

La difficulté des exercices est dénotée par des étoiles (de 0 à 3).

Exercice 1. Traduire, avec les notations vues en cours, les phrases suivantes :

1. Le nombre a est un entier relatif ;
2. L'ensemble des entiers naturels est inclus dans l'ensemble des entiers relatifs ;
3. L'ensemble E est égal à l'ensemble des entiers relatifs **pairs**.
4. x est un élément de E .

Exercice 2. (★) Dans cet exercice, a, b, c et d sont des entiers relatifs, avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$.

1. Compléter la formule suivante $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = ?$
2. Compléter la formule suivante $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = ?$
3. A quelle condition le nombre a admet-il un inverse multiplicatif ? Si cet inverse existe, à quoi est-il égal ?
4. Compléter la formule suivante $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = ?$. Sous quelle condition cette formule est vraie ?
5. Compléter la formule ci-dessous :

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = ?$$

Sous quelle condition cette formule est vraie ?

Exercice 3. (★★)

1. Donner l'ensemble A des entiers supérieurs ou égaux à 0 et inférieurs ou égaux à 7.
2. Donner l'ensemble B des éléments de A qui sont **pairs**.
3. A-t-on $A \subset B$? $B \subset A$?

Exercice 4. Démontrer que $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

Exercice 5.

1. Rappeler la définition de a^n pour $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$.
2. Expliciter la règle de calcul ci-dessous :

$$a^n \times b^m = ? \quad \text{avec } a, b \in \mathbb{Z} \text{ et } n, m \in \mathbb{N}.$$

3. Rappeler la définition de a^{-1} pour $a \in \mathbb{Z}$.
4. En déduire la définition de a^{-n} pour $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$.
5. Expliciter la règle de calcul ci-dessous :

$$\frac{a^n}{b^m} = ? \quad \text{avec } a, b \in \mathbb{Z} \text{ et } n, m \in \mathbb{N}.$$

Exercice 6.

1. Résoudre pour x l'équation suivante $x^2 = 2$. Comment s'appelle l'outil mathématique utilisé ?
2. La valeur trouvée à la questions précédente est-elle un nombre entier ?
3. Même question pour $x^2 = 144$.

Exercice 7.

1. Rappeler la définition de la notation scientifique d'un nombre.
2. Sans calculatrice, écrire les nombres suivants en notation scientifique.

(a) 201

(c) 123 400 000

(e) 0,000 327

(b) 10

(d) 0,8

(f) 0,009 000 1

Exercice 8. (★) Sans calculatrice, donner le développement décimal des fractions suivantes.

(a) $\frac{1}{10}$

(c) $\frac{3}{10^5}$

(e) $\frac{395}{50}$

(b) $\frac{1}{5}$

(d) $\frac{7}{20}$

(f) $\frac{11}{200}$

Exercice 9. (★) On note $E = \{9 \cdot n \text{ t.q. } n \in \mathbb{Z}\}$.

1. Exhiber quelques éléments de E . Que remarquez-vous ?
2. On pose $F = \{3 \cdot n \text{ t.q. } n \in \mathbb{Z}\}$. A quoi correspond cet ensemble ?
3. Démontrer que $E \subset F$.
4. A-t-on $F \subset E$? Justifier.

Exercice 10. (★★) En raisonnant par l'absurde, montrer que $\frac{1}{9}$ n'est pas décimal.