5 \times 10^8\ m^3 s^{-2}$	Constante gravitacional geocêntrica, associada à massa da atmosfera

Em 1993, foram iniciados os trabalhos para o aprimoramento do WGS84, que começaram com a determinação de nova constante gravitacional geocêntrica (Tabela 4.2), do conjunto de coeficientes do EGM96 (*Earth Gravitational Model* 1996), e culminaram com a versão atual que é o WGS84(G873) cujos parâmetros fundamentais são dados na Tabela 4.2. Na definição do modelo terrestre do WGS84(G873), foi usado o achatamento polar como uma das constantes fundamentais para mantê-lo inalterado em relação às versões anteriores, em que foi usado o coeficiente \bar{C}_{20} (DMA, 1991).

4.3 – MODELOS DA ESTRUTURA INTERNA TERRA

Os principais modelos da estrutura interna da Terra foram propostos a partir (de informações) da velocidade de propagação das ondas sísmicas P (primária) e S (superficial), que indicam uma distribuição de massa (em camadas) radialmente simétrica (Figura 4.2), variando em densidade, gravidade e pressão.

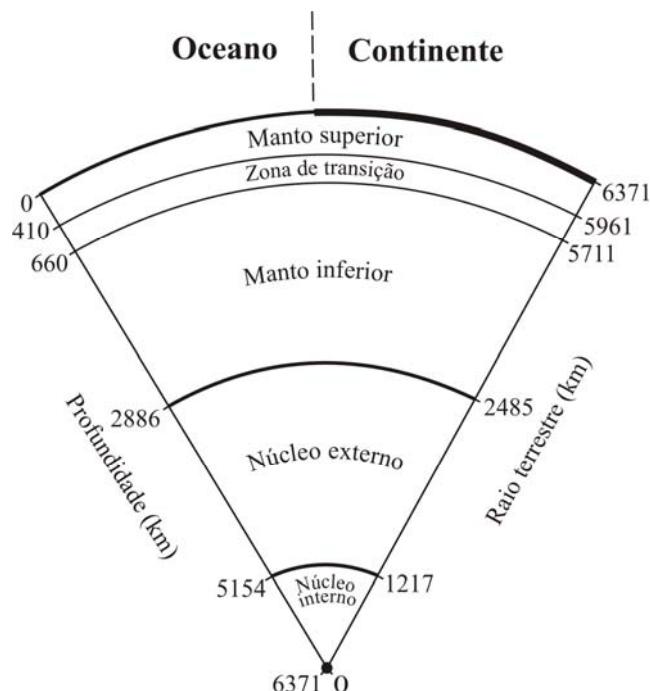


Figura 4.2 – Estrutura da Terra

Atualmente, os modelos mais representativos são o PREM (Dziewonski & Anderson, 1981) e o IASPEI (Kennett, 1991), determinados a partir de um grande volume de dados

sobre tempo de percurso das ondas P e S. A Figura 4.3 mostra a representação gráfica do PREM para as velocidades (v_P) e (v_S) com a respectiva densidade (ρ).

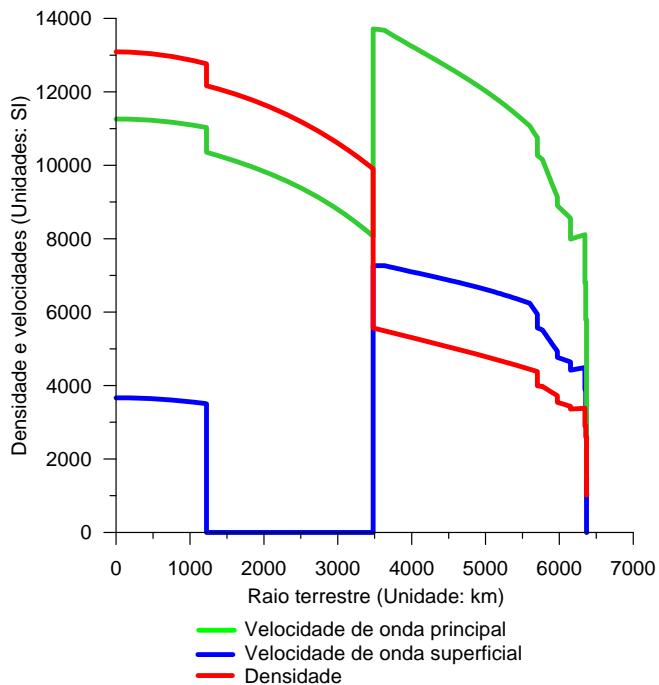


Figura 4.3 – Modelo de referência para velocidades e densidade no interior da Terra (Dziewonski & Anderson, 1981)

Os modelos esféricos mais recentes, como o IASPEI, mostram a estrutura interna da Terra (Figura 4.3) com as subdivisões cada vez mais completas e precisas (Tabela 4.3), que constituem a base para os estudos e discussões sobre a composição da Terra.

A crosta, com menos de 0,5% da massa terrestre (Tabela 4.3), é muito significativa no processo de convecção do manto, pois é o resultado da diferenciação gerada pela fusão parcial, que também decorre do processo convectivo. A crosta, registrando a história da convecção do manto, por meio do magma que chega à região externa, contém as heterogeneidades laterais extremas da Terra, que influenciam diretamente o estilo de convecção.

Globalmente, a crosta é bimodal nos seguintes aspectos: idade, espessura, densidade e composição. Em média, a crosta continental é antiga (~2000 Ma) e a crosta oceânica é jovem (~80 Ma). A Tabela 4.4 sintetiza as informações da crosta apresentadas por Shubert *et al.* (2001), que são de maior interesse neste trabalho.

Um modelo global da crosta foi determinado por Mooney *et al.* (1998), a partir dos dados de refração sísmica publicados no período 1948 – 1995, e da compilação de espessuras das camadas de gelo e sedimento.

Tabela 4.3 – Principais divisões do interior da Terra
Baseada em Shubert *et al.* (2001)

REGIÃO	INTERVALO (km)	MASSA (10^{21} kg)	FRAÇÃO (%)	DENSIDADE (g cm^{-3})
Crosta oceânica	0-6	6	0,1	3,00
Crosta continental	0-30	19	0,3	2,80
Manto superior	(6 ou 30)-410	615	10,3	3,35
Zona de transição	410-660	415	7,0	3,86
Manto inferior	660-2886	2955	49,6	4,87
Núcleo externo	2886-5140	1867	31,1	11,00
Núcleo interno	5140-6371	98	1,6	12,95
Global	0-6371	5975	100	5,52

Tabela 4.4 – Informações das crostas oceânica e continental
Dados extraídos de Sandwell (2001)

Crosta oceânica				
CAMADA	INTERVALO (km)	VELOCIDADE V_p (km s^{-1})	DENSIDADE (g cm^{-3})	COMPOSIÇÃO
Oceano	0 – 4	1,5	1,025	Água
Sedimento	4 – 5	>1,65	~2,30	Sedimento
Crosta superior	5 – 7	~5,0	~2,80	Basalto
Crosta inferior	7 – 11	6,8	2,90	Gabro
Manto	> 11	8,15	3,325	Peridotita
Crosta continental				
Sedimento	0-5	5,7	2,30	Sedimento
Crosta superior	5-25	6,3	2,70	Granito
Crosta inferior	25-35	6,8	2,80	Granito
Manto	>35	8,1	3,25	Peridotita

CAPÍTULO 5 – DADOS ENVOLVIDOS

Os dados envolvidos neste trabalho foram classificados em 5 tipos: modelo do potencial gravitacional (geopotencial), dados gravimétricos, modelo topográfico digital, alturas geoidais GPS, e espessuras crustais. A descrição desses tipos de dados será apresentada a seguir.

5.1 - MODELOS GEOPOTENCIAIS E TOPOGRÁFICO

Os modelos do geopotencial, conjuntos de parâmetros (terrestres) e coeficientes do potencial anômalo expresso em harmônicos esféricos, atualmente são determinados a partir de dados obtidos com uso de técnicas terrestres e espaciais. Neste trabalho foram usados 2 modelos do geopotencial: o EGM96 (*Earth Gravitational Model 1996*) e o GPM98C (*Gravitational Potential Model 1998 C*). O modelo EGM96 resultou do esforço conjunto realizado pelo GSFC (NASA) e pela NIMA, com a colaboração de várias instituições internacionais. É completo até o grau e a ordem 360, o que proporciona a resolução espacial máxima de $0,5^\circ$ (~ 55 km) na representação do campo de gravidade. Os parâmetros e coeficientes desse modelo foram determinado a partir e um grande volume de dados terrestres e espaciais, coletados ao longo de várias décadas, e processados integralmente para homogeneização e avaliação do acervo (Lemoine *et al.*, 1998). A metodologia usada envolveu a combinação de duas soluções: uma de baixo grau (máximo 70) e outra de alto grau (mínimo 71 e máximo 360). Na solução de baixo grau, foram integrados os dados resultantes do rastreio de satélites usando SLR (LAGEOS, AJISAI, STARLETTE, STELLA, e GFZ-1), da medição gravimétrica (terrestre, oceânica e aérea), e das missões de altimetria por satélite (GEOSAT, TOPEX/POSEIDON e ERS-1). Na solução de alto grau, foi usado um modelo digital da anomalia ar-livre, com resolução espacial de $0,5^\circ$, gerado através da colocação por mínimos quadrados, que proporcionou uma representação consistente da anomalia e o respectivo erro padrão. Os atuais modelos do geopotencial envolvem basicamente os seguintes elementos (Lemoine *et al.*, 1998):

- as constantes fundamentais (a, GM, C_{20}, w);
- o efeito da maré terrestre permanente; e
- o conjunto de coeficientes (C_{nm} e S_{nm} , com $n, m = 2, 3, \dots, N$).

As constantes fundamentais do modelo terrestre adotado no EGM96 (Tabela 5.1) são compatíveis com as do WGS84(G873). A interação gravitacional da Terra com a Lua e o Sol altera o campo de gravidade, e deforma a superfície terrestre com o efeito periódico, que usualmente é removido das observações gravimétricas; e o efeito permanente, que é tratado na representação do campo de gravidade. Os efeitos periódico e permanente da interação gravitacional são formados pelas componentes gravitacional e de deformação.

Tabela 5.1 – Constantes do *Earth Gravitational Model* 1996 (EGM96)

Constantes fundamentais		
SÍMBOLO	VALOR NUMÉRICO	DEFINIÇÃO
a	$6\ 378\ 136,3\text{m}$	Semi-eixo maior
GM	$3\ 986\ 004,415 \times 10^8 \text{m}^3 \text{s}^{-2}$	Constante gravitacional geocêntrica
$(\bar{C}_{20})_{JGM\ 2}^{tide-free}$	$-484,165\ 476\ 7 \times 10^{-6}$	Coeficiente de grau 2 e ordem 0
w	$7\ 292\ 115 \times 10^{-11} \text{rad s}^{-1}$	Velocidade angular

Constantes derivadas		
$(J_2)_{NASA,DMA}^{zero-tide}$	$108,262\ 982\ 131 \times 10^{-5}$	Constante dinâmica de forma
f	$0,003\ 352\ 819\ 754$	Achatamento polar
f^{-1}	$298,256\ 415\ 099$	Achatamento inverso

Por meio do coeficiente \bar{C}_{20} , o efeito permanente pode ser mantido no modelo do geopotencial (*mean field*), removido do modelo (*tide-free field*), ou parcialmente removido do modelo , isto é, o efeito da maré é removido mas o efeito da deformação é mantido (*zero-tide field*). No EGM96, como a notação desse coeficiente indica (Tabela 5.1), o efeito permanente é removido do modelo, isto significa que ele proporciona a representação do campo de gravidade corrigido dos efeitos da maré e deformação.

O modelo GPM98C, completo até o grau e ordem 1800, foi determinado a partir do EGM96 e da anomalia ar-livre discretizada com intervalo de 5', resultante dos dados compilados para a modelagem do EGM96, e dados adicionais fornecidos por várias instituições (Wenzel, 1998a). Os coeficientes do modelo GPM98C foram calculados pelo método iterativo, e a solução foi avaliada com base nas alturas geoidais obtidas pela combinação do posicionamento por GPS com o nivelamento geométrico, em várias regiões do mundo (Wenzel, 1998b).

Usando a mesma metodologia, Wenzel (1998b) determinou também o GTM3A (*Global Topography Model 3A*), completo até o grau e ordem 1800, a partir da topografia discretizada do ETOPO5 (*Earth Topography 5*).

Combinando o GPM98C com o GTM3A, truncados em grau 720, foi obtida a anomalia Bouguer (Figura 5.1), com resolução formal de 15', para reduzir o problema da falta de dados gravimétricos em grandes regiões continentais, como será visto na próxima Seção.

5.2 - DADOS GRAVIMÉTRICOS

Para facilitar a descrição, os dados gravimétricos foram agrupados nos seguintes subconjuntos de origem: dados gravimétricos terrestres, dados gravimétricos oceânicos, dados derivados da altimetria por satélite, e dados de modelos geopotenciais. A descrição de cada subconjunto será apresentada a seguir.

Dados gravimétricos terrestres

Os dados gravimétricos terrestres foram coletados por várias instituições, com objetivos diversos. Nos levantamentos, realizados ao longo de meio século, foram adotadas diversas redes gravimétricas de referência, e usados diferentes modelos terrestres, resultando dados gravimétricos incompatíveis em relação ao Datum gravimétrico, à fórmula da gravidade teórica, e às correções efetuadas no cálculo de anomalias gravimétricas.

Os dados gravimétricos disponíveis no Brasil, foram referidos à IGSN71 (IAG, 1974) por meio da RGFB (ON, 1987) e das RGSBs (Figura 5.2). As RGSBs foram implantadas por várias instituições para otimizar os levantamentos gravimétricos de

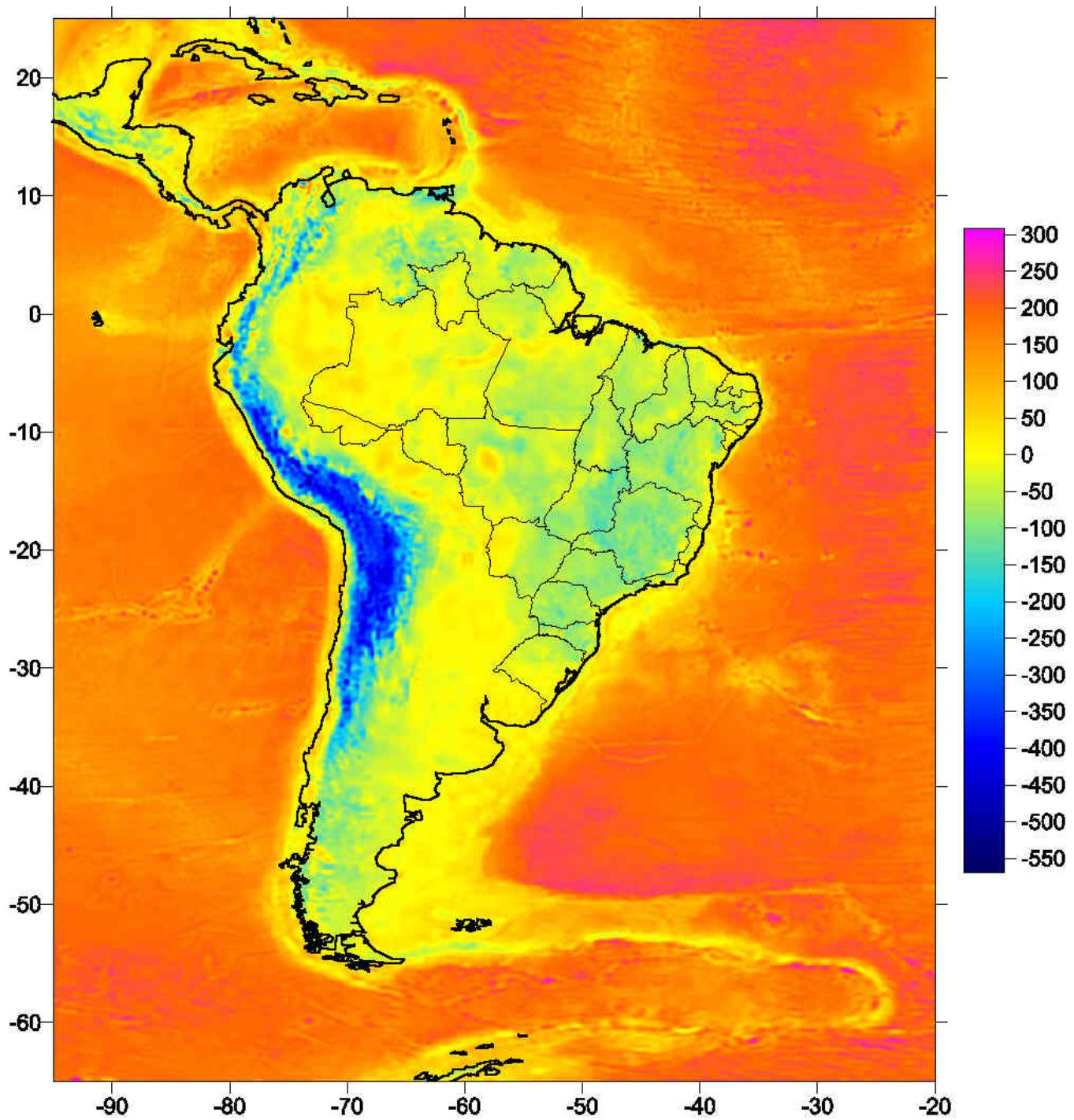


Figura 5.1 – Anomalia Bouguer calculada a partir dos modelos GPM98C e GTM3A, com $n = 720$ (Unidade: mGal)

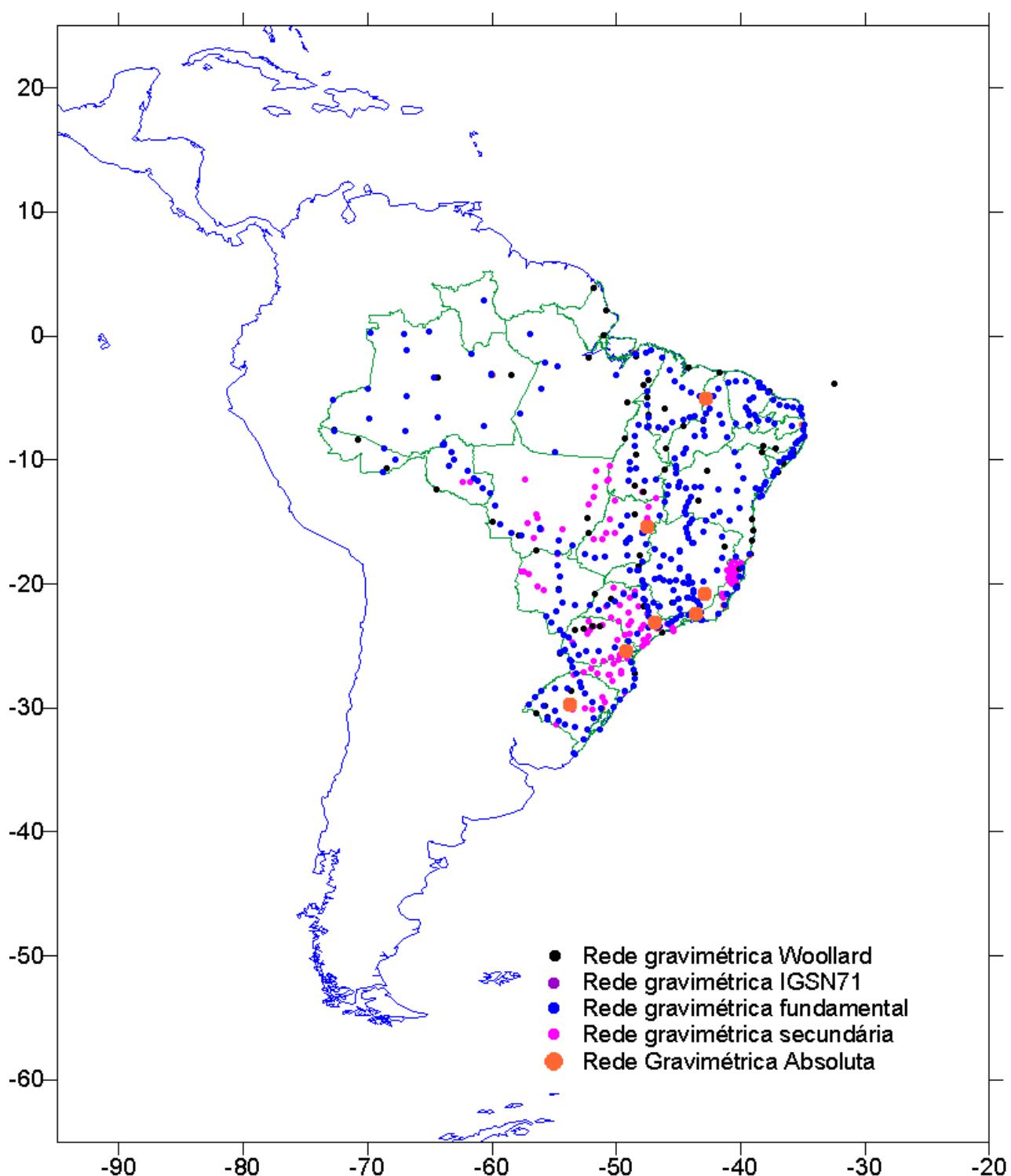


Figura 5.2 – Redes gravimétricas de referência usadas nos levantamentos realizados no Brasil

densificação nas regiões onde a RGFB era insuficiente. A implantação da RGAB (Gemael *et al.*, 1990) e sua extensão a outros países da América do Sul (Torge *et al.*, 1994), possibilitou a implantação da BGSM (Escobar *et al.*, 1995), da BGB (Dias & Escobar, 2001) e do reajuste da RGFB (Escobar, 2002). Os dados gravimétricos que resultaram de levantamentos realizados com base na RGW foram reduzidos à International Gravity Standardization IGSN71 através da RGFB e das RGSBs (Sá & Blitzkow, 1986). Os dados do Brasil e do Uruguai (SGM, 1986) formam o subconjunto DGB (Dados Gravimétricos Básicos), contendo registros com as informações básicas que constituem as estações gravimétricas (Sá, 1994).

Nas regiões onde os dados gravimétricos básicos não foram liberados, a anomalia gravimétrica Bouguer foi obtida com a digitalização dos mapas publicados. Os dados básicos disponíveis nessas regiões foram usados para homogeneizar e avaliar os dados digitalizados. Na realidade, a digitalização foi realizada somente na Bacia do Parnaíba (Souza, 1995), na Bacia dos Parecis (Marinho, 1995; CENPES, 2000), na Bolívia (IGM, 1971), e pequenas regiões no Nordeste do Brasil. A altitude para os dados digitalizados foi obtida a partir do modelo topográfico digital a ser descrito na Seção 5.3. Os dados digitalizados formam o subconjunto DGM (Dados Gravimétricos de Mapas).

Para os demais países da América do Sul, foram usados os dados digitais da altitude ortométrica e anomalia Bouguer, com resolução espacial de 5', correspondentes às regiões gravimetricamente densificadas. Esses dados foram cedidos pela Sub-Comissão do Geóide na América do Sul (Blitzkow, 2002). Esses dados constituem o subconjunto DGD5 (Dados Gravimétricos Digitais com resolução de 5').

As anomalias gravimétricas ar-livre e Bouguer foram homogeneizadas em relação ao GRS80 (IAG, 1980), com as correções topográfica e atmosférica calculadas a partir do modelo topográfico digital a ser descrito na Seção 5.3, usando a metodologia descrita na Seção 2.4.

A integração dos dados gravimétricos dos subconjuntos DGB e DGM, com aqueles dos demais países da América do Sul (DG5), forneceu o subconjunto DGAS contendo 358.600 registros, com as seguintes informações:

- posição geográfica (φ, λ),
- altitude ortométrica (H),
- anomalia Bouguer (Δg_B),

- erro estimado ($\sigma_{\Delta g_B}$),
- indicador do tipo de dado (p. ex. 3 para anomalia gravimétrica), e
- indicador da fonte (p. ex. 06101 para o IAG/USP).

Para remover os registros contendo erros grosseiros do subconjunto DGAS, a anomalia Bouguer de cada registro foi comparada com o valor estimada a partir dos 16 dados mais próximos. Os registros cujo módulo do resíduo da anomalia ultrapassou $3,5\sigma(\Delta g_B)$, foram removidos, e o processo foi repetido. Assim, na primeira avaliação, foram removidos 501 registros e, na segunda, mais 77 registros (Figura 5.3). A análise dos resíduos associados aos registros removidos na segunda avaliação, mostrou ser o limite do que se pode considerar erro grosso, e o processo foi concluído.

Para eliminar concentrações de dados resultantes de levantamentos gravimétricos locais, o subconjunto contendo os dados depurados de erros grosseiros foi reamostrado com a seleção do dado mais próximo do centro de cada célula com 2,5' de lado. Nessa reamostragem, foram selecionados 109.324 registros (Figura 5.4), constituindo os dados gravimétricos básicos selecionados (DGBS).

