Přírodovědecká fakulta
Univerzita Karlova

Algoritmy počítačové kartografie

Úkol č. 3: Digitální model terénu

Anna Brázdová, Petra Pajmová, Jakub Zapletal

N-GKDPZ

Praha 2024

Zadání

Vstup: množina $P = \{p_1, \dots, p_n\}$, $p_i = \{x_i, y_i, z_i\}$.

Výstup: polyedrický DMT nad množinou P představovaný vrstevnicemi doplněný vizualizací sklonu trojúhelníků a jejich expozicí.

Metodou inkrementální konstrukce vytvořte nad množinou P vstupních bodů 2D Delaunay triangulaci. Jako vstupní data použijte existující geodetická data (alespoň 300 bodů) popř. navrhněte algoritmus pro generování syntetických vstupních dat představujících významné terénní tvary (kupa, údolí, spočinek, hřbet, ...). Vstupní množiny bodů včetně níže uvedených výstupů vhodně vizualizujte. Grafické rozhraní realizujte s využitím frameworku QT. Dynamické datové struktury implementujte s využitím STL.

Nad takto vzniklou triangulací vygenerujte polyedrický digitální model terénu. Dále proveďte tyto analýzy:

- S využitím lineární interpolace vygenerujte vrstevnice se *zadaným krokem* a v *zadaném intervalu*, proveďte jejich vizualizaci s rozlišením zvýrazněných vrstevnic.
- Analyzujte sklon digitálního modelu terénu, jednotlivé trojúhelníky vizualizujte v závislosti na jejich sklonu.
- Analyzujte expozici digitálního modelu terénu, jednotlivé trojúhelníky vizualizujte v závislosti na jejich expozici ke světové straně.

Zhodnoťte výsledný digitální model terénu z kartografického hlediska, zamyslete se nad slabinami algoritmu založeného na 2D Delaunay triangulaci. Ve kterých situacích (různé terénní tvary) nebude dávat vhodné výsledky? Tyto situace graficky znázorněte.

Zhodnocení činnosti algoritmu včetně ukázek proveďte alespoň na **3 strany** formátu A4.

V rámci úlohy byly řešeny následující části:

Hodnocení:

Krok	**Hodnocení**
Delaunay triangulace, polyedrický model terénu.	*10b*
Konstrukce vrstevnic, analýza sklonu a expozice.	*10b*
Max celkem:	**20b**

Popis a rozbor problému

Matematické vyjádření zemského povrchu představuje vzhledem k jeho nepravidelnému tvaru velmi náročnou úlohu. Přesná matematická definice zemského povrchu není možná, a proto je nutné ho nějakým způsobem zjednodušit. Přesně takové zjednodušení nabízí digitální modely terénu a jejich různé modifikace.

Digitální modely terénu (DMT) představují matematické zobrazení povrchu země, které obsahují hlavní terénní rysy, jakými jsou například kopce, údolí, zlomy, zářezy, hrany a umělé terénní útvary. Základem pro tvorbu DMT jsou datové body, které kromě souřadnice x a y obsahují také informaci o nadmořské výšce (souřadnici z). Datové body jsou typicky získávány pomocí LiDARu nebo letecké fotogrammetrie. Výsledná bodová mračna lze ještě dodatečně zpřesnit pomocí satelitních snímků nebo leteckých fotografií. Digitální modely terénu se využívají v geodézii, kartografii nebo hydrologii.

Digitálních modelů terénu existuje více. Liší se například použitým algoritmem při vytváření modelu, výslednou datovou strukturou, vhodností pro vizualizaci, nebo vlastní analýzou. Jednou z metod pro vytváření digitálních modelů terénu je Triangular Irregular Network (TIN). Tento model reprezentuje zemský povrch jako nepravidelnou síť trojúhelníků, jejichž vrcholy jsou pevně definovány vstupní bodovou vrstvou. Tento typ modelu umožňuje detailní a přesné zachycení topografie, protože vzniklé trojúhelníky se mohou přizpůsobit složitým terénním tvarům, jako jsou hory, údolí nebo říční koryta. V prostředí GIS se tak jedná o velmi často používaný typ modelu.

Delaunayho triangulace

Jednou z nejčastěji používaných metod pro konstrukci trojúhelníků je Delaunayho triangulace ($\mathcal{DT}$). Ta vytváří trojúhelníky tak, aby se co nejvíce blížily rovnostranným, čímž minimalizuje případnou deformaci trojúhelníků (snaží se maximalizovat minimální vnitřní úhel). Podstata metody pak spočívá v tom, že v kružnici opsané jakémukoliv trojúhelníku z Delaunayho triangulace neleží žádný další bod ze zadané vstupní množiny.

