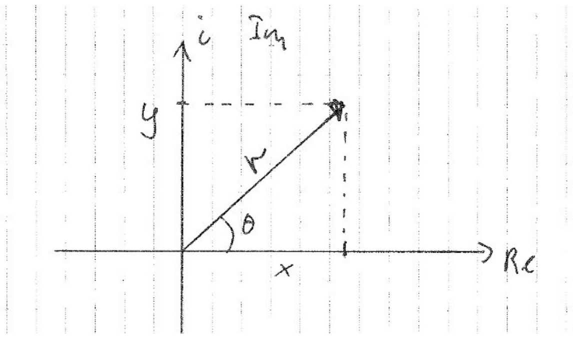
NTNU
Fakultet for Informasjonsteknologi og Elektroteknikk
Institutt for Elektroniske Systemer

TELE2003 SIGNALBEHANDLING
Løsningsforslag til ØVING 1

Oppgave 1

a)



b) $\underline{\underline{x = r\cos(\theta)}}$, $\underline{\underline{y = r\sin(\theta)}}$

c) Det komplekse tallet z kan skrives $z = r \cdot e^{i \cdot \theta}$
Vi lar vinkelen variere med tiden slik at: $\theta(t) = \omega t + \varphi$.

Vi får: $z(t) = \underline{\underline{r \cdot e^{i(\omega t + \varphi)}}}$ $\quad (= r\, e^{i\varphi} \cdot e^{i\,\omega t})$

Kan evt. også skrives: $z(t) = \underline{\underline{r\cos(\omega t + \varphi) + i\, r\sin(\omega t + \varphi)}}$

d) Vi tar realdelen eller imaginærdelen til z(t):

$$\mathrm{Re}\{z(t)\} = r\cos(\omega t + \varphi)$$
$$\mathrm{Im}\{z(t)\} = r\sin(\omega t + \varphi)$$

Begge disse er sinusformede.

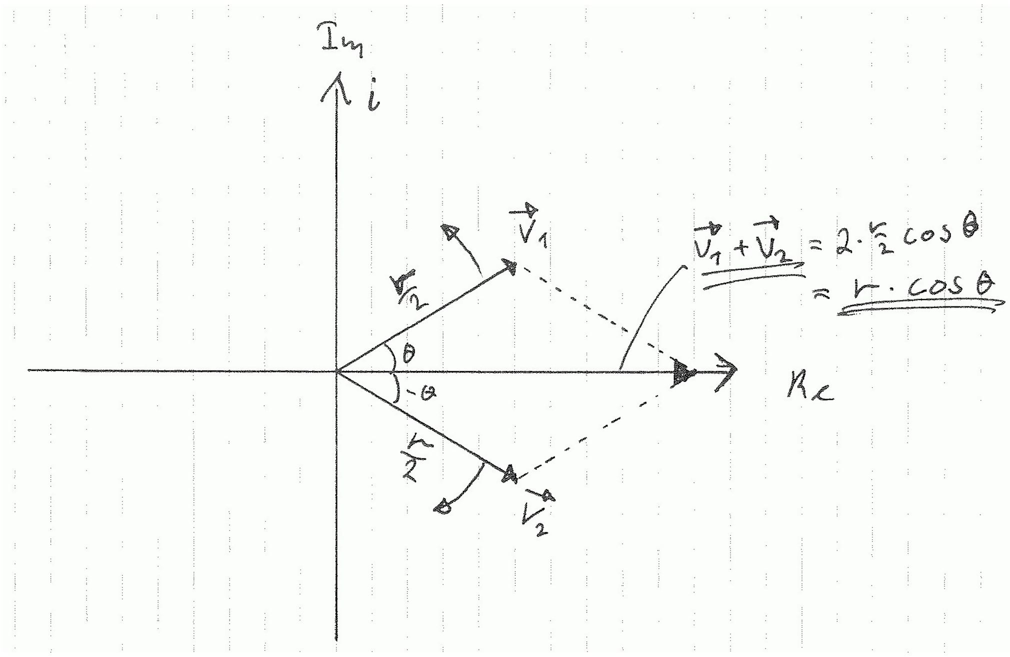
e) Et sinusformet signal kan generelt skrives:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi) + d$$

