

Національний університет “Львівська політехніка”

Кафедра “Автоматизовані системи управління”

Лабораторна робота № 7
з дисципліни «Теорія прийняття рішень»
на тему:
«Системна динаміка»

Виконав:

студент групи КН–312

Крохмалюк Богдан

Викладач:

Федевич О.Ю.

Львів 2019

Мета роботи: Придбати навички моделювання поведінки складних систем за допомогою методів системної динаміки та пакету iThink.

Порядок виконання роботи:

- 1) Розробка моделі системної динаміки:
 1. Вивчити теорію.
 2. Побудувати модель, зазначену в завданні. Модель повинна містити графіки зміни ємності кожного з резервуарів.
- 2) Складання звіту з лабораторної роботи, в якому представляється:
 - формулювання індивідуального завдання;
 - відповіді на питання задачі;
 - при необхідності, знімки екрану монітора, які містять основні моменти рішення задачі.

Варіант 5

Завдання 1

У 1927 р. У. Кермак і А. Маккендрік запропонували модель епідемії для населення з незмінною чисельністю. Нехай все населення (N індивідів) ділиться на три групи: індивіди, які сприйнятливі до даної хвороби, але здорові («сприйнятливі», susceptible) - $S(t)$; заражені індивіди (infected) - $I(t)$ (вони хворі самі і є носіями хвороби) і здорові індивіди, що володіють імунітетом до даної хвороби («видужали», recovered) - $R(t)$ (залежно від модельованого захворювання, ці індивіди можуть бути також померлими, ізольованими - тобто нездатними більш захворіти з тих чи інших причин.

Припустимо, що населення переміщується однорідно, тобто не існує місць, бажаних для контактів між індивідами, а також особливих індивідів, контакт з якими найбільш краший. Припустимо, що частота контактів між індивідами дорівнює β . Число контактів, при яких можливе зараження пропорційне чисельності сприйнятливих і заражених індивідів. Тоді можна сказати, що за час Δt чисельність сприйнятливих до хвороби людей зменшиться на $\beta SI \Delta t$, тобто

$$\Delta S = -\beta SI \Delta t$$

Розділивши цей вираз на Δt і перейшовши від кінцевих різниць до нескінченно малих, отримаємо швидкість зміни числа сприйнятливих до хвороби людей

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI$$

Відповідно, кількість хворих поповниться на ту ж величину і швидкість захворюваності буде дорівнювати

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI$$

Тобто β можна назвати швидкістю інфікування. Крім того, люди можуть і видужувати і таким чином, залишати групу інфікованих. Позначимо швидкість одужання через γ . Ця швидкість пропорційна чисельності інфікованих людей, тому в отримане вище рівняння потрібно додати ще один член

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I$$

Індивіди, покинувши групу інфікованих, виявляються серед видужавших, а значить швидкість приросту тих, що видужали дорівнює

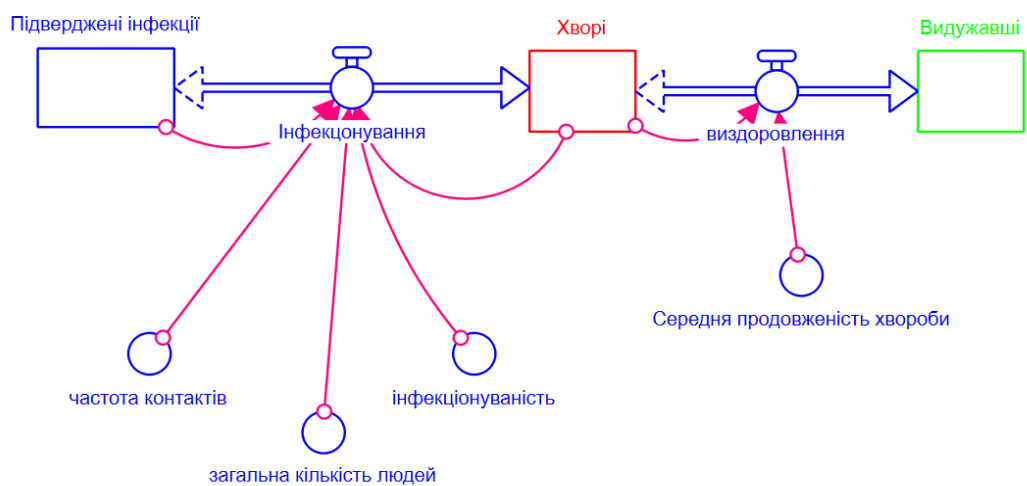
$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

Об'єднуючи рівняння для змін, і, отримаємо систему рівнянь, звану моделлю SIR

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\beta SI, \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI - \gamma I, \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I.\end{aligned}$$

Необхідно записати модель розповсюдження інфекційного захворювання у вигляді схеми iThink.