Dados gravimétricos oceânicos

Os dados gravimétricos oceânicos, obtidos nos levantamentos convencionais por navios, têm sido usados na determinação de modelos gravimétricos digitais de duas formas: em conjunto com os dados derivados da altimetria por satélite (Andersen & Knudsen, 1998), e como referência para avaliação dos modelos gravimétricos derivados da altimetria por satélite (Sandwell & Smith, 1997). Como esses modelos gravimétricos, de alguma forma, utilizaram os dados convencionais, foi escolhido o que se mostrou mais adequado na avaliação dos respectivos autores.

Dados derivados da altimetria por satélite

As missões de altimetria por satélite GEOSAT e ERS-1, coletando dados com resolução espacial de aproximadamente 6 e 8 km, respectivamente, proporcionaram um grande avanço na representação do campo de gravidade, e da topografia tanto da superfície como do fundo oceânico. Atualmente há vários modelos gravimétricos digitais que foram

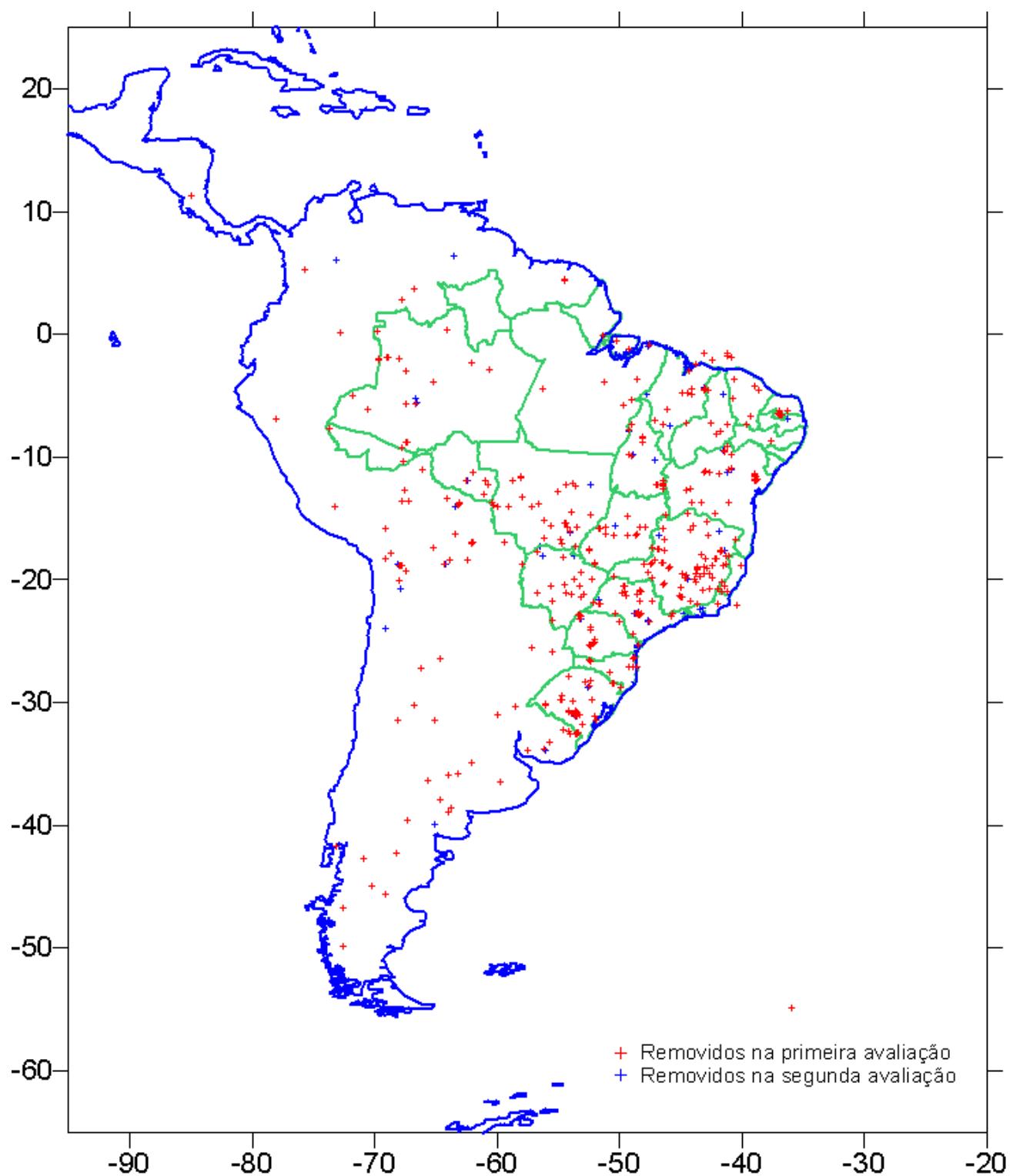


Figura 5.3 – Dados gravimétricos removidos por caracterizarem erros grosseiros

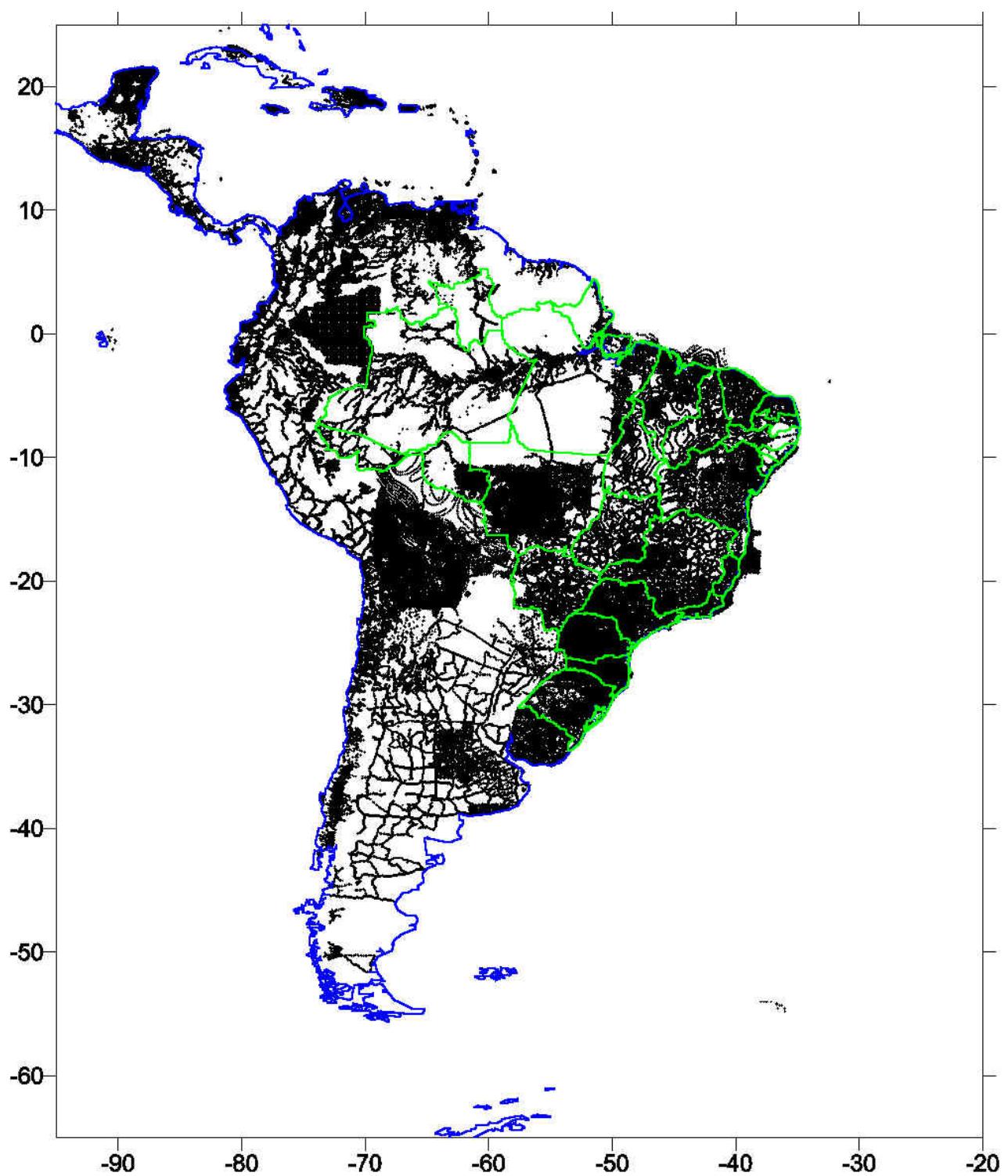


Figura 5.4 – Dados gravimétricos resultantes de levantamentos realizados na América do Sul

determinados a partir dos dados resultantes dessas missões geodésicas de altimetria por satélite. Os mais recentes foram divulgados por Hwang *et al.* (2002), Andersen & Knudsen (1998) e Sandwell & Smith (1997). Esses modelos são obtidos com metodologias que diferem em algoritmos e processamentos para redução de observações e determinação dos modelos gravimétricos na forma digital. Os resultados geralmente são avaliados quanto à exatidão (consistência) e resolução espacial, tendo como referência os dados obtidos nos levantamentos oceânicos convencionais, que possuem indicadores de boa qualidade. Na síntese da avaliação dos modelos gravimétricos digitais (Tabela 5.2), determinados a partir dos dados resultantes das missões geodésicas de altimetria por satélites, os modelos avaliados de forma mais completa (Sandwell & Smith, 1998; Andersen & Knudsen, 1998) mostram resultados semelhantes. O modelo mais recente (Hwang *et al.*, 2002) fornece apenas o resíduo quadrático médio, e o número dos dados de referência usados na avaliação.

Tabela 5.2 – Estatística dos resíduos entre modelos gravimétricos derivados da altimetria por satélite e os dados gravimétricos convencionais

AUTORIA	NÚMERO	MÉDIA (mGal)	DESVIO PADRÃO (mGal)	RESÍDUO QUAD. MÉDIO (mGal)	RESOLUÇÃO ESPACIAL (km)
Hwang <i>et al.</i> (2002)	93538	?	?	3 - 13,4	?
Andersen & Knudsen (1998)	23663	4,4*	5,8*	5,8 - 6,2	20 - 30
Sandwell & Smith (1997)	3642	4,4*	7,6*	4 - 7	20 - 30

* Calculado por Andersen & Knudsen (1998)

A resolução formal desses modelos geralmente varia de 4 - 10 km (2 - 5'); entretanto, os testes realizados com dados gravimétricos coletados em cruzeiros de navio (Tabela 5.2), indicam que a resolução efetiva é da ordem de 20 - 30 km (10 - 15'). O modelo gravimétrico obtido por Sandwell & Smith (1997), foi usado na região oceânica envolvida neste trabalho, por apresentar resultados semelhantes aos demais quanto à exatidão (RQM) e resolução espacial, e também pelas facilidades de acesso ao modelo no endereço <http://www.ngdc.noaa.gov/>, onde se encontra disponível na *internet*. A Figura 5.5 mostra a representação gráfica do subconjunto AGSS, com resolução espacial de 5', reamostrado do original.

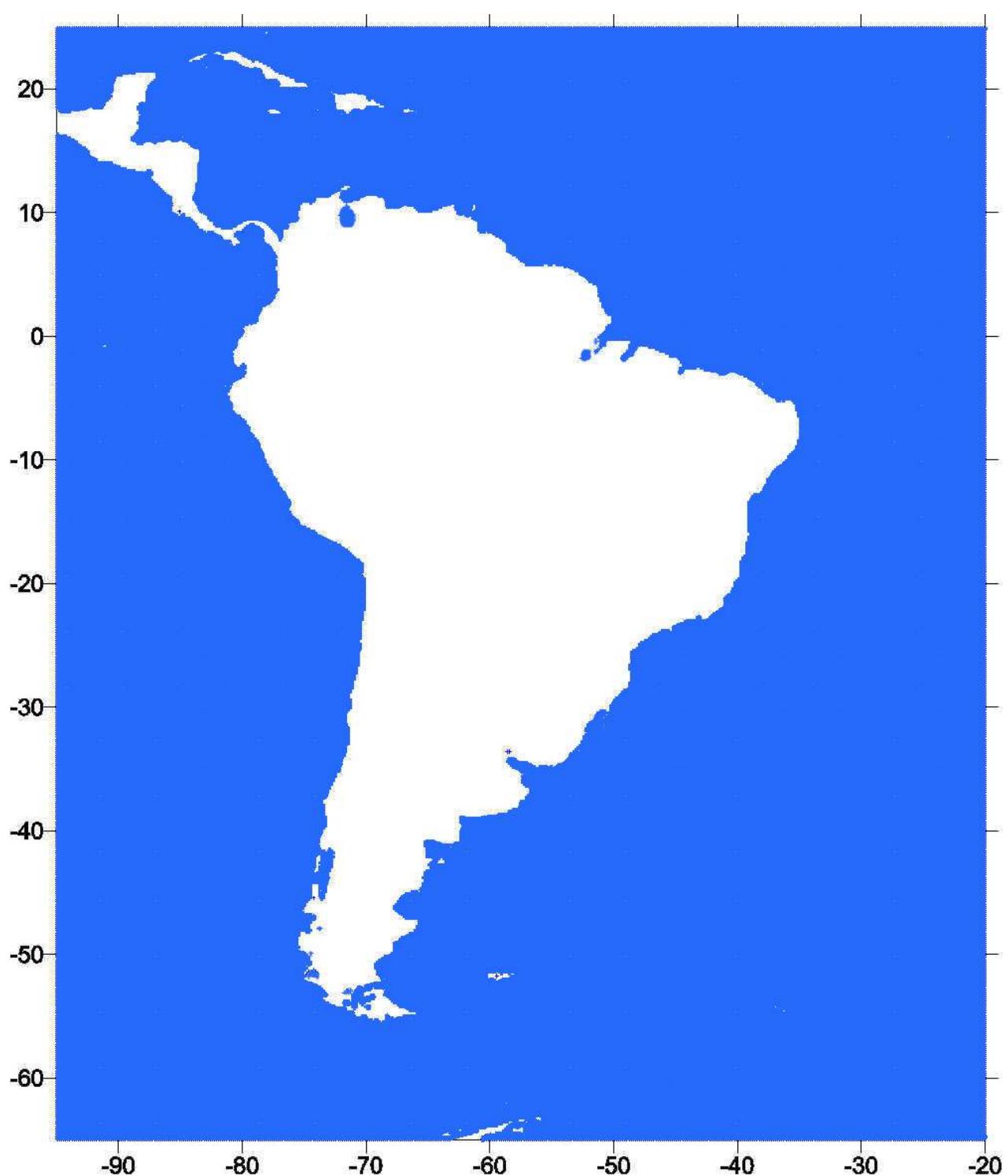


Figura 5.5 – Dados derivados de altimetria por satélite
(Sandwell & Smith, 1997)

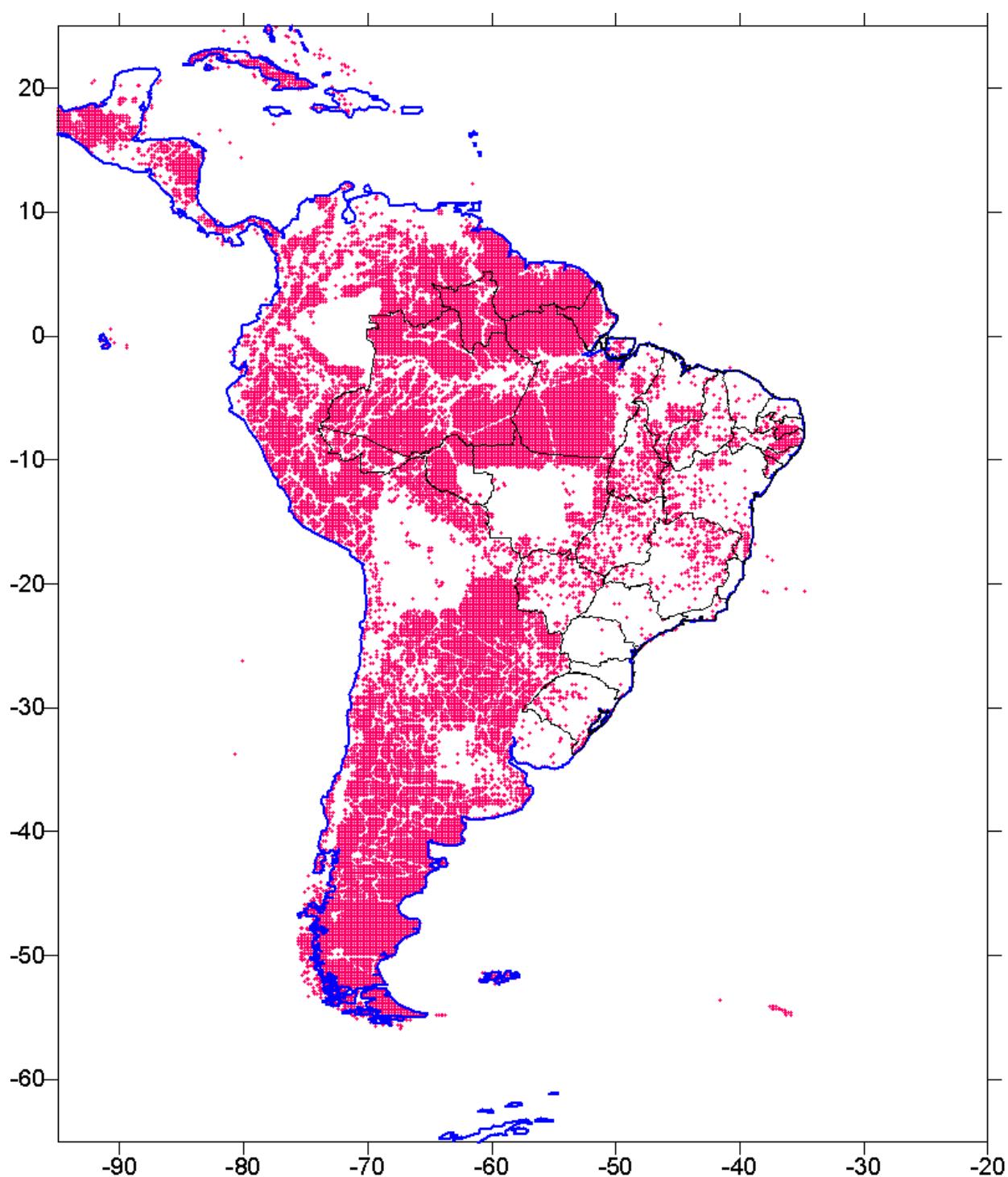


Figura 5.6 – Dados complementares determinados com os modelos
GPM98C e GTM3A (Unidade: mGal)

Dados obtidos com os modelos GPM98C e GTM3A

Apesar dos avanços da gravimetria na América do Sul nas últimas décadas, ainda há grandes regiões desprovidas de dados gravimétricos. A maior carência está nas regiões onde as características geográficas dificultam a realização de levantamentos gravimétricos terrestres, como a Cordilheira dos Andes, que se eleva em vários países; e a Planície Amazônica, que se estende ao norte do Brasil e alcança alguns países vizinhos. Mas, não se pode esquecer a baixa prioridade nos projetos básicos das Geociências, que se observa na maioria dos países sul-americanos.

A representação do campo de gravidade, requer algum tipo de informação gravimétrica em toda a região de estudo. Uma opção para se contornar o problema da inexistência de dados em algumas regiões, é usar as informações que os modelos globais do campo de gravidade e da topografia proporcionam. Os modelos GPM98C e GTM3A, determinados por Wenzel (1998a), para a representação do campo de gravidade e da topografia terrestre, respectivamente, foram usados com esse objetivo. A anomalia gravimétrica Bouguer (Figura 5.6), calculada a partir da anomalia ar-livre e topografia fornecidas por esses modelos (truncados em $n = 720$), constituiu o subconjunto DGPT que complementou as informações nas regiões com deficiência de dados gravimétricos.

Combinando os subconjunto DGAS e DGPT, resultou o conjunto de dados gravimétricos continentais DGASC, cuja distribuição geográfica é ilustrada na Figura 5.7.

5.3 - DADOS TOPOGRÁFICOS

A topografia, resultado da interação de fenômenos que se desenvolvem no interior e na superfície da Terra, constitui uma informação básica nas Geociências. Na sua descrição, usualmente em relação ao nível médio do mar (geóide), atualmente são usados grandes volumes de dados fornecidos pelas técnicas terrestres, aéreas e espaciais. A representação da topografia na forma digital (conjuntos de dados topográficos com distribuição geográfica regular, ordenado na forma matricial), envolve a integração de dados e avaliação do modelo topográfico resultante, usando dados de referência.

O modelo topográfico do segmento da Placa Sul-americana estudado, foi obtido com a integração do GSFT (*Global Sea Floor Topography*), derivado das missões geodésicas

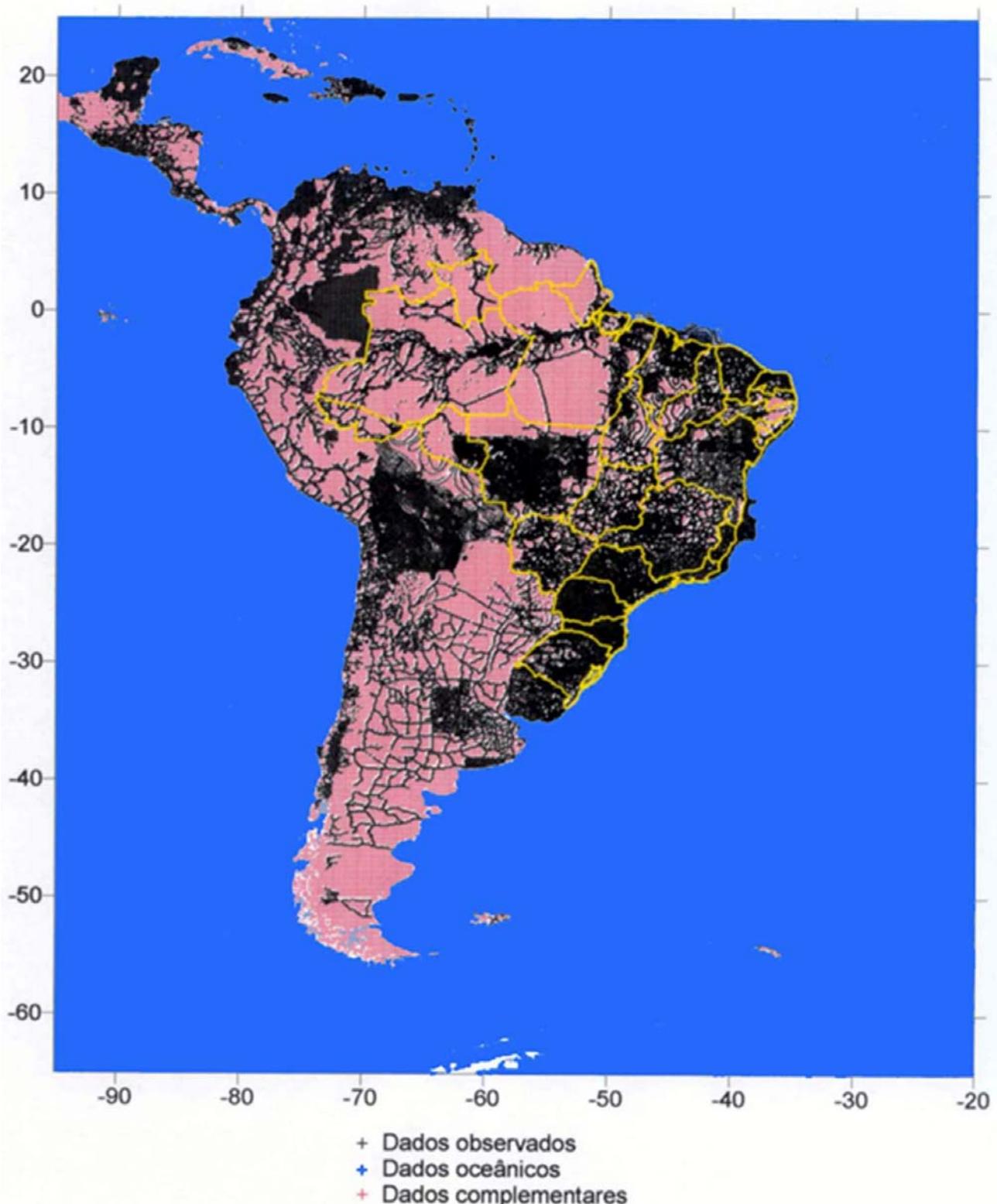


Figura 5.7 – Dados complementares determinados com os Modelos GPM98C e GTM3A

de altimetria por satélite GEOSAT e ERS-1 (Smith & Sandwell, 1997), e um dos modelos altimétricos resultantes da SRTM (*Shuttle Radar Topography Mission*) liberados através da *internet* (USGS, 2004). A resolução formal do modelo GSFT é de 2' (~4 km), e a do SRTM é de 0,5' (~1 km). Mas, a avaliação com base nos dados topográficos convencionais dos oceanos (Smith & Sandwell, 1997), mostra que a resolução efetiva do GSFT varia de 0,5 – 6' (~1 - 12 km). Assim, foi adotada a resolução formal de 3' (~6 km) na reamostragem do GSFT e SRTM, para composição do Modelo Topográfico Unificado (MTU3). Não há avaliação comparativa dos modelos GSFT e SRTM em relação aos dados convencionais oceânicos e continentais. Uma comparação preliminar, realizada com modelos topográficos de mesma resolução, mostra coerência nas regiões onde há dados topográficos confiáveis, e ressalta maior resolução do MTU3 (Figura 5.8) nas regiões oceânicas do Atlântico e Pacífico, e nas regiões continentais dos Andes e da Amazônia. Recentemente, foi divulgado novo modelo topográfico do oceano (Calmant *et al.*, 2002); mas, por não estar disponível na *internet* quando o MTU3 foi determinado, não foi possível obtê-lo e eventualmente usá-lo. Um trabalho mais completo para avaliação e combinação dos modelos topográficos disponíveis na região de estudo, será realizado futuramente.