(eller som over: $x(t) = r\cos(\omega t + \varphi) + d$)

Der A er amplituden
ω er vinkelfrekvensen
φ er fasen
d er konstantleddet (eller DC-verdien)

Oppgave 2



En vektor i det komplekse plan med lengde $\frac{r}{2}$ og vinkel θ kan skrives:

$$v_1 = \frac{r}{2} e^{i\theta} = \frac{r}{2}\cos(\theta) + i\frac{r}{2}\sin(\theta)$$

$$v_2 = \frac{r}{2} e^{-i\theta} = \frac{r}{2}\cos(-\theta) + i\frac{r}{2}\sin(-\theta) = \frac{r}{2}\cos(\theta) - i\frac{r}{2}\sin(\theta)$$

Vi får:

$$v_1 + v_2 = \frac{r}{2}\cos(\theta) + i\frac{r}{2}\sin(\theta) + \frac{r}{2}\cos(\theta) - i\frac{r}{2}\sin(\theta)$$

$$v_1 + v_2 = \frac{r}{2}\cos(\theta) + \frac{r}{2}\cos(\theta) = 2\cdot\frac{r}{2}\cos(\theta) = r\cdot\cos(\theta)$$

Hvis vinkelen θ ikke er fast men endrer seg med tiden t, kan vi skifte ut θ med $\theta(t) = \omega t + \phi$. Vi får da signalet:

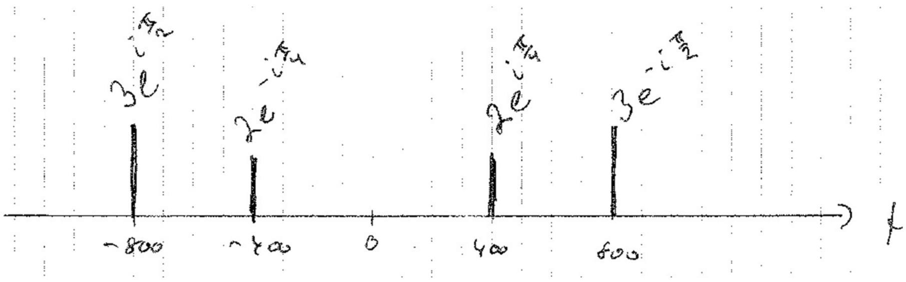
$$\underline{\underline{x(t)}} = r\cdot\cos(\theta(t)) = \underline{\underline{r\cdot\cos(\omega t + \phi)}}$$

Oppgave 3

a) $r(t) = 4\cos(2\pi 400t + \frac{\pi}{4}) + 6\cos(2\pi 800t - \frac{\pi}{2})$. Fra Eulers formel har vi at $A\cos(\omega t + \varphi) = \frac{A}{2}e^{i(\omega t+\varphi)} + \frac{A}{2}e^{-i(\omega t+\varphi)}$. Da kan vi omforme r(t) til:

$$\underline{\underline{r(t) = 2e^{i(2\pi 400t+\frac{\pi}{4})} + 2e^{-i(2\pi 400t+\frac{\pi}{4})} + 3e^{i(2\pi 800t-\frac{\pi}{2})} + 3e^{-i(2\pi 800t-\frac{\pi}{2})}}}$$

b) Hver kompleks eksponential tilsvarer en spektrallinje slik:



c) Grunnfrekvensen i signalet må være slik at alle frekvenskomponentene i signalet er et helt multiplum av grunnfrekvensen, vi må altså finne største felles multiplum for de frekvensene vi har: 400Hz og 800Hz. Det vil si at vi må finne f_0 slik at 400Hz og 800Hz kan skrives som $n \cdot f_0$, der n er et heltall. Her kan vi da velge $f_0 = 400$, siden $1 \cdot 400 = 400$ og $2 \cdot 400 = 800$. Periodetiden blir da:

$$\underline{\underline{T_0}} = \frac{1}{f_0} = \frac{1}{400\text{Hz}} = 0{,}0025\text{s} \underline{\underline{= 2{,}5\text{ms}}}$$