

Prática 3: Movimento unidimensional

3.1 Objetivos

Nesta prática serão analisados quantitativamente dois tipos de sistemas cujo movimento de uma massa acelerada pode ser descrito em função de uma única coordenada: o pêndulo simples e o plano inclinado. Em ambos os experimentos será determinado o valor da aceleração da gravidade, processando os dados de acordo com o método de mínimos quadrados. *Portanto, é imprescindível dominar os conceitos do capítulo 3 antes de realizar a prática.*

3.2 Introdução

3.2.1 Pêndulo simples: movimento oscilatório harmônico

A figura 3.1 mostra o esquema do pêndulo simples, consistindo de uma massa m (considerada pontual) suspensa por um fio inextensível de comprimento L . Em certo instante, que podemos escolher como $t = 0$, a massa é solta desde um ângulo de afastamento máximo θ_m com relação à posição de equilíbrio (vertical). O movimento subsequente é uma oscilação periódica. A posição da massa pode ser determinada especificando simplesmente o ângulo $\theta(t)$. Se o ângulo de afastamento inicial θ_m não for muito grande, tipicamente menor que 15° , o movimento subsequente é uma oscilação harmônica descrita pela equação horária:

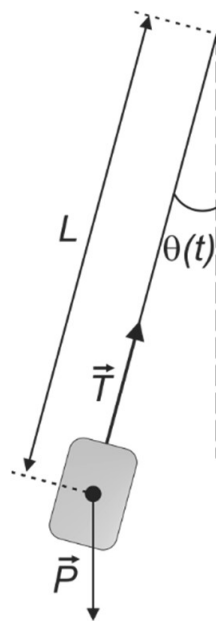
$$\theta(t) = \theta_m \operatorname{sen} \left(2\pi \frac{t}{T} + \delta \right) \quad (1)$$

em que δ é a fase (definida pelo o ângulo do pêndulo em $t = 0$) e T é o período de oscilação, dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (2)$$

Podemos observar na expressão (2) que o período de oscilação depende do comprimento do pêndulo e da aceleração da gravidade, através da raiz quadrada, e é independente da amplitude de oscilação ou da massa suspensa.

Figura 3.1 - Pêndulo simples de comprimento L . \vec{T} : tensão da corda. \vec{P} : força peso.



Fonte: Elaborada pelo compilador.

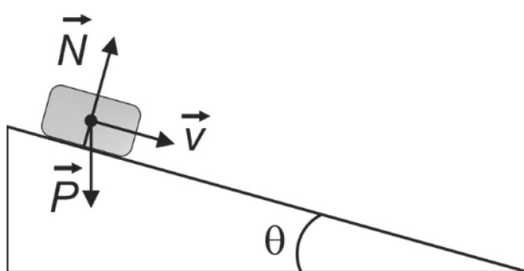
Questão: Durante o intervalo de tempo T , de uma oscilação, quantas vezes a partícula passa pela posição de equilíbrio $\theta = 0$? Quantas vezes ela passa pela posição de afastamento extremo $\theta = \theta_m$?

Questão: O movimento pendular ocorre em um plano, portanto, é bidimensional e requereria duas coordenadas para identificar a posição da partícula. No entanto, a equação horária (1) representa uma única coordenada angular θ . Por que podemos descrever esse movimento como unidimensional?

3.2.2 Plano inclinado: movimento retilíneo uniformemente acelerado

A figura 3.2 mostra o esquema de uma massa deslizando sobre um plano inclinado sem atrito, formando um ângulo θ com a horizontal. Existem duas forças atuando: o peso e a reação do plano. Como essas forças não se cancelam, existe uma força resultante e, portanto, aceleração.

Figura 3.2 - Objeto se deslocando sobre um plano inclinado sem atrito. \vec{N} : força normal. \vec{P} : força peso. \vec{v} : velocidade do objeto.



Fonte: Elaborada pelo compilador.