Metod přímé konstrukce $\mathcal{DT}$ existuje několik, pro jednoduchost bude v této úloze implementována varianta inkrementální konstrukce s časovou složitostí $O(n^3)$. Tato metoda je založena na postupném přidávání bodů do již vytvořené $\mathcal{DT}$. Nejprve je vybrán náhodný bod P_1 ze vstupní množiny. K němu je následně na základě Euklidovské vzdálenosti nalezen nejbližší bod P_2. Vzniká tak hrana $e = (P_1, P_2)$. Dalším hledaným bodem je bod $\underline{P}$, který se nachází v levé polorovině vůči e a který zároveň minimalizuje poloměr kružnice opsané hraně e a tomuto bodu. Po nalezení nejvhodnějšího bodu $\underline{P}$ splňující dané podmínky, vznikají nové hrany $e_2 = (\underline{P}, P_1)$ a $e_3 = (P_2, \underline{P})$, které tvoří první trojúhelník. Pokud by bod P_3 algoritmus nenalezl, otočí orientaci hrany e a vyhledávání bodu se opakuje (opět v její levé polorovině).

Vytvořené hrany jsou přidány do *Active Edge List (AEL)*. U první hrany dojde k otočení její orientace a je nalezen bod $\underline{P}$. Vzniknou tak další dvě nové hrany, které jsou, v případě, že se tam již s opačnou orientací nenachází, přidány do AEL. Pokud ano, z AEL je odstraněna a přidána do výsledné triangulace. Pokud by pro aktuální hranu nebyl nalezen bod, je hrana přidána do výsledné triangulace, jelikož je součástí konvexního obalu. Tento postup se opakuje do té doby, dokud není *Active Edge List* prázdný.

Pseudokód Delaunayho Triangulace

Algorithm 1 *Delaunayho triangulation*

```
Inicializuj DT a AEL jako prázdné seznamy
Najdi bod P1 s nejmenší x-ovou souřadnicí
Najdi bod P2, který bude Euklidovskou vzdáleností k P1 nejblíže
Z nalezených bodů P1 a P2 vytvoř hranu e
Dokud není AEL prázdná
    Vezmi první hranu e_1 a otoč její orientaci
    Najdi Delauayovsky bod P = arg max_{∀p_i ϵ_{σ_L}} < (P_1, P_i, P_2)
    Pokud P existuje
        Vytvoř zbývající strany trojúhelníku e_2 = (P_2, P) a e_3 = P, P_1
        Vzniklé hrany přidej do DT
        Aktualizuj AEL: updateAEL(e_2, ael), updateAEL(e_3, ael)
```

Konstrukce vrstevnic

Vrstevnice modelu byly vytvořeny pomocí lineární interpolace. Tato metoda hledá průsečnice roviny $\mathcal{T}$ určené trojúhelníkem $t \in \mathcal{DT}$ a vodorovné roviny ρ s výškou h. Tento proces se opakuje pro každý trojúhelník. Na základě podobnosti trojúhelníků lze odvodit rovnici vzájemných vztahů.

$$x_a = \frac{x_3 - x_1}{z_3 - z_1}(z - z_1) + x_1, \qquad x_b = \frac{x_2 - x_1}{z_2 - z_1}(z - z_1) + x_1,$$

$$y_a = \frac{y_3 - y_1}{z_3 - z_1}(z - z_1) + y_1 \qquad y_b = \frac{y_2 - y_1}{z_2 - z_1}(z - z_1) + y_1$$

Zda rovina ρ prochází hranou tvořenou zdanými body lze ověřit pomocí rovnice

$$(z - z_i)(z - z_{i+1}) < 0$$

Analýza sklonu terénu

Analýza sklonu terénu je taktéž prováděna nad každým trojúhelníkem. Pro zadanou rovinu ρ je vypočítán gradient $\nabla\rho$, tedy maximální vektor spádu, který má v daném bodě směr normály k vrstevnici a je orientován ve směru dané funkce p.

$$\nabla\rho(x_0, y_0, z_0) = \frac{\partial p}{\partial x}(x_0), \frac{\partial p}{\partial y}(y_0), \frac{\partial p}{\partial z}(z_0)) = (a, b, c)$$

Rovina ρ je definována maticí

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - x_1 & z - x_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - x_1 & z_2 - x_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - x_1 & z_3 - x_1 \end{vmatrix} = 0$$

