

**Uniwersytet Warszawski**  
Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki

**Aleksander Mućk**

Nr albumu: 382184

# **Algorytmy do klastrowania duplikacji genomowych**

**Praca licencjacka**  
**na kierunku BIOINFORMATYKA I BIOLOGIA SYSTEMÓW**

Praca wykonana pod kierunkiem  
**dra hab. Pawła Góreckiego**

Sierpień 2019

## **Oświadczenie kierującego pracą**

Potwierdzam, że niniejsza praca została przygotowana pod moim kierunkiem i kwalifikuje się do przedstawienia jej w postępowaniu o nadanie tytułu zawodowego.

Data

Podpis kierującego pracą

## **Oświadczenie autora (autorów) pracy**

Świadom odpowiedzialności prawnej oświadczam, że niniejsza praca dyplomowa została napisana przeze mnie samodzielnie i nie zawiera treści uzyskanych w sposób niezgodny z obowiązującymi przepisami.

Oświadczam również, że przedstawiona praca nie była wcześniej przedmiotem procedur związanych z uzyskaniem tytułu zawodowego w wyższej uczelni.

Oświadczam ponadto, że niniejsza wersja pracy jest identyczna z załączoną wersją elektroniczną.

Data

Podpis autora pracy

## **Streszczenie**

Niniejsza praca przedstawia propozycje rozwiązań algorytmicznych dla problemów klastrowania duplikacji genomowych w oparciu o scenariusze ewolucyjne. W części pierwszej wprowadzane są podstawowe pojęcia dotyczące drzew genów, gatunków, modeli ich uzgadniania oraz tworzenia scenariuszy ewolucyjnych. Omówiony został również problem przeliczania i klastrowania duplikacji genomowych. W części drugiej opisana została proponowana heurystyka wraz z przykładowymi testami oraz jej implementacją w języku Python.

## **Słowa kluczowe**

duplikacja genu, drzewo genów, drzewo gatunków, analiza filogenetyczna, drzewo uzgadniające, Python, scenariusz ewolucyjny, strata genu, minimalizacja kosztu ewolucyjnego

## **Dziedzina pracy (kody wg programu Socrates-Erasmus)**

11.9 Inne nauki matematyczne i informatyczne

## **Klasyfikacja tematyczna**

Computational biology, Applied computing, Life and medical sciences

## **Tytuł pracy w języku angielskim**

Algorithms for the clustering of genomic duplication



# Spis Treści

<b>Wprowadzenie</b> . . . . .	5
<b>1. Podstawowe pojęcia</b> . . . . .	7
1.1. Wstęp biologiczny . . . . .	7
1.2. Drzewa genów i gatunków . . . . .	7
1.3. Uzgodnienie drzew . . . . .	8
1.3.1. Mapowanie LCA . . . . .	8
1.3.2. Drzewa DLS . . . . .	9
1.3.3. Scenariusz LCA . . . . .	10
1.4. Klastrowanie duplikacji . . . . .	11
1.4.1. Zawieranie się w zbiorze scenariuszy . . . . .	12
1.5. Modele scenariuszy ewolucyjnych . . . . .	12
1.5.1. Transformacje scenariuszy ewolucyjnych . . . . .	13
1.5.2. Opis modeli dopuszczalnych scenariuszy . . . . .	13
1.6. Problem minimum epizodów . . . . .	16
<b>2. Heurystyka</b> . . . . .	17
2.1. Opis algorytmu . . . . .	18
2.2. Dokumentacja użytkowa i opis implementacji . . . . .	18
2.3. Testy algorytmu . . . . .	19
2.3.1. Testy algorytmu na danych rzeczywistych . . . . .	19
2.3.2. Testy algorytmu na danych symulowanych . . . . .	20
<b>3. Podsumowanie</b> . . . . .	21
3.1. Perspektywy rozwoju . . . . .	21
3.2. Perspektywy wykorzystania . . . . .	21
<b>A. Pętla programu zapisana w języku Python wykonywana dla losowego wybierania indeksów</b> . . . . .	23
<b>B. Przykładowe drzewa gatunków dla danych syntetycznych</b> . . . . .	25
<b>C. Przykładowe drzewa genów dla danych syntetycznych</b> . . . . .	27
<b>Bibliografia</b> . . . . .	29



# Wprowadzenie

Badanie drzew genów i gatunków, a w szczególności zależności między nimi może odpowiedzieć na pytania w jaki sposób wyodrębniały się gatunki przez pryzmat zmian w ich genomie. Mimo wszystko jednak należy pamiętać, że pokrewieństwo gatunków nie zawsze implikuje pokrewieństwo genów. W szczególności drzewo ewolucyjne genów nie musi pokrywać się z odpowiadającym im drzewem gatunków, które samo w sobie nie jest tak bardzo bardzo zróżnicowane jak drzewo genów. Tworzenie scenariuszy ewolucyjnych dzięki którym możemy poznać w jaki sposób ewolucja genów wpływała na ewolucję gatunków jest zadaniem nietrywialnym. Potrzebne są narzędzia, które potrafiłyby tworzyć i oceniać scenariusze pod kątem ilości zdarzeń ewolucyjnych i przyporządkować je we właściwe miejsca historii ewolucyjnej.

Wybranie właściwego scenariusza ewolucyjnego nie jest zadaniem łatwym, ponieważ takich scenariuszy, wyjaśniających ewolucję danej rodziny genów, może być nieskończenie wiele. Problem jeszcze bardziej komplikuje się gdy w badaniach uwzględnimy wiele drzew genów, co generuje olbrzymią liczbę danych do przeliczenia.

Należy pamiętać, że badacze nie zawsze mają dostęp do pełnych danych, a i te same w sobie mogą być obarczone błędami. Do tego typu utrudnień należą między innymi: straty genów, braki w samych sekwencjach genomowych, czy niedokładne metody obliczania drzew genów i gatunków, które są heurystykami.

W niniejszej pracy proponowane są algorytmy, które oceniają zbiór scenariuszy tworząc na ich podstawie jeden, którego koszt, liczony jako ilość duplikacji, będzie możliwie najmniejszy. Praca składa się z trzech rozdziałów i dodatków. W rozdziale 1 przedstawiono podstawowe pojęcia dotyczące drzew genów, drzew gatunków oraz modeli i scenariuszy ewolucyjnych. Rozdział 2 przedstawia propozycję heurystyki wraz z jej testami. W rozdziale tym opisano również implementację i sposób użycia programu napisanego na podstawie przybliżonej we wcześniejszej sekcji heurystyki. Ostatni rozdział zawiera przemyślenia dotyczące możliwego użycia algorytmu i perspektyw jego rozwoju. W dodatkach umieszczono fragmenty kodu i przykładowe dane wejściowe.





# Rozdział 1

## Podstawowe pojęcia

W tym rozdziale poruszane są pojęcia i definicje niezbędne do zrozumienia problematyki klastrowania duplikacji genomowych.

