

Skoleøving 3 (obligatorisk)

Analyse av periodisk signal ved bruk av DFT

Innledning

Diskret Fouriertransform, DFT, kan generelt brukes til frekvensanalyse av vilkårlige signaler. I denne øvingen vil vi fokusere på hvordan vi kan analysere et diskret *periodisk* signal. Som vi vet kan et periodisk signal uttrykkes som en sum av sinusformede signaler med amplitude og fase uttrykt ved signalets Fourier-koeffisienter. Fourier-koeffisientene kan vi regne ut hvis vi kjenner det matematiske uttrykket for den periodiske funksjonen. Ved å bruke DFT kan vi finne disse koeffisientene fra *måleverdier* over en periode av signalet uten å kjenne det matematiske uttrykket for funksjonen. DFT egner seg derfor godt til å analysere *målte* signaler. DFT utføres på et diskret (samplet) signal og koeffisientene kalles *DFT-koeffisienter*, til forskjell fra Fourier-koeffisienter når vi har kontinuerlige signaler.

I øvingen skal du gjøre tre deloppgaver:

1. lage et periodisk signal der du kjenner amplitude og fase for hver av frekvenskomponentene
2. analysere dette signalet med DFT og lage en egen function: «fanalyse»
3. analysere et EKG-signal med DFT

Husk, du kan laste inn EKG-signalet fra øving 2 med kommandoen

```
load('ecgdata.dat', '-mat');
```

NB! Husk å dokumentere det du gjør, resultatene skal innleveres og presenteres seinere i semesteret.

Oppgave 1

Bruk Matlab og lag et periodisk signal $p(t)$ sammensatt av to eller flere sinusformede signaler med selvvalgt amplitude og fase. Velg forskjellig amplitude og fase for hvert sinusformet signal. De sinusformede delsignalene skal ha en frekvens som er et multiplum av grunnfrekvensen f_1 .

Bruk $f_1 = 1\text{Hz}$ og samplingsfrekvens $f_s = 512\text{ sampler/sekund}$. Dvs tidsinkrementet må være $t_{\text{inkr}} = 1/f_s = 1/512$. (Med de oppgitte verdier skal det være nøyaktig 512 sampler i en periode av signalet.)

- a) Plot en periode av det periodiske signalet med riktig tidsakse.
- b) Sett på *navn* på aksene og *tittel* på plottet ved å bruke kommandoene *xlabel*, *ylabel* og *title*.
- c) Matlab-kommandoene du bruker for å lage dette skal samles i en skript-fil eller function slik at det er lett å generere signalet og plote på nytt seinere.

Oppgave 2

I denne oppgaven skal vi bruke Matlab til å beregne DFT-koeffisientene til det periodiske signalet $p(t)$ fra punktet over og så plotte disse. Vi bruker Matlab-funksjonen «fft» til dette. (FFT står for fast Fourier transform og er en rask algoritme for å beregne DFT.)

- Bruk Matlab-funksjonen «fft» til å beregne DFT til signalet. Vi må bruke en DFT av lengde $N=512$ siden vi har bestemt at en periode av signalet er 512 sampler.
- Bruk funksjonen «stem» til å lage to plot, ett for absoluttverdien til DFT-koeffisientene og ett for faseverdien til DFT-koeffisientene. For at absoluttverdiene skal bli «riktige» må disse deles på DFT-lengden N , altså 512 i vårt tilfelle.
- Beregn verdier til den horisontale aksene (frekvensaksene) slik at denne blir riktig. Husk at vi kan beregne frekvensen slik: $f = f_s \cdot k / N$ der f_s er samplingsfrekvens, k er koeffisient-nummer og N er DFT-lengde.
- Matlab-kommandoene du bruker for å lage dette skal samles i en function slik at det er lett å analysere signalet og plotte på nytt seinere. For eksempel slik: `[Xabs Xang] = fanalyse(signal, N, fs);` der N er DFT-lengde og f_s er samplingsfrekvens.