Následně pak z této matice může být vypočítána odchylka ϕ od roviny π

$$\phi = arccos|\frac{n_1 n_2}{||n_1||||n_2||}|$$

Pseudokód výpočtu sklonu terénu

Algorithm 2 *Sklon terénu*

1: Vypočítej normálový vektor pro vstupní body P_1, P_2 a P_3
2: Vypočítej jejich normu $n = \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}$
3: $\rho = \frac{n_z}{n}$

Analýza orientace terénu

Orientace terénu je definována jako azimut průmětu gradientu $\nabla\rho$ roviny trojúhelníku do roviny x, y. Pro vektor gradientu v platí, že

$$v = \frac{\partial p}{\partial x}(x_0), \frac{\partial p}{\partial y}(y_0) = (a, b, 0)$$

Azimut vektoru v pak lze spočítat pomocí vzorce

$$A = arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$

Pseudokód výpočtu orientace terénu

Algorithm 3 *Orientace terénu*

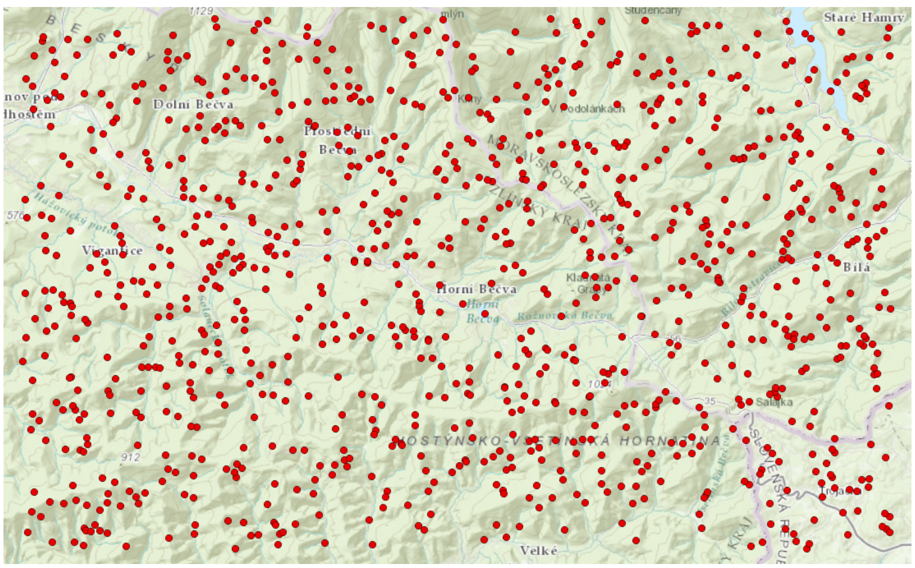
1: Vypočítej normálové vektory pro P_1, P_2 a P_3
2: aspect = arctan $\frac{n_y}{n_x}$
3: **Pokud** aspect < 0
4: aspect = aspect + 2π

Aplikace

Vstupní data

Vstupní data představuje datová sada náhodně vygenerovaných bodů v oblasti pohoří Beskydy. Sada obsahuje 1000 bodů. Minimální vzdálenost mezi body je 30 metrů. Oblast zájmu je vymezena souřadnicemi 18° 9' 20"východní délky, 18° 27' 29"východní délky, 49° 22' 6"severní šířky a 49° 29' 17"severní šířky.

Kromě bodů jsou součástí vstupních dat také výšková data pocházející z mise SRTM (Shuttle Radar Topography Mission). Tato data mají prostorové rozlišení 30 metrů a byla získána prostřednictvím platformy OpenTopography. Pro účely analýzy byl digitální model terénu (DTM) převeden do celočíselného formátu a hodnoty nadmořské výšky byly nasamplovány z rastru do bodů.