### 1.1. Wstęp biologiczny

Ewolucja biologiczna jest procesem zmian w trakcie których organizmy stopniowo nabywają lub tracą pewne cechy. Jest to element kluczowy dla powstawania nowych gatunków: specjacji. Śledzenie w jaki sposób kształtowały się nowe gatunki i w jaki sposób zachodziły na Ziemi procesy ewolucyjne jest zadaniem złożonym i wymagającym specyficznego podejścia. Jednym z możliwych sposobów przedstawienia historii ewolucyjnej gatunków jest drzewo filogenetyczne, które przedstawiają zależności ewolucyjne pomiędzy umieszczonymi na nim gatunkami lub genami.

Początkowo za wyznacznik pokrewieństwa gatunków służyło podobieństwo morfologiczne, jednak obecnie często stosuje się metody polegające na badaniu podobieństwa danych rodzin genów. Można założyć, że im większe podobieństwo genów danych organizmów tym bliżej są one spokrewnione. Z punktu widzenia tej pracy genom jest niczym więcej jak zbiorem genów obecnym w danym organizmie.

### 1.2. Drzewa genów i gatunków

W pracy tej drzewo to ukorzenione, binarne drzewo  $T$  o zbiorze krawędzi skierowanych  $E_T$  i zbiorze węzłów  $V_T$ :

$$T = \langle V_T, E_T \rangle.$$

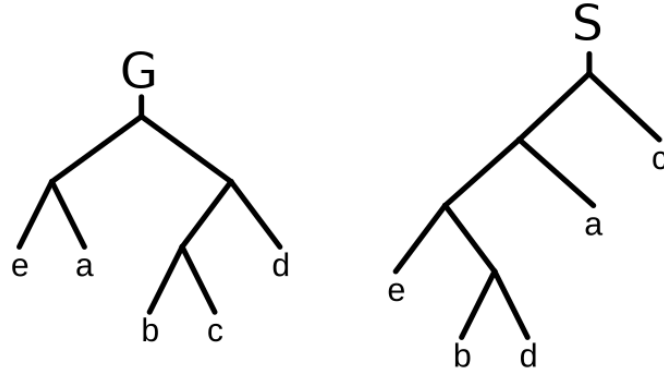
gdzie  $E_T$  zawiera pary węzłów  $(v, w)$  takie, że  $v, w \in V_T$ . Węzły z których nie wychodzą żadne krawędzie nazywane są liśćmi, a korzeń jest węzłem do którego nie prowadzą żadne krawędzie (nieposiadającym rodzica). Węzeł  $v$  jest przodkiem węzła  $w$  jeśli istnieje ścieżka skierowana z węzła  $v$  do węzła  $w$ . Liczba krawędzi w ścieżce od węzła  $v$  do węzła  $w$  jest nazywana długością. Poddrezewem węzła  $v$  jest drzewo oznaczone  $T(v)$  w którym węzeł  $v$  jest korzeniem.

Związki między gatunkami przedstawia się za pomocą drzewa  $T$ , zwanego drzewem gatunków  $S$ .

**Definicja 1.2.1** *Drzewo gatunków to takie drzewo  $S$ , gdzie każdy liść reprezentuje gatunek, a węzły wewnętrzne nazywamy specjacjami. Zbiór wszystkich gatunków (liści) oznaczony jest jako  $L(S)$ .*

Związki między genami w danej rodzinie przedstawia się za pomocą drzewa  $T$ , zwanego drzewem genów  $G$ .

**Definicja 1.2.2** *Drzewo genów to takie drzewo  $G$ , gdzie każdy liść reprezentuje gen i jest etykietowany gatunkiem, z którego dany gen został zsekwencjonowany. Zbiór wszystkich gatunków (etykiet) oznaczony jest jako  $L(G)$ .*



Rysunek 1.1: Przykładowe drzewa genów  $G$  i gatunków  $S$ .

### 1.3. Uzgodnienie drzew

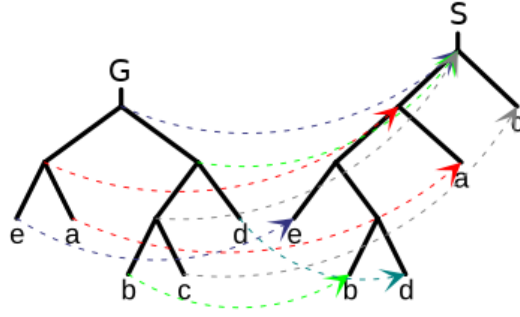
Bardzo częste różnice struktury drzewa genów w stosunku do historii ewolucyjnej opisanej drzewem gatunków wymagają mapowania węzłów drzewa  $G$  na węzły znajdujące się w drzewie  $S$ . Jest to krok niezbędny by zrozumieć w jaki sposób ewolucja gatunków wpływała na strukturę ich genomów.

#### 1.3.1. Mapowanie LCA

Podstawowym algorytmem dla tego typu uzgodnień jest **algorytm LCA** (ang. *Lowest Common Ancestor*; pl. *Najniższy Wspólny Przodek*) [?]. Najniższym przodkiem węzłów  $v$  i  $w$  to taki węzeł oznaczony jako  $LCA(v, w)$ , który jest przodkiem obu węzłów i którego długość ścieżki od korzenia drzewa jest największa. Najniższego wspólnego przodka dwóch węzłów można policzyć w czasie stały po liniowym, jednorazowym preprocesingu.

**Definicja 1.3.1** *Dla drzewa genów  $G$  i drzewa gatunków  $S$  takich, że  $L(G) \subseteq L(S)$  mapowanie LCA to funkcja  $MAP_{LCA}: V_G \rightarrow V_S$  gdzie dla każdego węzła  $g$  z drzewa genów  $G$   $MAP_{LCA}(V_G)$  to węzeł taki, że:*

$$MAP_{LCA}(g) = \begin{cases} \text{etykieta } g & \text{jeśli } g \text{ jest liściem,} \\ LCA(MAP_{LCA}(g_1), MAP_{LCA}(g_2)) & \text{jeśli } g \text{ ma synów } g_1 \text{ i } g_2. \end{cases}$$



Rysunek 1.2: Mapowanie  $MAP_{LCA}$  dla przykładowego drzewa genów G i gatunków S.