O movimento pode ser descrito como unidimensional, escolhendo um referencial que meça a coordenada na direção paralela ao plano inclinado. Definindo o instante $t = 0$, como aquele cujo objeto está na posição $y = 0$, com velocidade v_0 , a equação horária resulta em:

$$y(t) = v_0 t + \frac{a}{2} t^2 \quad (3)$$

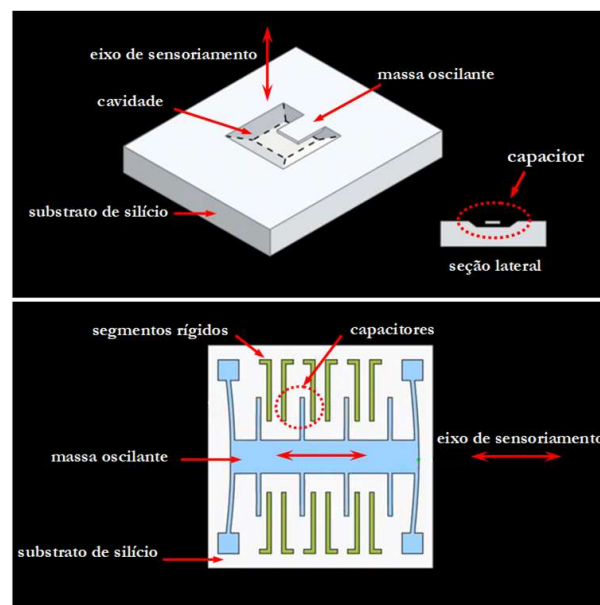
sendo a aceleração dada por:

$$a = g \sen(\theta) \quad (4)$$

A Física e a Engenharia: acelerômetros

Os **acelerômetros** são dispositivos que registram a **magnitude** da aceleração atuante sobre eles, ao longo de um eixo definido, quando se encontram em movimento. Combinando dois ou três acelerômetros, com eixos mutuamente perpendiculares, é possível determinar **direção** e **sentido** da aceleração total. Os acelerômetros são fundamentais para aplicações em navegação de veículos e robôs, e em sistemas de monitoramento de vibrações. Outros acelerômetros determinam a direção da gravidade, determinando, assim, a orientação de um objeto em relação à vertical, permitindo, por exemplo, orientar a tela de telefones, câmeras ou computadores.

Para medir a aceleração de um objeto, o princípio mais comum é usar a deformação que a aceleração causa sobre uma mola ou algum elemento com propriedades elásticas. Os **cristais piezelétricos** são bons como sensores, pois, quando deformados, aparece uma diferença de potencial elétrico entre suas faces proporcional à deformação, que é facilmente medida. Outro método consiste em analisar a oscilação de pequenas estruturas causada pela aceleração. Na figura é mostrada uma pastilha de silício, na qual foram escavadas estruturas de dimensões nanométricas capazes de oscilar (massa oscilante ou “sísmica”) e segmentos fixos ao substrato¹. Essas estruturas formam parte de um circuito elétrico. A separação entre as partes móveis e rígidas determina a **capacitância elétrica** do circuito. Quando existe aceleração, essas separações mudam e alteram a capacitância do circuito, mudando as correntes circulantes. Isso permite medir a aceleração de forma muito rápida e com grande sensibilidade.



Fonte: Engineerguy.com¹.

1 - Disponível em: < <http://www.engineerguy.com/> > Acesso em 15 jan. 2013

3.3 Parte experimental

O pêndulo simples a ser utilizado nos experimentos é composto por um cilindro metálico extenso preso a um barbante. Para as equações (1) e (2) serem válidas, o máximo afastamento do pêndulo com relação ao equilíbrio deve ser menor que 15° . Para conferir essa condição, existe um transferidor colocado no plano paralelo ao movimento. O período será determinado com um cronômetro e o erro associado a medida pode ser calculado considerando o seu tempo de resposta.

Nesta prática, será analisada a relação entre o período de oscilação T e o comprimento L , com a finalidade de determinar o valor da aceleração da gravidade g . De acordo com a discussão sobre linearização no capítulo 2, a equação (2) pode ser transformada numa relação linear elevando ao quadrado ambos os membros.

