1

Даны значения величины заработной платы заемщиков банка (zp) и значения их поведенческого кредитного скоринга (ks): zp = [35, 45, 190, 200, 40, 70, 54, 150, 120, 110], ks = [401, 574, 874, 919, 459, 739, 653, 902, 746, 832]. Используя математические операции, посчитать коэффициенты линейной регрессии, приняв за X заработную плату (то есть, zp - признак), а за y - значения скорингового балла (то есть, ks - целевая переменная). Произвести расчет как с использованием intercept, так и без.

In [160…
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
X = np.array([35, 45, 190, 200, 40, 70, 54, 150, 120, 110])
y = np.array([401, 574, 874, 919, 459, 739, 653, 902, 746, 832])
n = len(X)
```

$$b = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - (\sum_{i=1}^{n} x_i)(\sum_{i=1}^{n} y_i)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2} \qquad a = \bar{y} - b\bar{x}$$

In [112…
```
b = (np.mean(X * y) - np.mean(X) * np.mean(y)) / (np.mean(X**2) - np.mean(X) ** 2)
b
```

Out[112… `2.620538882402765`

In [113…
```
a = np.mean(y) - b * np.mean(X)
a
```

Out[113… `444.1773573243596`

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \end{pmatrix}$$

In [175…
```
# Без смещения intercept
X = X.reshape(n, 1)
y = y.reshape(n, 1)
ab = np.dot(np.linalg.inv(np.dot(X.T, X)), X.T @ y)
ab
```

Out[175… `array([[5.88982042]])`

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \dots & \dots \\ 1 & x_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{pmatrix}$$

In [115…
```
# Со смещением intercept
X = np.hstack([np.ones((n, 1)), X])
y = y.reshape(n, 1)
ab = np.dot(np.linalg.inv(np.dot(X.T, X)), X.T @ y)
ab
```

Out[115…
```
array([[444.17735732],
       [  2.62053888]])
```

2

Посчитать коэффициент линейной регрессии при заработной плате (zp), используя градиентный спуск (без intercept).

In [128…
```
def calc_mse(n, X, y, b1):
    return np.sum((b1*X-y)**2)/n
```

In [137…
```
b1 = 0.01; alpha=1e-8
for i in range(10_000):
    b1 -= alpha * (2/n) * np.sum((b1*X-y)*X)
    if i % 1000 == 0:
        print(f'Itearion: {i}, mse={calc_mse(n, X, y, b1)}')
```

```
Itearion: 0, mse=1066951.0965967271
Itearion: 1000, mse=861708.3081996046
Itearion: 2000, mse=743433.160634889
Itearion: 3000, mse=675274.8071029342
Itearion: 4000, mse=635997.2306057666
Itearion: 5000, mse=613362.7634341442
Itearion: 6000, mse=600319.211620804
Itearion: 7000, mse=592802.6112689037
Itearion: 8000, mse=588471.0241629741
Itearion: 9000, mse=585974.8628695895
```

3

В каких случаях для вычисления доверительных интервалов и проверки статистических гипотез используется таблица значений функции Лапласа, а в каких - таблица критических точек распределения Стьюдента?

Если значение σ генеральной выборки известно, то используется таблица Z-значений (значений функции Лапласа), если не известно - то по степени свободы (n-1) и вероятности α находится значение критерия в таблице Стьюдента

***4**

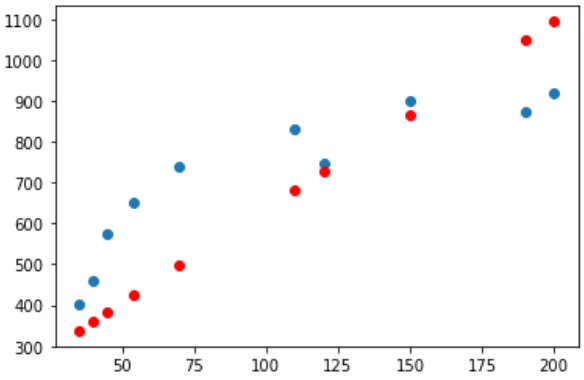
Произвести вычисления как в пункте 2, но с вычислением intercept. Учесть, что изменение коэффициентов должно производиться на каждом шаге одновременно (то есть изменение одного коэффициента не должно влиять на изменение другого во время одной итерации).

In [147…
```
def calc_mse(n, X, y, b0, b1):
    return np.sum((b0+b1*X-y)**2)/n
```

In [169…
```
b0=0.1; b1 = 0.1; alpha=1e-6
mses = []
for i in range(1_000_000):
    pred = b0 + b1*X
    b0 -= alpha * (2/n) * np.sum(pred - y)
    b1 -= alpha * (2/n) * np.sum((pred - y)*X)
    mses.append(calc_mse(n, X, y, b0, b1))
    if i % 100000 == 0:
        print(f'Itearion: {i}, mse={calc_mse(n, X, y, b0, b1)}')
```

```
Itearion: 0, mse=493102.2473380378
Itearion: 100000, mse=51659.14446271713
Itearion: 200000, mse=47299.194496325494
Itearion: 300000, mse=43359.906132935954
Itearion: 400000, mse=39800.69262600216
Itearion: 500000, mse=36584.8831651681
Itearion: 600000, mse=33679.34505450296
Itearion: 700000, mse=31054.142344161064
Itearion: 800000, mse=28682.227398322644
Itearion: 900000, mse=26539.162221632003
```

In [173…
```
plt.scatter(X, y)
plt.scatter(X, pred, color='red');
```



In [174…
```
y
```

Out[174…
```
array([401, 574, 874, 919, 459, 739, 653, 902, 746, 832])
```

In [171…
```
pred
```

Out[171…
```
array([ 337.41133879,  383.29570013, 1048.61893959, 1094.50330093,
        360.35351946,  498.00660349,  424.59162534,  865.08149422,
        727.4284102 ,  681.54404886])
```