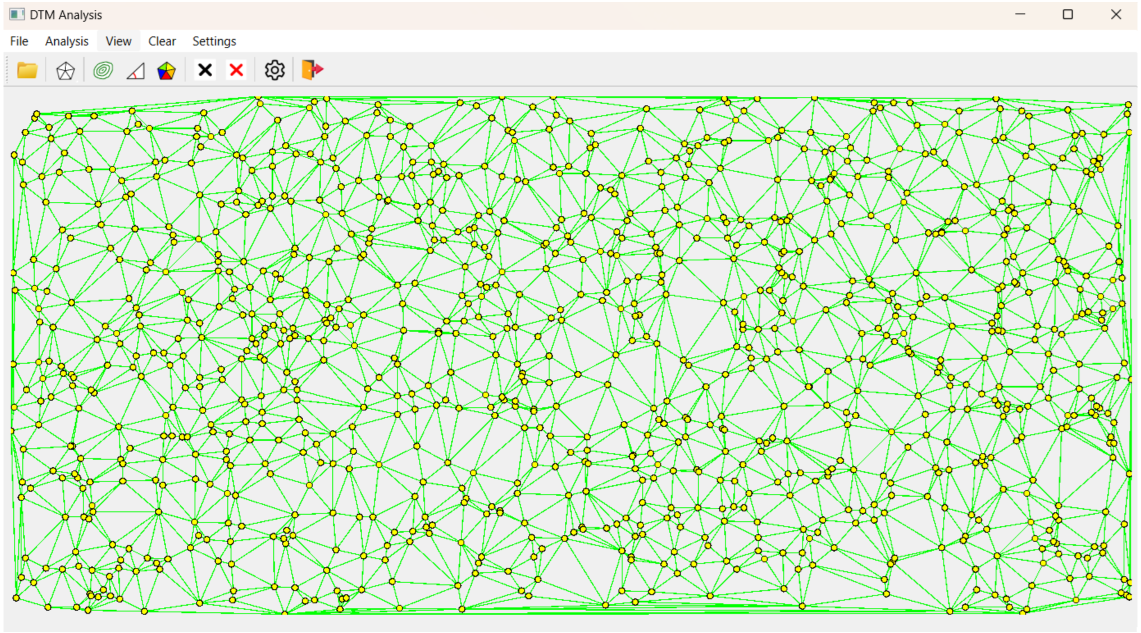


Obrázek 1: Vygenerované bodové mračno

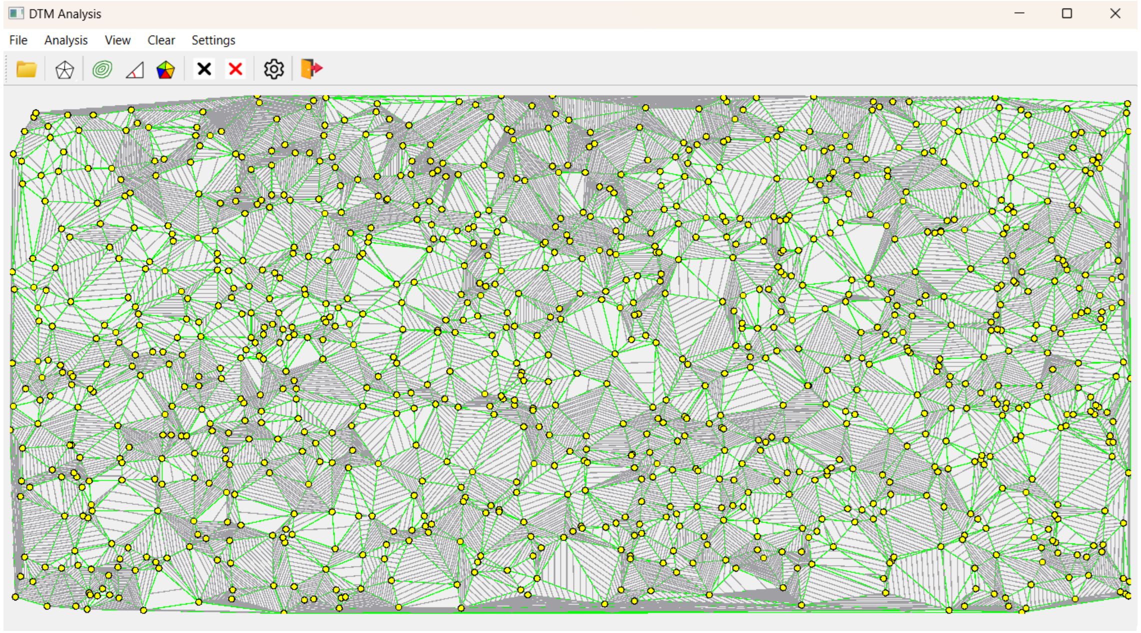
Aplikace a výstupní data

Aplikace pro tvorbu digitálního modleu terénu byla vytvořena v prostředí *Qt Creator*. Vstupní data tvoří množina bodů a výstupem je polyedrický digitální model terénu, který je vytvořen na základě této vstupní množiny. Uživatel má možnost na vstupních datech provést Delaunayho triangulaci (obr. 2), nad kterou je možné vygenerovat vrstevnice (obr. 3), zobrazit sklon (obr. 4) a orientaci (obr. 5).