### 1.3.2. Drzewa DLS

Scenariusz ewolucyjny jest przedstawieniem ewolucji danej rodziny genów, przy uwzględnieniu ewolucji gatunków, które owe geny zawierają. Jako reprezentację scenariusza ewolucyjnego można stosować drzewa nazwane drzewami DLS (ang. *Duplication-Loss-Speciation Tree*) [3]. Drzewa te posiadają dwa rodzaje węzłów wewnętrznych i dwa rodzaje liści. Pierwszy rodzaj węzła wewnętrznego opisuje zjawisko duplikacji, czyli powielenia tego samego genu do dwóch kopii (oznaczymy jako DUP), zaś drugi jest wyrażeniem zjawiska specjacji (oznaczymy jako SPEC). Pierwszy z rodzajów liści jest opisuje stratę genu (oznaczymy jako LOSS), a drugi jest reprezentacją sekwencji genu obecnego w gatunku o danej etykietce. Drzewo DLS w kontekście drzewa gatunków S definiuje się w następujący sposób:

1.  $s$  jest drzewem DLS z jednym węzłem oznaczającym, że sekwencja genu jest obecna w gatunku  $s$ ,
2.  $A-$  jest drzewem DLS z jednym węzłem oznaczającym stratę genu, gdzie  $A$  jest niepustym zbiorem gatunków,
3.  $(R_1, R_2)+$  jest drzewem DLS, którego korzeń jest węzłem duplikacyjnym i dzieci korzenia  $R_1$  i  $R_2$  są drzewami DLS takimi, że  $L(R_1) = L(R_2)$ ,
4.  $(R_1, R_2)\sim$  jest drzewem DLS, którego korzeń jest węzłem specjacyjnym i dzieci korzenia  $R_1$  i  $R_2$  są drzewami DLS takimi, że  $L(R_1) \cap L(R_2) = \emptyset$ .

Z każdego drzewa DLS możliwe jest odczytanie drzewa genów za pomocą którego zostało zbudowane dane drzewo DLS [3]. Operację tę oznaczoną jako  $gene(T)$ , gdzie  $T$  jest drzewem DLS definiuje się w następujący sposób:

1.  $gene(\emptyset) = \emptyset$ ,
2.  $gene(s) = s$ ,
3.  $gene(A-) = \emptyset$ ,
4. Dla  $\star \in \{\sim, +\}$ :

$$gene((R_1, R_2)\star) = \begin{cases} \emptyset & \text{jeśli } gene(R_1) = \emptyset = gene(R_2), \\ gene(R_1) & \text{jeśli } gene(R_1) \neq \emptyset = gene(R_2), \\ gene(R_2) & \text{jeśli } gene(R_1) = \emptyset \neq gene(R_2), \\ (gene(R_1), gene(R_2)) & \text{w innym przypadku.} \end{cases}$$

Klasyczną miarą kosztu ewolucyjnego danego drzewa DLS jest liczba znajdujących się w nim węzłów duplikacyjnych.

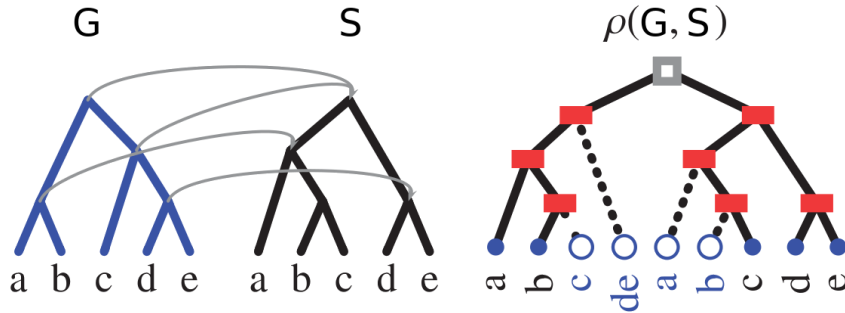
### 1.3.3. Scenariusz LCA

Z wykorzystaniem mapowania LCA węzłów drzewa genów  $G$  do drzewa gatunków  $S$  można stworzyć drzewo DLS, które reprezentuje scenariusz LCA.

**Definicja 1.3.2** *Scenariusz LCA dla drzewa  $G$  o korzeniu  $g$  i drzewa  $S$  o korzeniu  $s$ , gdzie  $L(G) \subseteq L(S)$ , jest drzewem DLS  $p(g, MAP_{LCA}(g))$ , takim, że  $p(g, s) = s$  kiedy  $g$  i  $s$  są liśćmi oraz etykietą  $g$  jest  $s$ . W innym przypadku:*

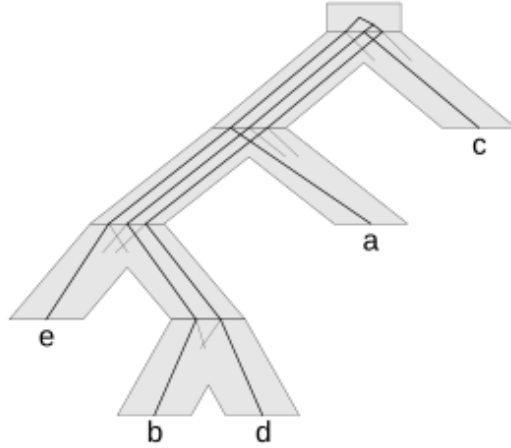
$$p(g, s) = \begin{cases} (p(g, u), L(T(v)) -) \sim & \text{jeśli } MAP_{LCA}(g) \in T(u), & (LOSS) \\ (p(q, u), p(r, v)) \sim & \text{jeśli } MAP_{LCA}(q) \in T(u) \wedge MAP_{LCA}(r) \in T(v), & (SPEC) \\ (p(q, s), p(r, s)) + & \text{jeśli } MAP_{LCA}(g) = MAP_{LCA}(q) = s, & (DUP) \end{cases}$$

gdzie  $u$  oraz  $v$  są dziećmi  $s$ , a dzieci  $g$  to  $q$  oraz  $r$ .



Rysunek 1.3: Drzewo DLS  $p(G, S)$  będące scenariuszem zbudowanym w oparciu o mapowanie LCA, które uzgadnia drzewo genów  $G$  i drzewo gatunków  $S$ . Węzeł oznaczony szarym kwadratem jest węzłem duplikacyjnym, a czerwony prostokąt jest specjacją. Gałęzie narysowane linią przerywaną prowadzą do liści, które są reprezentacją straty genów w danym gatunku. Rysunek pochodzi z pracy [3].

Przedstawieniem drzewa DLS jest "wbudowanie" drzewa genów, w kontener będący drzewem gatunków.



Rysunek 1.4: Przykład wbudowania dla drzew z rysunku 1.2.

## 1.4. Klastrowanie duplikacji

Jednym z problemów podczas tworzenia scenariuszy ewolucyjnych jest problem jednoczesnych duplikacji genomowych. Istnieje potrzeba wprowadzenia dodatkowych reguł, które określą, kiedy dwie duplikacje mogą być klastrowane razem.

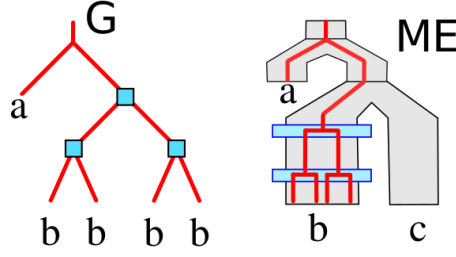
Niech  $S$  to drzewo gatunków. Niech  $\mathcal{T} = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}$  to drzewa DLS takie, że  $L(\text{gene}(T_i)) \subseteq L(S)$  dla każdego  $i$ . Wówczas mówimy, że dwa węzły duplikacyjne  $d_1$  i  $d_2$  z  $\mathcal{T}$  można sklastrować (oznaczymy jako  $d_1 \iff d_2$ ) jeśli poniższe warunki są spełnione:

1.  $L(d_1) = L(d_2)$ ,
2. jeśli  $d_1$  i  $d_2$  są w jednym drzewie DLS to nie leżą na jednej ścieżce (są nieporównywalne) albo  $d_1 = d_2$ .

