Prática 2: Módulo de elasticidade

2.1 Objetivos

Nesta prática será estudado o comportamento de deflexão elástica de uma barra metálica, fixada em um extremo, em função do comprimento e da força de carga aplicada no extremo oposto. Será determinado, também, o módulo de elasticidade do material na tração (módulo de Young). Para o processamento dos dados, serão utilizadas metodologias descritas no capítulo 2 (escalas logarítmicas, linearização e cálculo de coeficiente angular de uma reta), *que deverão ser cuidadosamente estudadas antes de realizar essa prática.*

2.2 Introdução

Todos os materiais apresentam deformação quando sujeitos a esforços, como, por exemplo, forças de compressão, tração ou cisalhamento. A resposta do material pode ser caracterizada através de um coeficiente, o *módulo de elasticidade*, que indica a resistência do material à deformação frente a um tipo particular de esforço aplicado:

$$módulo\ de\ elasticidade = \frac{esforço}{deformação} \quad (1)$$

Elasticidade é a propriedade que o corpo tem de recuperar sua forma inicial depois de uma deformação. No entanto, esforços acima de certo valor limite causam deformações permanentes. O *comportamento elástico* de um material está determinado para esforços abaixo desse valor. Nesse regime, a deformação é diretamente proporcional ao esforço externo aplicado. Para o caso particular de uma força de tração F produzindo um alongamento x do corpo na mesma direção da força, se define o módulo de Young E do material de acordo a equação (1).

$$E = \frac{F/A}{x/l} \tag{2}$$

sendo A a área de aplicação da força no corpo, perpendicular à força e l, o comprimento inicial do corpo. No limite elástico, como E é uma constante, a relação entre x e F é linear:

$$F = \frac{EA}{l}x \tag{3}$$

O fator constante, que multiplica x na equação (3), define a rigidez do corpo frente às forças de tração e constitui a *constante de força* ou *constante elástica* da peça. Claramente, pode-se notar em (3) que a constante elástica depende da geometria da peça, assim como do material.

Questão: *De acordo com a equação (3), determine as unidades, no sistema internacional, do módulo de Young e da constante de força.*

Analogamente, é possível definir módulos de *compressão B* e de *cisalhamento S* caracterizando a resposta do material diante de forças de compressão e tangencial, respectivamente. Na tabela 2.1 são mostrados valores de módulos elásticos para diferentes materiais. Observe que a resposta elástica na tração e na compressão podem ser diferentes. O concreto é um exemplo extremo desse comportamento, apresentando alta resistência à compressão e baixíssima resistência à tração.

Tabela 2.1 - Valores de referência para módulos de elasticidade na tração *E* (módulo de Young), na compressão *B* e no cisalhamento *S* para diferentes materiais.

Material	**Módulo de Young *E* (10^{10} Pa)**	**Módulo de compressão *B* (10^{10} Pa)**	**Módulo de cisalhamento *S* (10^{10} Pa)**
Alumínio	7,0	7,5	2,5
Cobre	11,0	14,0	4,4
Bronze	9,0	6,0	3,5
Aço	20,0	16,0	7,5
Ferro	21,0	16,0	7,7
Chumbo	1,6	4,1	0,6
Concreto	----	3,0	2,1
Vidro Crown	6,0	5,0	2,5

Fonte: Elaborada pelo compilador.

