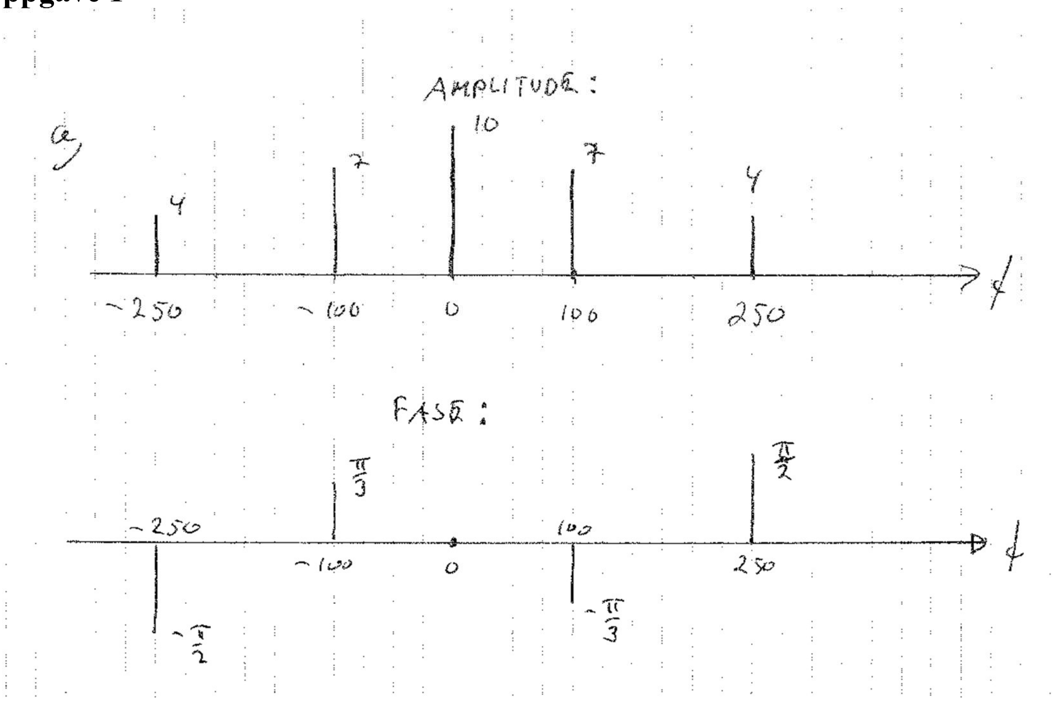
NTNU
Fakultet for Informasjonsteknologi og Elektroteknikk
Institutt for Elektroniske Systemer

TELE2003 SIGNALBEHANDLING
Løsningsforslag til ØVING 2

Oppgave 1



b) For å finne real- og imaginærverdien til spekteret må vi bruke Eulers formel til å regne om fra amplitude og fase til real- og imaginærverdier:

-250Hz: $4e^{-j\frac{\pi}{2}} = 4\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - j4\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4\cdot 0 - j4\cdot 1$
Realdel = 0 Imaginærdel = -4

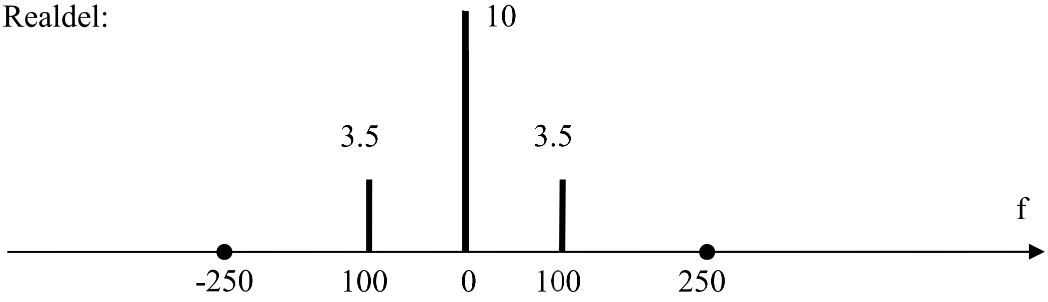
+250Hz: $4e^{-j\frac{\pi}{2}} = 4\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + j4\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4\cdot 0 + j4\cdot 1$
Realdel = 0 Imaginærdel = +4

-100Hz: $7e^{j\frac{\pi}{3}} = 7\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + j7\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = 7\cdot\frac{1}{2} + j7\cdot\frac{1}{2}\sqrt{3}$
Realdel= 3.5 Imaginærdel ≈ 6