$\text{MEScore}(\mathcal{T}, S)$  to wtedy minimalna wielkość podziału zbioru wszystkich węzłów duplikacyjnych obecnych w scenariuszach tak, że każde dwie duplikacje z tego samego podziału są klastrowalne. Formalnie:

**Definicja 1.4.1**  $\text{MEScore}(\mathcal{T}, S) = \min_{\cup P = \text{Dup}(\mathcal{T})} \{|P| : \forall A \in P \forall d_1, d_2 \in A d_1 \iff d_2\}$  gdzie  $\text{Dup}(\mathcal{T})$  jest zbiorem wszystkich węzłów duplikacyjnych obecnych w  $\mathcal{T}$ .

Klastrowanie, które użyte zostało w tej pracy to klastrowanie ME (ang. *Minimum Episodes Clustering*) i zostało zaproponowane w pracy [5]. W tym modelu klastrowania duplikacje mogą zostać sklastrowane jeśli są nieporównywalne i jeśli ich węzły duplikacyjne mapują do tego samego węzła na drzewie gatunków.



Rysunek 1.5: Klastrowanie ME dla przykładowego drzewa genów G. Rysunek zaadaptowany z pracy [4].

Klastrowanie ME nie jest jedynym możliwym rodzajem klastrowania. Wyróżnia się także klastrowania:

1. GD, gdzie duplikacje nie mogą zostać sklastrowane jeśli obecne są w tym samym drzewie DLS.
2. EC, gdzie duplikacje mogą zostać sklastrowane jeśli węzły duplikacyjne mapują do tego samego węzła na drzewie gatunków.

Definicje na podstawie pracy [4].

#### 1.4.1. Zawieranie się w zbiorze scenariuszy

Niech  $S$  to drzewo gatunków z węzłami  $\langle s_1, s_2, \dots, s_m \rangle$ . Niech  $\mathcal{T} = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}$  to drzewa DLS takie, że  $L(\text{gene}(T_i)) \subseteq L(S)$  dla każdego  $i$  oraz  $T_i$  jest wektorem epizodów  $\langle e^1, e^2, \dots, e^m \rangle$ , gdzie dla każdego  $j$ ,  $e^j$  to liczba epizodów duplikacyjnych przypisanych do węzła  $s_j$ .

**Definicja 1.4.2**  $MEScore(\mathcal{T}, S, j) = \min_{\cup P = Dup_s(\mathcal{T}, j)} \{|P| : \forall A \in P \forall d_1, d_2 \in A d_1 \iff d_2\}$  gdzie  $Dup_s(\mathcal{T}, j)$  jest zbiorem wszystkich węzłów duplikacyjnych obecnych w  $\mathcal{T}$ , których klasterek jest równy  $L(s_j)$ .

Niech  $R$  będzie scenariuszem, będący wektorem epizodów  $\langle r^1, r^2, \dots, r^m \rangle$ , gdzie dla każdego  $j$ ,  $r^j$  to liczba epizodów duplikacyjnych przypisanych do węzła  $s_j$ . Mówimy, że  $R$  zawiera się w zbiorze scenariuszy  $\mathcal{T} = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}$  (oznaczone jako  $V \triangleright \mathcal{T}$ ) jeśli: istnieje scenariusz  $T_i \in \mathcal{T}$  taki, że  $\forall j \in \{0, \dots, m\} MEScore(\mathcal{T}, S, j) \geq r^j$ .

## 1.5. Modele scenariuszy ewolucyjnych

Drzewo DLS, które opiera się o mapowanie LCA, jest drzewem o możliwie najmniejszym koszcie duplikacyjnym i możliwe najgłębiej położonych węzłach duplikacyjnych. Nie jest to jednak jedyny możliwy scenariusz, których w rzeczywistości jest nieskończenie wiele. Należy jednak pamiętać, że nie powinno się brać pod uwagę przypadków skrajnie nieprawdopodobnych, gdzie gen jest, dla przykładu, wielokrotnie duplikowany i tracony. Po wprowadzeniu tego typu ograniczeń możliwe jest otrzymanie skończonego zbioru możliwych scenariuszy ewolucyjnych, które zwane są semi-normalnymi. Formalnie drzewo DLS nazywamy semi-normalnym jeśli:

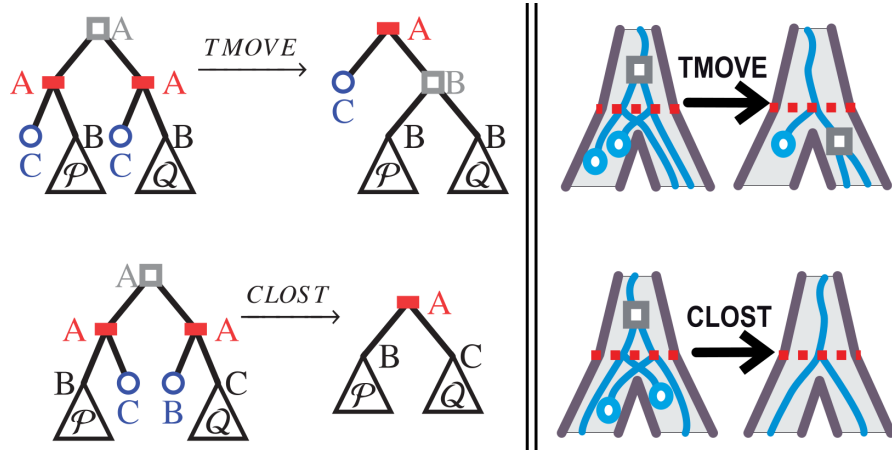
1. nie istnieje węzeł duplikacyjny, którego dzieckiem jest strata,
2. nie istnieje węzeł specyjny, którego dzieci są stratami.

### 1.5.1. Transformacje scenariuszy ewolucyjnych

Drzewo DLS podlega ściśle określonym transformacjom, które zmieniają jego strukturę:

1. TMOVE: Poddrzewo  $((C-, P) \sim, (C-, Q) \sim)) +$  w drzewie DLS zostaje przekształcone do poddrzewa  $(C-, (P, Q) +) \sim$ ,
2. CLOST: Poddrzewo  $((P, L(Q)-) \sim, (L(P)-, Q) \sim)) +$  w drzewie DLS zostaje przekształcone do poddrzewa  $(P, Q) \sim$ ,

gdzie  $C, P, Q$  są drzewami DLS.