5.4 - ALTURAS GEOIDAIAS

As técnicas espaciais estão revolucionando metodologias e fornecendo novos tipos de dados para a representação do campo de gravidade da Terra. O GPS com suas aplicações no aprimoramento do geóide, e na altimetria terrestre, sintetiza um grande avanço que pode ser expresso com rara simplicidade. As coordenadas geodésicas do ponto $P(\varphi, \lambda, h)$, combinadas com a altitude ortométrica (H), ou a altura geoidal (N) proporcionam, respectivamente, as seguintes aplicações do GPS:

- 1) determinação da altura geoidal ($N_{GPS} = h - H$), com a altitude ortométrica fornecida pelo nivelamento geométrico convencional; ou
- 2) determinação da altitude ortométrica ($H_{GPS} = h - N_g$), com a altura geoidal fornecida por um modelo geoidal determinado a partir de dados do campo de gravidade.

A primeira aplicação constitui uma eficiente técnica para avaliação e aprimoramento de modelos geoidais, determinados por meio da combinação de modelos geopotenciais e

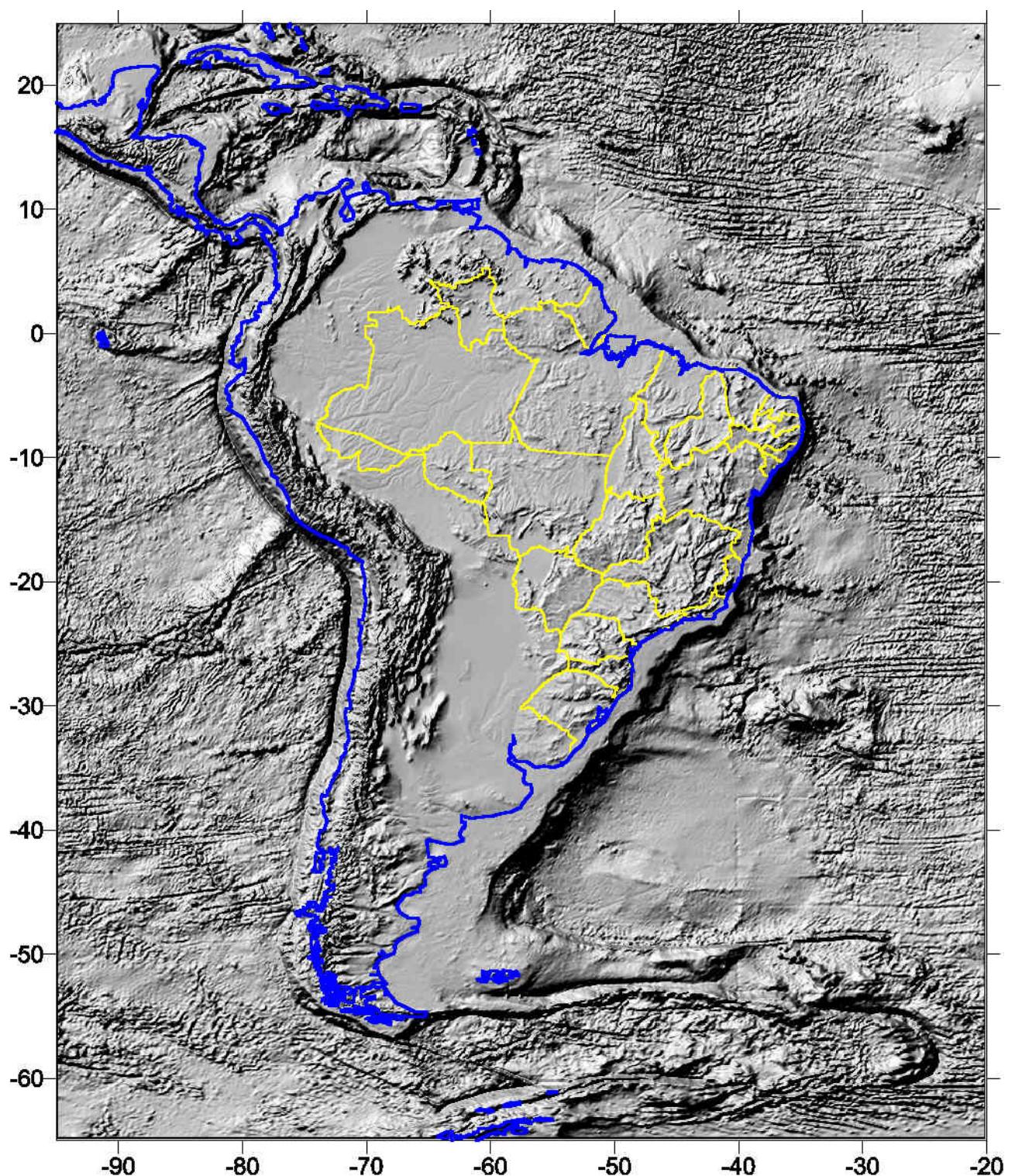


Figura 5.8 – Modelo topográfico digital obtido com a Combinação dos modelos SRTM e GSFT

dados do campo de gravidade. A segunda aplicação proporciona uma alternativa para a determinação da altitude ortométrica, combinando a altitude geométrica, fornecida pelo GPS, com a altura geoidal, calculada a partir de um modelo geoidal.

A determinação e avaliação do geóide gravimétrico no segmento da Placa Sul-americana em estudo, são alguns objetivos deste trabalho. Na avaliação do geóide, foram comparadas alturas geoidais gravimétricas (N_g), fornecidas pelo modelo determinado, com alturas geoidais GPS (N_{GPS}), calculadas nas estações das redes GPS onde se conhece a altitude ortométrica. Atualmente há redes GPS cujas estações coincidem com RNs pertencentes às redes altimétricas fundamentais visando o aprimoramento do geóide e apoio básico regional, como vêm sendo implantadas no Brasil (IBGE, 1999; Sá *et al.*, 2001), no Uruguai (Subiza, 2000), e na Argentina (Font *et al.*, 1997; Rodriguez & Pacino, 1999; Perdomo & Cogliano, 1999). Há também o posicionamento de RNs para teste e uso do geóide com objetivos específicos (Galdino *et al.*, 1995; Silva *et al.*, 1995; Pessoa, 1997; Arana, 2002). Os dados coletados (φ, λ, h, H) nesta compilação (Figura 5.9) forneceram cerca de 750 alturas geoidais de referência (N_{GPS}) para avaliação do geóide gravimétrico (N_g). A expressão básica tem a forma

$$\Delta N = N_{GPS} - N_g \quad (5.1)$$

onde

$$N_{GPS} = h - H \quad (5.2)$$

Com a análise dos resíduos obtidos nessa comparação, determinam-se os parâmetros estatísticos relacionados às deformações da superfície do geóide gravimétrico, em relação à do geóide materializado pelo marégrafo no Datum, através da rede altimétrica fundamental.

5.5 - ESPESSURAS CRUSTAIS

Os métodos mais usados na determinação da espessura crustal, distância entre a superfície física da Terra e a interface crosta-manto (descontinuidade de Moho), exploram a refração sísmica profunda e a tomografia sísmica. Uma síntese da fundamentação teórica e aplicações desses métodos pode ser encontrada em textos básicos (Ver p. ex. Fowler, 1997; Bullen, 1963; Zandt *et al.*, 1995).

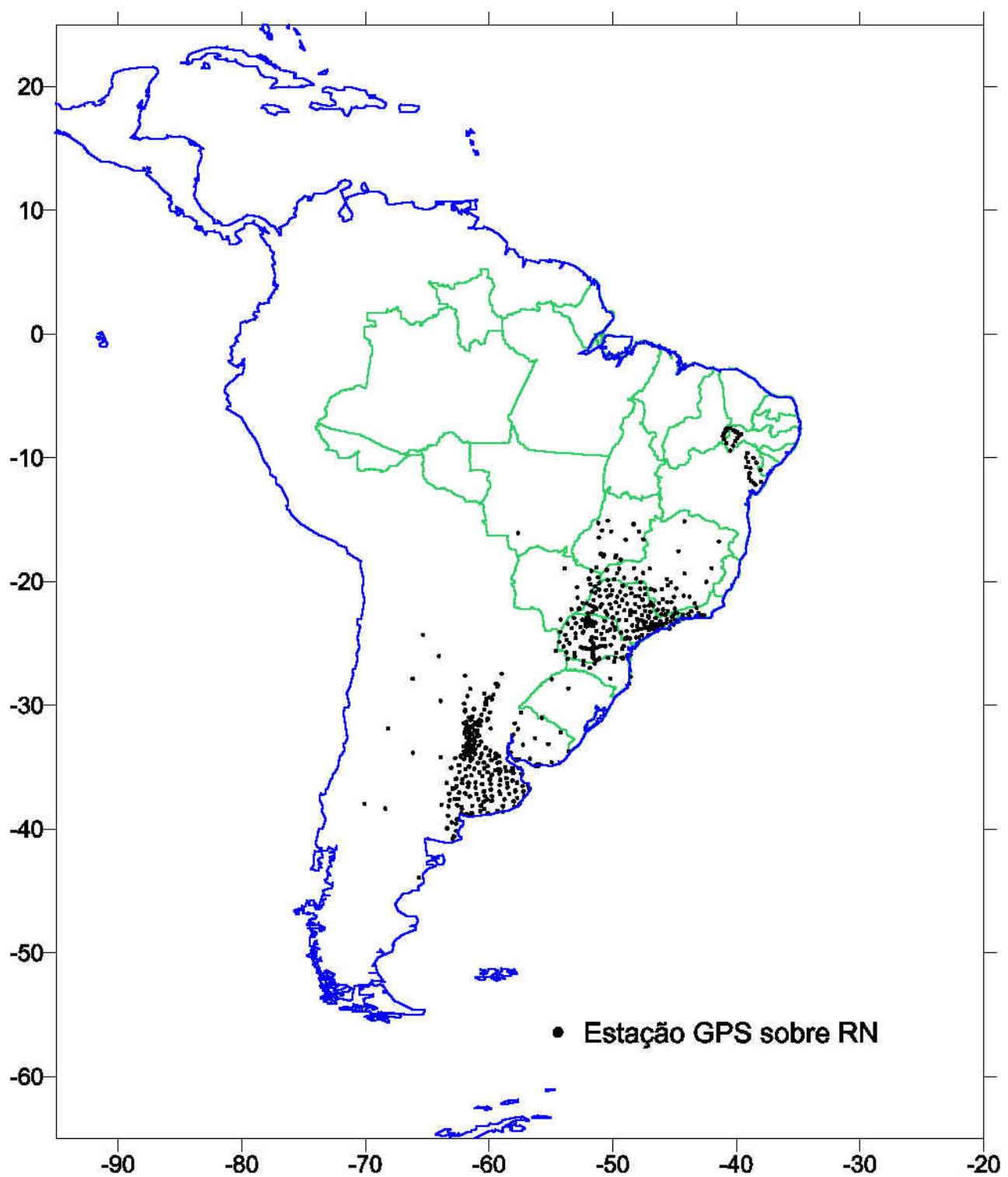


Figura 5.9 – Distribuição geográfica das alturas geoidais obtidas por GPS e nívelamento geométrico

Os dados de espessura crustal da América do Sul, foram compilados a partir de publicações que contêm resultados de estudos crustais por refração e tomografia sísmicas, realizados nas últimas décadas. Cerca de 220 estações sísmicas coletadas (incluindo refração e tomografia) constituem registros contendo as seguintes informações:

- nome da estação,
- posição geográfica (φ, λ),
- altitude ortométrica (H),
- espessura crustal (t),
- erro estimado da espessura crustal (σ_t), e
- indicador da referência

A distribuição geográfica dessas estações (Figura 5.10) mostra duas regiões de maior concentração: a Cordilheira dos Andes (~140 estações) e o Sudeste/Centro-Oeste do Brasil (~50 estações), Nordeste e Norte do Brasil (~10 estações). As outras (~20 estações) estão na região oceânica. As estações da Cordilheira dos Andes, resultaram de trabalhos sobre modelos crustais e evolução do altiplano dos Andes Centrais (Beck *et al.*, 1996; Allmendinger *et al.*, 1997; Schmitz *et al.*, 1999; Yuan *et al.*, 2002), modelos crustais na Província de San Juan (Regnier *et al.*, 1994), e no paralelo 39°S (Giese *et al.*, 2000). As estações do Brasil resultaram de projetos regionais visando a determinação de modelos crustais no Sudeste/Centro-Oeste (Assumpção *et al.*, 2002; França & Assumpção, 2003; Assumpção *et al.*, 2004; Soares *et al.*, 2003), e de projetos locais para obtenção de espessuras crustais no Sudeste (Giese & Schütte, 1975; Blitzkow *et al.*, 1979; Bassini, 1986); Nordeste (Matos, 1992) e Norte (Krüger *et al.*, 2002).

Em termos globais, os modelos crustais mais recentes são o CRUST5.1 (Mooney *et al.*, 1998), e sua versão atualizada CRUST2.0 (Laske et al, 1999). O modelo CRUST5.1, com resolução formal de 5° (~550 km), foi determinado a partir dos dados de refração sísmica publicados no período 1948 – 1995, e da compilação de espessuras das camadas de gelo, água, sedimento e crosta. Na sua versão refinada, que é o CRUST2.0 (Figura 5.11) , com resolução formal de 2° (~220 km), foram usados novos modelo digitais das camadas de gelo e sedimento, com resolução espacial de 1° (~110 km). Mas, a resolução efetiva, mesmo do modelo CRUST5.1, está abaixo da resolução formal em consequência da deficiência de dados sísmicos em grandes regiões, como a África e América do Sul, por exemplo.

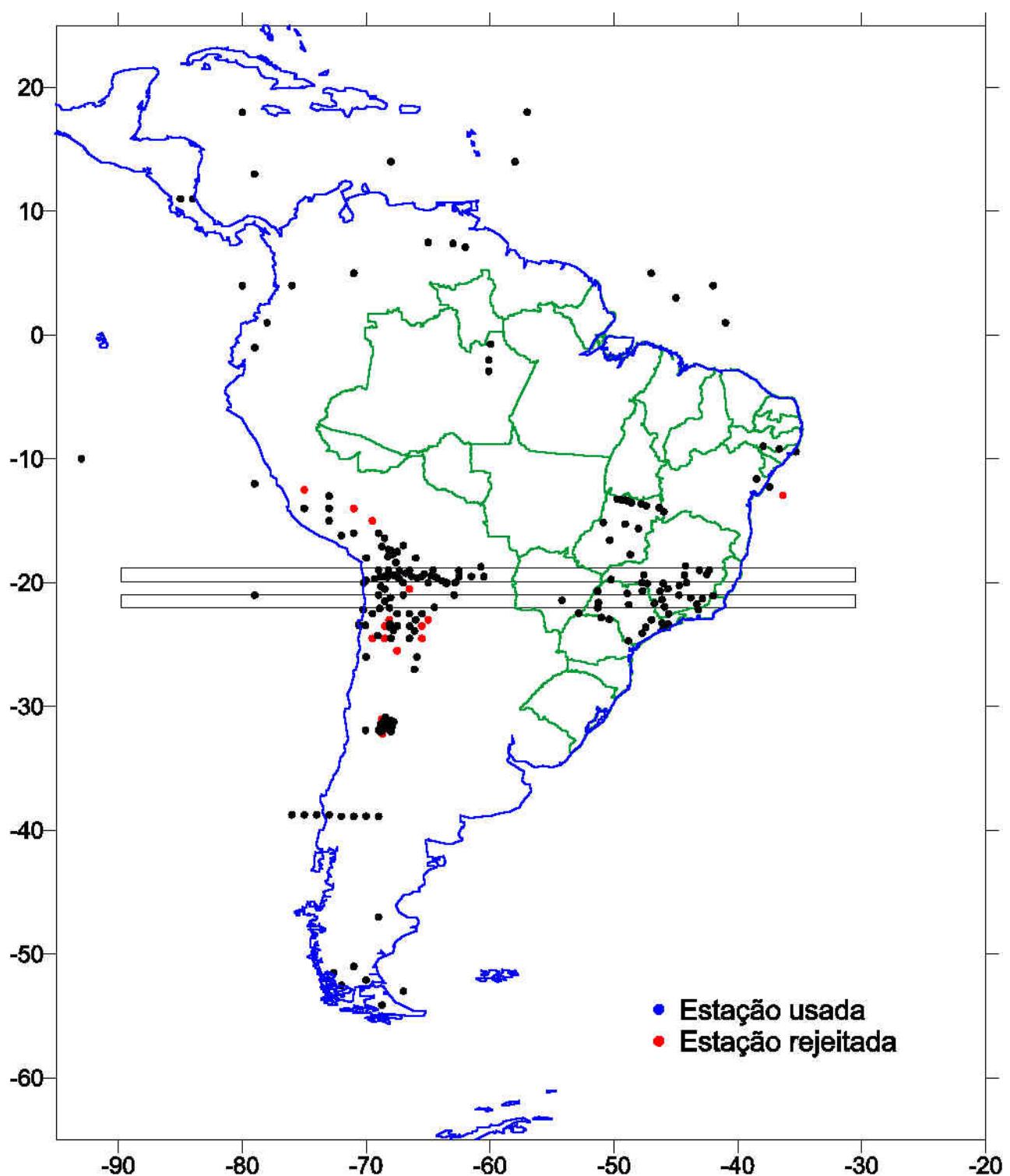


Figura 5.10 – Distribuição geográfica das espessuras crustais disponíveis na América do Sul

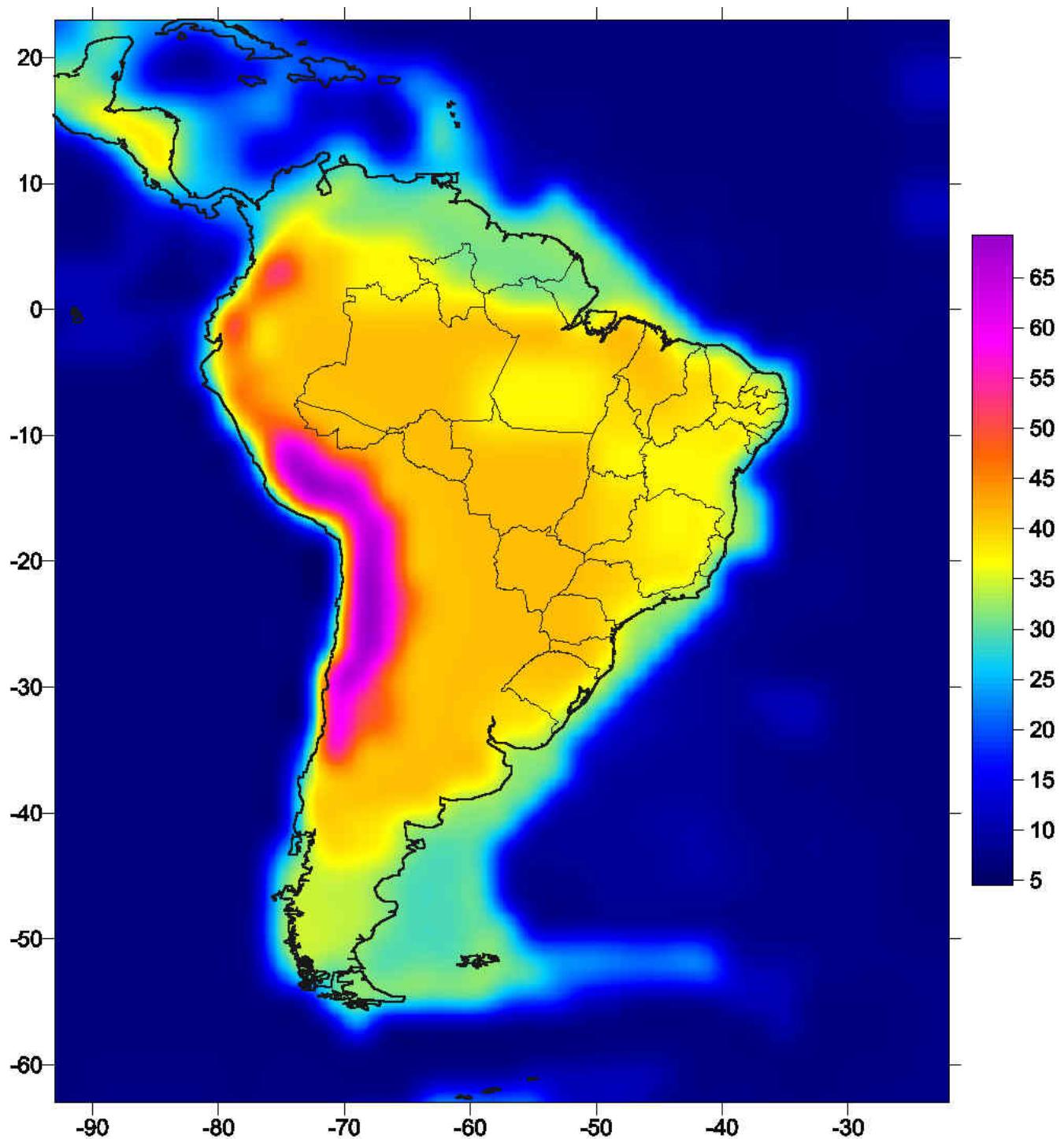


Figura 5.11 – Modelo global CRUST2 para a região em estudo
(Laske *et al.*, 2003) (Unidade: km)

Apesar das limitações desses modelos na descrição de feições crustais com dimensões inferiores à resolução efetiva, que nas regiões carentes de dados sísmicos pode ultrapassar 1000 km, eles são importantes nos seguintes aspectos:

- proporcionam informações globais e regionais, como a variabilidade da espessura crustal em escalas global (média 22 km); continental (variando geralmente entre 30 – 45 km, com média 38 km, mas ultrapassando 70 km sob as regiões andinas e tibetanas); e oceânica (variando entre 6 – 7 km);
- combinam vários tipos de dados usando metodologia relativamente simples, que facilita a atualização de modelos com a disponibilidade de novos dados;
- podem ser combinados com modelos regionais da crosta continental, para incluir a crosta oceânica, em estudos de grandes estruturas da crosta e do manto.

5.6 SÍNTESE DOS DADOS SELECIONADOS

Os dados selecionados para a representação do campo de gravidade, do geóide e da estrutura crustal na América do Sul, descritos nas Seções anteriores deste capítulo, foram resumidos na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Síntese dos dados descritos no Capítulo 5

TIPO DE DADO	FONTE	NÚMERO
Coeficientes de modelos globais	EGM96, GPM98C e GTMA3	
Anomalia Bouguer I	Dados observados selecionados	342.283
Anomalia Bouguer II	Dados observados (reamostrados)	109.324
Anomalia Bouguer III	GPM98C com GTM3A	26.026
Anomalia ar-livre (oceano)	Missões GEOSAT e ERS-1 (AGSS)	738.364
Topografia continental (3')	Missão SRTM	658.978
Topografia do fundo oceânico (3')	Missões GEOSAT e ERS-1 (GSFT)	2.057.547
Topografia continental (5')	Missão SRTM	235.617
Topografia do fundo oceânico (5')	Missões GEOSAT e ERS-1 (GSFT)	738.364
Altura geoidal	Posicionamento GPS e nivelamento	778
Espessura crustal	Dados observados e CRUST2	210

CAPÍTULO 6 - RESULTADOS

Os dados do campo de gravidade da Terra descritos no Capítulo 2, introduzidos nos modelos matemáticos apresentados no Capítulo 3, utilizando os modelos e parâmetros terrestres resumidos no Capítulo 4, com os dados descritos no Capítulo 5, constituíram a base para a determinação dos modelos digitais de anomalias gravimétricas, alturas geoidais, e espessuras crustais, que serão apresentados neste Capítulo.

6.1 – MODELOS GRAVIMÉTRICOS DIGITAIS

A utilização de informações do campo de gravidade anômalo na determinação da forma e estrutura interna da Terra, geralmente inicia com as anomalias gravimétricas, expressas genericamente em (2.76). Os modelos gravimétricos na forma digital, conjuntos de anomalias com distribuição geográfica regular ordenados na forma matricial, são essenciais para a representação gráfica, decomposição espectral, integração numérica, análise de correlação, entre outras operações que as aplicações requerem. A colocação por mínimos quadrados, possibilitando a integração de dados heterogêneos em tipo e precisão, é uma das técnicas mais indicadas para obtenção de modelos digitais das componentes do campo de gravidade anômalo, a partir dos dados resultantes das observações. Os modelos gravimétricos digitais para a América do Sul, determinados com o uso dessa técnica, são descritos a seguir.