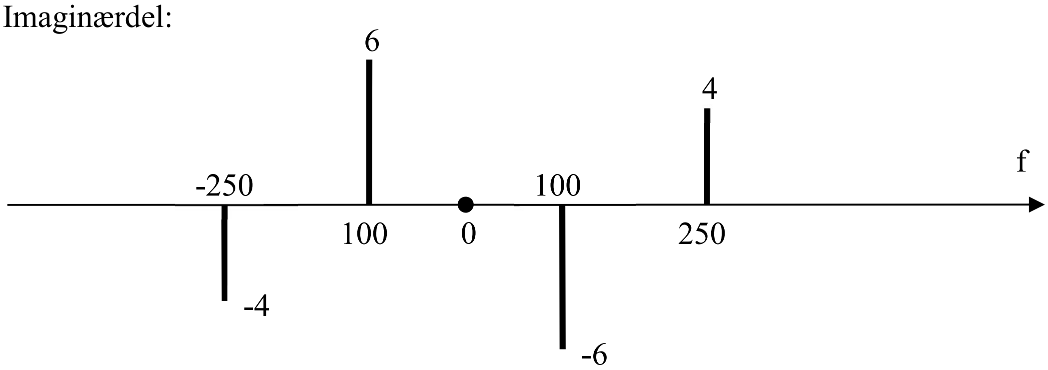
+100Hz: $7e^{-j\frac{\pi}{3}} = 7\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - j7\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = 7\cdot\frac{1}{2} - j7\cdot\frac{1}{2}\sqrt{3}$
Realdel = 3.5 Imaginærdel ≈ -6

0Hz: 10
Realdel = 10 Imaginærdel = 0

Realdel:



Imaginærdel:



c)

$$s(t) = 4e^{-j\frac{\pi}{2}} \cdot e^{-j2\pi 250t} + 4e^{j\frac{\pi}{2}} e^{j2\pi 250t} + 7e^{j\frac{\pi}{3}} \cdot e^{-j2\pi 100t} + 7e^{-j\frac{\pi}{3}} e^{+j2\pi 100t} + 10$$

$$= 10 + 8\cos\left(2\pi \cdot 250t + \frac{\pi}{2}\right) + 14\cos\left(2\pi \cdot 100t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$= 10 + 14\cos\left(2\pi 100t - \frac{\pi}{3}\right) + 8\cos\left(2\pi 250t + \frac{\pi}{2}\right)$$

d)

Grunnfrekvensen må velges som i 3c.

f_0 kan ikke være 100 Hz fordi $n \cdot 100 \neq 250$.

Vi velger $f_0 = 50\ Hz$

Da får vi $2 \cdot 50\ Hz = 100\ Hz$ og $5 \cdot 50\ Hz = 250\ Hz$

$$T_0 = \frac{1}{f_0} = \frac{1}{50\ Hz} = 0.02\ s = 20\ ms$$

Oppgave 2

(a) hører til (3)	Signalet har middelverdi forskjellig fra 0. Da er bare (1) og (3) kandidater. (a) er en cosinusfunksjon forskjøvet *litt* mot *høyre*. Det passer med (3) som har faseforsinkelse 0.25π.
(b) hører til (5)	Signalet har bare en enkelt frekvens, og middelverdien er 0. Dette stemmer bare med (5).
(c) hører til (1)	Signalet har middelverdi forskjellig fra 0 som for (a), men cosinusfunksjonen er forskjøvet en kvart periode mot *venstre*. Det stemmer med (1) som har "faseforsinkelse" -0.5π.
(d) hører til (2)	(d) har periodetid ca. lik 3.3 sekund. Da er f_0=1/3.3≈0.3Hz. Siden 2*0.3=0.6, og 5*0.3=1.5, passer dette med frekvensene 0.6Hz og 1.5Hz i figur (2).
(e) hører til (4)	(d) har periodetid ca. lik 2.5 sekund. Da er f_0=1/2.5=0.4Hz. Siden 0.4Hz "går opp" i både 1.2Hz (3*0.4=1.2) og 2Hz (5*0.4=2), passer dette med frekvensene 1..6Hz og 2Hz i figur (4). Vi ser dessuten at endringene i amplitude skjer hurtigere i (e) enn i (d), derfor passer denne med høyere frekvenser enn i figur (2).

Oppgave 3

a) Et periodisk signal gjentar seg med en konstant periode T slik at:

$$s(t + T) = s(t)$$

For et ikke-periodisk signal er det ikke mulig å finne en slik konstant periode T.

b) Fourierrekkeutvikling kan generelt <u>ikke</u> benyttes for et ikke-periodisk signal.
(Vi kan imidlertid Fourier rekkeutvikle en ikke-periodisk funksjon (signal) innenfor et <u>endelig intervall</u>, T.)