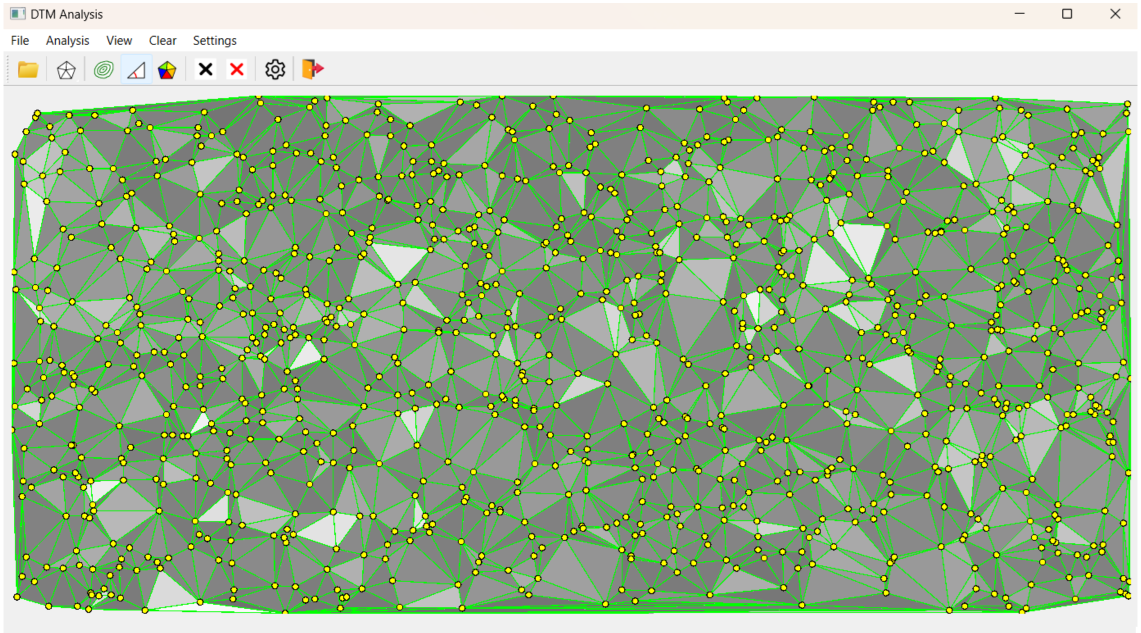
Uživatel má možnost upravit nastavení pro generování vrstevnic definováním minimální a maximální nadmořské výšky a krok, se kterým mají být tvořeny.



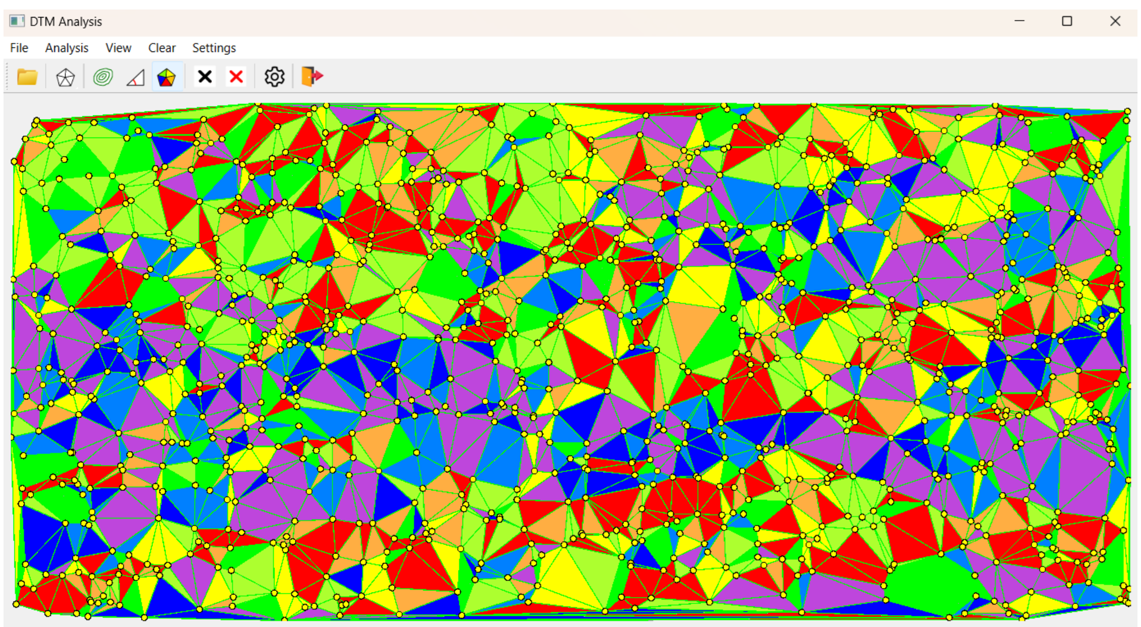
Obrázek 2: Delauneyho triangulace nad bodovým mračnem