Anomalia ar-livre

A integração dos dados gravimétricos descritos na Seção 5.2, proporcionou o arquivo de dados com distribuição adequada cujos registros contêm coordenadas, altitude ortométrica, anomalia Bouguer, erro estimado, e códigos associados à fonte e ao tipo de observação. No cálculo, a anomalia ar-livre geralmente antecede as demais, como indica a expressão (2.76). Mas, na determinação de modelos digitais, é preferível iniciar com a anomalia Bouguer, sobretudo se os dados gravimétricos forem esparsos, o que é comum em regiões montanhosas. A baixa correlação da anomalia Bouguer com a topografia é conveniente para obtenção do modelo gravimétrico digital. Por outro lado, a alta correlação da anomalia ar-livre com a topografia, possibilita o uso dos dados topográficos para reduzir

o problema da deficiência dos dados gravimétricos. Assim, obtém-se o modelo digital da anomalia ar-livre combinando o da anomalia Bouguer e o da topografia, isto é,

$$\Delta g_A(i, j) = \Delta g_B(i, j) + 0,1119H(i, j) \quad (6.1)$$

onde $\Delta g_B(i, j)$ e $H(i, j)$, são elementos do modelo gravimétrico Bouguer e do topográfico, respectivamente, com $i = 1, 2, \dots, N$ indicando a linha, e $j = 1, 2, \dots, M$ indicando a coluna. A Figura (6.1) mostra a representação gráfica do modelo gravimétrico ar-livre obtido por (6.1), com resolução espacial de $5'$, para a região da América do Sul.

Anomalia Helmert (Faye)

A anomalia Helmert, obtida por meio do segundo método de condensação, equivale à anomalia ar-livre, expressa em (6.1), com a correção topográfica. Assim, o modelo digital dessa anomalia pode ser escrito na forma

$$\Delta g_H(i, j) = \Delta g_A(i, j) + C_t(i, j) \quad (6.2)$$

onde $C_t(i, j)$ é a correção topográfica, calculada a partir do modelo topográfico MTU3, usando (2.94) e representada na Figura 6.2. O modelo digital da anomalia Helmert (Figura 6.3), mostra feições semelhantes ao da anomalia ar-livre, e são praticamente iguais em regiões planas.

Anomalia Bouguer

A determinação dos modelos digitais da anomalia Bouguer e do respectivo erro padrão, consiste em aplicar as expressões (3.43) e (3.44) aos dados gravimétricos descritos na Seção 5.2, para obter cada elemento desses modelos por meio das expressões

$$\Delta \hat{g}_B(i, j) = \Delta g_{30}(i, j) + \mathbf{C}_{st} \mathbf{C}_{tt}^{-1} \mathbf{l} \quad (6.3)$$

$$\sigma_{\Delta \hat{g}_B}^2(i, j) = \mathbf{C}_{ss} - \mathbf{C}_{st} \mathbf{C}_{tt}^{-1} \mathbf{C}_{ts} \quad (6.4)$$

onde Δg_{30} é a anomalia Bouguer com resolução espacial de $30'$ (componente determinística), \mathbf{C}_{st} e \mathbf{C}_{ts} são vetores formados pelas covariâncias entre o elemento (i, j) e os n dados mais próximos selecionados, \mathbf{C}_{tt}^{-1} é a inversa da matriz formada pelas covariâncias

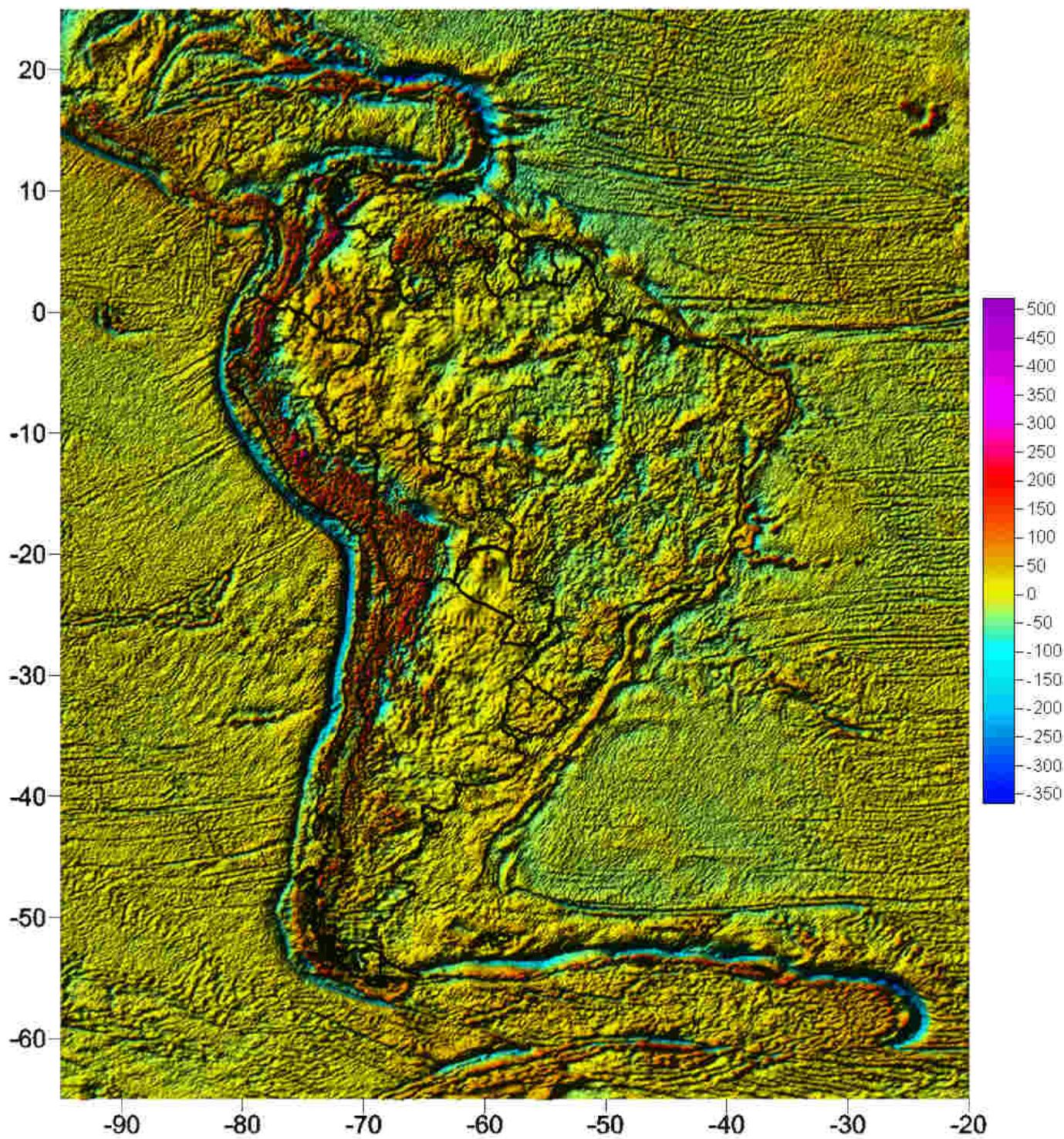


Figura 6.1 – Anomalia ar-livre na América do Sul
(Unidade: mGal)

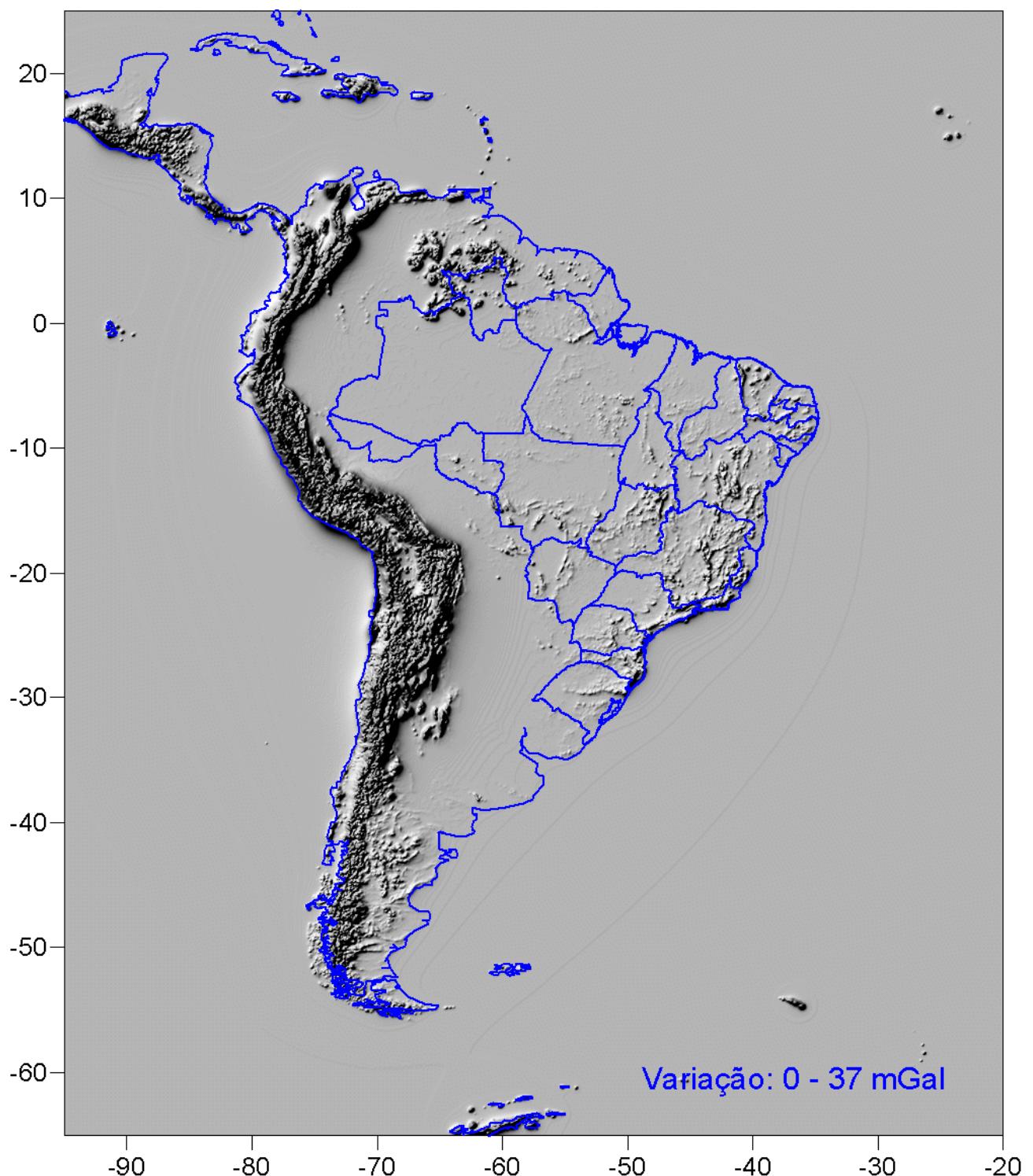


Figura 6.2 – Correção topográfica para a região continental da América do Sul (Unidade: mGal)

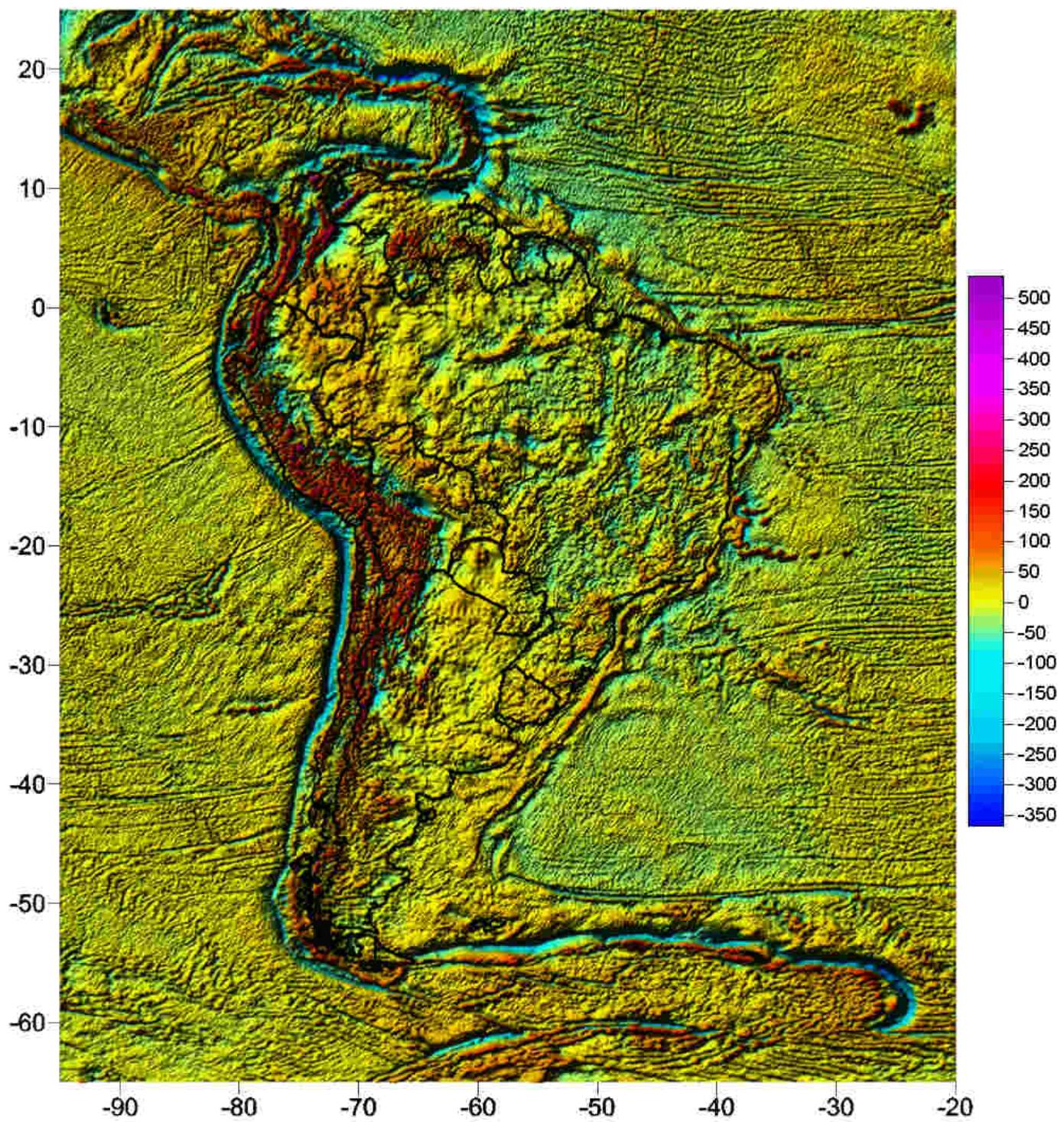


Figura 6.3 – Anomalia Helmert (Faye) na América do Sul
(Unidade: mGal)

entre os n dados a serem usados no ponto (i, j) , e \mathbf{l} é o vetor das anomalias Bouguer residuais, correspondentes aos n dados selecionados, expresso por

$$\mathbf{l} = \Delta \mathbf{g}_B - \Delta \mathbf{g}_{30} = \begin{bmatrix} \Delta g_{r_1} \\ \vdots \\ \Delta g_{r_n} \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

As covariâncias da anomalia Bouguer residual foram representadas pelo modelo Markov de segunda ordem, expresso em (3.92)

Na representação gráfica do modelo digital obtido da anomalia Bouguer (Figura 6.4) observam-se as principais feições tectônicas da América do Sul, e destaca-se a correlação negativa dessa anomalia com a topografia, sobretudo da Cordilheira dos Andes e das serras que se elevam na região continental da Placa Sul Americana, representada na Figura 6.5, que será comparada mais adiante com a correlação da anomalia isostática obtida através do modelo Airy-Heiskanen.

Anomalia Bouguer no continente e ar-livre no oceano

Na análise e interpretação de anomalias gravimétricas, envolvendo regiões continentais e oceânicas, o modelo digital misto contendo, respectivamente, a anomalia Bouguer e ar-livre geralmente ser útil. Esse modelo foi obtido pela junção das anomalias ar-livre e Bouguer, com auxílio do modelo topográfico de mesma resolução espacial, pela expressão

$$\Delta g_{BA}(i, j) = \begin{cases} \Delta g_B(i, j) & \text{se } H(i, j) \geq 0 \\ \Delta g_A(i, j) & \text{se } H(i, j) < 0 \end{cases} \quad (6.6)$$

O modelo gravimétrico digital, que resultou dessa junção, foi representado graficamente na Figura 6.6.

Anomalia isostática Hiry-Heiskanen

A remoção do efeito isostático da anomalia Bouguer, com os modelos abordados na Seção 2.5, conduz à respectiva anomalia isostática, expressa em (2.81). Teoricamente, esses modelos isostáticos devem fornecer os mesmos resultados, desde que os parâmetros envolvidos sejam representativos da realidade física. Contudo, na prática, há

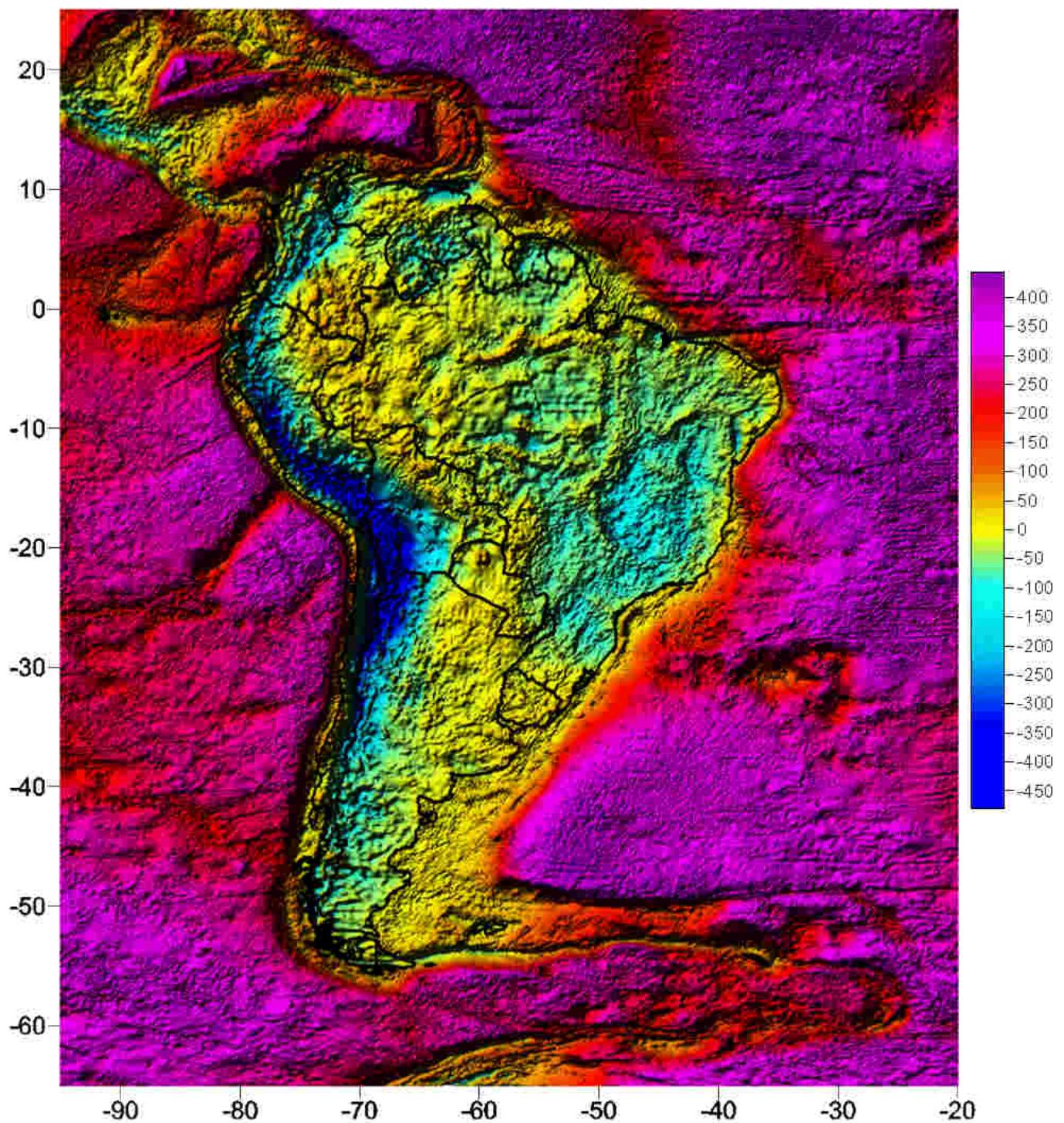
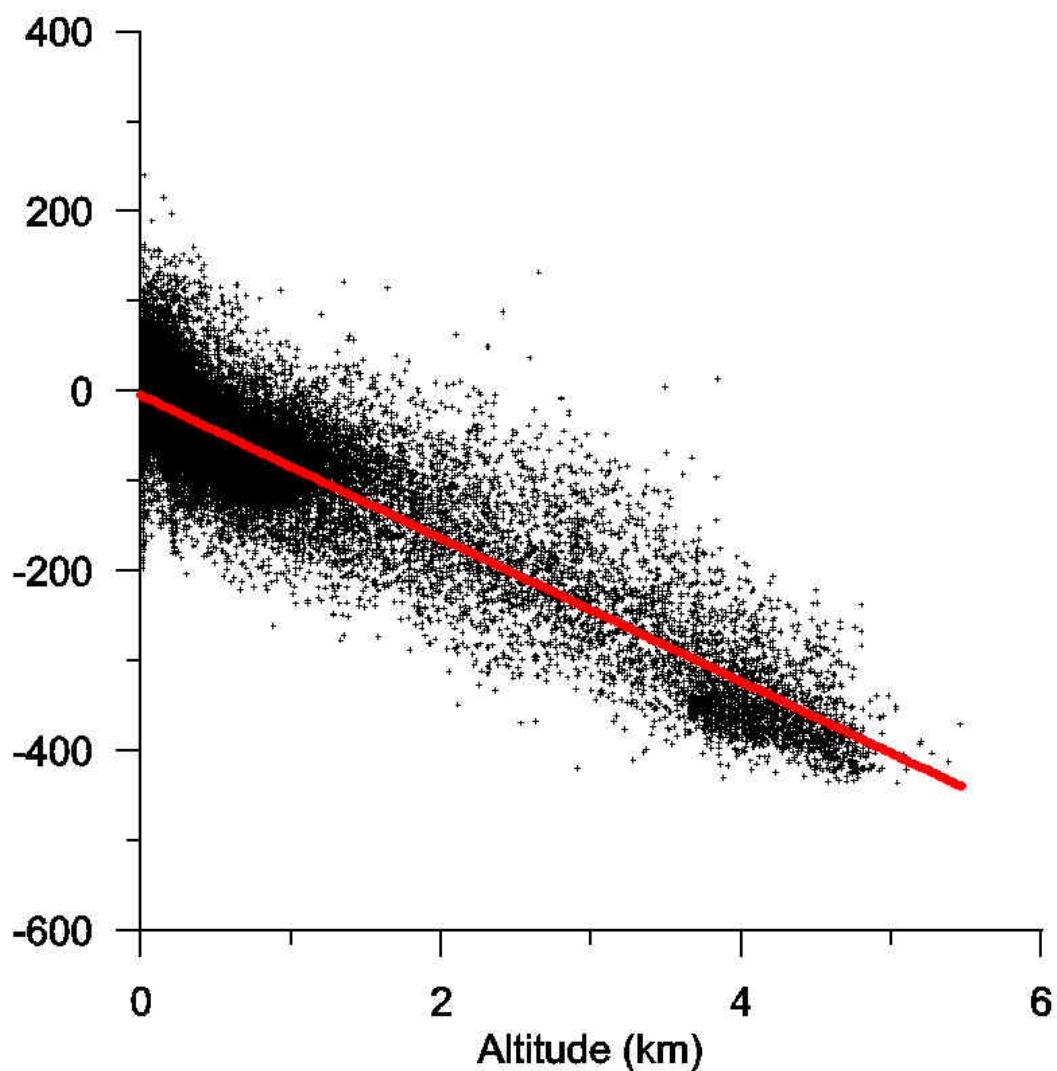


Figura 6.4 – Anomalia Bouguer na América do Sul
(Unidade: mGal)



Número de dados	59.204
Equação da reta	-3.959318195 -79.61869294X
Coeficiente de correlação	0.798151