Rysunek 1.6: Transformacje TMOVE i CLOST wraz z ich biologiczną interpretacją. Szary kwadrat reprezentuje duplikację. Czerwony prostokąt i czerwona linia przerywana są reprezentacją specjacji, a niebieskie koło jest stratą. Rysunek zaadaptowany z pracy [3].

Stosowane są również odwrotności zdefiniowanych powyżej transformacji, które oznaczone są indeksem górnym  $-1$  np.  $TMOVE^{-1}$ .

Dla ustalonego drzewa genów  $G$  i ustalonego drzewa gatunków  $S$ , gdzie  $L(G) \subseteq L(S)$ , możliwe jest uzyskanie zbioru scenariuszy semi-normalnych, który reprezentowany jest jako zbiór drzew DLS, poprzez zastosowanie ruchów  $TMOVE^{-1}$  i  $CLOST^{-1}$  na drzewie DLS będącym scenariuszem LCA.

Na rysunku 1.7 przedstawione są wszystkie możliwe przekształcenia TMOVE i CLOST dla przykładowych drzew  $G$  i  $S$ .

### 1.5.2. Opis modeli dopuszczalnych scenariuszy

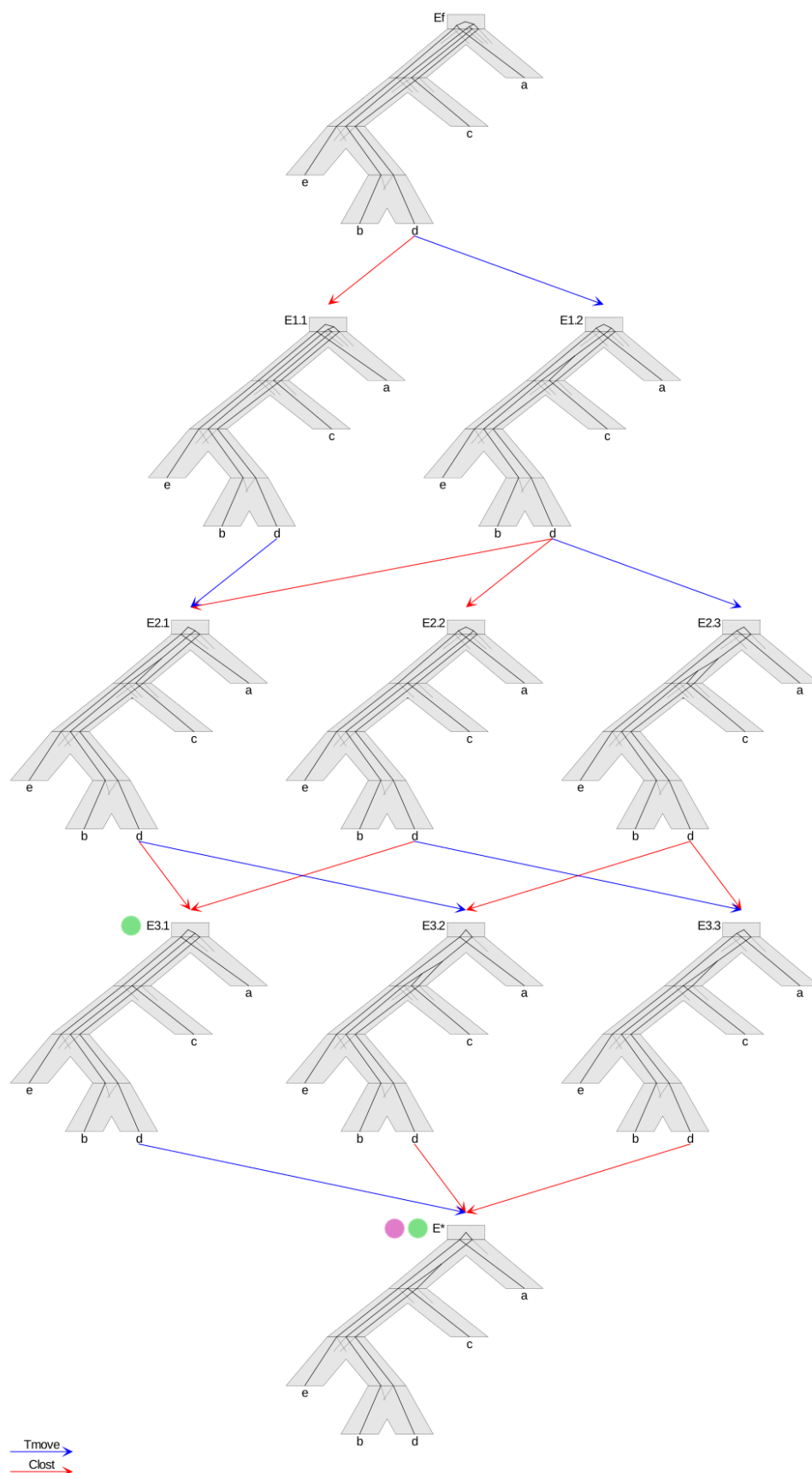
W praktyce nie zawsze rozważa się wszystkie możliwe scenariusze do klastrowania, ponieważ może prowadzić to do nieprawdopodobnych klastrowań duplikacji np. gdzie wszystkie duplikacje ulokowane zostały w korzeniu drzewa DLS. Należy wspomnieć, że w przypadku straty genów duplikacje genomowe będą położone niżej na drzewie gatunków. W niektórych sytuacjach może to wymusić użycie modeli, które pozwalają na wielokrotne transformacje drzew DLS i odejście od scenariusza LCA. Nie możliwe jest jednak dowolne przesuwanie węzła duplikacyjnego, ponieważ specjacja jest górnym ograniczeniem przy przesuwaniu duplikacji.

W literaturze wyodrębniono kilka dopuszczalnych modeli, a w pracy tej zajęto się podanymi niżej modelami, które dopuszczają podane warunki:

1. Model PG [7]: Model ten dopuszcza tylko takie drzewa DLS, które zachowują minimalny koszt duplikacyjny. Oznacza to, że są to scenariusze osiągalne ze scenariusza LCA reprezentowanego drzewem DLS za pomocą transformacji  $TMOVE^{-1}$ .
2. Model FHS [8]: Model ten dopuszcza każde możliwe przekształcenie drzew DLS, nawet jeśli takie drzewo nie zachowuje minimalnego kosztu duplikacyjnego. Oznacza to, że są to scenariusze osiągalne ze scenariusza LCA reprezentowanego drzewem DLS za pomocą transformacji  $TMOVE^{-1}$  i  $CLOST^{-1}$ .

Należy wspomnieć, że w przypadku straty genów duplikacje genomowe będą położone niżej na drzewie gatunków. Nie zawsze istnieje możliwość ich przesunięcia w dowolne miejsce, ponieważ specjacja jest górnym ograniczeniem przy przesuwaniu węzłów duplikacyjnych. Taka transformacja przekształciłaby scenariusz tak, że nie byłby on semi-normalny.