Noen tips til bruk av FFT i Matlab:

Skriv «help fft» for å få hjelp til fft funksjonen.

Dere kan bruke « $X = \text{fft}(x, N)$ » der X (stor X) er de komplekse DFT koeffisientene beregnet fra signalet x (lille x).

N er DFT-lengden, den skal i deres tilfelle være 512.

For å finne amplituden og faseren til DFT koeffisientene må dere bruke «abs()» og «angle()».

Skriv henholdsvis «help abs» og «help angle» for å få hjelp.

Dere må altså finne absoluttverdiene og faseverdiene før dere plotter (med stem).

For eksempel slik: « $X_{\text{abs}} = \text{abs}(X)$ » og tilsvarende « $X_{\text{ang}} = \text{angle}(X)$ ».

(X , x , N , X_{abs} og X_{ang} er selvvalgte variabelnavn og dere kan selvsagt velge hva dere vil.)

Se på eksemplene i dataøving 1 og dataøving 2 hvordan en «function» må være utformet.

Klarer du å lage funksjonen fanalyse da?

Oppgave 3

Nå skal vi bruke Matlab til å beregne DFT-koeffisientene til EKG-signalet (ecg) gitt i dataøving 2, «ecg» var en av variablene i «ecgdata.dat». Vi skal nå utføre den samme analysen på EKG-signalet som vi gjorde med $p(t)$ i oppgave 2. Du skal altså bruke samme Matlab-function ([Xabs Xang] = fanalyse(signal, N, fs);) som du lagde i oppgave 2.

- Bruk Matlab-funksjonen «fft» til å beregne DFT til EKG-signalet. Vi må også her bruke DFT av lengde $N=512$ siden en periode av EKG-signalet består av 512 sampler.
- Lag to plot (bruk «stem») for henholdsvis absoluttverdien til DFT-koeffisientene og faseverdien til DFT-koeffisientene. Husk å dele absoluttverdiene på DFT-lengden N .
- Beregn verdier til den horisontale akse (frekvensaksen) slik at denne blir riktig.
- Matlab-kommandoene du bruker for å lage dette skal samles i en skript-fil eller function slik at det er lett å analysere signalet og plote på nytt seinere.
- NB! *Se på størrelsen på DFT-koeffisientene (absoluttverdien) og legg merke til hvor mange som er vesentlig større enn null! Sammenlign dette med antall ledd vi måtte ha med i Fourier-rekka i Øving 2 for at vi skulle få et resultat som var likt som EKG-signalet.*

Frivillige ekstra punkter for de som vil ...

Lag et lengre ecg-signal, ecg3, med tre perioder ved å sette sammen ecg tre ganger etter hverandre.

```
ecg3 = [ ecg, ecg, ecg ];
```

- Beregn en DFT av lengde $N=1536$ av hele signalet. Sammenlign resultatet med det du fikk over med $N=512$. Sørg for at det blir riktige talverdier for frekvens på horisontal akse.
- Beregn en DFT av lengde $N=1024$ fra signalet. Forsøk to ganger, men der du bruker forskjellig utsnitt av de 1536 punktprøvene du har tilgjengelig. Start for eks. fra punktprøve nr. 1 i det første tilfellet og fra punktprøve nr. 50 i det andre tilfellet. Blir det noen forskjell på resultatet? Hvorfor?
- Beregn en DFT med lengde som ikke går opp i et helt antall perioder av signalet. Vi får da såkalt «lekkasje». Bruk for eks. lengde $N=553$, og deretter lengde $N=1077$. Blir det forskjell på resultatene? Hva skjer? (Sørg for riktige talverdier for frekvens på horisontal akse.)
- Gå til bake til ecg signalet med kun en periode. Beregn en DFT av lengde $N=1536$ av dette signalet. (Da fylles det på med 0-er bak signalet til det blir 1536 langt. Dette kalles nullfylling eller «zero-padding») Hvordan blir resultatet sammenlignet med f)?