Figura 6.5 – Correlação da anomalia Bouguer com a gopografia

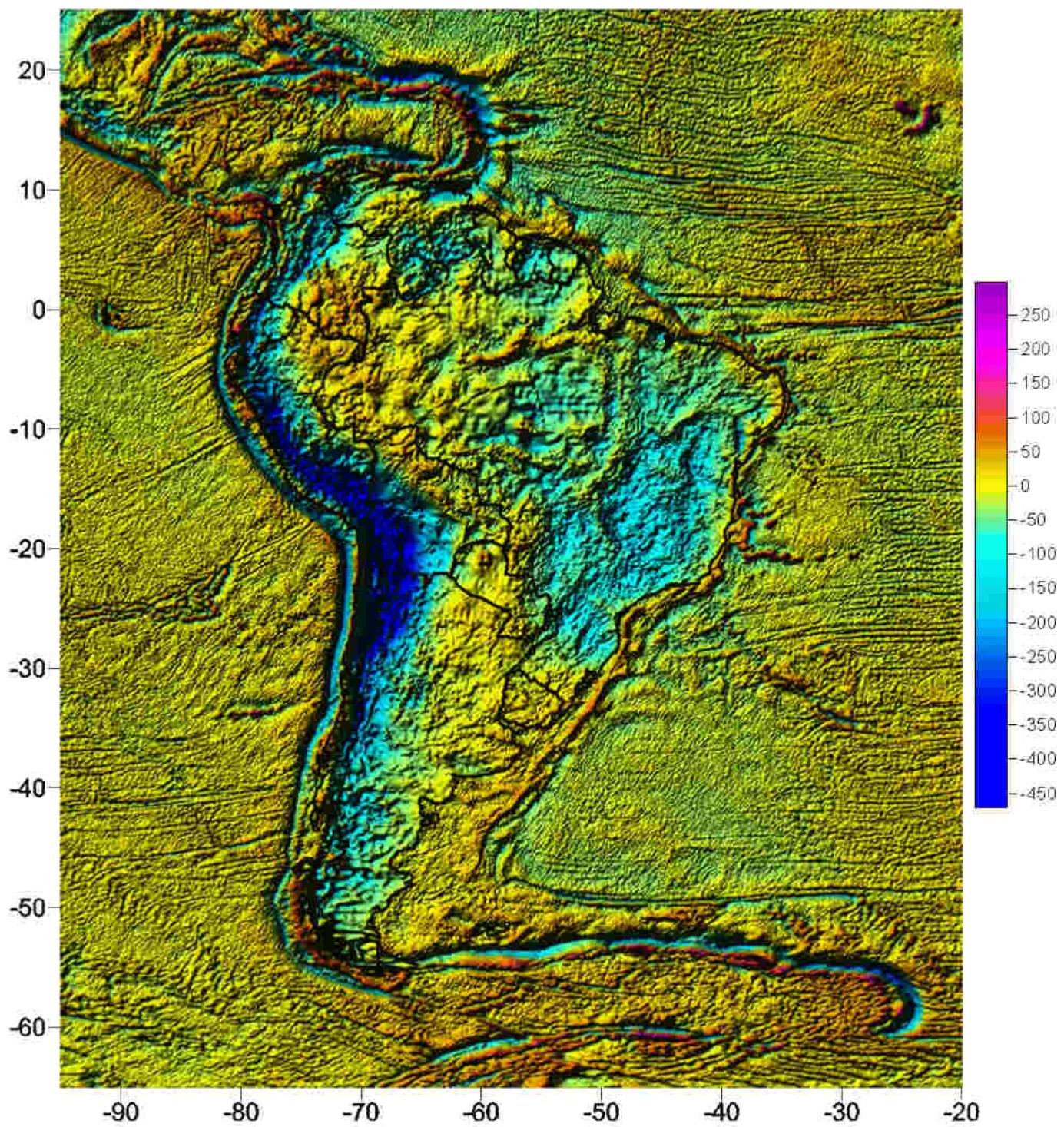


Figura 6.6 – Anomalia Bouguer (continente) e ar-livre (oceano)
(Unidade: mGal)

aspectos como a analogia da estrutura (forma) crustal verdadeira com a do modelo, e a capacidade dos parâmetros reproduzirem a realidade física, que podem sugerir o modelo mais adequado para a região. Em termos estruturais, o modelo Airy-Heiskanen, por exemplo, pode ser melhor que o modelo Pratt-Hayford em regiões continentais do que nas oceânicas e vice-versa, pois a crosta continental é mais irregular do que a oceânica (Ver Tabela 4.4); a variação lateral de densidade é melhor representada pelo modelo Pratt-Hayford; e a compensação regional do modelo Vening-Meinesz, pode ser conveniente por envolver as propriedades elásticas da litosfera.

As características topográficas na região continental da Placa Sul-americana, favoráveis ao uso do modelo Airy-Heiskanen; a concordância de espessuras crustais fornecidos por esse modelo com as obtidas pelos métodos sísmicos (refração e tomografia); a integração relativamente simples dos dados topográficos com os sísmicos; e as aplicações desse modelo isostático em estudos geodésicos, geofísicos e tectônicos, determinaram a sua escolha para o cálculo do efeito isostático nessa região.

O cálculo do efeito isostático usando o modelo Airy-Heiskanen, requer inicialmente a determinação de parâmetros (Tabela 6.1), a partir de espessuras crustais, que será descrita na Seção 6.3.

Tabela 6.1 – Parâmetros adotados e a determinar do modelo isostático Airy-Heiskanen

DENOMINAÇÃO	SÍMBOLO	VALOR	ERRO	OBS
Densidade da água oceânica ($g\ cm^{-3}$)	ρ_w	1,03		Adotado
Densidade da topografia ($g\ cm^{-3}$)	ρ_t	2,67		Adotado
Densidade da crosta ($g\ cm^{-3}$)	ρ_c	2,80		Adotado
Contraste de densidade ($g\ cm^{-3}$)	$\Delta\rho$?	?	A determinar
Espessura da crosta normal (km)	t_0	?	?	A determinar

Com os parâmetros da Tabela 6.1, e o modelo topográfico descrito na Seção 5.3, a correção isostática regional envolvida na expressão (2.73), pode ser calculada de forma relativamente simples. No modelo Airy-Heiskanen, a raiz (continente) e a anti-raiz (oceano) têm a expressão

$$t_r(x, y) = H(x, y) \begin{cases} \frac{\rho_t}{\Delta\rho} & \text{no continente} \\ \frac{\rho_c - \rho_w}{\Delta\rho} & \text{no oceano} \end{cases} \quad (6.7)$$

Usando a raíz expressa em (6.7), a espessura crustal normal, e o contraste de densidade da crosta em relação à do manto (Tabela 6.1), no algoritmo desenvolvido por Parker (1972), resulta

$$C(x, y) = F^{-1}\{w(kx, ky)\} \quad (6.8)$$

com

$$w(kx, ky) = -2\pi G \Delta\rho \exp(-|k|t_0) \sum_{n=1}^N \frac{k^{n-1}}{n!} F\{t_r^n(x, y)\} \quad (6.9)$$

onde k é o número de ondas, e N é a ordem máxima da série. Assim, foi obtido o modelo digital do efeito isostático, representado graficamente na Figura 6.7.

A determinação da anomalia isostática por meio de (2.81), consiste basicamente em remover da anomalia Bouguer o efeito isostático regional, calculado por (6.8). Então, o modelo digital da anomalia isostática tem a forma

$$\Delta g_I(i, j) = \Delta g_B(i, j) + C_I(i, j) \quad (6.10)$$

onde

$$C_I(i, j) = -C(y_i, x_j) \quad (6.11)$$

Na representação gráfica desse modelo digital (Figura 6.8), observa-se que a anomalia isostática oscila em torno de zero, com amplitude média inferior a 50 mGal. O histograma da anomalia isostática, sobreposto ao da anomalia Bouguer, assim como as respectivas estatísticas (Figura 6.9), mostram essas características através da média e do desvio padrão dessa anomalia. As correlações das anomalias Bouguer e isostática com a topografia foram representadas gráfica e numericamente (Figura 6.10). Apesar da correlação da anomalia isostática com a topografia não ter sido totalmente removida (Figura 6.10b), ela foi reduzida ao nível da que se observa em regiões com a extensão e topografia e similares à Sul-americana, como por exemplo nos Estados Unidos (Simpson *et al.*, 1985).

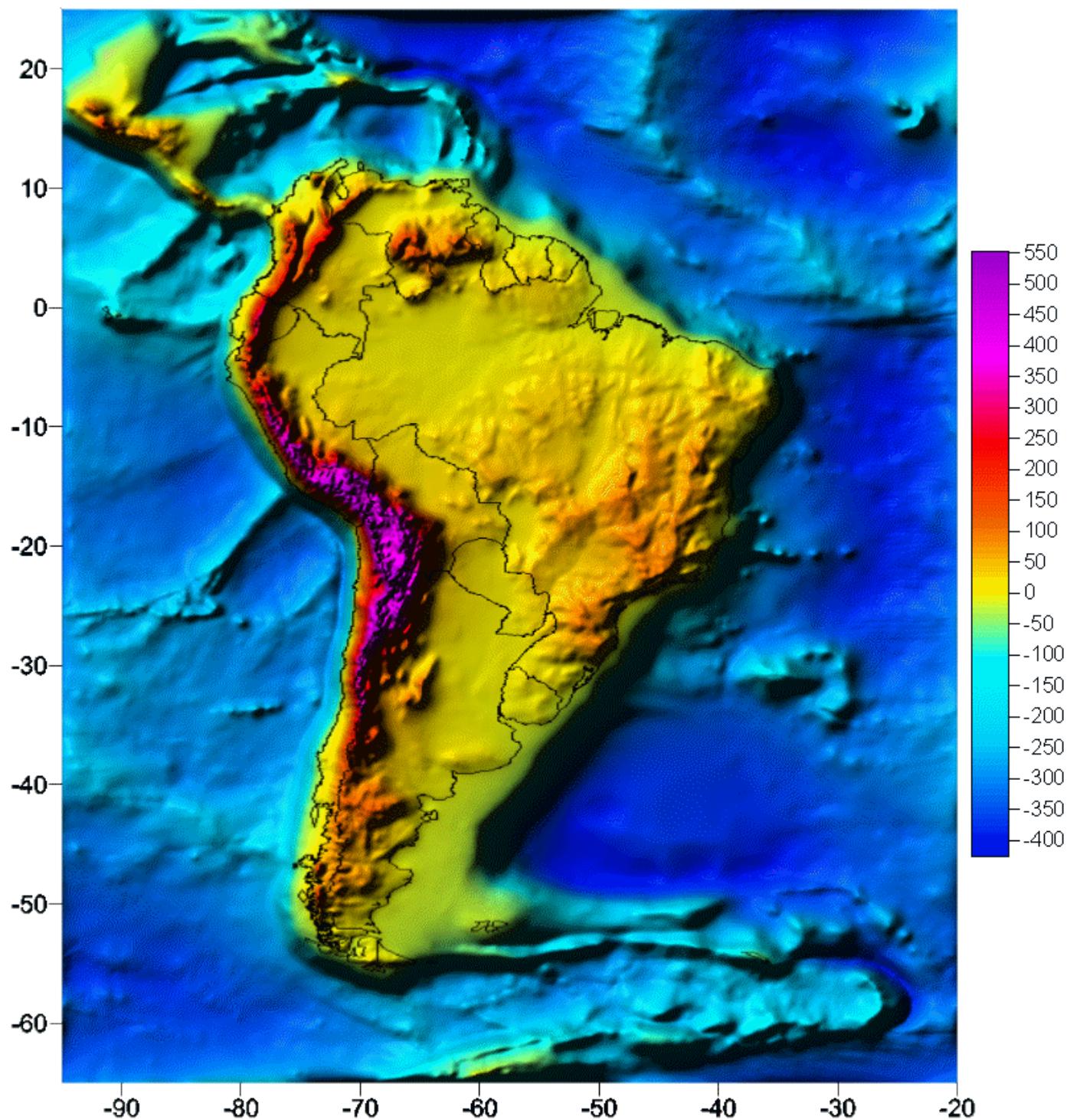


Figura 6.7 – Correção isostática (Airy-Heiskanen) na América do Sul
(Unidade: mGal)

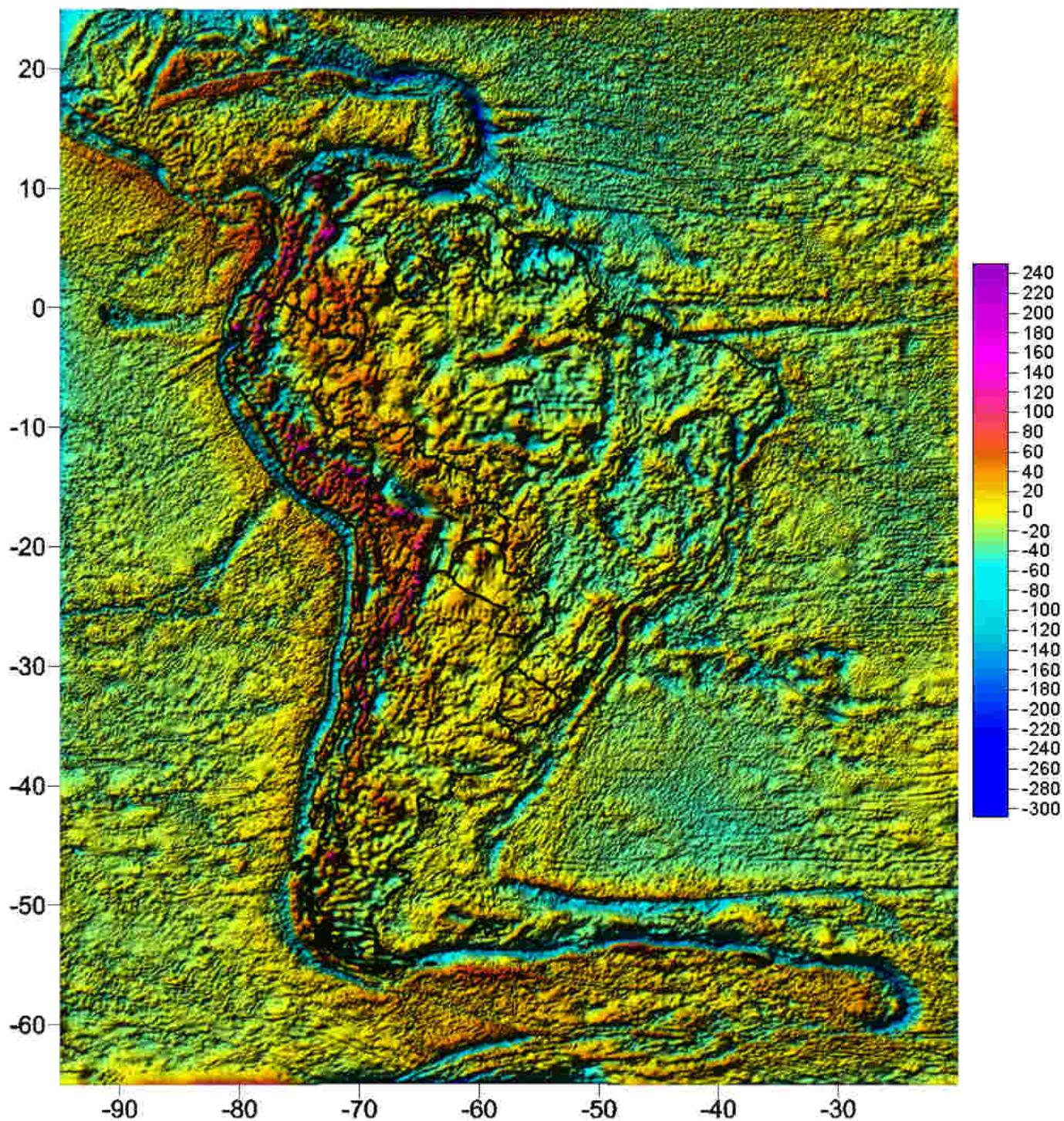
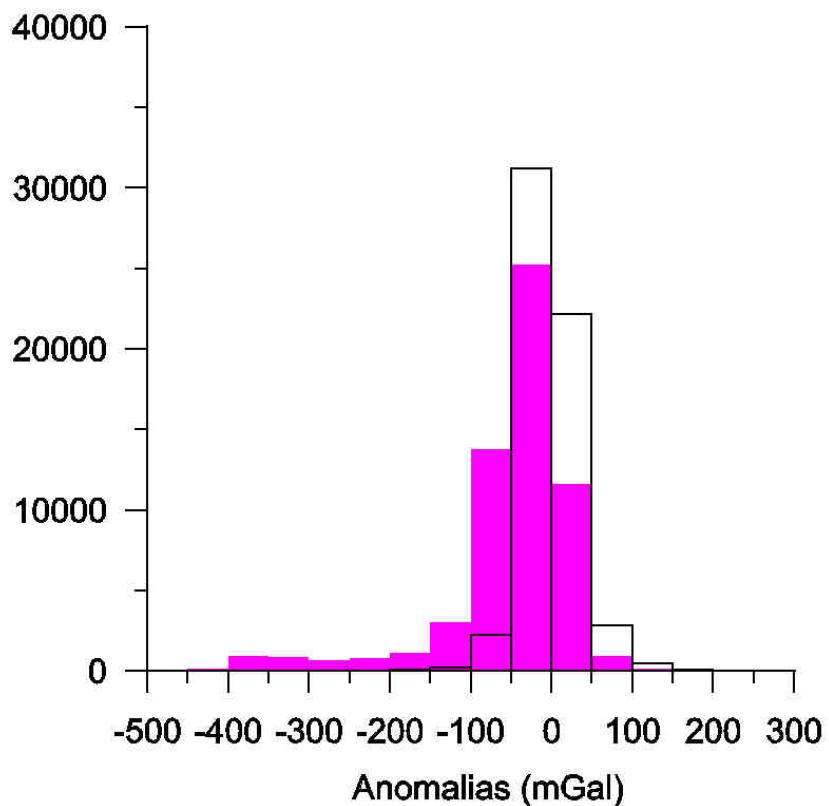


Figura 6.8 – Anomalia isostática (Airy-Heiskanen) na América do Sul
(Unidade: mGal)



Estatísticas das anomalias

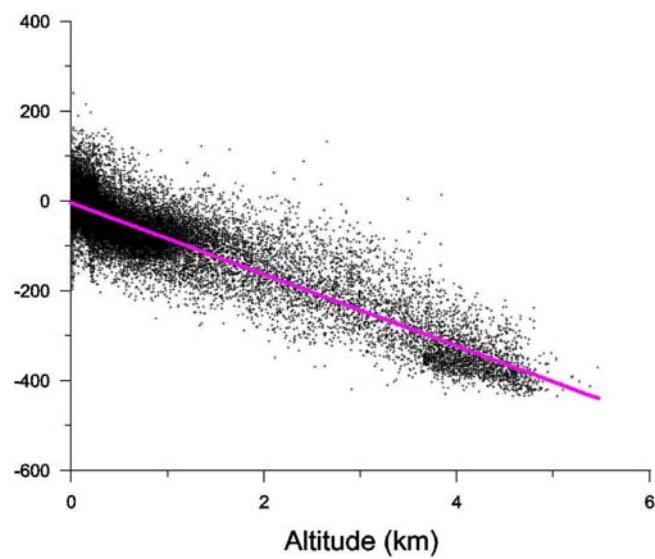
Anomalia Bouguer ■

Número de valores	59.204
Média	-49,44
Desvio padrão	79,06
Anomalia mínima	-434,70
Anomalia máxima	240,70
Coeficiente de assimetria	-2,27
Coeficiente de curtose	11,21

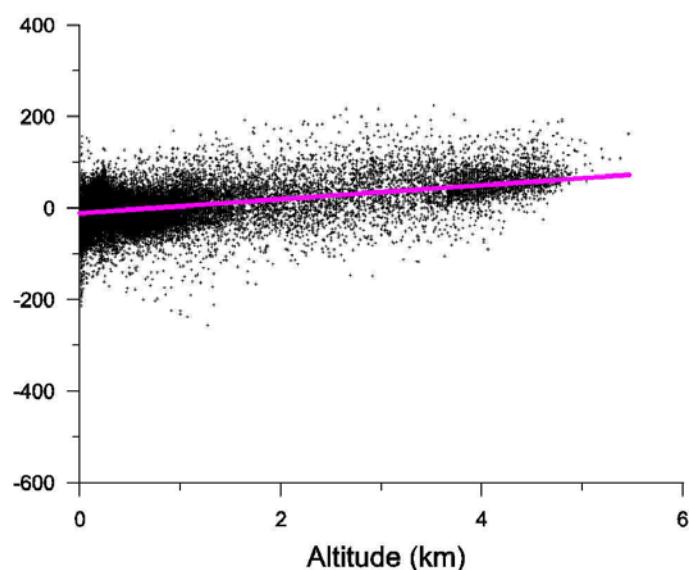
Anomalia isostática □

Número de valores	59.204
Média	-2,09
Desvio padrão	32,74
Anomalia mínima	-256,02
Anomalia máxima	224,61
Coeficiente de assimetria	0,52
Coeficiente de curtose	11,82

Figura 6.9 – Estatísticas das anomalias gravimétricas Bouguer e isostática (Airy-Heiskanen) (Unidade: mGal)



a) Coeficiente de correlação da anomalia Bouguer



b) Coeficiente de correlação da anomalia isostática

Figura 6.10 – Coeficientes de correlação das anomalias Bouguer e isostática com a topografia

6.2 – MODELO GEOIDAL GRAVIMÉTRICO

A determinação do modelo digital do geóide gravimétrico a partir dos dados descritos no Capítulo 5, usando a metodologia apresentada na Seção 3.1, pode ser sintetizada na expressão

$$N_g(i, j) = \hat{\zeta}(i, j) + \zeta_i(i, j) + \Delta N_{\zeta N}(i, j) \quad (6.12)$$

O primeiro termo de (6.12) é a componente gravimétrica da anomalia de altitude determinada por

$$\hat{\zeta}(i, j) = \zeta_{30}(i, j) + \mathbf{C}_{st} \mathbf{C}_{tt}^{-1} \mathbf{l} \quad (6.13)$$

onde $\zeta_{30}(i, j)$ é fornecida pelo EGM96 (componente determinística), \mathbf{C}_{st} é o vetor formado pelas covariâncias entre o elemento (i, j) e os n dados selecionados (Figura 3.2), \mathbf{C}_{tt}^{-1} é a inversa da matriz formada pelas covariâncias entre os n dados a serem usados no ponto (i, j) , e \mathbf{l} é o vetor das anomalias Helmert residuais, dos n dados selecionados, expresso por

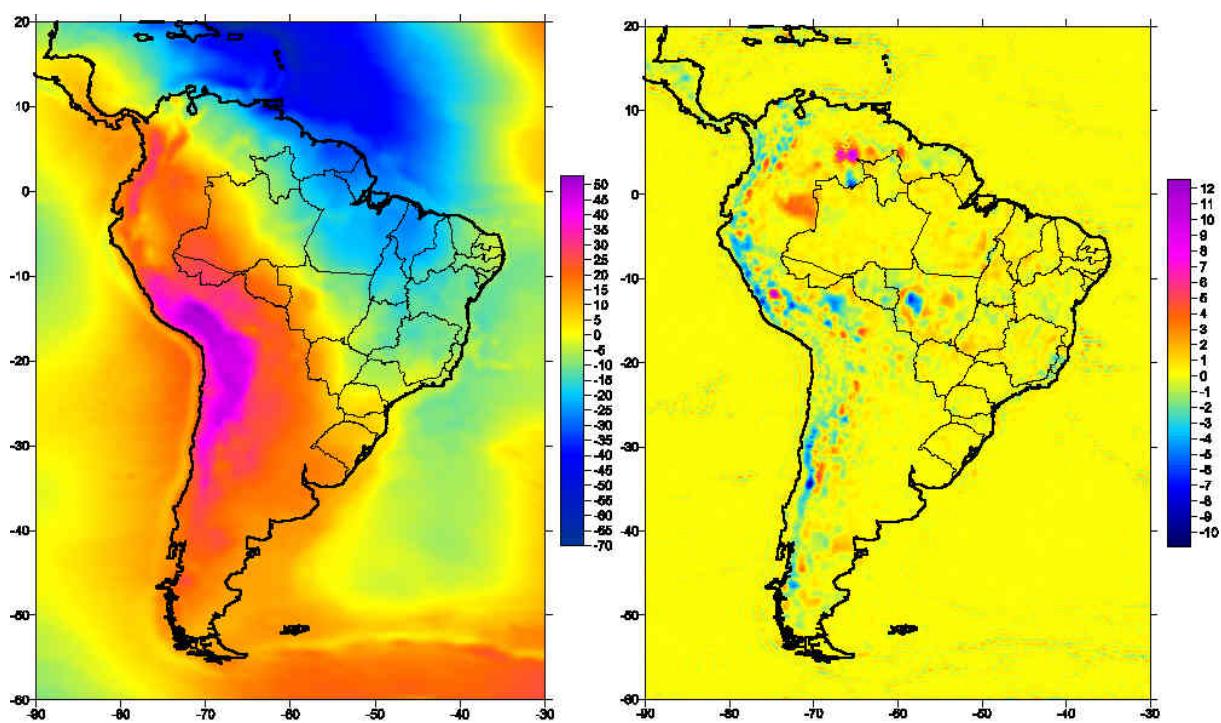
$$\mathbf{l} = \Delta \mathbf{g}_H - \Delta \mathbf{g}_{30} = \begin{bmatrix} \Delta g_{Hr_1} \\ \vdots \\ \Delta g_{Hr_n} \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

O segundo termo de (6.11), $\zeta_i(i, j)$, é o efeito indireto, calculado a partir do modelo topográfico descrito na Seção 5.3, usando as fórmulas apresentadas na Seção 2.5. Finalmente, o terceiro termo de (6.12), $\Delta N_{\zeta N}(i, j)$, transforma o quase-geóide no geóide. A partir dos modelos digitais das 4 componentes envolvidas (Figura 6.11), foi determinado o geóide gravimétrico (Figura 6.12). O modelo digital do erro, correspondente ao segundo termo de (6.13), foi estimado por

$$\sigma_{\hat{\zeta}}^2(i, j) = \mathbf{C}_{ss} - \mathbf{C}_{st} \mathbf{C}_{tt}^{-1} \mathbf{C}_{ts} \quad (6.15)$$

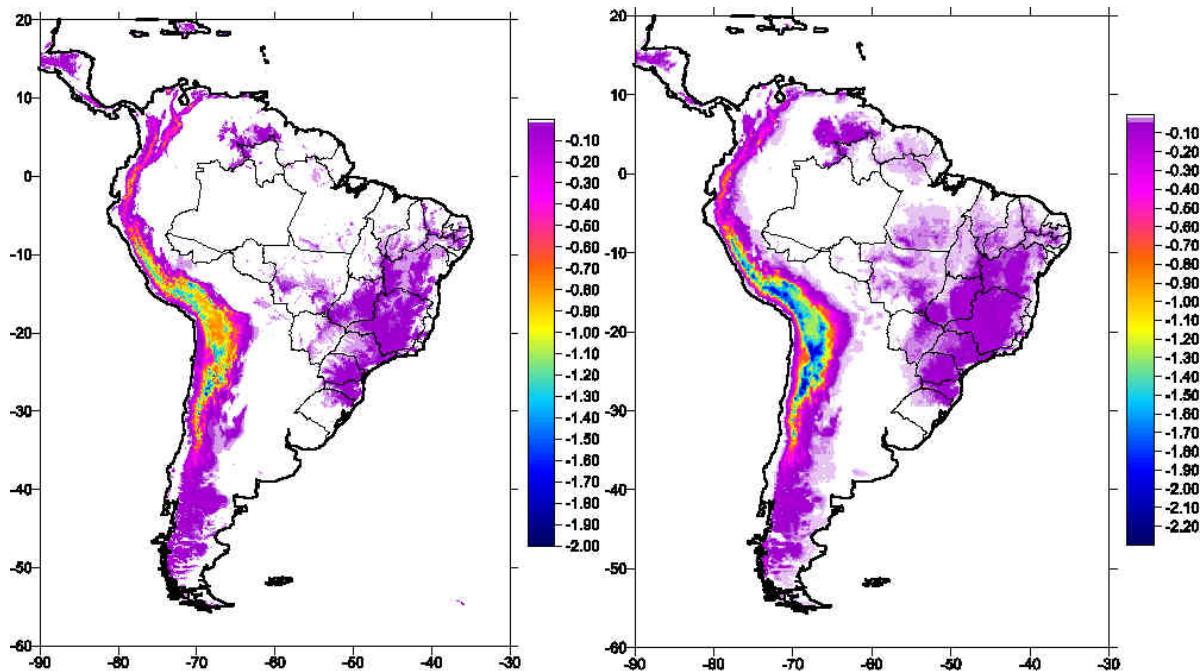
A sua representação gráfica (Figura 6.13), mostra feições quadradas provavelmente associadas à resolução máxima do modelo geopotencial de baixo grau ($n = 360$).

