

Algoritmo Simulated Annealing

| Optimización del Sensor Positioning Problem (SPP)

Autor: Sebastián Andrés Richiardi Pérez

Fecha: 27 de Noviembre 2025

Repositorio: github.com/KroderDev/sensor-positioning-problem

Introducción

El Problema (SPP):

El objetivo es determinar la ubicación óptima de p sensores (o zonas de manejo) en un terreno agrícola representado por una matriz de datos $N \times M$.

Objetivo del Algoritmo:

Minimizar el error cuadrático medio intra-zona, sujeto a restricciones de:

1. **Homogeneidad:** La varianza interna no debe superar un umbral α .
2. **Conexidad:** Las zonas deben ser contiguas.
3. **Forma:** Se establecen formas rectangulares (zonas de manejo operables).

Implementación:

Una metaheurística de **Simulated Annealing (SA)** en C++17, utilizando OpenCV para visualización y JSON para configuración.

Lectura de Archivos & IO

El sistema de Entrada/Salida (`IO.cpp`) maneja la carga de datos y parámetros.

Entradas:

1. **Instancia (`.spp`)**: Dimensiones N, M y matriz de valores S (NDVI, pH, etc.).
2. **Configuración (`.json`)**: Parámetros del algoritmo (Temperaturas, Iteraciones).
3. **Parámetros de Ejecución (Consola)**: Cantidad de zonas p y factor de homogeneidad α .

Lectura de Archivos & IO

Pseudocódigo de Carga (IO.cpp):

Estructura ProblemInstance:

S: Matriz[N][M] de doubles

p: entero (zonas)

alpha: double (restricción varianza)

IO::readInstanceFromFile(path):

Abrir archivo .spp

Leer N, M y matriz S celda por celda

IO::readParamsFromConsole(inst):

Pedir p y alpha por stdin y guardarlos en inst

IO::readConfigFromJson(path):

Construir SAConfig (T0, Tf, max_iterations, iters_per_temp, cooling_factor, max_time_seconds, penalty_weight)

Ejecución General

El flujo principal (`main.cpp`) orquesta los componentes.

Flujo de Control:

1. Carga de instancia y parámetros de usuario.
2. Carga de configuración SA desde JSON.
3. Generación de **Solución Inicial**.
4. Ejecución del **Simulated Annealing**.
5. Exportación de resultados:
 - Archivo `.out` con matriz de etiquetas.
 - Imagen `.png` (Heatmap con bordes superpuestos usando OpenCV).

Representación de la Solución

La solución se modela discretamente para permitir operaciones rápidas sobre la matriz.

Estructura de Datos (`Solution.hpp`):

```
struct Solution {
    // Matriz de tamaño NxM.
    // Z[i][j] = k, donde k es el ID de la zona (1..p)
    vector<vector<int>> Z;

    // Valor objetivo (suma de errores cuadráticos)
    double errorTotal;
};
```

Ventaja:

Esta representación permite verificar vecinos y calcular varianzas iterando directamente sobre la matriz, facilitando la implementación de restricciones de adyacencia.

Algoritmo - Solución Inicial

Para comenzar con una solución válida y razonable, se utiliza una heurística constructiva basada en cortes tipo "Guillotina".

Procedimiento (`buildInitialSolution`):

El objetivo es dividir el terreno recursivamente hasta obtener p rectángulos.

Paso 0: 1 Zonas

1

Algoritmo - Solución Inicial

Pseudocódigo:

```
// buildInitialSolution(instance)
Lista rectangulos = { Rectangulo(0, 0, N-1, M-1) }
```

```
Mientras tamaño(rectangulos) < p:
    r = rectangulo de mayor área
```

```
Si (r.alto >= 2 O r.ancho >= 2):
    corte = Horizontal/Vertical aleatorio
    r1, r2 = Dividir r en corte
    Reemplazar r con r1 y r2 en la lista
```

```
Sino:
    break // no se puede dividir más
```

```
Asignar IDs 1..p sobre la matriz Z según los rectángulos
Calcular Error Inicial con calculateErrorAndVariance()
```

Paso 0: 1 Zonas

1

Configuración SA

El comportamiento del recocido se define externamente ([data/config/default.json](#)) para facilitar el ajuste de parámetros sin recomilar.

Parámetros Clave:

- **Esquema de Enfriamiento:** Geométrico ($T_{k+1} = T_k \cdot \text{cooling_factor}$).
- **Penalización:** Peso W para violaciones de varianza.