Obrázek 3: Vykreslení vrstevnic



Obrázek 4: Analýza sklonu svahu



Obrázek 5: Analýza orientace svahu

Dokumentace: popis tříd, datových položek a jednotlivých metod

Třída Mainform

Tato třída se nachází ve scriptu MainForm.py a slouží ke spuštění uživatelského rozhraní aplikace a zajišťuje propojení jednotlivých algoritmů definovaných v ostatních třídách. Tato třída byla navržena v rozhraní Qt.

Třída Algorithms

Třída Algorithms je uložena v souboru algorithms.py a slouží k vlastnímu procesu konstrukci a analýzu DMT. Třída obsahuje následující metody:

- get1LineAngle - vypočte úhel mezi dvěma vstupními liniemi
- getPointAndLinePosition - slouží k určení polohy bodu vůči přímce
- getNearestPoint - vyhledá nejbližší bod z bodového mračna k danému bodu p
- getDelaunayPoint - vyhledá optimální Delanayovský bod
- updateAEL - aktualizuje optimální Delaunayovský bod
- crateDT - vytváří triangulaci definovanou seznamem hran
- getContourPoint - počítá průsečík mezi hranou trojúhelníku a zadanou rovinou, čímž tvoří základ pro tvorbu vrstevnic
- createContourLines - vytváří vrstevnice v daném intervalu s daným krokem
- computeSlope - vypočte hodnotu sklonu roviny
- computeExposition - vypočte azimut, který určuje orientaci roviny vůči světovým stranám
- analyzeDTMSlope - s využitím funkce getSlope a pomocí třídy Triange z těchto bodů vytváří trojúhelník s daným sklonem
- analyzeDTMExposition - s využitím getAspect a pomocí třídy Triangle z těchto bodů vytváří trojúhelník s danou orientací

Třída Draw

Třída Draw je uložena v souboru draw.py slouží k zajištění grafického rozhraní aplikace. Třída obsahuje následující metody:

- loadData - načtení vstupních dat ve formátu shapefile
- resizeData - roztažení vstupních dat podle velikosti okna aplikace (pomocí parametrů width a height widgetu)

- mousePressEvent - vykreslení bodů tvořících polygon pomocí polohy kurzoru myši
- paintEvent - vizualizační nástroj pro znázornění dat
- getPoints - vrací množinu bodů
- getDT - vrací Delaunayeho triangulaci
- setDT - nastaví seznam hran typu Edge Delauneyho triangulace
- setContours - nastaví list vrstevnic
- setDTMSlope - vrací list trojůhelníků typu Triangle
- setDTMExposition - vrací list trojůhelníků typu Triangle
- getDTM - vrací vrstevnice
- setViewDT - nastaví náhled DT
- setViewContourLines - nastaví náhled vrstevnic
- setViewSlope- nastaví náhled sklonu
- setViewExposition - nastaví náhled expozice
- clearResults - odstraní výsledek analýzy
- clearData - odstraní vše z Canvasu

Třída Settings

Tato třída slouží k vytvoření dialogového okna, pomocí kterého lze definovat parametry pro tvorbu vrstevnic.

Třída Edge

Třída obsahuje funkci, která vrací počateční bod hrany (getStart) a funkci, která vrací koncový bod hrany (getEnd), funkci, která vytvoří novou hranu s opačnou orientací (switchOrientation) a dále je definován operátor, který zjišťuje, zda jsou dvě hrany shodné.

Třída QPoint3DF

Její rodičovskou třídou je třída QPointF, dále obsahuje funkci getZ, která sloužá k získání z-souřadnice bodu