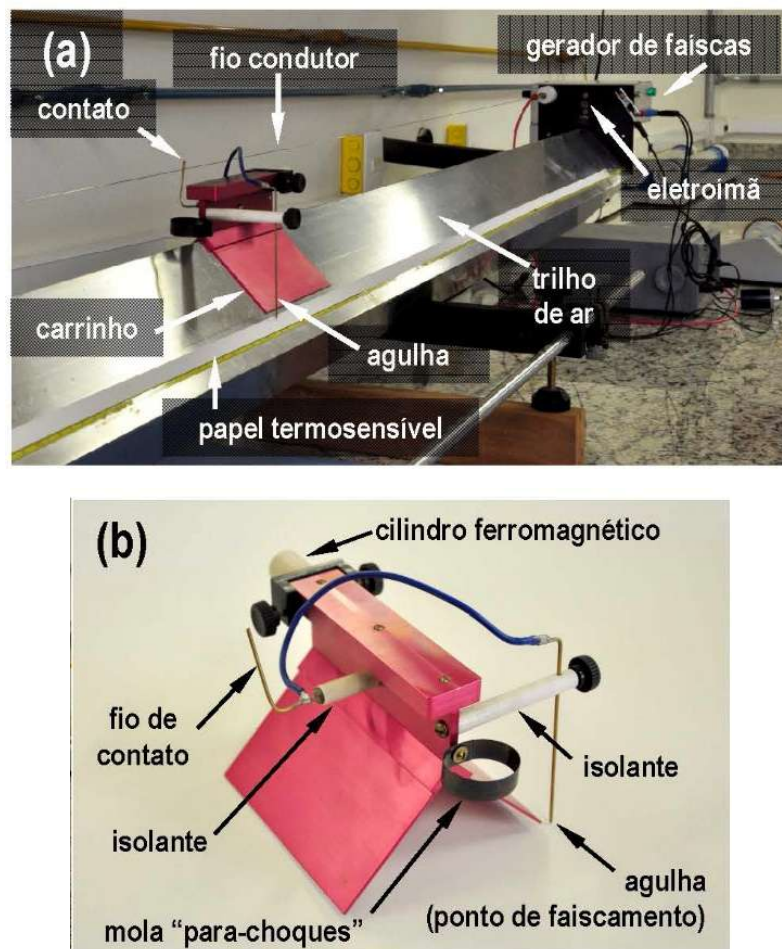
$$T^2 = \frac{(2\pi)^2}{g} L \quad (5)$$

A equação (5) é uma relação linear entre T^2 e L , com coeficiente linear nulo e inclinação $\frac{(2\pi)^2}{g}$. Portanto, determinando a inclinação dessa reta, é possível calcular o valor de g . Nessa prática, será usado o *método dos mínimos quadrados* para calcular esse coeficiente e, portanto, *é fundamental o estudo dos conceitos do capítulo 3 ou no livro texto que achar mais adequado*.

A figura 3.3 mostra o dispositivo que será utilizado para analisar o movimento uniformemente acelerado. Um trilho de ar será utilizado como plano inclinado para um carrinho deslizando. O trilho é formado por um tubo no qual é injetado um fluxo de ar comprimido. A superfície do tubo tem um conjunto de pequenos furos uniformemente distribuídos para saída do ar, gerando um colchão de ar que mantém suspenso o carrinho e minimiza o efeito do atrito. A

posição do carrinho é registrada durante o movimento, utilizando uma fita de papel termossensível e um sistema de faiscamento em intervalos de tempo constantes. As faíscas, sobre o papel, são geradas pela ponta de uma agulha fixada ao carrinho e suspensa a aproximadamente 2 mm da superfície da fita. O circuito elétrico é fechado através de um segundo pino de cobre fixado ao carrinho, em contato elétrico com um fio ligado a um gerador de alta tensão. As faíscas são geradas com frequência de 5Hz.

Figura 3.3 - (a) Trilho de ar para análise do movimento uniformemente acelerado no plano inclinado. (b) Detalhe do carrinho suspenso, mostrando o segmento de circuito com a agulha de faiscamento.



Fonte: Elaborada pelo compilador.

Nessa prática, serão medidos os valores de coordenada y para certos instantes de tempo t , com o objetivo de analisar o movimento e determinar o valor da aceleração da gravidade. O carrinho é inicialmente segurado no extremo do trilho com um eletroímã. Quando o pulsador é acionado, o eletroímã é desligado, liberando o carrinho e ativando o gerador de voltagem do faiscador. O resultado do experimento é uma série de marcas sobre a fita, cujos valores da coordenada são medidos com uma trena. Para as inclinações tipicamente usadas no laboratório, haverá uma dúzia de pontos registrados sobre uma fita de aproximadamente 1,5 m de comprimento.