Ejemplo de Configuración:

```
{  
    "T0": 1000.0,          // Temp. Inicial  
    "Tf": 0.001,           // Temp. Final  
    "max_iterations": 100000, // Limite iteraciones  
    "iters_per_temp": 100,   // Iteraciones por nivel de temp  
    "cooling_factor": 0.95,  // Velocidad de enfriamiento  
    "max_time_seconds": 10.0, // Tiempo maximo por corrida  
    "penalty_weight": 1000.0 // Costo por violar varianza  
}
```

Función de Evaluación (Energía)

El algoritmo permite explorar soluciones infactibles (que violan la varianza máxima) mediante una función de costo penalizada.

Función de Energía:

$$E(Z) = \text{ErrorTotal}(Z) + W \cdot \text{Penalización}(Z)$$

Cálculo de Penalización ([calculateVariancePenalty](#)):

```
VarianzaTotalGlobal = calculateTotalVariance(S)
Limite = alpha * VarianzaTotalGlobal
Penalizacion = 0
```

Para cada zona k en 1..p (según [calculateErrorAndVariance](#)):
Si `counts[k] == 0`:

...

Función de Evaluación (Energía)

Cálculo de Penalización (`calculateVariancePenalty`):

```
VarianzaTotalGlobal = calculateTotalVariance(S)
Limite = alpha * VarianzaTotalGlobal
Penalizacion = 0
```

Para cada zona k en 1..p (según `calculateErrorAndVariance`):

```
Si counts[k] == 0:
    Penalizacion += Limite // zona vacía
Si varianza(k) > Limite:
    Penalizacion += (varianza(k) - Limite)
```

Retornar Penalizacion (`calculateVariancePenalty`)

Nota: Esto guía al algoritmo suavemente de regreso a la región factible si se sale.

Generación de Vecindario

El operador de movimiento es crítico para mantener la forma de las zonas. No se mueven píxeles aleatorios, sino **límites de zonas**.

Generación de Vecino (`generateNeighbor`):

1. Seleccionar una zona k aleatoria.
2. Calcular su *Bounding Box* (límites actuales).
3. Elegir una dirección (Arriba, Abajo, Izquierda, Derecha) y una acción (Expandir o Contraer).
4. **Acción:** Mover la frontera de la zona en la dirección elegida, "robando" o "cediendo" celdas a las zonas adyacentes.
5. Validar conexidad con `isPartitionConnected`; si falla, se descarta el vecino.
6. Reparar forma con `makeRectsIfNonOverlapping` (solo si los bounding boxes no se solapan).

Generación de Vecindario

Reparación de Forma (`makeRectsIfNonOverlapping`):

Tras el movimiento, se intenta forzar que la zona resultante sea un rectángulo perfecto (su Bounding Box) si esto no genera solapamientos. Esto mantiene las zonas limpias y operables.

Estado Inicial

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 |

Configuración Desigual (Z1 Grande)

Algoritmo - Simulated Annealing

```
Solucion actual = buildInitialSolution(instancia)
VarGlobal = calculateTotalVariance(instancia)

Si !isSolutionValid(actual.Z, VarGlobal):
    Repetir hasta 1000 veces:
        vecino = generateNeighbor(actual)
        Si isSolutionValid(vecino, VarGlobal):
            actual = vecino; break

Calcular energia actual = error + W*penalty
mejor = actual
T = T0

Mientras T > Tf Y iteraciones < max Y tiempo < max_time_seconds:
    Para i = 0 hasta iters_per_temp:
        vecino = generateNeighbor(actual)
        Si NO isPartitionConnected(vecino): Continuar
        Si !makeRectsIfNonOverlapping(vecino): Continuar

        Energia vecino = error + W*penalty (calculateErrorAndVariance + calculateVariancePenalty)
        Delta = Energia vecino - Energia actual
        Si (Delta < 0) O (Random(0,1) < exp(-Delta / T)):
            actual = vecino
            Energia actual = Energia vecino
        Si Energia actual < Energia mejor:
            mejor = actual

        T = T * cooling_factor
```

Resultados: Definición de la Instancia

Para validar el algoritmo, utilizamos una matriz sintética de 5×5 con gradientes de valor claros.