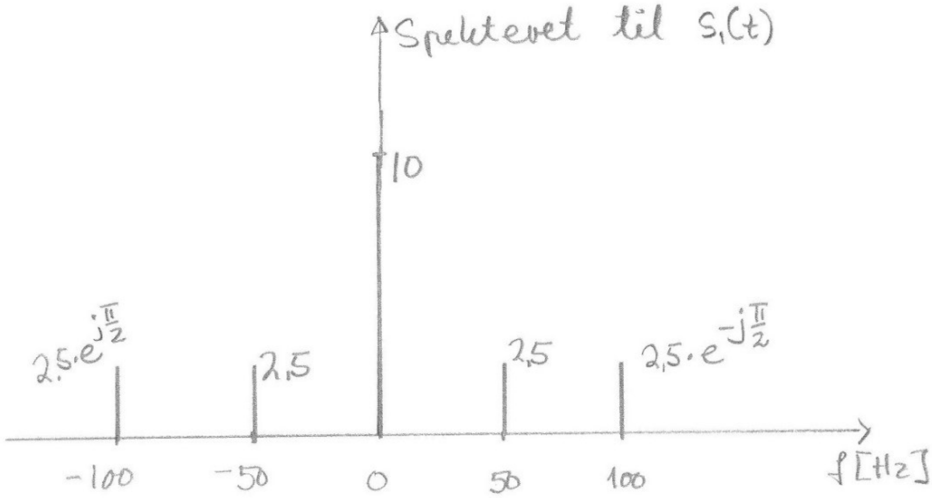
c) Komplekse Fourierkoeffisientene og skisse av spekteret til:

I) $s_1(t) = 10 + 5\cos(2\pi 50t) + 5\sin(2\pi 100t)$

Bruker Eulers formel for cosinus og sinus og skriver om uttrykket for $s_1(t)$:

$$
\begin{aligned}
s_1(t) &= 10 + \frac{5}{2}e^{(j2\pi 50t)} + \frac{5}{2}e^{(-j2\pi 50t)} + \frac{5}{2j}e^{(j2\pi 100t)} - \frac{5}{2j}e^{(-j2\pi 100t)} \\
&= -\frac{5}{2j}e^{(-j2\pi 100t)} + \frac{5}{2}e^{(-j2\pi 50t)} + 10 + \frac{5}{2}e^{(+j2\pi 50t)} + \frac{5}{2j}e^{(+j2\pi 100t)} \\
&= \frac{j5}{2}e^{(-j2\pi 100t)} + \frac{5}{2}e^{(-j2\pi 50t)} + 10 + \frac{5}{2}e^{(+j2\pi 50t)} - \frac{j5}{2}e^{(+j2\pi 100t)}
\end{aligned}
$$

$$
= 2{,}5 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} \cdot e^{-j2\pi 100t} + 2{,}5 \cdot e^{-j2\pi 50t} + 10 + 2{,}5e^{j2\pi 50t} + 2{,}5 \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} \cdot e^{+j2\pi 100t}
$$



II) $s_2(t) = 5\cos(2\pi 5\cdot 10^3 t) + 5\sin(2\pi 5\cdot 10^3 t)$

Benytter samme fremgangsmåte som i c) I):

$$
\begin{aligned}
s_2(t) &= \frac{5}{2}e^{(j2\pi 5\cdot 10^3 t)} + \frac{5}{2}e^{(-j2\pi 5\cdot 10^3 t)} + \frac{5}{2j}e^{(j2\pi 5\cdot 10^3 t)} - \frac{5}{2j}e^{(-j2\pi 5\cdot 10^3 t)} \\
&= -\frac{5}{2j}e^{(-j2\pi 5\cdot 10^3 t)} + \frac{5}{2}e^{(-j2\pi 5\cdot 10^3 t)} + \frac{5}{2}e^{j2\pi 5\cdot 10^3 t} + \frac{5}{2j}e^{(j2\pi 5\cdot 10^3 t)} \\
&= \frac{j5}{2}e^{(-j2\pi 5\cdot 10^3 t)} + \frac{5}{2}e^{(-j2\pi 5\cdot 10^3 t)} + \frac{5}{2}e^{(j2\pi 5\cdot 10^3 t)} - \frac{j5}{2}e^{(j2\pi 5\cdot 10^3 t)} \\
&= \left(\frac{5}{2} + j\frac{5}{2}\right)\cdot e^{(-j2\pi 5\cdot 10^3 t)} + \left(\frac{5}{2} - j\frac{5}{2}\right)\cdot e^{(j2\pi 5\cdot 10^3 t)} \\
&= 3{,}5\cdot e^{j\frac{\pi}{4}}\cdot e^{-j2\pi\cdot 5\cdot 10^3 t} + 3{,}5\cdot e^{-j\frac{\pi}{4}}\cdot e^{j2\pi\cdot 5\cdot 10^3 t}
\end{aligned}
$$