Třída Traingle

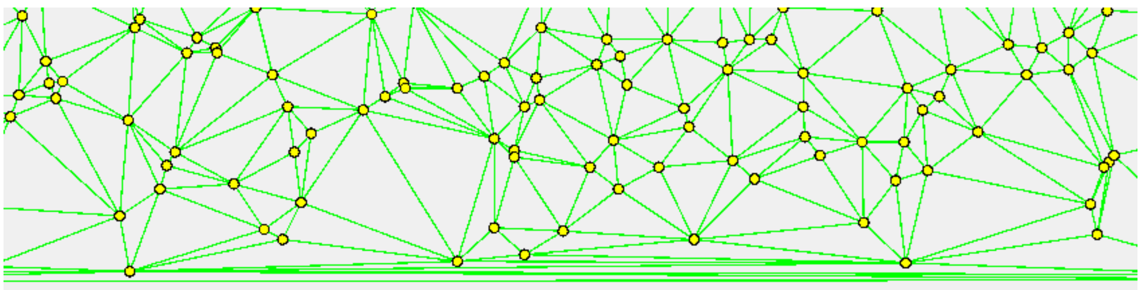
Třída slouží k vytvoření trojúhelníku. JEho jednotlivé vrcholy, sklon a orientace jsou vráceny danými funkcemi *getP1, getP2, getP3, getSlope* a *getAspect*.

Závěr

Zhodnocení činnosti algoritmu

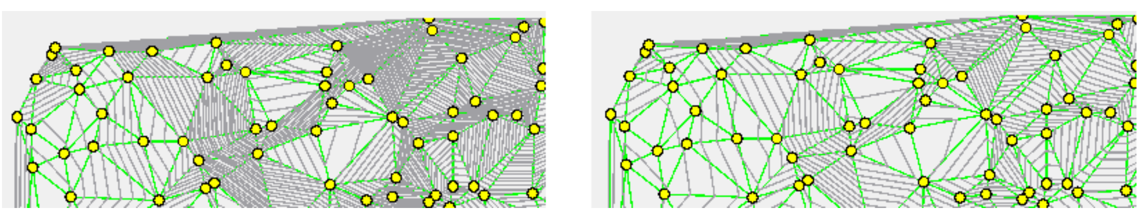
Cílem této úlohy bylo vytvořit aplikaci pro tvrobu a analýzu digitálního modelu terénu nad bodovým mračnem. Nejpreve byla do aplikace nahrána datová sada s 1000 body a byla nad ni provedena Delaunyova triangulace.

Co se týče Delaunayho triangulace nad bodovým mračnem, měla vytvořit trojúhelníky s co největšími minimálními úhly, takové, co nejlépe vystihují terén. To se pro velkou část bodového mračno podařilo, nicméně trojúhelníky s příli ostrými a tupými úhly vznikají na okrajových bodech a v případech, že je příliš bodů blízko sebe (obrázek 6). Delaunayho trinagulace tedy nevystihuje terén na okraji datasetu ideálně.



Obrázek 6: Ukázka Delauneyho triangulace na okraji bodového mračna

Následně byly nad Delaunayho triangulací byly vytvořeny vrstevnice pomocí lineární interpolace. Pro zvolenou datovou sadu, kde byly vrstevnice vytvořeny s výchozím nastavením kroku 10 a rozsahem nadmořských výšek 100 až 1500 m (Obrázek 7), se tento krok ukázal jako nevhodný. Výsledné vrstevnice v některých místech příliš splývají. Jako vhodnější se pro vrstevnice ukázal krok 20, což poskytuje přehlednější povrch terénu.

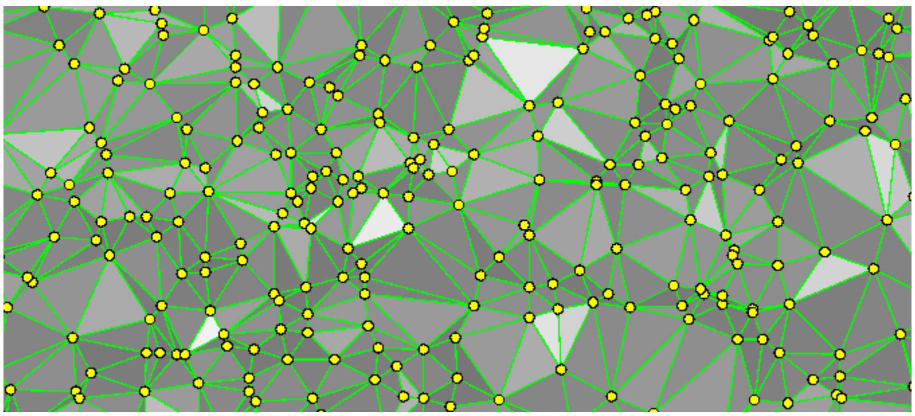


Obrázek 7: Ukázka vrstevnic s krokem 10 (vlevo) a krokem 20 (vpravo)

Zvýšena hustota vrstevnic na některých místech poukazuje na prudkou změnu výškových poměrů. Avšak v vrstevnice nenásledují průběh hřbetů a dostatečně nevystihují ani většinu údolí, což může být dáno malou hustotou bodů v mračnu. Problém předsatvují příliš úzké trojúhelníky na okraji datasetu, kdy ani navýšení kroku pro tvorbu vrstevnic nepomohlo a vrstevnice jsou na sobě nahuštěné.