Datos de Entrada (Matriz S) →

Observamos tres regiones distinguibles: valores bajos (8-9) arriba-izq, medios (15-20) y altos (30+) abajo-der.



| | | | | |
|------|------|------|------|------|
| 8.2 | 9.1 | 15.3 | 15.8 | 14.9 |
| 8.5 | 9.4 | 15.6 | 16.0 | 15.2 |
| 20.1 | 21.3 | 22.7 | 30.2 | 29.6 |
| 19.8 | 20.5 | 21.9 | 31.1 | 28.4 |
| 22.2 | 22.0 | 23.5 | 33.1 | 32.7 |

Resultados: Definición de la Instancia

Configuración de Ejecución:

- **Zonas (p):** 5
- **Alpha (α):** 0.2 (Restricción estricta de homogeneidad)
- **SA Config:** Default (Enfriamiento geométrico)



| | | | | |
|------|------|------|------|------|
| 8.2 | 9.1 | 15.3 | 15.8 | 14.9 |
| 8.5 | 9.4 | 15.6 | 16.0 | 15.2 |
| 20.1 | 21.3 | 22.7 | 30.2 | 29.6 |
| 19.8 | 20.5 | 21.9 | 31.1 | 28.4 |
| 22.2 | 22.0 | 23.5 | 33.1 | 32.7 |

Resultados: Solución Inicial (Heurística)

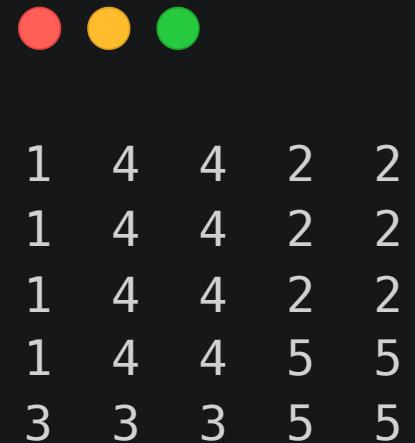
La solución inicial se genera mediante cortes recursivos (tipo guillotina) buscando maximizar el área, sin considerar los valores del suelo.

Métrica:

- Error Total (SSE): 640.287

Análisis Crítico:

El error es alto porque la Zona 1 (columna izquierda) agrupa valores muy dispares: mezcla el **8.2** (fila 1) con el **22.2** (fila 5). La geometría es correcta, pero la varianza interna es inaceptable.



| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 4 | 2 | 2 |
| 1 | 4 | 4 | 2 | 2 |
| 1 | 4 | 4 | 2 | 2 |
| 1 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 3 | 3 | 3 | 5 | 5 |

Resultados: Solución Optimizada

Tras la ejecución del Simulated Annealing, el algoritmo reorganizó los límites buscando homogeneidad.

Métrica:

- **Error Total (SSE):** 24.5767

Análisis de Mejora:

- **Reducción del error:** ~96% respecto a la inicial.
- **Coherencia:** La Zona 1 ahora captura exclusivamente la esquina superior izquierda (valores 8.2 - 9.4), eliminando la contaminación de valores altos.



| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |
| 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |
| 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |

Resultados: Solución Optimizada

Métrica:

- **Error Total (SSE):** 24.5767

Análisis de Mejora:

- **Reducción del error:** ~96% respecto a la inicial.
- **Coherencia:** La Zona 1 ahora captura exclusivamente la esquina superior izquierda (valores 8.2 - 9.4), eliminando la contaminación de valores altos.
- **Adaptabilidad:** Las zonas 4 y 5 se ajustaron horizontalmente para segregar el gradiente más fuerte en la parte inferior.



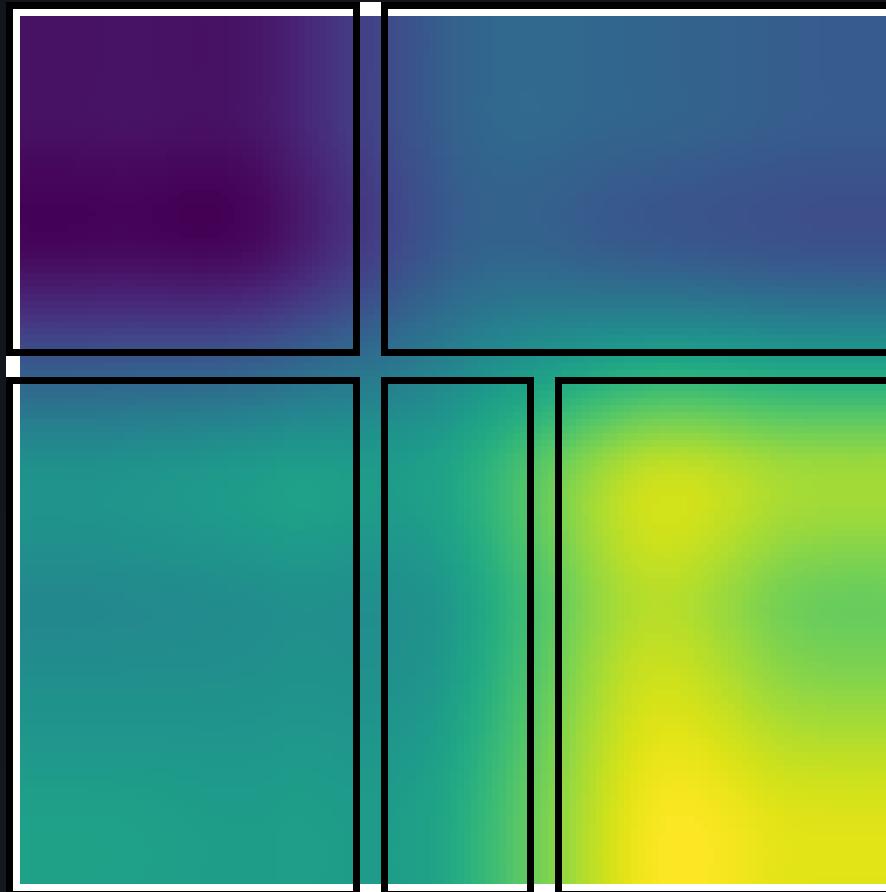
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |
| 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |
| 3 | 3 | 4 | 5 | 5 |