Рис. 1. Модель розповсюдження інфекційного захворювання



```

Top-Level Model:
Видужавші(t) = Видужавші(t - dt) + (виздоровлення) * dt {NON-NEGATIVE}
INIT Видужавші = 0
UNITS: People
INFLOWS:
    виздоровлення = Хворі/Середня_продовженість_хвороби
    UNITS: People/Days
Підверджені_інфекції(t) = Підверджені_інфекції(t - dt) + ( - Інфекціонування) * dt {NON-NEGATIVE}
INIT Підверджені_інфекції = загальна_кількість_людей-Хворі-Видужавші
UNITS: People
OUTFLOWS:
    Інфекціонування = Хворі*інфекціонованість*Підверджені_інфекції*частота_контактів/загальна_кількість_людей
    UNITS: People/Days
Хворі(t) = Хворі(t - dt) + (Інфекціонування - виздоровлення) * dt {NON-NEGATIVE}
INIT Хворі = 1
UNITS: People
INFLOWS:
    Інфекціонування = Хворі*інфекціонованість*Підверджені_інфекції*частота_контактів/загальна_кількість_людей
    UNITS: People/Days
OUTFLOWS:
    виздоровлення = Хворі/Середня_продовженість_хвороби
    UNITS: People/Days
загальна_кількість_людей = 10000
UNITS: People
інфекціонованість = 0,25
UNITS: People
Середня_продовженість_хвороби = 7
UNITS: People
частота_контактів = 6
UNITS: People
{ The model has 9 (9) variables (array expansion in parens).
  In root model and 0 additional modules with 0 sectors.
  Stocks: 3 (3) Flows: 2 (2) Converters: 4 (4)
  Constants: 4 (4) Equations: 2 (2) Graphicals: 0 (0)
}

```

Рис. 2. Рівняння системи, складені iThink

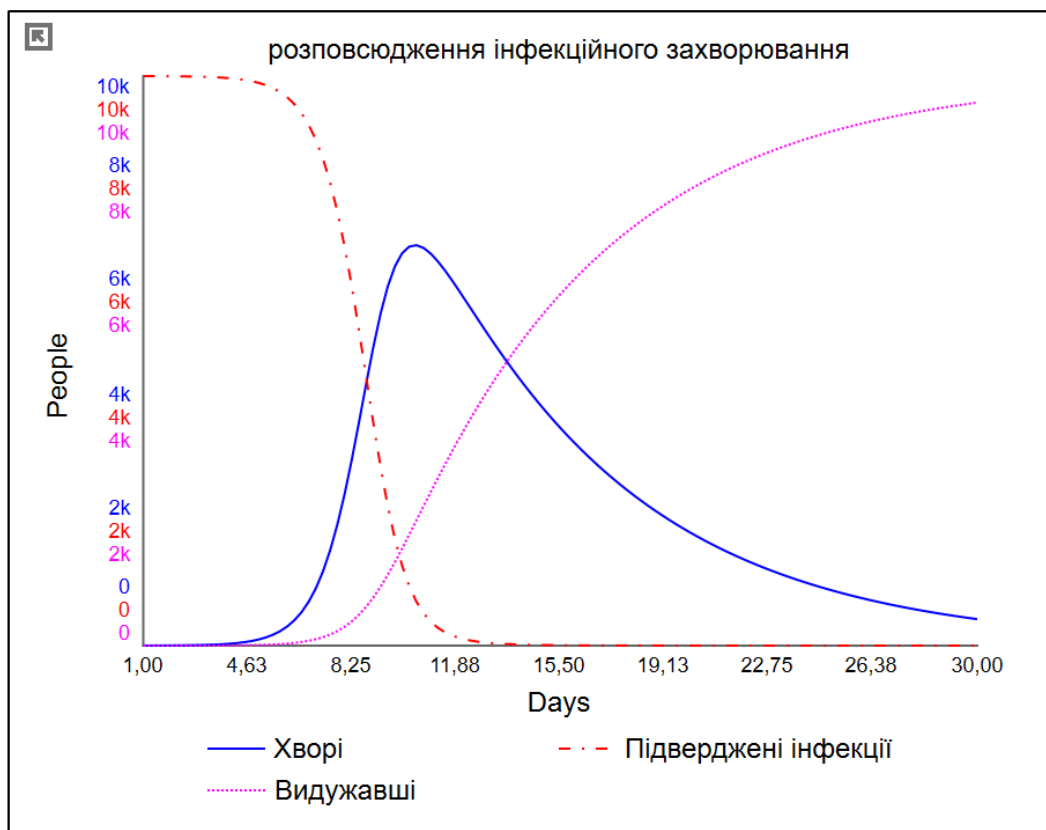


Рис. 3. Графік залежності розповсюдження інфекційного захворювання

Висновок: під час виконання цієї лабораторної роботи я придбав навички моделювання поведінки складних систем за допомогою методів системної динаміки та пакету iThink.