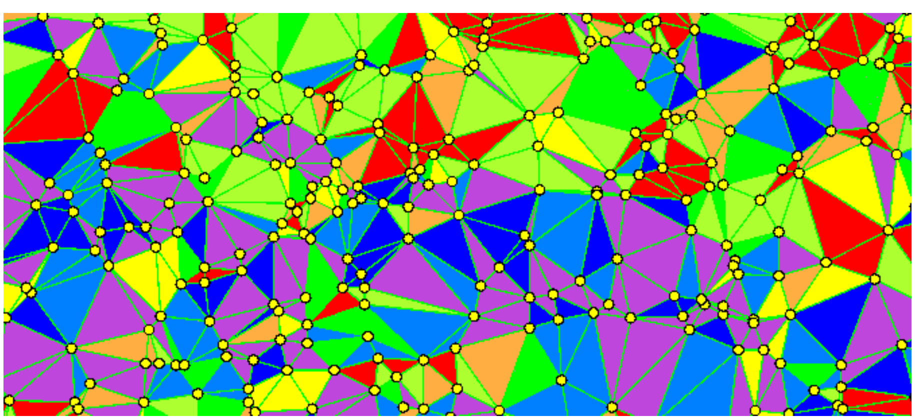
Lineární interpolace patří k nejjednoduším metodám pro tvorbu vrstevnic, avšak není schopná reprezentoavat reálný průběh terénu. Na okrajích trojúhelníků vznikají nepřirozené tvary, které jsou dány lomenými čarami (Obrázek 7).

Dále byla na Delaunayho triangulací provedena analýza sklonu svahu. Sklonitost svahu je vyjádřena odstíny šedi, přičemž platí, že čím tmavší odstín šedi, tím prudší sklon terénu. Již na základě vrstevnic bylo možné vidět, že zvolený dataset je poměrně sklonitý, což potvrzuje i analýza sklonu, kdy většina trpjúhelníku je zbarvena spíše do tmavého odstínu (Obrázek 8).



Obrázek 8: Ukázka analýzy sklonu

Poslední analýzou byla analýza expozice. Každému trojúhelníku je přiřazena barva na základě jeho orientace ke světovým stranám. Sever - modrá, Severovýchod - světle modrá, Východ - zelený, Jihovýchod - světle zelená, Jih - červená, Jihozápad - oranžová, Západ - žlutá a Severozápad - fialová. Zhruba ve středu obrázku 10 se nachází údolí řeky Horní Bečvy. Paleta v této části je spíše homogenní neboť zde nedochází k výrazné změně orientace svahů. Naopak v pravé horní části obrázku, kde je terén členitější je již barevná paleta rozmanitější.



Obrázek 9: Ukázka analýzy sklonu

Náměty na vylepšení

Případné vylepšení by mohlo být generování vrstevnic jinou nelinární metodou, jako je například morfologická interpolace, která lépe zohledňuje skutečnost, neboť předpokládá plynulý spád terénu mezi interpolovanými body.

Problémem aplikace je, že nedává dobré výsledky tringulace na okrajích bodového mračna, kde jsou body od sebe hodně vzdálené a docházím tak ke vzniku protáhlých úzkých trojúhelníků. Tento problém by mohlo vyřešit umělé vkládání bodů do těchto okrajových oblastí, což by zajistilo vznik rovnostranných trojúhelníků, a tím pádem i lepší výsledek triangulace.

Dalším vylepšením by pak mohlo být doladění automatického popisu vrstevnic, či vytvoření algoritmu pro generování terénních tvarů.

Reprezentativnějších výsledků by bylo možné dosáhnout s větším počet bodů v množině, a tedy i s větším počtem trojúhelníků v místech, kde se tvar terénu mění intenzivněji. Body by však musely být rozmístěny vyrovnaně, tedy tak, aby se nacházely jak na vrcholcích, tak v údolích a rovnoměrně mezi nimi. Větší počet bodů by však vedl k větší časové náročnosti, a proto by bylo vhodné zmenšit zájmové území.

Seznam literatury

BAYER, T. (2024): Rovinné triangulace a jejich využití. Přednáška pro předmět Algoritmy počítačové kartografie, Katedra aplikované geoinformatiky a kartografie. Přírodovědecká fakulta UK, dostupné zde (cit. 25. 5. 2024).