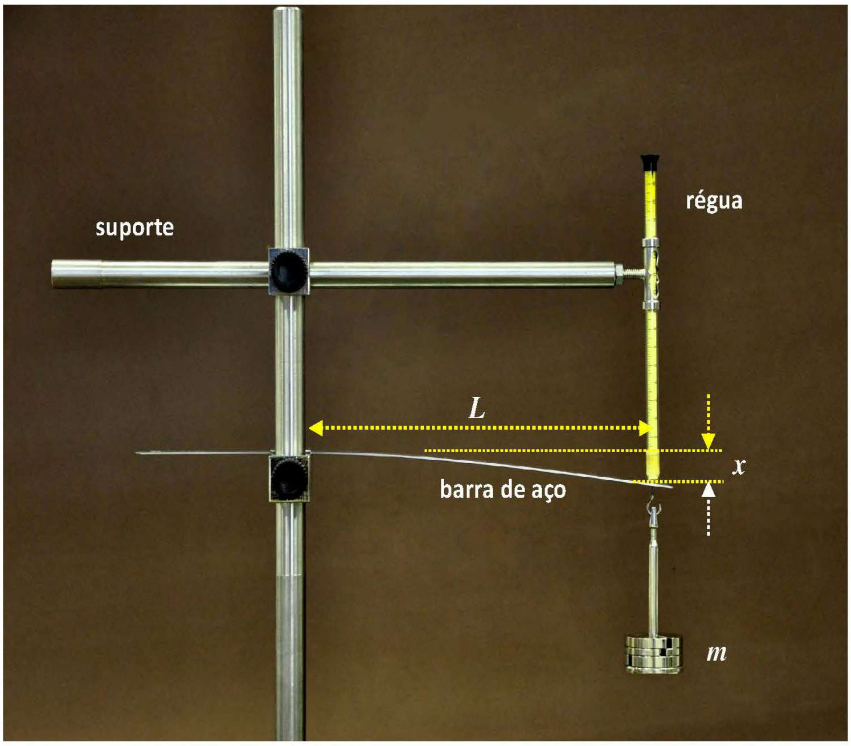
2.2.1 **Deflexão de uma barra**

Um caso de deformação muito importante em engenharia é a deflexão de uma barra ou uma viga sofrendo cargas de forças externas. A deflexão resulta da combinação de tração e compressão atuando, respectivamente, sobre a parte convexa e côncava da barra deformada. Nessa prática será considerada uma barra de aço de seção retangular fixada em uma extremidade, como mostrado na figura 2.1. A barra será carregada no extremo oposto com uma força F, que causará uma deflexão. A deformação, nesse caso, será quantificada mediante a variação da posição vertical x do ponto extremo. Dentro do regime elástico, a relação entre a força e a deformação de flexão é:

$$F = \overbrace{\left(E\frac{d^3b}{4L^3}\right)}^{k} x \tag{4}$$

em que E é o módulo de Young do material da barra, b é a largura, d a espessura e L o comprimento medido entre o ponto de suspensão e o ponto de aplicação da força. A equação (4) é válida unicamente para as condições de carga indicadas: um extremo fixo e o oposto sujeito à carga. Para barras com outros pontos de fixação e carga, o coeficiente que relaciona F e x dependerá de forma diferente da geometria da barra. No entanto, dentro do limite elástico, a relação entre a deformação e a força será sempre linear.

Figura 2.1 - Dispositivo para a medida da deflexão x de uma barra de aço de comprimento L fixa em um extremo e carregada no extremo livre.

