

```
from math import factorial, e
```

Распределение Бернулли (Биномиальное распределение)

$$P_n(m) = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}$$

Распределение Пуассона

$$P_m \approx \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$$

```
def calc_combination(n, k):  
    return factorial(n) / (factorial(n - k) * factorial(k))
```

```
def bernoulli(n, m, p):  
    q = 1 - p  
    return calc_combination(n, m) * (p**m) * (q**(n-m))
```

```
def poisson(n, m, p):  
    l = n*p  
    return (l**m / factorial(m)) * e**(-l)
```

1. Вероятность того, что стрелок попадет в мишень, выстрелив один раз, равна 0.8. Стрелок выстрелил 100 раз. Найдите вероятность того, что стрелок попадет в цель ровно 85 раз.

A — стрелок попадает в мишень

$$P(A) = p = 0.8$$

$$n = 100$$

$$m = 85$$

Используя биномиальное распределение:

$$P_{100}(85) = C_{100}^{85} \cdot 0.8^{85} \cdot (1 - 0.8)^{100-85} \approx 0.05$$

```
n,m=100,85  
p = 0.8  
print('Стрелок попадет в мишень ровно 85 раз из 100 с вероятностью:', bernoulli(n, m, p))
```

Стрелок попадет в мишень ровно 85 раз из 100 с вероятностью: 0.048061793700746355

Используя распределение Пуассона:

$$\lambda = np = 100 \cdot 0.8 = 80$$

$$P_{85} \approx \frac{80^{85}}{85!} e^{-80} \approx 0.04$$

```
print('Стрелок попадет в мишень ровно 85 раз из 100 с вероятностью:', poisson(n, m, p))
```

Стрелок попадет в мишень ровно 85 раз из 100 с вероятностью: 0.037092614343691946

2. Вероятность того, что лампочка перегорит в течение первого дня эксплуатации, равна 0.0004. В жилом комплексе после ремонта в один день включили 5000 новых лампочек. Какова вероятность, что ни одна из них не перегорит в первый день? Какова вероятность, что перегорят ровно две?

A — лампочка перегорит в течение первого дня эксплуатации

$$P(A) = p = 0.0004$$

$$n = 5000$$

$$m = 0$$

Используя формулу распределения Пуассона:

$$\lambda = np = 5000 \cdot 0.0004 = 2$$

$$P_0 = \frac{2^0}{0!} 2.72^{-2} \approx 0.14$$

```
n,m = 5000, 0
p = 0.0004
print('Вероятность, что ни одна лампочка не перегорит в первый день эксплуатации:', poisson(n, m, p))
```

Вероятность, что ни одна лампочка не перегорит в первый день эксплуатации: 0.1353352832366127

$m = 2$

Используя формулу распределения Пуассона:

$P_2 = \frac{2^2}{2!} 2.72^{-2} \approx 0.27$

```
m = 2
print('Вероятность, что две лампочки в первый день эксплуатации:', poisson(n, m, p))
```

Вероятность, что две лампочки в первый день эксплуатации: 0.2706705664732254

▼ 3. Монету подбросили 144 раза. Какова вероятность, что орел выпадет ровно 70 раз?

```
n, m = 144, 70
p = 0.5
result = bernoulli(n, m, p)
print('Орел выпадет ровно 70 раз из 144 с вероятностью:',
      result, f'или {round(result, 3) * 100}%')
```

Орел выпадет ровно 70 раз из 144 с вероятностью: 0.06281178035144776 или 6.3%

▼ 4. В первом ящике находится 10 мячей, из которых 7 - белые. Во втором ящике - 11 мячей, из которых 9 белых. Из каждого ящика вытаскивают случайным образом по два мяча.

A — мяч оказался белым

▼ а) Какова вероятность того, что все мячи белые?

Вероятность последовательно вытащить два белых мяча из первого, а затем из второго ящика:

$P_{\text{ББ}}(K_1) = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{7}{15} \approx 0.47$
 $P_{\text{ББ}}(K_2) = \frac{9}{11} \cdot \frac{8}{10} = \frac{36}{55} \approx 0.65$

Вероятность вытащить по два белых мяча из двух ящиков:

$P_{\text{ББББ}}(K_1, K_2) = P_{\text{ББ}}(K_1) * P_{\text{ББ}}(K_2) \approx \underline{0.3(54)}$

```
Pa = ((calc_combination(7, 2) / calc_combination(10, 2))
      * (calc_combination(9, 2) / calc_combination(11, 2)))
Pa
```

0.3054545454545455

▼ б) Какова вероятность того, что ровно два мяча белые?

Вероятность вытащить ровно два белых мяча:

$P_2(K_1, K_2) = P_{\text{ББЧЧ}}(K_1, K_2) + P_{\text{ЧЧББ}}(K_1, K_2) + P_{\text{БЧБЧ}}(K_1, K_2)$

$P_{\text{ББЧЧ}}(K_1, K_2) = \frac{C_7^2}{C_{10}^2} \cdot \frac{C_2^2}{C_{11}^2} \approx 0.0085$

$P_{\text{ЧЧББ}}(K_1, K_2) = \frac{C_3^2}{C_{10}^2} \cdot \frac{C_9^2}{C_{11}^2} \approx 0.0436$

$P_{\text{БЧБЧ}}(K_1, K_2) = \frac{C_7^1 \cdot C_3^1}{C_{10}^2} \cdot \frac{C_9^1 \cdot C_2^1}{C_{11}^2} \approx 0.153$

$P_2(K_1, K_2) = \frac{7}{825} + \frac{12}{275} + \frac{42}{275} = \frac{169}{825} \approx \underline{0.205}$

```

p1 = ((calc_combination(7, 2) / calc_combination(10, 2)) * (calc_combination(2, 2) / calc_combination(11, 2)))

p2 = ((calc_combination(3, 2) / calc_combination(10, 2)) * (calc_combination(9, 2) / calc_combination(11, 2)))

p3 = ((calc_combination(7, 1) * calc_combination(3, 1)) / calc_combination(10, 2)) * \
((calc_combination(9, 1) * calc_combination(2, 1)) / calc_combination(11, 2))

Pb = p1 + p2 + p3
Pb

0.20484848484848486

```

▼ **в) Какова вероятность того, что хотя бы один мяч белый?**

Вероятность не вытащить ни одного белого мяча:

$$P_0(K_1, K_2) = \frac{C_3^2}{C_{10}^2} \cdot \frac{C_2^2}{C_{11}^2} = \frac{1}{825}$$

Вероятность вытащить хотя бы один белый:

$$P_{|A| \geq 1} = 1 - P_0(K_1, K_2) = 1 - \frac{1}{825} \approx \underline{0.99}$$

```

p0 = (calc_combination(3, 2) / calc_combination(10, 2)) * (calc_combination(2, 2) / calc_combination(11, 2))

Pc = 1 - p0
Pc

```

🔗 0.9987878787878788