O geóide gravimétrico assim obtido (N_g), foi comparado com as alturas geoidais resultantes da combinação do posicionamento por GPS com o nívelamento geométrico (N_{GPS}), descritas na Seção 5.4.



a) Componente do EGM96 ($n = 360$)

b) Componente gravimétrica



c) Componente do efeito indireto

d) Componente para transformar o quase-geoíde em geoíde

Figura 6.11 – Componentes do geóide gravimétrico na América do Sul
(Unidade: m)

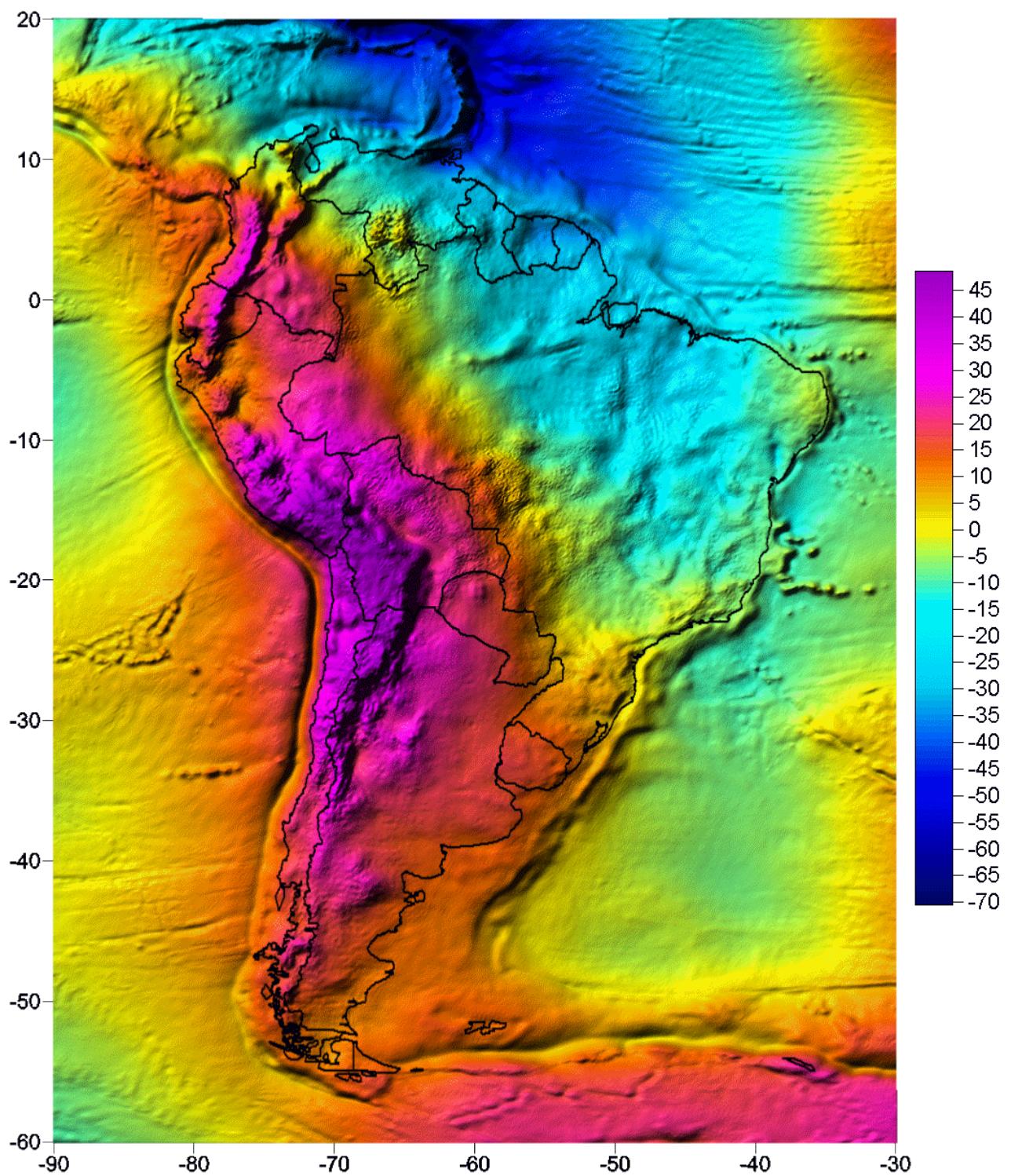


Figura 6.12 – Modelo geoidal gravimétrico na América do Sul
(Unidade: m)

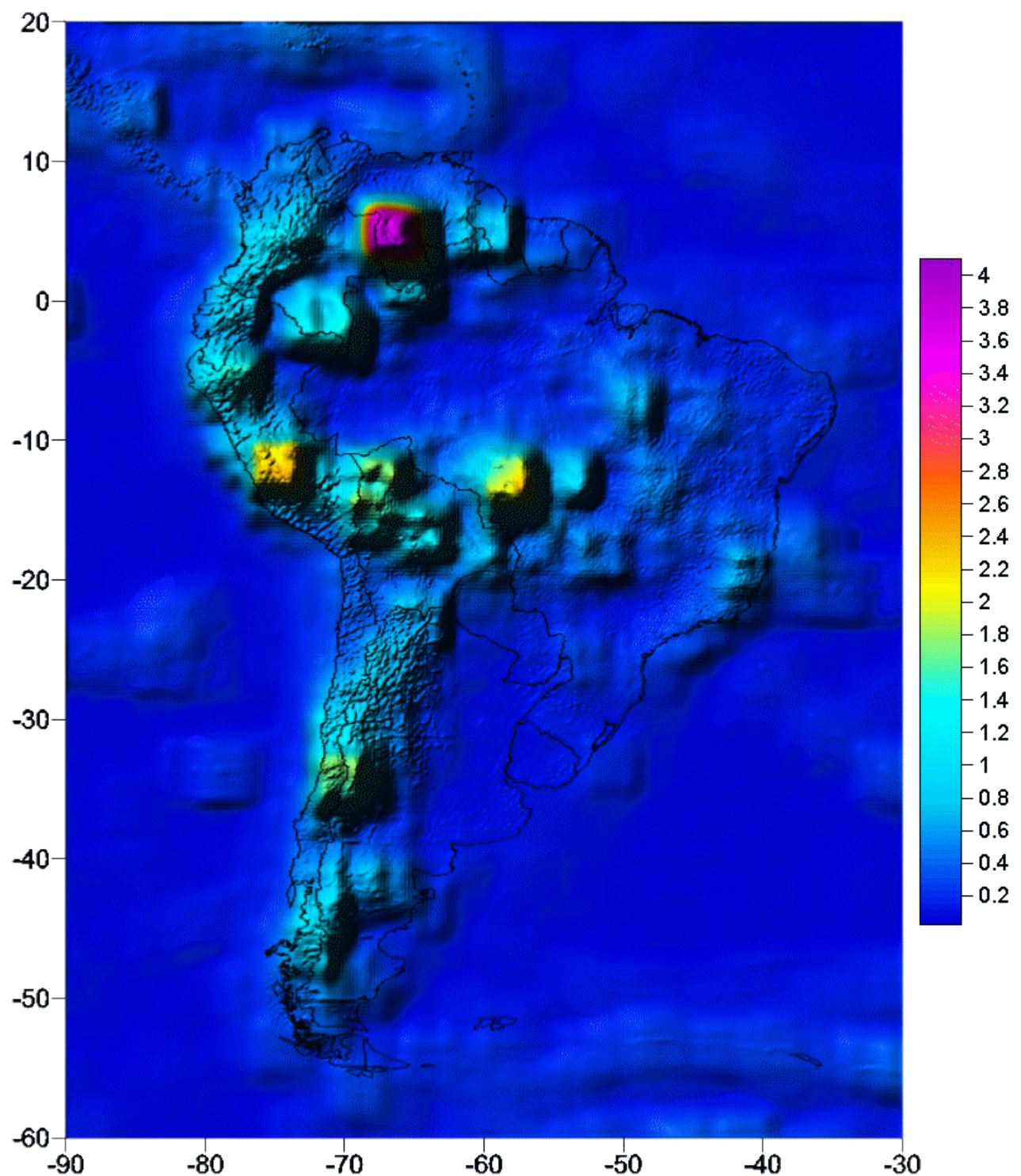
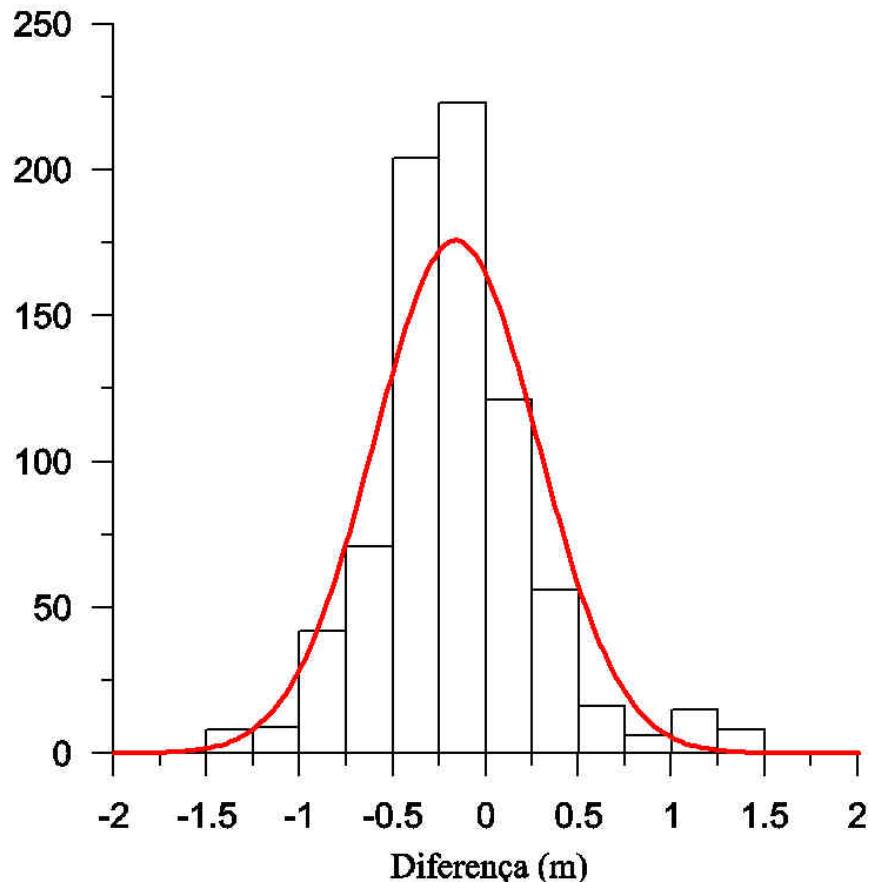


Figura 6.13 – Erro padrão do modelo geoidal gravimétrico na América do Sul
(Unidade: m)

O histograma e os parâmetros estatísticos das diferenças ($\Delta N = N_{GPS} - N_g$), apresentados na Figura 6.14, mostram o aprimoramento desse modelo geoidal, em relação aos modelos geoidais anteriores determinados para a América do Sul (Barzaghi *et al.*, 2003).



Estatísticas

Número de diferenças	778
Média	-0.15
Desvio padrão	0.44
Diferença mínima	-1.50
Diferença máxima	1.50
Coeficiente de assimetria	0.62
Coeficiente de curtose	1.96

Figura 6.14 – Diferença N(GPS)-N(g) e estatísticas
(Unidade: m)

Tabela 6.2 – Comparação com modelos geoidais anteriores
Adaptada de Barzaghi *et al.* (2002)

ELEMENTO	$N_{GPS} - \zeta_{IGeS}$	$N_{GPS} - N_{EGM96}$	$N_{GPS} - \zeta_{EPUSP}$	$N_{GPS} - N_{IAG}$
Número de diferenças	418	418	418	778
Média	-0,44	-0,28	-0,30	-0,15
Resíduo quadrático médio	0,86	0,94	1,22	0,48
Diferença mínima	-3,90	-3,67	-3,50	-1,50
Diferença máxima	2,94	3,89	3,74	1,50

6.3 - MODELO CRUSTAL (AIRY-HEISKANEN)

A modelagem da estrutura crustal na América do Sul envolveu a determinação de parâmetros do modelo isostático Airy-Heiskanen, e a obtenção do modelo crustal na forma digital, usando esses parâmetros com o modelo topográfico da região.

Determinação de parâmetros

Os parâmetros do modelo isostático Airy-Heiskanen foram determinados a partir das espessuras crustais obtidas por refração e tomografia sísmicas, coletadas nas últimas décadas na região central da Cordilheira dos Andes e no sudeste/centro-oeste do Brasil (Seção 5.5), usando o modelo paramétrico (Seção 3.1), expresso em (3.33),

$$\mathbf{l} = \mathbf{AX} + \mathbf{n}$$

com os vetores soluções expressos por (3.34) e (3.35), respectivamente

$$\hat{\mathbf{X}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{l}$$

$$\sigma_{\hat{\mathbf{X}}}^2 = (\mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{A})^{-1}$$

A equação de observação para determinação dos parâmetros do modelo isostático Airy-Heiskanen, a partir de espessuras crustais, tem a forma (3.36)

$$t_i = t_0 + H_i + \frac{\rho_c}{\Delta\rho} H_i$$

As derivadas parciais dessa equação, em relação às incógnitas, proporcionam os elementos da matriz dos coeficientes

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial t_I}{\partial t_0} & \frac{\partial t_I}{\partial \Delta\rho} \\ \vdots & \\ \frac{\partial t_n}{\partial t_0} & \frac{\partial t_n}{\partial \Delta\rho} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{H_I \rho_c}{(\Delta\rho)^2} \\ \vdots & \\ 1 & -\frac{H_n \rho_c}{(\Delta\rho)^2} \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

os vetores dos parâmetros e dos erros observacionais, são

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} t_0 \\ \Delta\rho \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} \sigma_{t_I} \\ \vdots \\ \sigma_{t_n} \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

com a matriz covariância reduzindo-se à matriz peso

$$\mathbf{C}_{tt}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_{t_I}^2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \\ 0 & & \frac{1}{\sigma_{t_n}^2} \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

e

$$\mathbf{l} = \begin{bmatrix} t_I \\ \vdots \\ t_n \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

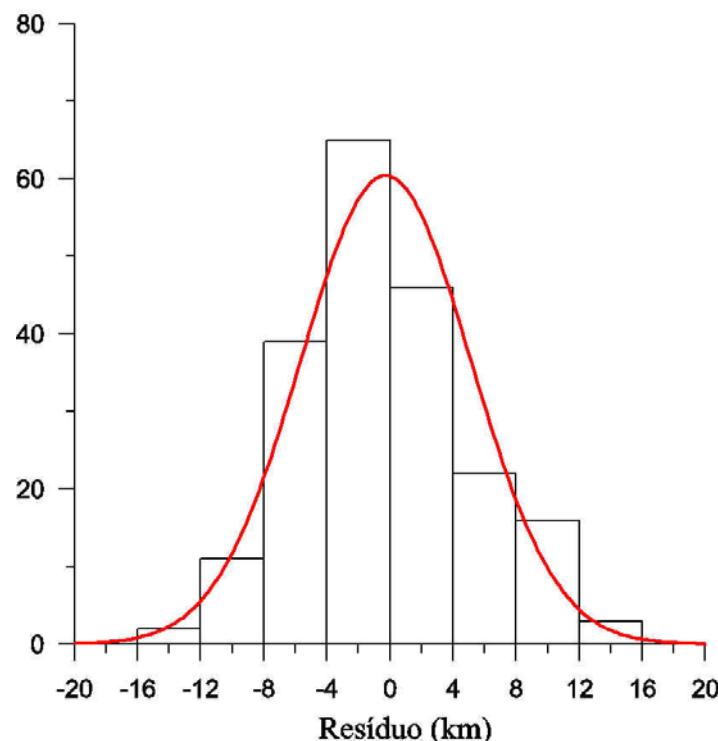
Os parâmetros determinados nesse ajustamento (Tabela 6.3), conduziram ao conjunto de resíduos, representados graficamente em histograma, com os parâmetros estatísticos básicos (Figura 6.15).

Obtenção do modelo crustal na forma digital

A determinação de espessuras crustais usando o modelo isostático Airy-Heiskanen, com os parâmetros resultantes do ajustamento (Tabela 6.3), e o modelo topográfico adotado, consiste em usar a expressão

Tabela 6.3 – Parâmetros adotados e calculados para o modelo isostático (Airy-Heiskanen)

DENOMINAÇÃO	SÍMBOLO	VALOR	ERRO	OBS
Densidade da água oceânica ($g\ cm^{-3}$)	ρ_w	1,03		Adotado
Densidade da topografia ($g\ cm^{-3}$)	ρ_t	2,67		Adotado
Densidade da crosta ($g\ cm^{-3}$)	ρ_c	2,80		Adotado
Contraste de densidade ($g\ cm^{-3}$)	$\Delta\rho$	0,41	$\pm 0,01$	Calculado
Espessura da crosta normal (km)	t_0	36,46	$\pm 0,46$	Calculado



Estatísticas

Número de resíduos	200
Média	-0.26
Desvio padrão	5.39
Resíduo mínimo	-12.65
Resíduo máximo	12.42
Coeficiente de assimetria	0.34
Coeficiente de curtose	-0.15

Figura 6.15 – Resíduos e estatísticas das espessuras crustais Ajustadas (Unidade: km)

$$t(i, j) = t_0 + H(i, j) + H(i, j) \begin{cases} \frac{\rho_t}{\Delta\rho} & \text{no continente} \\ \frac{\rho_c - \rho_w}{\Delta\rho} & \text{no oceano} \end{cases} \quad (6.21)$$

O modelo crustal na América do Sul (MCAS), com resolução formal de 10' (Figura 6.16), mostra uma espessura predominante variando entre 37 e 45 km, e outra com espessamento que ultrapassa 70 km na região andina central.

Para comparação com o modelo global (CRUST5), determinado por Mooney *et al.* (1998), foi gerado o modelo crustal de mesma resolução (MCAS5) a partir do MCAS, usando a média móvel. Comparando o MCAS5 com o CRUST5 (Figura 6.18a), foram calculadas as diferenças entre as espessuras crustais na região continental, e os parâmetros estatísticos a elas associados (Figura 6.18b). As diferenças oscilam entre ± 6 km em quase todo o continente sul-americano, com máximas de 9 km em pequenas regiões situadas ao norte e ao sul, e mínimas de -11 km ao noroeste.

O ajustamento do modelo isostático às espessuras crustais observadas, como um todo, pode ser avaliado a partir dos resíduos (Figura 19a) dos respectivos parâmetros estatísticos mostrados na Figura 6.19b. A avaliação desse modelo em perfis também é útil, e foi realizada com a seleção de subconjuntos adequados em termos de número e alinhamento de dados. As regiões escolhidas foram os Andes Centrais, pelo espessamento crustal que apresenta, e o Sudeste do Brasil, pela discordância das espessuras crustais observadas e preditas com o modelo isostático Airy-Heiskanen. Os perfis definidos nessas regiões coincidem com os paralelos 19,5°S e 21,5°S, como ilustra a Figura 5.10. Os dados envolvidos em cada perfil são: a topografia e espessura crustal fornecidas pelos respectivos modelos digitais, e as espessuras crustais observadas tais que as distâncias à linha do respectivo perfil sejam inferiores a 50 km. No perfil 19,5°S (Figura 6.20a), com maior número de dados na região central da cordilheira andina, o modelo ajusta-se bem às espessuras crustais observadas de todo o perfil, mas fornece crosta mais espessa na região do Cráton São Francisco. No perfil 21,5°S (Figura 6.20b), com maior número de dados no sudeste do Brasil, o modelo também apresenta bom ajuste na cordilheira, fornece crosta mais fina na Bacia do Paraná, e mais espessa no Cráton São Francisco, confirmando resultados anteriores (Assumpção *et al.*, 2002), que compararam espessura crustal fornecida pelos métodos sísmicos com a do modelo isostático Airy-Heiskanen.