Para facilitar a análise, é conveniente linearizar a relação (3) dividindo ambos os membros pelo tempo:

$$\frac{y}{t} = v_0 + \frac{a}{2}t \quad (6)$$

Portanto, a relação entre $\frac{y}{t}$ e t é linear, com coeficiente linear v_0 e coeficiente angular $\frac{a}{2}$. Usando o método de mínimos quadrados, é possível determinar ambos os coeficientes e calcular a aceleração a do corpo. Da equação (4), é possível obter a aceleração da gravidade g , pois o ângulo θ pode ser medido no experimento.

3.3.1 Pêndulo simples

- a) Neste experimento o período de oscilação T será medido para diferentes comprimentos L do pêndulo, mantendo o resto dos parâmetros invariantes. Considere, no mínimo, 6 comprimentos diferentes.
- b) Suspenda o pêndulo verticalmente e meça L entre o ponto de suspensão e o centro de massa do corpo.

- c) Para minimizar o erro, será medido o tempo t_N de N oscilações (por exemplo, $N = 10$). Essa medida deve ser repetida, para calcular uma média $\overline{t_N}$ e, assim, minimizar os erros aleatórios. Calcule o valor do período T resultante: $T = \frac{\overline{t_N}}{N}$.
- d) Repita o processo para outros valores de comprimento. Organize os resultados numa tabela, formatada como sugerido na tabela 3.1.
- e) Faça um gráfico linearizado, em papel milimetrado, de T^2 em função de L . Confira se os dados seguem uma relação linear. Se houver dados que se desviam consideravelmente, revise os cálculos ou meça novamente o dado duvidoso.
- f) Usando o método de mínimos quadrados, calcule a inclinação da reta correspondente à relação (5), junto com seu respectivo erro. Confira as dicas do capítulo 3 para fazer esses cálculos. Trace esta reta no mesmo gráfico dos dados experimentais e ateste que represente efetivamente a relação linear observada.
- g) A partir de (5), e usando o coeficiente angular calculado em (f), determine o valor de g e sua incerteza. Compare com o valor esperado.

Tabela 3.1 - Comprimento do pêndulo L , tempo de N oscilações t_N , período de oscilação T e valores de T^2 para linearização dos dados.

L (m)	t_N (s)	T (s)	T^2 (s ²)

Fonte: Elaborada pelo compilador.

3.3.2 Plano inclinado

- O trilho de ar é levemente inclinado com um calço para deslizar o carrinho. Através da medida do comprimento e da altura de desnível do trilho, determine indiretamente o ângulo θ de inclinação, com seu respectivo erro.
- Prepare o carrinho no extremo do trilho, com o eletroímã ativado e a fita termossensível colada e alinhada sobre o trilho. Ative o pulsador para liberar o carrinho sobre o trilho.
- Sabendo o intervalo de tempo entre as marcas de posição da fita, construa a tabela de tempo t e posição y , de acordo com a formatação sugerida na tabela 3.2.

- d) Calcule as quantidades $\frac{y}{t}$ e faça um gráfico linear, em papel milimetrado, de $\frac{y}{t}$ em função de t . Confira se a relação entre essas quantidades é linear, tal como a equação (6) indica.
- e) Usando o método dos mínimos quadrados, calcule a inclinação e o coeficiente linear da reta correspondente à relação (6), junto com seus respectivos erros. Trace esta reta no mesmo gráfico dos dados experimentais e verifique que representa efetivamente a relação linear observada.
- f) Avalie e discuta se o valor obtido para a velocidade inicial do carrinho é compatível com o experimento realizado.
- g) Considerando a equação (4), calcule a aceleração da gravidade, com seu respectivo erro. Compare com o valor de referência e com o método do pêndulo simples.

Tabela 3.2 - Posição y em função do tempo t para movimento do carrinho sobre o trilho de ar inclinado.

t (s)	y (m)	y/t (m/s)

Fonte: Elaborada pelo compilador.

Bibliografia

Halliday, D., Resnick, R., Walker, J.. **Fundamentos de Física**. Vol. 1. LTC.

Tipler, P. A., Mosca, G.. **Física para Cientistas e Engenheiros**. Vol. 1. LTC.

Young, H. D.; Freedman, R. A.. **Sears and Zemanski Física I**. 12. ed. São Paulo: Addison Wesley, 2008.