Rysunek 1.7: Diagram przekształceń scenariuszy semi-normalnych. Na dole rysunku, oznaczone fioletowym kołem, znajduje się drzewo uzyskane za pomocą mapowania LCA. Model PG zawierać będzie tylko drzewa oznaczone zielonym kołem, podczas gdy dla modelu FHS wszystkie drzewa obecne na diagramie są częścią zbioru scenariuszy semi-normalnych.

## 1.6. Problem minimum epizodów

Badania wielokrotnych duplikacji generują szeroką klasę problemów różniących się właściwościami, które zależą od metody klastrowania i modelu dozwolonych scenariuszy. W pracy tej zajęto się tylko klastrowaniem ME, więc problem minimum epizodów jest parametryzowany wyłącznie przez obrany model scenariuszy.

Niech  $S$  to drzewo gatunków, a  $\mathcal{G} = \{G_1, G_2, \dots, G_n\}$  to drzewa genów gdzie  $L(G_i) \subseteq L(S)$  dla każdego  $i$ . Niech  $\mathcal{M}$  to wybrany model scenariuszy ewolucyjnych. Problem minimum epizodów, oznaczony jako RME, definiuje się w następujący sposób:

**Problem 1**  $RME_{\mathcal{M}}(\mathcal{G}, S) = \min_{\forall_i T_i \in \mathcal{M}(G_i, S)} MEScore(\{T_i\}_{i=1,2,\dots,n}, S)$ , gdzie  $\mathcal{M}(G_i, S)$  to wszystkich zbiór semi-normalnych scenariuszy ewolucyjnych w modelu  $\mathcal{M}$  dla drzewa  $G_i \in \mathcal{G}$ .

Po raz pierwszy problem minimum epizodów został opisany w pracy [5].

## Rozdział 2

# Heurystyka

Dane empiryczne wskazują, że klastrowanie duplikacji dla modelu PG i jego pochodnych jest zbliżone do tego wyznaczonego przez mapowanie LCA. Z tego powodu należałoby przeanalizować scenariusze wygenerowane z użyciem modeli bardziej ogólnych, takich jak model FHS. Potrzebna jest więc metoda, która umożliwiłaby klastrowanie duplikacji w modelach ogólniejszych niż model PG i w innych, które się o niego opierają. Obecnie nie istnieje metoda, która pozwoliłaby na uniwersalne klastrowanie duplikacji niezależnie od obranego modelu, to znaczy, której działanie nie byłoby parametryzowalne samym modelem tak jak zostało to zdefiniowane w problemie 1.

W tym rozdziale przedstawiony zostanie algorytm heurystyczny, który umożliwia uniwersalne klastrowanie duplikacji i rozwiązuje opisany powyżej problem.

## 2.1. Opis algorytmu

### Input:

1. Drzewo gatunków  $S$  z węzłami  $\langle s_1, s_2, \dots, s_m \rangle$ ,
2. Zbiór drzew genów  $\mathcal{G} = \{G_1, G_2, \dots, G_z\}$  gdzie  $L(G_i) \subseteq L(S)$  dla każdego  $i$ ,
3. Zbiór drzew DLS  $\mathcal{T}_i$  dla każdego drzewa genów  $G_i \in \mathcal{G}$ , reprezentowanych jako wektory  $T = \langle e^1, e^2, \dots, e^m \rangle$ , gdzie dla każdego  $j$ ,  $e^j$  to liczba epizodów duplikacyjnych przypisanych do węzła  $s_j$ .

### Output:

1. Scenariusz w postaci wektora  $\langle e^1, e^2, \dots, e^m \rangle$ , gdzie dla każdego  $j$ ,  $e^j$  to liczba epizodów duplikacyjnych przypisanych do węzła  $s_j$ .

$V^{max} := \langle e^1, e^2, \dots, e^m \rangle$ , gdzie dla każdego  $j$ ,  $e^j = \forall_{i \in \{1, \dots, z\}} \max e^j$  dla każdego

```

 $T \in \mathcal{T}_i$ ;
 $V^* := V^{max}$ ;
\\Pętla główna;
for  $i \in \{1, \dots, m\}$  do
     $V_{new}^* = V^*$ ;
    zmiana := True;
    while  $zmiana == True$  i  $V_{new}^*[i] > 0$  do
         $V_{new}^*[i] - -$ ;
        zmiana := False;
        if  $\forall_{G_i \in \mathcal{G}} V_{new}^* \triangleright \mathcal{T}_i$  then
             $V^* := V_{new}^*$ ;
            zmiana := True;
        end
    end
end

```

Wybór współrzędnej  $i$  odpowiadającej pozycji węzła  $s_j$  w pętli głównej może, zależnie od potrzeby, być dokonywany w inny sposób (np. w porządku prefiksowym) jednak w tej pracy współrzędne wybierane były losowo.

## 2.2. Dokumentacja użytkowa i opis implementacji

Opisana heurystyka zaimplementowana została w języku Python w wersji 3.7.4 przy użyciu paradygmatu obiektowego, gdzie zbiór wszystkich drzew DLS dla wszystkich drzew, zbiór drzew semi-normalnych otrzymanych z jednego drzewa genów, a także pojedyncze drzewo DLS stanowią oddzielne klasy. Fragment kodu można zobaczyć w dodatku A. Program pythonowy przyjmuje na wejściu listę plików w których zawarte są wyliczone scenariusze dla danego drzewa genów.

Algorytm ten, dla wygody użycia, został obudowany skryptem napisanym w języku bash, który pozwala na wyliczenie scenariuszy w modelu FHS i PG z wykorzystaniem programu DLSgen autorstwa dra hab. Pawła Góreckiego [9]. Program ten wylicza dla danego drzewa genów i drzewa gatunków scenariusze ewolucyjne, które wykorzystywane są jako dane wejściowe dla proponowanej heurystyki.

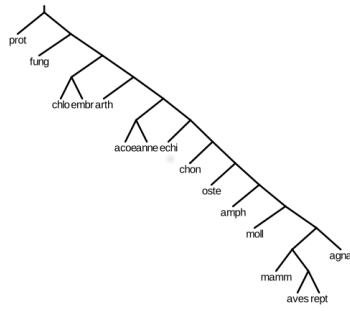
## 2.3. Testy algorytmu

Do sprawdzenia wyników wyliczanych przez proponowany algorytm użyty został program RME napisany przez dra Jarosława Paszka. Program ten korzystając z dostępnych metod algorytmicznych wylicza dokładne i najniższe możliwe wartości kosztu ewolucyjnego dla podanych modeli z użyciem klastrowania ME. [2]

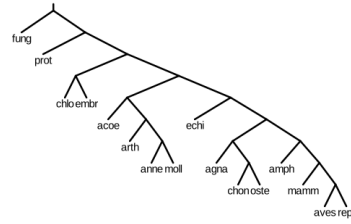
Z powodu trudności w obliczeniu danych wejściowych dla heurystyki obecnie nie ma możliwości dla przetestowania algorytmów dla dużych zbiorów danych.