Resultados: Visualización

La segmentación final representada como mapa de calor sobre la matriz.

Interpretación Visual:

- Las líneas representan las fronteras generadas por el algoritmo.
- Se observa una correlación válida entre los colores (valores del suelo) y las regiones delimitadas.
- Se cumple la restricción de **conexidad** y se mantienen formas rectangulares operables, a pesar de la estocasticidad del SA.



Experimentos y Análisis Cuantitativo

Se evaluó el algoritmo en **15 instancias** clasificadas por tamaño, imponiendo $\alpha = 0.3$.

| ESCENARIO | GRILLA APROX. | ZONAS (p) | INSTANCIAS |
|-----------|-----------------------------|---------------|------------|
| Pequeño | 5×5 a 9×7 | 8 | 7 |
| Mediano | 15×15 | 15 | 5 |
| Grande | 30×26 | 20 | 5 |

Resultados Cuantitativos

Resumen de mejora promedio del Error Cuadrático (SSE) respecto a la solución inicial (Guillotina):

| ESCENARIO | COMPLEJIDAD | MEJORA PROMEDIO (SSE) |
|---------------------|-------------|-----------------------|
| Instancias Pequeñas | Baja | 39.8% |
| Instancias Medianas | Media | 12.5% |
| Instancias Grandes | Alta | 4.3% |

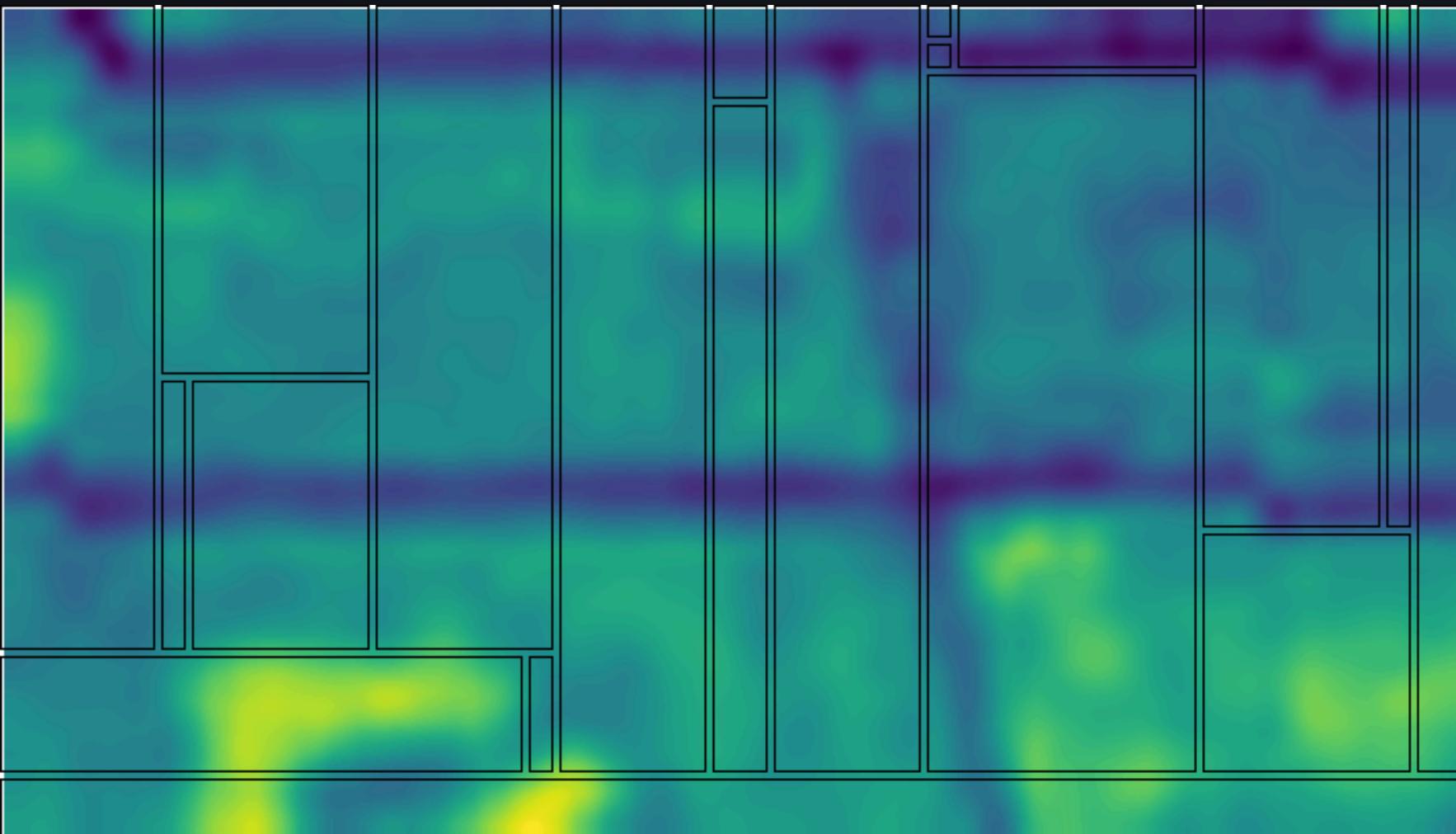
***Nota:** En instancias pequeñas, la mejora llegó hasta un 98% en casos específicos.*