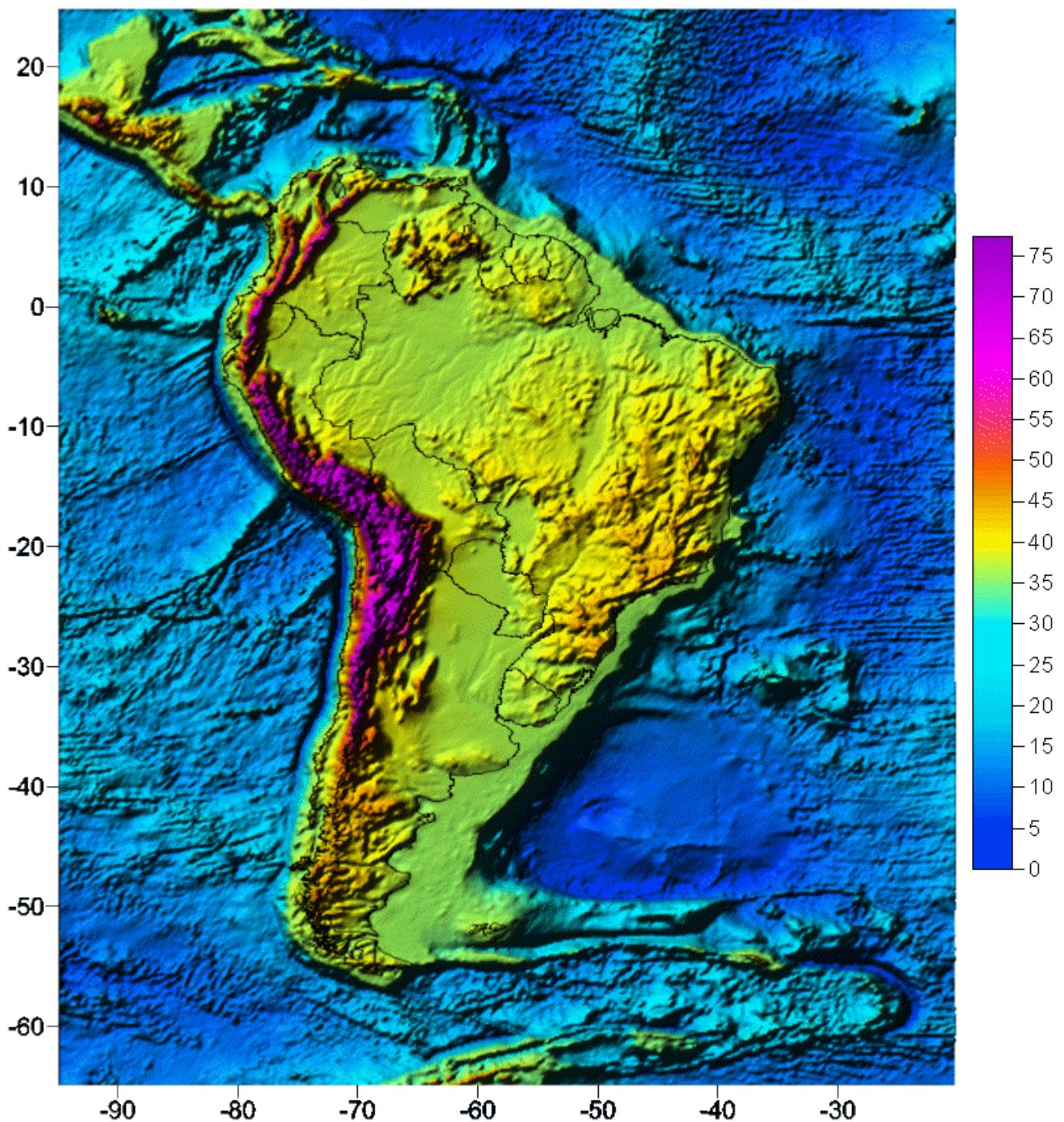


Figura 6.16 – Espessura crustal na América do Sul (Airy-Heiskanen)
(Unidade: km)

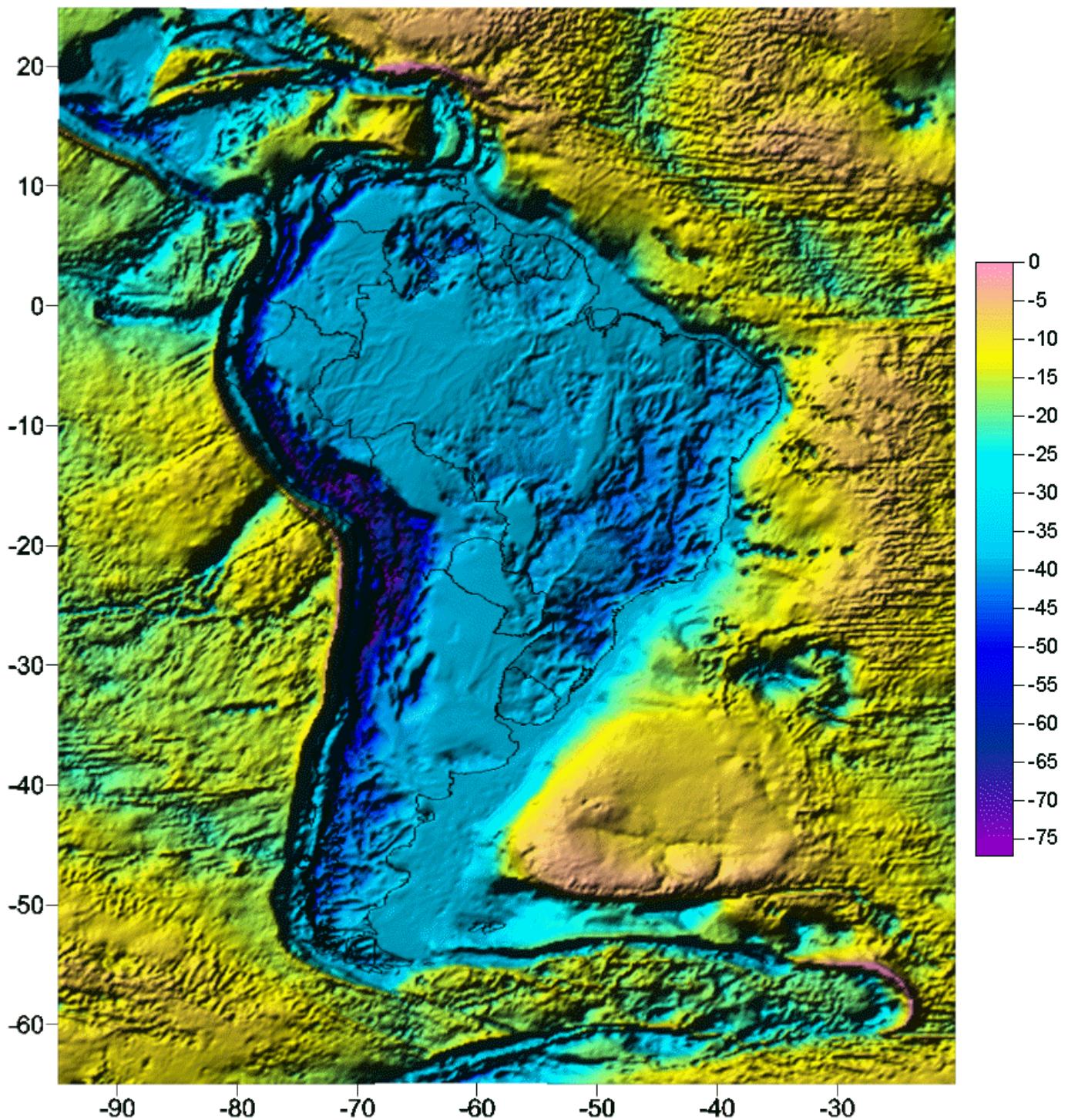
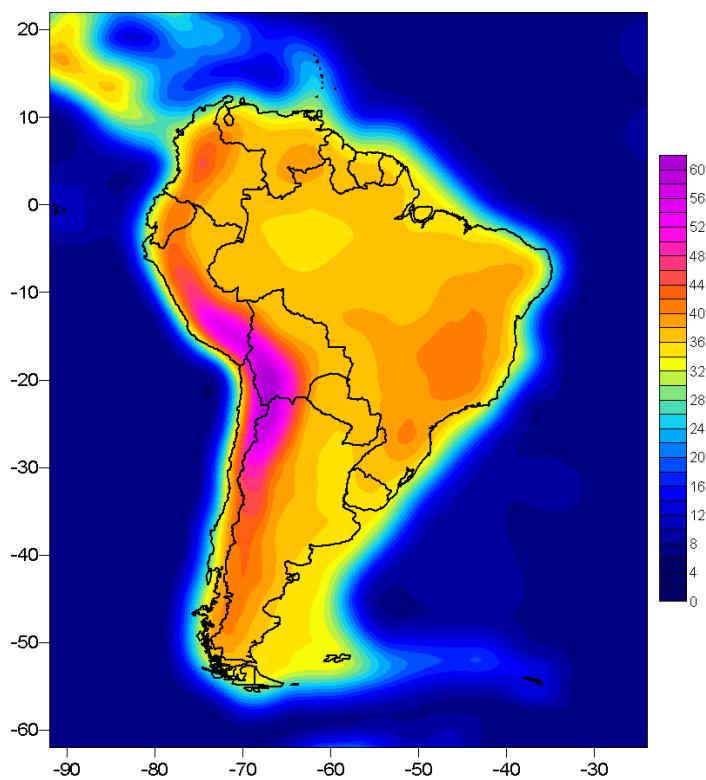
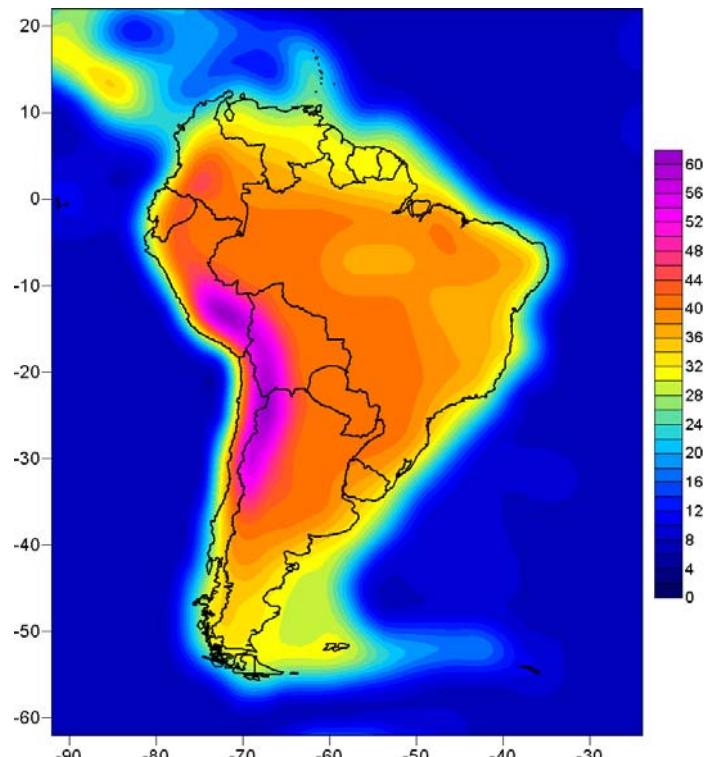


Figura 6.17 – Topografia do manto na América do Sul em relação à superfície física da Terra (Unidade: km)

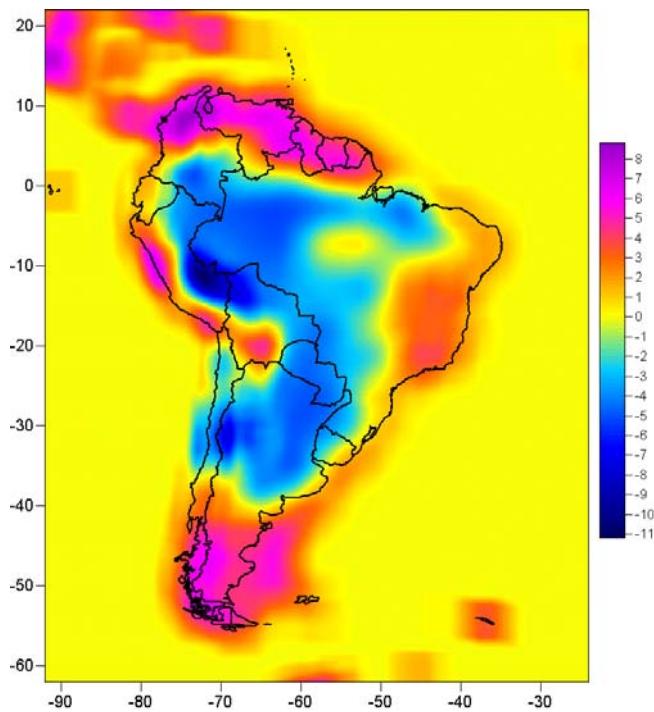


a) Modelo MCAS5 (Este trabalho)

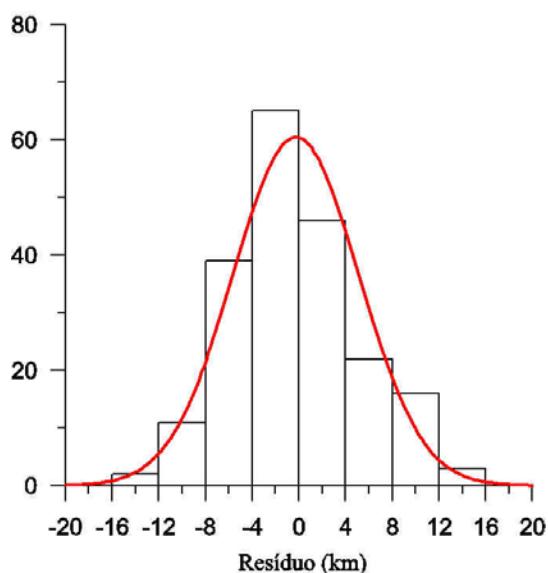


b) Modelo CRUST5 (Mooney *et al.*, 1998)

Figura 6.18 – Espessuras crustais na América do Sul representadas com os modelos MCAS5 e CRUST5 (Unidade: km)



a) Representação da diferença

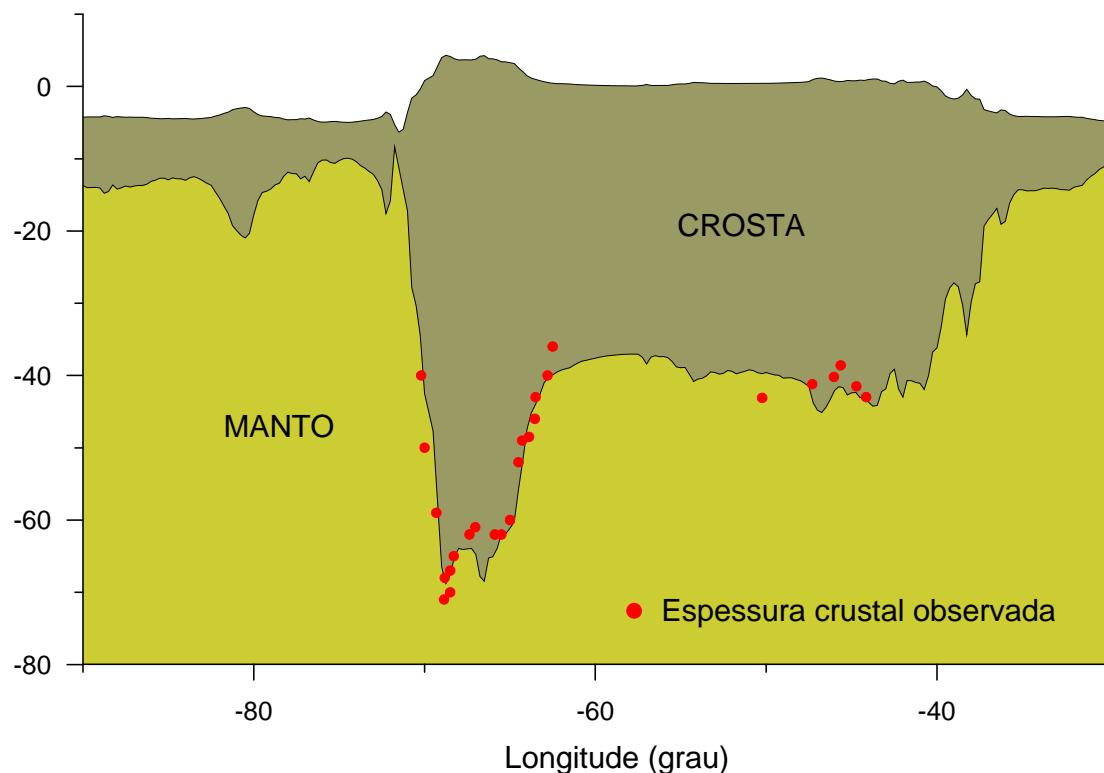


Estatísticas

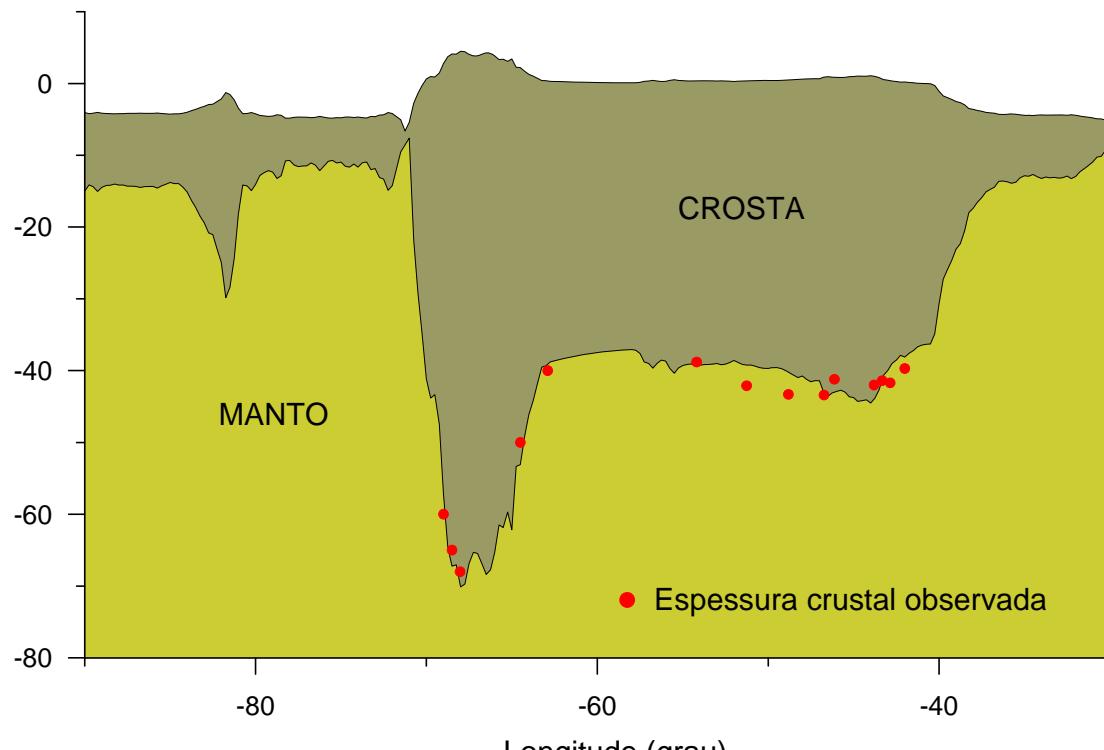
Número de resíduos	200
Média	-0.26
Desvio padrão	5.39
Resíduo mínimo	-12.65
Resíduo máximo	12.42
Coeficiente de assimetria	0.34
Coeficiente de curtose	-0.15

b) Estatísticas da diferença

Figura 6.19 – Diferença entre as espessuras crustais dos modelos MCAS5 e CRUST5 (Unidade: km)



a) Modelo crustal no paralelo $19,5^{\circ}$ S



b) Modelo crustal no paralelo $21,5^{\circ}$ S

Figura 6.20 – Modelo crustal isostático (Airy-Heiskanen) nos paralelos $19,5^{\circ}$ S e $21,5^{\circ}$ S (Unidade: km)

CAPÍTULO 7 – SÍNTESE E CONCLUSÕES

A integração dos dados disponíveis do campo de gravidade, da topografia e do interior da Terra, possibilitou a representação das anomalias gravimétricas usuais (ar-livre, Helmert, Bouguer e isostática), do geóide e da espessura crustal num grande segmento da Placa Sul-americana e das placas adjacentes.

O modelo matemático da CMQ na forma geral, foi usado para a determinação de parâmetros do modelo isostático Airy-Heiskanen e para representação do campo de gravidade em termos de anomalias gravimétricas e alturas geoidais. Os parâmetros do modelo isostático, ajustados às espessuras crustais observadas, e combinados com o modelo topográfico na forma digital, forneceram a representação da espessura crustal em toda a região de estudo.

A inexistência de modelos digitais anteriores, comparáveis em termos de extensão e resolução espacial, sobretudo de anomalias gravimétricas, impossibilitou uma comparação integral para análise e avaliação dos resultados obtidos; entretanto, avaliações comparativas foram realizadas. Na comparação visual dos modelos gravimétricos ar-livre (Figuras 6.1) e Bouguer (Figura 6.4), com os obtidos por Sá *et al.* (1993), e do modelo isostático (Figura 6.8), com o determinado por Ussami *et al.* (1993), identificam-se melhorias na região Sudeste do Brasil (borda sul do Cráton São Francisco), no Sudeste/Nordeste (melhor definição de feições gravimétricas), e no Centro-Oeste (Bacia dos Parecis). Esses aprimoramentos resultaram dos novos levantamentos gravimétricos realizados nessas regiões.

O modelo geoidal gravimétrico (Figura 6.12) foi avaliado em relação às alturas geoidais determinadas por GPS e nivelamento geométrico (Figura 6.14), que atualmente é a estratégia mais utilizada na avaliação de modelos geoidais. O erro estimado das alturas geoidais (Figura 6.13) apresenta variações de forma quadrangular que devem estar associadas à resolução do modelo EGM96. A falta de dados gravimétricos nessas regiões, provavelmente limitou a resolução efetiva do modelo EGM96 ($n = 360$), à do modelo de baixo grau ($n = 36$), cujos coeficientes foram determinados a partir dos dados que resultaram do rastreio de satélites (Lemoine *et al.*, 1998). Uma avaliação da resolução efetiva do EGM96 nessa região, com base nos dados gravimétricos e topográficos atualmente disponíveis, é necessária para se investigar esse comportamento do erro estimado das alturas geoidais. As estatísticas dos resíduos desse modelo geoidal em relação

às alturas geoidais determinadas por GPS e nivelamento geométrico (N_{GPS}), mostrados na Figura 6.14, foram comparadas com as dos modelos geoidais mais recentes dessa região (Tabela 6.2). Apesar das alturas geoidais (N_{GPS}), adotadas como referência na avaliação, não constituírem uma distribuição geográfica ideal, as estatísticas das diferenças ($N_{GPS} - N_g$) mostram que o geóide gravimétrico determinado pela CMQ (Figura 6.12) possui a menor componente sistemática e a menor dispersão dos modelos geoidais avaliados (Tabela 6.2).

O modelo crustal determinado para a região (Figura 6.16), foi avaliado a partir dos resultados obtidos com o ajustamento do modelo isostático Airy-Heiskanen em relação às espessuras crustais observadas ($t_r = t_o - t_i$); e comparado com resultados de trabalhos anteriores para a América do Sul (Mooney *et al.*, 1998; Chapin, 1996), para o Brasil (Ussami *et al.*, 1993), e para a Bacia do Paraná e Craton São Francisco (Assumpção *et al.*, 2002).

Na avaliação do ajustamento, foram analisados 3 aspectos que poderiam indicar alguma inconsistência: a distribuição e a estatística dos resíduos (Figura 6.15); os erros estimados para os parâmetros (Tabela 6.3); e o $\sigma_{\theta(a \text{ posteriori})}^2 (\sim 1,165)$ está em torno do $\sigma_{\theta(a \text{ priori})}^2 (= 1)$. Essa análise, não revelou indícios de anormalidades na determinação dos parâmetros.

A comparação do MCAS5 com o modelo global de mesma resolução CRUST5 (Mooney *et al.*, 1998), mostra que as diferenças na região continental (Figura 6.18) estão no intervalo ± 8 km, com as de maior amplitude nos extremos da América do sul.

O modelo crustal obtido neste trabalho (MCAS), é mais espesso que o determinado por Chapin (1996), em consequência dos valores adotados para os parâmetros (t_0 e $\Delta\rho$) do modelo isostático Airy-Heiskanen.

No Brasil, o MCAS é semelhante ao anterior (Ussami *et al.*, 1993), com pequenas diferenças decorrentes principalmente pela menor espessura crustal normal (t_0) adotada no modelo anterior, e do aumento de dados gravimétricos e topográficos usados no MCAS.

Apesar da distribuição esparsa e irregular das espessuras crustais resultantes de observações sísmicas na América do Sul, foi possível aprimorar o modelo crustal com a determinação de parâmetros para o modelo isostático Airy-Heiskanen, e o uso de novo modelo topográfico obtido com a integração dos que resultaram das missões SRTM, e

GEOSAT e ERS-1. No Brasil, há regiões onde o modelo isostático adotado não representa integralmente a espessura crustal, como ocorre na Bacia do Paraná (Molina *et al.*, 1988; Ussami *et al.*, 2003), e no Cráton São Francisco, estudadas a partir de dados sísmicos e gravimétricos (Assumpção *et al.* 2002). Entretanto, para regiões extensas como o continente sul-americano, o modelo isostático Airy-Heiskanen é notável na representação da estrutura crustal, como indicam os resultados do mundo inteiro compilados por Watts (2001). Assim, os modelos digitais de anomalias gravimétricas, do geóide e da espessura crustal, obtidos neste trabalho, combinados com as informações sobre a evolução tectônica da América do Sul, divulgadas recentemente (Cordani *et al.*, 2000), poderão contribuir nos estudos que envolvem informações desse segmento litosférico como um todo.