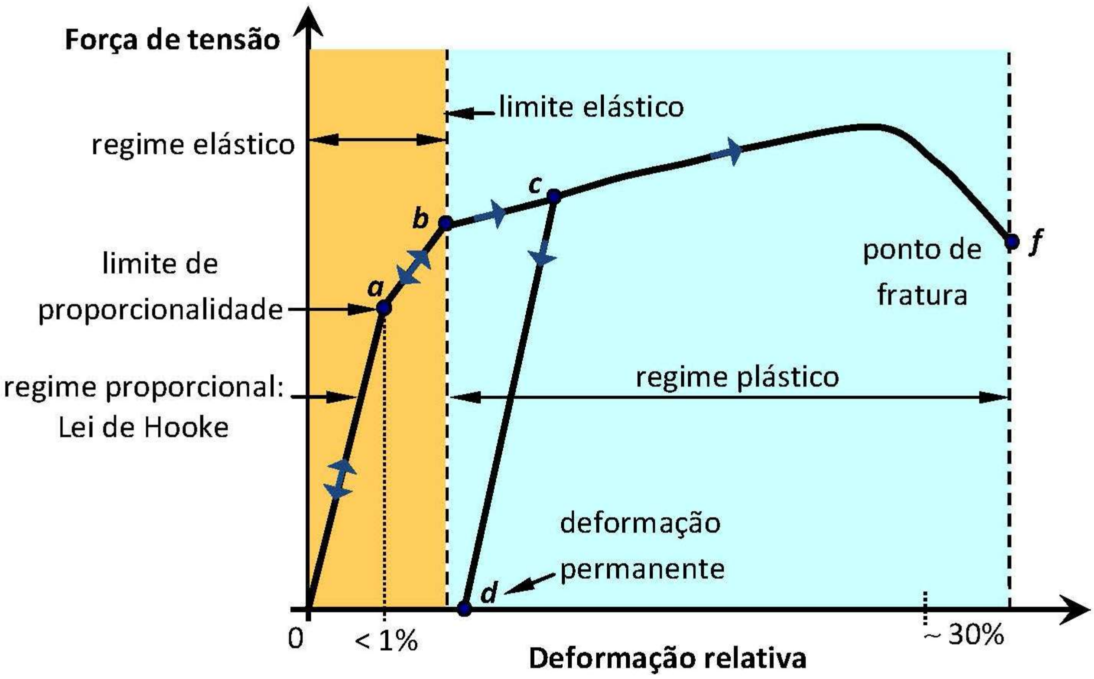


Fonte: Elaborada pelo compilador.

***Questão:** De acordo com a relação (4), para aumentar a rigidez de uma barra de comprimento L fixo, quais parâmetros geométricos devem ser aumentados? Qual parâmetro tem mais efeito sobre a rigidez?*

A Física e a Engenharia: materiais dúcteis e frágeis

A relação de proporcionalidade entre a força de tensão (tração), aplicada a um material e sua deformação (alongamento), é conhecida como Lei de Hooke. No entanto, esse comportamento é válido apenas para deformações relativamente pequenas, tipicamente menores que 1%. Para forças que causam deformações maiores, o comportamento do material é radicalmente diferente. Na figura está representado o diagrama de esforço-deformação para um material típico sujeito a uma força de tração. A região de **resposta elástica** do material corresponde à parte inicial do gráfico, até o ponto b. Nesse regime, as deformações são **reversíveis**: quando a força é retirada, o corpo recupera sua forma inicial. A região de **deformação proporcional**, para qual a Lei de Hooke é válida, estende-se desde a origem do gráfico até o ponto a. O coeficiente de inclinação dessa reta é o **módulo de Young** do material. A proporcionalidade deixa de ser válida para deformações maiores na região entre a e b, porém, o material ainda se comporta elasticamente. O ponto b, na curva, corresponde ao **limite de ruptura**; deformações acima desse valor não são reversíveis quando se retira a força. A região de deformações acima do ponto de ruptura corresponde ao regime de **deformação plástica** do material. Por exemplo, se o material fosse deformado até o ponto c, ao retirar a força, o retorno ocorreria ao longo da reta c-d. O ponto d corresponde a uma deformação com força nula, indicando que o corpo sofreu uma **deformação permanente**. Esse fenômeno é usado para moldar materiais metálicos a frio. Se a força aplicada for mais intensa, eventualmente se atinge o **limite da fratura** do material, no ponto f. Um material é **dúctil** quando os pontos b e f estão muito separados no diagrama, indicando uma região extensa de deformação plástica. Em contraste, o material é **frágil** quando a ruptura ocorre próximo ao limite elástico, determinando um regime plástico estreito ou inexistente.



Fonte: Elaborada pelo compilador.