Resultados

- Mediana: SSE 1879.21 .

Resultados

- Grande: SSE 24646.4.



Resultados

- Grande: SSE
51859.4 .

Análisis de Resultados

1. **Efectividad en Baja Escala:** El algoritmo es extremadamente efectivo corrigiendo soluciones iniciales en grillas pequeñas.
2. **Desafío en Alta Escala:** En instancias grandes, la mejora del 4.3% indica que el espacio de búsqueda es vasto y el vecindario (mover 1 frontera a la vez) puede ser limitante para escapar de óptimos locales en el tiempo dado.
3. **Robustez:** En todos los casos, el algoritmo entregó soluciones válidas (conexas y rectangulares) cumpliendo las restricciones de varianza.

Conclusiones y Discusión

Hallazgos Principales:

- **Eficacia de la Penalización:** Permitir soluciones intermedias infactibles evita el estancamiento en óptimos locales, superando la rigidez de los métodos constructivos puros.
- **Robustez:** El algoritmo demostró capacidad para "rescatar" zonificaciones iniciales deficientes, reduciendo drásticamente el error (SSE) independientemente de la calidad de la entrada.
- **Costo-Beneficio:** Mientras la heurística (Guillotina) es rápida pero imprecisa, el SA ofrece un balance ajustable entre tiempo de cómputo y calidad de homogeneidad.

Trabajo Futuro

Para escalar el algoritmo a instancias productivas reales, se proponen las siguientes mejoras:

- **Vecindario Avanzado (Split & Merge):**

Implementar operaciones topológicas complejas (dividir una zona y fusionar otras dos) para diversificar la búsqueda en instancias grandes donde el movimiento de fronteras es lento.

- **Objetivo Multi-criterio:**

Extender la función de costo para balancear homogeneidad no solo con la varianza, sino con restricciones operativas reales: tamaño mínimo de zona y regularidad geométrica.

- **Integración de Localización:**

Incorporar la determinación del punto óptimo de muestreo (centroide/mediana) dentro del ciclo de optimización, resolviendo el problema SPP completo (Zonificación + Localización) en una sola ejecución.

Referencias

- Huguet, F., Plà-Aragonés, L. M., Albornoz, V. M., & Pohl, M. (2025). **A Genetic Algorithm for Site-Specific Management Zone Delineation**. *Mathematics*, 13(7), 1064. <https://doi.org/10.3390/math13071064>
- Torres Herrera, T. B. (2023). **Modelo de Localización de Sensores para la Agricultura de Precisión** (Tesis de Magíster en Ciencias de la Ingeniería). Universidad Técnica Federico Santa María, Chile.
- Cid-García, N. M., Albornoz, V. M., Ortega, R., & Ríos-Solís, Y. A. (2013). **Rectangular shape management zone delineation using integer linear programming**. *Computers and Electronics in Agriculture*, 93, 1–9. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2013.01.009>