CAPÍTULO 8 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALBERTELLA, A. & SANZÓ, F. -1994- A compendium of Physical Geodesy. In *International School for the Determination and Use of the Geoid - Lecture Notes*. Milan, pp: 1-69.
- ALLMENDINGER, R.W.; JORDAN, T.E.; KAY, S.M. & ISACKS, B.L. -1997- The evolution of the Altiplano-Puna Plateau of the Central Andes. *Ann. Rev. Earth Planet. Sci.*, **25**(1): 139-174
- ANDERSEN, O.B. & KNUDSEN, P. -1998- Global marine gravity field from ERS-1 and GEOSAT geodetic mission altimetry. *J. Geophys. Res.*, **103**(C4): 8129-8137.
- ARANA, J.M. -2002 - Arquivo digital contendo coordenadas geodésicas determinadas por GPS, e altitude ortométrica de RNs na região norte do Paraná. Material não publicado.
- ASSUMPÇÃO, M.; JAMES, D. & SNOKE, A. -2002- Crustal thicknesses in SE Brazilian Shield by receiver function analysis: implication for isostatic compensation. *J. Geophys. Res.*, **107** (B1) ESE2: 1-14.
- BECK, S.L.; ZANDT, G.; MEYERS, S.C.; WALLACE, T.C.; SILVER, P.G. & DRAKE, L. -1996- Crustal-thickness variations in the Central Andes. *Geology*, **24**(5): 407-410.
- BLITZKOW, D.; GASPARINI, P.; MANTOVANI, M.S.M. & SÁ, N.C.de -1979- Crustal structure of SE Minas Gerais deduced from gravity measurements. *Rev. Bras. Geociências*, **9**: 39-43.
- BLITZKOW, D. -2002- Dados gravimétricos cedidos pela Sub-Comissão para a Gravidade e o Geóide na América do Sul. Arquivo na forma digital.
- CALMANT, S.; BERGE-NGUYEN, M. & CAZENAVE, A. -2002- Global seafloor topography from a least-squares inversion of altimetry-based high-resolution mean sea surface and shipboard soundings. *Geophys. J. Int.*, **151**: 795-808.
- CORDANI, U.G.; MILANI, E.J.; THOMAZ FILHO, A. & CAMPOS, D.A. Eds. -2000- Tectonic evolution of South America. 31st. International Geological Congress, Rio de Janeiro, 856 pp.
- DEMETS, C.; GORDON, R.G.; ARGUS, D.F. & STEIN, S. -1994- Effect of recent revisions to the geomagnetic reversal time scale on estimates of current plate motions. *Geophys. Res. Letters*, **21**(20): 2191-2194.

- DIAS, F.J.S.S. & ESCOBAR, I. -2001- A model for adjustment of differential gravity measurements with simultaneous gravimeter calibration. *Journal of Geodesy*, **75**: 151-156.
- DMA (U.S. Defense Mapping Agency) -1993- Department of Defense World Geodetic System 1984: its definition and relationships with local geodetic systems. *Technical Report 8350.2*. Second edition. Reprinted by Navtech Seminars & Book and Software Store, Inc. 150 pp.
- ESCOBAR, I.; SÁ, N.C.de; DANTAS, J.J. & DIAS, F.J.S.S. -1996- Linha de calibração gravimétrica Observatório Nacional – Agulhas Negras. *Rev. Bras. Geofísica*, **14**(1): 59-66
- ESCOBAR, I. -2002- Resultados do reajustamento da Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira. *Comunicação Pessoal*.
- FONT, G.; PACINO, M.C.; BLITZKOW, D. & TOCHO, C. -1997- A preliminary geoid model for Argentina. In *Geodesy on the Move: gravity, geoid, geodynamics, and Antarctica* (R. Forsberg; M. Feissel & R. Dietrich eds.). International Association of Geodesy Symposia, Volume 119, pp: 255-261.
- FORSBERG, R. -1987- A new covariance model for inertial gravimetry and gradiometry. *J. Geophys. Res.*, **92**(B2): 1305-1310
- FRANÇA, G.S.de -2003- Estrutura da crosta no Sudeste e Centro-Oeste do Brasil, usando função do receptor. *Tese de Doutoramento*, IAG/USP, São Paulo, 143 pp.
- FRANÇA, G.S.de & ASSUMPÇÃO, M. -2003- Estrutura da crosta em Goiás, usando a função do receptor, e mapa preliminar de espessuras crustais no SE e Centro-Oeste do Brasil. *8th International Congress of Brazilian Geophysical Society*, Rio de Janeiro, CD-ROM.
- FRANÇA, G.S.de & ASSUMPÇÃO, M.S. -2004- Crustal structure of the Ribeira fold belt, SE Brazil, derived from receiver functions, *J. South Am. Earth Sci.*, in press.
- GALDINO, C.A.P.M.; SANTOS, M.A. & CERQUEIRA, J.D.M. -1995- Aplicação metodológica do GPS em referências de nível para a densificação do modelo de um geóide local. XVII Congresso Brasileiro de Cartografia, Rio de Janeiro, *Anais* **1**: 151-156.
- GEMAEL, C. -1981- Referenciais cartesianos utilizados em Geodésia. *Texto de Aulas*. Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas. UFPR, Curitiba, 76 pp.
- GEMAEL, C. -1999- *Introdução à Geodésia Física*. Editora UFPR, Curitiba, 302 pp

- GEMAEL, C.; LEITE, O.S.H.; ROSIER, F.A.; TORGE, W.; RÖDER, R.H. & SCHNÜLL, M. -1990- Large-scale absolute gravity control in Brazil. In Proc. IAG Symposia 103, R. Rummel & R.G. Hipkin, eds. pp: 49-55
- GIESE, P. & SCHÜTTE, J. -1975- Preliminary report on the results of seismic measurements in the Brazilian coastal mountains, *Technical Report*, Free Univ. of Berlin, Berlin, Germany, 13 pp.
- GRUSHINSKIY, N.P. -1969- *The theory of the figure of the Earth*. Translated from Russian by Foreign Technology Division, Ohio, 348 pp.
- HEISKANEN, W. & MORITZ, H. -1967- *Physical Geodesy*. W.H. Freeman, N. York, 364 pp.
- HWANG, C.; HSU, Y. & JANG, J. -2002- Global mean sea surface and marine gravity anomaly from multi-satellite altimetry: applications of deflection-geoid and inverse Vening Meinesz Formulae. *Journal of Geodesy*, **76**: 407-418.
- IAG (International Association of Geodesy) -1974- The international gravity standardization net 1971, *Bull. Geod.*, Spec. Publ. Nº. 4, 194pp.
- IAG (International Association of Geodesy) -1980- The geodesist's book. (I.I. Mueller ed.), *Bull. Geod.*, **54**(3): 394-408.
- IBGE (Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) -1983- Especificações e normas gerais para levantamentos geodésicos. Resolução PR 22/83, *Boletim de Serviço - Suplemento*, Rio de Janeiro, 12 pp.
- IBGE (Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) -1997- SIRGAS: *Relatório final*. Grupos de Trabalho I e II, 99 pp.
- IBGE (Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) -2003- *Internet* (<http://www.ibge.gov.br>)
- IGM (Instituto Geográfico Militar) -1971- Mapa Gravimétrico de Bolívia: anomalia Bouguer simples. Escala 1:2.500.000.
- IGS (International GPS Service) -1999- *Information and Resources*. IGS Central Bureau, JPL/NASA MS 238-540, Pasadena, 51 pp.
- JORDAN S.K. -1972- Self-consistent statistical models for gravity anomaly, vertical deflections, and undulation of the geoid. *J. Geophys. Res.* **77**(20): 3660-3670.
- KOTSAKIS, C. & SIDERIS, M.G. -1999- On the adjustement of combined GPS/levelling/geoid networks. *Journal of Geodesy*, **73**: 412-421.

- KNUDSEN, P. -1987- Estimation and modelling of the local empirical covariance function using gravity and altimetry satellite data. *Bull. Geod.*, **61**: 145-160
- KRÜGER, F.; CHERBAUM, F.; ROSA, J.W.C.; KIND, R.; ZETSCHÉ, F. & HÖHNE, J. - 2002- Crustal and upper mantle structure in the Amazon region (Brazil) determined with broadband mobile stations. *J. Geophys. Res.*, **107**(B10), doi: 10.1029/2001JB000598.
- LAMBECK, K -1988- *Geophysical Geodesy: the slow deformations of the Earth*. Oxford University Press, Oxford, 718 pp.
- LASKE, G.; MASTERS, G. & REIF, C. -2003- A new global crustal model at 2x2 degrees. *Internet* (<http://mahi.ucsd.edu/Gabi/rem.dir/crust/crust2.html>)
- LEMOINE, F.G.; KENYON, S.C.; FACTOR, J.K.; TRIMMER, R.G.; PAVLIS, N.K.; COX, C.M.; KLOSKO, S.M.; LUTHCKE, S.B.; TORRENCE, M.H.; WANG, Y.M.; WILLIAMSON, R.G.; PAVLIS, E.C.; RAPP, R.H. & OLSON, T.R. -1998- The development of joint NASA GSFC and NIMA geopotential model EGM96. *NASA/TP* 206861.
- LI, Y.C. -1994- User's guide TOPOGEOP: software packages to evaluate the TOPOgraphic effects on GEOdetic/GEOphysical observations. The University of Calgary – Department of Geomatic Engineering, Calgari, 24 pp.
- LI, Y.C. & SIDERIS, M.G. -1994- Minimization and estimation of geoid undulation errors. *Bull. Geodesique*, **68**: 282-289.
- LÜTH, S. & WIGGER, P. -2003- A crustal model along 30°S from seismic refraction profile – ISSA 2000, *Rev. Geol. Chile*, **30**(1): 83-101.
- MARINHO, F. -1995- Justificativa para um levantamento aerogravimétrico na Bacia dos Parecis. 4º Congresso Internacional da Sociedade de Geofísica, Rio de Janeiro, *Anais*, **1**: 230-232.
- MALYS S.; SALTER, J.A. -1994- Maintenance and Enhancements of the World Geodetic System 1984. In: *Proceedings of ION GPS-94*, Salt Lake City
- MALYS S.; SALTER, J.A. -1997- Refinements of The World Geodetic System 1984. In: *Proceedings of ION GPS-97*, Kansas City, Vol. I, pp: 841-850.
- MCCARTHY, D.D. -1996- IERS Conventions (1996). *IERS Technical Note* 21. Observatoire de Paris. 95 pp.
- MEIER, S. -1981- Planar geodetic covariance functions. *Rev. Geophys. Space Phys.*, **19**(4): 673-686.

- MIRANDA, S.-2000- Gravity crustal model for an Andean Section at 32°S considering upper mantle lateral density variation. *Bras. J. Geophys.*, **18**(2): 107-116
- MOLINA, E.C.; USSAMI, N.; SÁ, N.C.de; BLITZKOW, D. & MIRANDA Fº. O.F. - 1988- Deep crustal structure under the Paraná Basin (Brazil) from gravity study. In *The mesozoic flood volcanism of the Paraná Basin: petrogenetic and geophysical aspects* (Peccirillo, E. & Melfi, A.J. eds.), pp: 271-283.
- MOLODENSKY, M.S.; EREMEEV, V.F. & YURKINA, M.I. -1960- *Methods for study of the external gravity field and figure of the Earth*. Translated from Russian by Israel Programa for Scientific Translations for the Office of Technical Services, Department of Commerce, Washington, 247 pp.
- MOONEY, W.D.; LASKE,G. & MASTERS, T.G. -1998- CRUST 5.1 - A global crustal model at 5°x5°. *J. Geophys. Res.*, **103**(B1): 727-747.
- MORITZ, H. -1978- Least-squares collocation. *Rev. Geophys. Space Phys.*, **16**(3): 421-430
- MORITZ, H. -1980-*Advanced Physical Geodesy*. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe, 500 pp.
- MORITZ, H. -1990- *The figure of the Earth: theoretical Geodesy and Earth's interior*. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe, 279 pp.
- MUELLER, I.I. -1964- *Spherical and Practical Astronomy as Applied to Geodesy* Frederick Ungar Publishing Co., N. York, 615 pp.
- NGS (U.S. National Geodetic Survey) -1986- Geodetic Glossary. U. S. Department of Commerce, Rockville, 274 pp.
- NGDC (U.S. National Geophysical Data Center) -1994- TERRAIN BASE: a worldwide digital terrain data. CD-ROM from NGDC. Colorado.
- NUNN, J.E. & AIRES, J.R. -1988- Gravity anomalies and flexure of the lithosphere at the Middle Amazon Basin, Brazil. *J. Geophys. Res.*, **93**(B1): 415-428.
- ON (Observvatório Nacional) -1987- Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira. Publicação do ON, Rio de Janeiro, 419 pp.
- PARKER, R.L. -1972- The rapid calculation of potential anomalies. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **31**: 447-455.
- PERDOMO, R. & DEL COGLIANO, D. -1999- The geoid in Buenos Aires region. *Int. Geoid Service Bulletin*, **9**: 109-116.

- PESSOA, L.M.C. -1997- Geóide gravimétrico local em área da Bacia do Paraná. *Dissertação de Mestrado*, ST/UFPR, Curitiba, 214 pp.,
- REGNIER, M.; CHIU, J.M.; SMALLEY JR, R.; ISACKS, B.L. & ARAUJO, M. -1994- Crustal thickness variationin in the Andean Foreland, Argentina, from converted waves. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **84**(4):1097-1111.
- RODRIGUEZ, R. & PACINO, M.C. -1999- Un modelo de geoide de precisión para la Provincia de Santa Fe – Republica Argentina. *Int. Geoid Service Bulletin*, **9**: 123-134
- SÁ, N.C.de -1988- Modelos estatísticos e representação integrada do campo de gravidade no Brasil. *Tese de Doutoramento*, IAG/USP, São Paulo, 240 pp.
- SÁ, N.C.de -1993a- Um geóide para aplicações do GPS em Geociências. 3º Congresso Internacional da Sociedade Brasileira de Geofísica. Rio de Janeiro, *Anais* **1**: 584-589.
- SÁ, N.C.de -2004- GPS: Fundamentos e aplicações. *Texto de aulas*. IAG/USP – Depto. de Gepfísica, São Paulo – SP, 158 pp.
- SÁ, N.C.de & BLITZKOW, D. -1986- Uma tentativa de homogeneizar os dados gravimétricos do Brasil. *Rev. Bras. Geofísica*, **4**: 73-77.
- SÁ, N.C.de & MOLINA, E.C.-1995- O geóide gravimétrico no Estado de São Paulo: *resultados preliminares*. XVII Congresso Brasileiro de Cartografia, *Anais* **1**: 124-133.
- SÁ, N.C.de; USSAMI, N. & MOLINA, E.C. -1993- Gravity map of Brazil 1 - Representation of free-air and Bouguer anomalies. *J. Geophys. Res.*, **98**(B2): 2187-2197.
- SANDWELL, D.T. & SMITH, W.H. -1997- Marine gravity anomaly from GEOSAT and ERS-1 satellite altimetry. *J. Geophys. Res.*, **102**(B5): 10039-10054.
- SANDWELL, D.T. -2001- Crustal structure, isostasy, and rheology. Text available at home page http://topex.ucsd.edu/geodynamics/08crust_rheology.pdf/.
- SCHWARZ, K.P.; SIDERIS, M.G. & FORSBERG, R. -1990- The use of FFT techniques in Physical Geodesy. *Geophys. J. Int.*, **100**: 485-514.
- SCHMITZ, M. & KLEY, J. -1997- The geometry of the central andean backarc crust: joint interpretation of cross-section balancing and seismic refraction data. *J. South Am. Earth Science*, **10**(2): 179-188.
- SCHMITZ, M.; LESSEL, K.; GIESE, P.; VIGGER, P; ARANEDA, M.; BRIBACH, J.; GRAEBER, F.; GRUNEWALD, S.; HABERLAND, C.; LUTH, S.; RYBERG, T. & SCHULZE, A. -1999- The crustal sctucture beneath the Central Andean forearc and

- magmatic arc as derived from seismic studies – the PISCO 94 experiment in northern Chile (21° – 23° S). *J. South Am. Earth Science*, **12**(3): 237-260.
- SGM (Servicio Geografico Militar del Uruguay) -1986- Rede gravimetrica fundamental. *Resumen de Valores*, Montevideo, 51 pp.
- SHUBERT, G.; TURCOTTE, D.L. & OLSON, P. -2001- *Mantle convection in the Earth and Planets*. Cambridge University Press, Cambridge, 940 pp.
- SIDERIS, G.M. -1990- Rigorous gravimetric terrain correction using Molodensky's operator. *Manuscripta Geodaetica*, **15**: 97-106.
- SIDERIS, G.M. & SHE, B.B. -1994- A new, heigh-resolution geoid for Canada and part of U.S. by 1D-FFT method. *Bull. Geodesique*, **2**: 92-108.
- SILVA, G.R. & PESSOA, L.M.C. -1995- Ondulação geoidal a partir do GPS: uma solução local. XVII Congresso Brasileiro de Cartografia, Rio de Janeiro, *Anais* **1**: 134-140.
- SIMPSON, R.W.; JACHENS, R.C. & BLAKELY, R.J. -1986- A new isostatic residual gravity map of the conterminous United States with a discussion on the significance of the isostatic residual anomalies. *J. Geophys. Res.*, **91**(B8): 8348-8372.
- SMITH, W.H.F & SANDWELL, D.T. -1997- Global sea floor topography from satellite altimetry and ship depth soundings. *Science*, **277**: 1956-1962.
- SOARES, J.E.P.; BERROCAL, J. & FUCK, R.A. -2003- Seismic crustal sctucture in Central Brazil. 8th International Congress of Brazilian Society, Rio de Janeiro, CD-ROM.
- SOUZA, M.A. -1995- Regional interpretation of Parnaíba Basin (Northern Brazil). 4^o. Congresso Internacional da Sociedade de Geofísica, Rio de Janeiro, *Anais* **1**: 184-187.
- SUBIZA, W.H.P.; TORGE, W. & TIMMEN, L. -1997- The National Gravimetric Network of Uruguay. Technical Report, Uruguay, 17 pp.
- STACEY, D.R.M.; WIENS, D.A.; KOPER, K.D. & VERA, E. -2003- Crustal and upper mantle structure of southernmost South America inferred from regional waveform inversion. *J. Geophys. Res.*, **108**(B1), 2038, doi: 10.1029/2002JB001828.
- STOKES, G.G. -1849- On the variation of gravity and the surface of the Earth. In *Mathematical and physical papers, vol 2*. Johnson Reprint Corporation 1966, pp: 131-171.
- TANIMOTO, T. -1995- Crustal structure of the Earth. In *Global Earth Physics: a handbook of physical constants* (T. J. Ahrens, ed.), Americam Geophysical Union, pp: 214-224.

- TODHUNTER, I. -1962- *A history of the mathematical theories of attraction and the figure of the Earth*, Volumes I and II, Dover Publicatins Inc., New York, 984 pp.
- TZIAVOS, I.N. -1993- Numerical considerations of FFT methods in gravity field modelling. *Technical Report N°. 188*. Hannover.138 pp.
- USSAMI, N.; SÁ, N.C.de & MOLINA, E.C. -1993- Gravity map of Brazil 2 - Regional and residual isostatic anomalies and their correlation with major tectonic provinces. *J. Geophys. Res.* **98**(B2): 2199-2208.
- YUAN, X.; SOBOLEV, S.V. & KIND, R. -2002- Moho topography in the central Andes and its geodynamic implications, *Earth and Planetary Science Letters*, **199**(3-4): 389-402.
- VANICEK, P. & KRAKIWSKY, E.J. -1986- *Geodesy: The concepts*. Second edition. Elsevier, N. York, 697 pp.
- WATTS, A.B. -2001- *Isostasy and flexure of the lithosphere*. Cambridge University Press, Cambridge, 458 pp.
- WENZEL, G. -1998a- Ultra high degree geopotential models GPM98A, B and C to degree 1800. Preprint of a paper submitted to Bulletin of International Geoid Service, Milan (Italy), 13 pp. <http://www.ife.uni-hannover.de/>.
- WENZEL, G. -1998b- GPS/levelling derived height anomalies or geoid heights collected to evaluate the geopotential models GPM98A, B e C, 8pp. <http://www.ife.uni-hannover.de/>.
- WICHENCHAROEN, C. -1982- The indirect effects on the computation of geoid undulations. *Report N°. 336* Dept. of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, 96 pp.
- WOOLLARD, G.P. -1969- Regional variations in gravity. In *The Earth's crust and upper mantle, Geophys. Monograph 13* (P.J. Hart ed.) Americam Geophysical Union, pp: 320-341.

8.1 - REFERÊNCIAS DE ESPESSURAS CRUSTAIS PUBLICADAS

- 01 ASSUMPÇÃO, M.S.; JAMES, D.E. & SNOKE, J.A. -2002- Crustal thicknesses in SE Brazilian shield by receiver function analysis: implications for isostatic compensation. *J. Geophys. Res.*, **107** (B1), doi: 10.1029/2001JB000422.
- 02 FRANÇA, G.S.L. -2003- Estrutura da crosta no Sudeste e Centro-Oeste do Brasil, usando função do receptor. *Tese de Doutorado*, IAG/USP, São Paulo, 143 pp.
- 03 FRANÇA, G.S.L. & M. S. ASSUMPÇÃO -2004- Crustal structure of the Ribeira fold belt, SE Brazil, derived from receiver functions, *J. South Am. Earth Sci.*, in press.
- 04 SOARES, J.E.P.; BERROCAL, J. & FUCK, R.A. -2003- Seismic crustal structure in Central Brazil. 8th International Geophysical Congress of Brazilian Society, Rio de Janeiro, *Anais* (CD-ROM).
- 05 BECK, S.L.; ZANDT, G.; MEYERS, S.C.; WALLACE, T.C.; SILVER, P.G. & DRAKE, L. -1996- Crustal-thickness variations in the Central Andes. *Geology*, **24**(5): 407-410.
- 06 BLITZKOW, D.; GASPARINI, P.; MANTOVANI, M.S.M. & SÁ, N.C.de -1979- Crustal structure of SE Minas Gerais deduced from gravity measurements. *Rev. Bras. Geociências*, **9**: 39-43.
- 07 GIESE, P. & SCHÜTTE, J. -1975- Preliminary report on the results of seismic measurements in the Brazilian coastal mountains, Technical Report, Free Univ. of Berlin, Berlin, Germany, 12 pp.
- 08 BASSINI, A. -1986- Levantamento sismográfico na região Sudeste do Brasil. *Dissertação de Mestrado*, IAG/USP, São Paulo, 163 pp.
- 09 SCHMITZ, M.; LESSEL, K.; GIESE, P.; WIGGER, P.; ARANEDA, M.; BRIBACH, J.; GRAEBER, F.; GRUNEWALD, S.; HABERLAND, C.; LÜTH, S.; RÖWER, P.; RYBERG, T. & SCHULZE, A. -1999- The crustal structure beneath the Central Andean forearc and magmatic arc as derived from seismic studies - the pisco 94 experiment in northern Chile (21 – 23° S), *J. South Am. Earth Science.*, **12**: 237-260.
- 10 SCHMITZ, M.; CHALBAUD, D.; CASTILLO, J. & IZARRA, C. -2002- The crustal structure of the Guayana Shield, Venezuela, from seismic refraction and gravity data. *Tectonophysics*, **345**(1-4): 103-118.

- 11 STACEY, D.R.M.; WIENS, D.A.; KOPER, K.D. & VERA, E. -2003- Crustal and upper mantle structure of southernmost South America inferred from regional waveform inversion. *J. Geophys. Res.* **108**(B1), 2038, doi: 10.1029/2002JB001828.
- 12 LÜTH, S. & WIGGER, P. -2003- A crustal model along 39°S from seismic refraction profile – ISSA 2000, *Rev. Geol. Chile* **30**(1): 83-101.
- 13 ALLMENDINGER, R.W.; JORDAN, T.E.; KAY, S.M. & ISACKS, B.L. -1997- The evolution of the Altiplano-Puna Plateau of the Central Andes. *Ann. Rev. Earth Planet. Sci.* **25**(1): 139-174
- 14 REGNIER, M.; CHIU, J.M.; SMALLEY JR, R.; ISACKS, B.L. & ARAUJO, M. - 1994- Crustal thickness variationin in the Andean Foreland, Argentina, from converted waves. *Bull. Seism. Soc. Am.* **84**(4):1097-1111.
- 15 YUAN, X.; SOBOLEV, S.V. & KIND, R. -2002- Moho topography in the central Andes and its geodynamic implications, *Earth and Planetary Science Letters*, **199**(3-4): 389-402.
- 16 MATOS, R.M.D.de -1992- The northeast Brazilian rift system, *Tectonics*, **11**(4):766-791.
- 17 KRÜGER, F.; CHERBAUM, F.; ROSA, J.W.C.; KIND, R.; ZETSCHÉ, F. & HÖHNE, J. -2002- Crustal and upper mantle structure in the Amazon region (Brazil) determined with broadband mobile stations. *J. Geophys. Res.* **107**(B10), doi: 10.1029/2001JB000598.
- 18 MIRANDA, S.-2000- Gravity crustal model for an Andean Section at 32°S considering upper mantle lateral density variation. *Bras. J. Geophys* **18**(2): 107-116
- 19 LASKE, G.; MASTERS, G. & REIF, C. -2003- A new global crustal model at 2x2 degrees. *Internet* (<http://mahi.ucsd.edu/Gabi/rem.dir/crust/crust2.html>)
- 20 ASSUMPÇÃO, M.S.; MEIJIAN, A.; FRANÇA, G.S.L. ROCHA, M.P.; BARBOSA, J.R. & BERROCAL, J. -2004- Seismic studies in central Brazil, using receiver function, surface wave dispersion, and teleseismic tomography: Evidence for the neoproterozoic San Francisco Craton, *Tectonophysics*, in press.