### 2.3.1. Testy algorytmu na danych rzeczywistych

Zbiorem danych dla testu na danych rzeczywistych był zbiór Guigo zawierający 53 ukorzenione drzewa genów pochodzące od 16 eukariontów. Do zbioru tego załączono dwa drzewa gatunków  $S_1$  z pracy [5] i  $S_2$  z pracy [6].

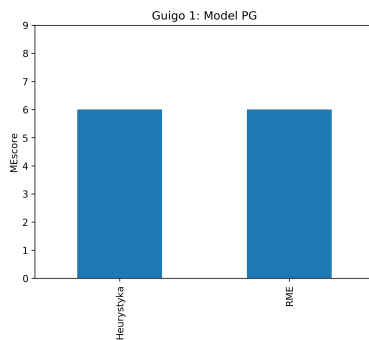


(a) Drzewo  $S_1$

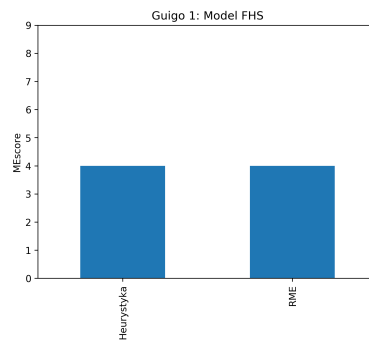


(b) Drzewo  $S_2$

Rysunek 2.1: Drzewa gatunków ze zbioru Guigo

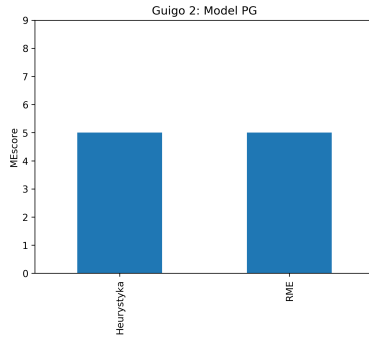


(a) Test algorytmu dla modelu PG

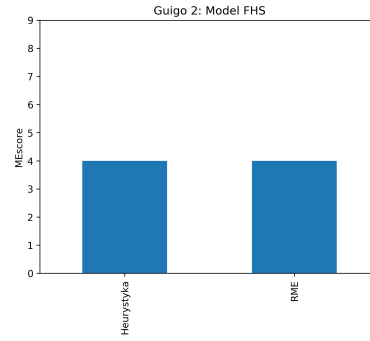


(b) Test algorytmu dla modelu FHS

Rysunek 2.2: Testy algorytmu na danych rzeczywistych dla drzewa gatunków  $S_1$



(a) Test algorytmu dla modelu PG



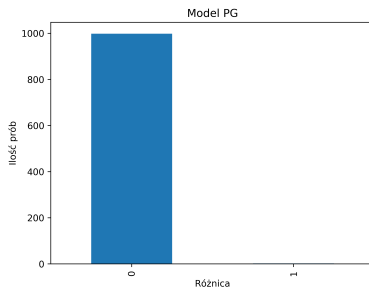
(b) Test algorytmu dla modelu FHS

Rysunek 2.3: Testy algorytmu na danych rzeczywistych dla drzewa gatunków  $S_2$

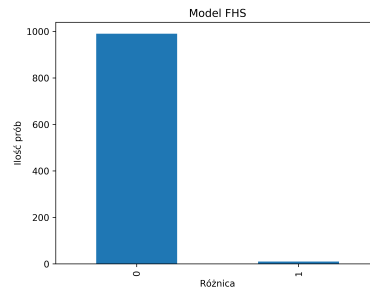
Dla wszystkich przypadków algorytm przy losowym wyborze współrzędnych jest w stanie osiągnąć wyniki identyczne jak te wyliczone przez program RME.

### 2.3.2. Testy algorytmu na danych symulowanych

Dane dla testów syntetycznych zostały wygenerowane w sposób losowy jednak wielkość, struktura i ilość drzew genów zostały dopasowane do zbioru Guigo. Zbiory symulowane zawierają syntetyczne drzewo gatunków z 15 liśćmi oraz wygenerowane losowo, w oparciu o algorytm YULA, 48 ukorzenione drzewa genów etykietowane gatunkami z wylosowanego wcześniej drzewa gatunków. Przykładowe drzewa gatunków (w formie graficznej) i genów (w formie tekstowej) można znaleźć w dodatkach do pracy. Test został przeprowadzony dla 1000 losowych zestawów.



(a) Test algorytmu dla modelu PG



(b) Test algorytmu dla modelu FHS

Rysunek 2.4: Testy algorytmu na danych symulowanych. Przez różnicę rozumiany jest wynik odjęcia od wyliczeń otrzymanych przez program RME wyliczeń otrzymanych dzięki proponowanemu algorytmowi.

W obu przypadkach wyniki obliczeń heurystyki nie odbiegają znacząco od dokładnych wartości kosztu ewolucyjnego otrzymanych przez program RME. Za pomocą wykresu nie da się nawet dokładnie określić dla ilu zbiorów heurystyka nie wyliczyła prawdziwego, minimalnego kosztu.

Dla modelu PG tylko 4 zbiory z 1000 nie dały tego samego wyniku, a dla modelu FHS było to 17 zbiorów z 1000.

## Rozdział 3

# Podsumowanie

W pracy przedstawiono pierwszy i dosyć intuicyjny pomysł na ocenę scenariuszy ewolucyjnych reprezentowanymi drzewami DLS pod kątem ilości duplikacji. Należy jednak wspomnieć, że samą ideę da się znacząco usprawnić.

Obecnie to krok w którym konieczne jest wyliczenie zbioru drzew semi-normalnych dla danego drzewa genów jest krokiem najbardziej wymagającym czasowo i obliczeniowo. W związku z tym trudno mówić o czasie potrzebnym algorytmowi na własne obliczenia. Nie udało się zaobserwować, by algorytm kiedykolwiek potrzebował więcej niż jedną sekundę na wczytanie danych i więcej niż 0.3 sekundy na obliczenie drzewa o najmniejszym koszcie ewolucyjnym. Należy jednak podkreślić, że ponieważ to właśnie program DLSgen był swego rodzaju "wąskim gardłem" niemożliwe jest przetestowanie algorytmu na danych bardziej złożonych niż zbiór Guigo lub jego pochodne.

Testy pokazują również, że opisany algorytm zwraca wyniki, które różnią się w bardzo niewielkim stopniu od rzeczywistego minimalnego kosztu ewolucyjnego, gdyż maksymalnie tylko dla 2,8% danych algorytm nie uzyskał najniższego możliwego wyniku. Maksymalna różnica jaką udało się zaobserwować wynosiła 1, co również nie jest dużą wartością. Może to jednak wynikać z dosyć niskiego kosztu ewolucyjnego drzew DLS zawartych w badanych zbiorach, który wynosił maksymalnie 9 (średnia arytmetyczna = 6,1) dla modelu PG i 7 (średnia arytmetyczna = 4,5) dla modelu FHS. Proponowany algorytm wymaga w związku z tym kolejnych, bardziej rozbudowanych testów.

