Д/З №3:

1. Установите, какие произведения матриц AB и BA определены и найти размерности этих матриц

а) A: 4×2
B: 4×2
$\Rightarrow$ Умножение невозможно, т.к кол-во столбцов одной матрицы $\neq$ кол-ву строк другой

б) A: 2×5
B: 5×3
$\Rightarrow$ $A \times B$ – определено; 2×3
$B \times A$ – неопределено

в) A: 8×3
B: 3×8
$A \times B$ – определено, 8×8
$B \times A$ – определено, 3×3

г) A: 4×4
B: 4×4
$A \times B$ и $B \times A$ – определены: 4×4

② $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \quad B \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

$$A+B = \begin{pmatrix} 1+4 & -2+(-1) \\ 3+0 & 0+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1\cdot 4+(-2\cdot 0) & 1\cdot(-1)+(-2\cdot 5) \\ 3\cdot 4+0\cdot 0 & 3\cdot(-1)+0\cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -11 \\ 12 & -3 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 4\cdot 1+(-1)\cdot 3 & 4\cdot(-2)+(-1)\cdot 0 \\ 0\cdot 1+5\cdot 3 & 0\cdot(-2)+5\cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -8 \\ 15 & 0 \end{pmatrix}$$

③ $A = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 3 & -6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$3A - 2B + 4C = \begin{pmatrix} 3 & 21 \\ 9 & -18 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & -16 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 11 & -5 \\ 9 & -12 \end{pmatrix}$$

④ $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

$$AA^T = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4\cdot 4+1\cdot 1 & 4\cdot 5+1\cdot(-2) & 4\cdot 2+1\cdot 3 \\ 5\cdot 4+(-2)\cdot 1 & 5\cdot 5+(-2)\cdot(-2) & 5\cdot 2+(-2)\cdot 3 \\ 2\cdot 4+3\cdot 1 & 2\cdot 5+3\cdot(-2) & 2\cdot 2+3\cdot 3 \end{pmatrix}$$

$\shortparallel$

корр.

$$= \begin{pmatrix} 17 & 18 & 11 \\ 18 & 29 & 4 \\ 11 & 4 & 13 \end{pmatrix}$$

$$A^T \cdot A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4\cdot 4+5\cdot 5+2\cdot 2 & 4\cdot 1+5(-2)+2\cdot 3 \\ 1\cdot 4+(-2\cdot 5)+3\cdot 2 & 1\cdot 1+(-2)\cdot(-2)+3\cdot 3 \end{pmatrix} =$$

$\shortparallel$

ковар.

$$= \begin{pmatrix} 45 & 0 \\ 0 & 14 \end{pmatrix}$$

1) Вычислить определитель:

а) $\begin{vmatrix} \sin x & -\cos x \\ \cos x & \sin x \end{vmatrix} = \sin x \cdot \sin x - \cos x \cdot (-\cos x) = 1$

б) $\begin{vmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 9 \end{vmatrix} = 4 \cdot 5 \cdot 9 = 180$

в) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 6 & 12 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$

2) Определитель A равен 4

а) $\det(A^2) = \det A \cdot \det A = 16$

б) $\det(A^T) = \det A = 4$

в) $\det(2A) = 2^n \cdot 4$

$\det(\lambda A) = \lambda^n \det(A)$

3. Доказать, что матрица вырожденная ($\det A = 0$)

$\begin{vmatrix} -2 & 7 & -3 \\ 4 & -14 & 6 \\ -3 & 7 & 13 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 7 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -3 & 7 & 13 \end{vmatrix} = 0 \quad (\det A = 0)$

4. а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$

б) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ = решение в прайме. груп