2.3 Parte experimental

Será estudado o fenômeno de deflexão de uma barra de aço inox, de perfil retangular, disposta horizontalmente com um extremo fixo. Para isso, será utilizada a montagem mostrada na figura 2.1. Sobre o extremo livre, um gancho permite pendurar massas, que determinam a força de deformação atuante. As deflexões verticais x do extremo livre da barra serão medidas com uma régua milimetrada encapsulada em um tubo de plástico, cuja ponta encosta no extremo da barra. A régua acompanha livremente a deflexão da barra quando carregada. O ponto de fixação da barra pode ser escolhido, de forma a controlar o comprimento L.

Para a realização da prática é *imprescindível* ter estudado o uso de escalas logarítmicas e a determinação do coeficiente angular de retas traçadas graficamente, discutidos no capítulo 2.

2.3.1 Determinação do módulo de Young

Nesse experimento, será analisada a variação da deformação em função da força de deflexão aplicada sobre a barra, com a finalidade de determinar o módulo de Young do material. Durante a execução dos experimentos, verifique periodicamente se a barra retorna ao seu estado inicial quando não for adicionado peso.

a) Determine os parâmetros geométricos da barra (largura e espessura).

b) Fixe a barra por uma de suas extremidades, deixando um comprimento da ordem de 27 cm. Verifique o correto alinhamento horizontal. Escolha um ponto de medida sobre a barra e encoste o extremo da régua deslizante. Verifique que o percurso de medida é apropriado, pendurando a maior massa de carga que será aplicada durante o experimento. Meça o valor do comprimento L correspondente.

c) Aplique diferentes cargas, entre zero e o valor máximo, e meça a deformação x da barra. Construa uma tabela de dados da deformação x em função da força peso F.

d) Faça um gráfico em papel milimetrado, ambos os eixos em escalas lineares, de F contra x. Observe se a relação observada é linear ou não. Caso seja linear, trace a melhor reta que represente o conjunto de dados experimentais.

e) Escolha dois pontos da melhor reta (distantes entre si) e determine seu coeficiente angular.

f) Usando o coeficiente angular medido e a equação (4), determine o valor do módulo de Young do material. Compare com o valor tabelado para o aço. Discuta os resultados do seu experimento em função dos valores obtidos.

2.3.2 Análise da relação comprimento-deformação

Nesse experimento, será analisada a dependência da deformação em função do comprimento da barra, para uma força de carga fixa.

a) Escolha uma massa de carga, que será mantida constante durante o experimento, e meça a deformação x para diferentes valores de comprimento L, variando, para isso, o ponto de fixação da barra.

b) Com os valores registrados, construa uma tabela contendo colunas para L, x e L^3.

c) Faça um gráfico em papel log-log de x contra L. Em função da dependência observada nesse gráfico, identifique que tipo de relação vincula estas grandezas (linear ou não linear). Esse resultado é coerente com a equação (4)?

d) Se a relação observada no gráfico log-log for linear, trace a melhor reta que represente esses dados experimentais. Escolha dois pontos da reta (distantes entre si) e calcule sua inclinação.

e) Analise se o valor obtido para esse coeficiente é consistente com a relação esperada a partir da equação (4).

f) Faça um gráfico em papel milimetrado, com ambos os eixos em escalas lineares, de x em função de L^3 e trace a melhor reta que represente o conjunto de dados.

g) Escolha dois pontos da reta (distantes entre si) e determine o coeficiente angular.

h) Usando o coeficiente angular obtido no item (g), determine o valor do módulo de Young. Compare com o valor tabelado para o aço. Discuta os resultados! Os métodos para determinar *E* forneceram resultados compatíveis? Algum dos métodos é mais confiável?

Bibliografia

Halliday, D., Resnick, R., Walker, J.. **Fundamentos de Física.** Vol. 1. LTC.

Tipler, P. A., Mosca, G.. **Física para Cientistas e Engenheiros.** Vol. 1. LTC.

Young, H. D.; Freedman, R. A.. **Sears and Zemanski Física I.** 12. ed. São Paulo: Addison Wesley, 2008.