### 3.1. Perspektywy rozwoju

Trudno przewidzieć wszystkie możliwości rozwoju algorytmu, ale tę bardziej oczywistą można wskazać już teraz. Jest to uniezależnienie algorytmu od kroku w którym wyliczane są scenariusze i klastrowanie duplikacji bezpośrednio na podstawie drzew genów. Jest to krok kluczowy dla dalszego rozwoju heurystyki, ponieważ pozwoli on na używanie jej przy rozwiązywaniu rzeczywistych problemów. Będzie możliwe wtedy również przeprowadzenie testów dla danych dużo bardziej skomplikowanych i bardziej przystających do obecnych problemów niż zbiór Guigo.

### 3.2. Perspektywy wykorzystania

Podstawową zaletą przedstawionej heurystyki jest jej elastyczność. Ocena scenariuszy nie zależy od obranego modelu, a obecnie wydaje się, że same obliczenia nie są obciążone dużym błędem. Kolejną niewątpliwą zaletą jest fakt, że w istocie również struktura drzewa nie ma

dla algorytmu dużego znaczenia. Drzewo binarne nie zawsze jest najlepszym przedstawieniem historii ewolucji i algorytm jest na taką zmianę gotowy. Z punktu widzenia algorytmu drzewa są tablicą zawierającą ilość klastrow duplikacyjnych dla danego węzła, a które umieszczone są w niej w porządku prefiksowym. Zapewnia to możliwość wykorzystania algorytmu nie tylko dla drzew binarnych. Algorytm funkcjonuje obecnie jednak w dosyć prymitywnej formie i wymaga wzmożonej oraz dokładnej pracy.



## Dodatek A

# Pętla programu zapisana w języku Python wykonywana dla losowego wybierania indeksów

```
max_trees = []
for scenario in self:
    all_dup_pref = [tree.duplication_prefix for tree n scenario]
    max_trees.append(self.rate_scenario(all_dup_pref))
max_tree = self.rate_scenario(max_trees)

if select_type == "random":

    index_list = [x for x in range(len(max_tree)) if x != 0]

    while index_list:
        index_list_position = random.randint(0, len(index_list) - 1)
        index = index_list[index_list_position]

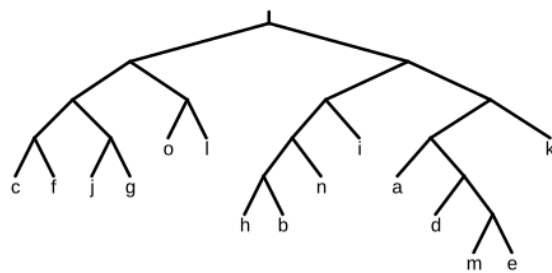
        max_tree_temp = max_tree[:]
        max_tree_temp[index] -= 1

        for scenario in self:
            for tree in scenario:
                for i in range(len(tree.duplication_prefix)):
                    if max_tree_temp[i] - tree.duplication_prefix[i] < 0:
                        break
                else:
                    break
            else:
                index_list.pop(index_list_position)
                break
        else:
            max_tree = max_tree_temp
    return max_tree, sum(max_tree)
```

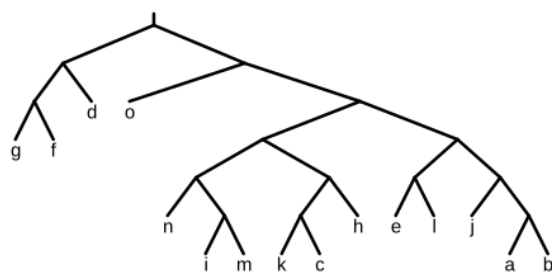


## Dodatek B

# Przykładowe drzewa gatunków dla danych syntetycznych



Rysunek B.1: Drzewo gatunków  $S_1$



Rysunek B.2: Drzewo gatunków  $S_2$



## Dodatek C

# Przykładowe drzewa genów dla danych syntetycznych

Format tekstowy:

((b,l),h)  
((a,k),b)  
((i,k),a)  
((l,b),o)  
(h,(j,o))  
(b,(i,c))  
(b,(m,j))  
((m,a),b)  
((g,m),f)  
((a,l),k)  
(o,(j,h))  
((k,d),i)  
(e,(c,o))  
(f,(a,h))  
(j,(k,d))  
((k,e),c)  
(j,(e,b))  
((i,n),l)  
(f,(b,h))  
(c,(k,g))  
((l,o),j)  
((a,f),d)  
((f,h),j)  
(h,(d,n))  
((b,j),i)  
((a,e),(g,l))  
((b,c),(n,o))  
(m,((j,h),d))  
((e,(f,g)),a)  
(((m,d),g),a)  
((h,l),(n,b))  
((d,(b,a)),k)

$((k,n),c),m)$   
 $((d,c),b),(j,a))$   
 $(c,(l,(g,j)),k))$   
 $((h,g),(a,e)),l)$   
 $((o,(f,e)),(j,h))$   
 $((g,l),((c,m),n))$   
 $((e,(f,(j,o))),k)$   
 $(f,(a,((n,h),(b,c))))$   
 $((a,(o,h)),((e,i),n))$   
 $((e,d),((a,b),(n,g)))$   
 $((m,(d,b)),j),(f,e))$   
 $(l,h),(((a,j),((m,g),f)),e))$   
 $((n,(i,e)),(((a,k),f),(l,b)))$   
 $((j,e),(i,((a,(k,(l,d))),n)))$   
 $((((f,k),(b,(o,e))),((g,n),j)),m)$   
 $(h,((b,(m,f)),((c,j),(a,(k,l))))))$

# Bibliografia

- [2] Jarosław Paszek, Paweł Górecki: <https://www.mimuw.edu.pl/~jpaszek/rme.html>
- [3] Paweł Górecki, Jerzy Tiuryn: *DLS-trees: a model of evolutionary scenarios*, Theoretical Computer Science 359 (1-3) 2006, s. 378–399
- [4] Jarosław Paszek, Paweł Górecki: *Efficient Algorithms for Genomic Duplication Models*
- [5] Roderic Guigo, Ilya Muchnik, Temple F. Smith: *Reconstruction of ancient molecular phylogeny*, Molecular Phylogenetics and Evolution 6(2), 189–213 (1996)
- [6] Page, R.D.M., Charleston, M.A.: *Reconciled trees and incongruent gene and species trees*, DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Sciences, vol. 37 (1997)
- [7] Jarosław Paszek, Paweł Górecki: *Genomic duplication problems for unrooted gene trees*, BMC Genomics, 17(1):165–175.
- [8] Michael Fellows, Michael Hallett, Ulrike Stege: *On the multiple gene duplication problem*, 9th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC'98), Computer Science 1533, s. 347–356.
- [9] Program jeszcze nieopublikowany.