

## MODÈLES MATHÉMATIQUES – TP1

### 1 Calcul préliminaire

L'objectif de ce TP numérique est de comparer à l'aide de Python les courbes représentant la solution exacte et la solution numérique de l'équation différentielle (avec  $\omega > a > 0$ ) :

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} - a^2 f(x) = e^{\omega x} \quad (1)$$

que nous avons étudiée dans le TD2, la solution exacte étant :

$$f(x) = \alpha e^{ax} + \beta e^{-ax} + \frac{e^{\omega x}}{\omega^2 - a^2} \quad (2)$$

Il vous est demandé d'une part de déterminer les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  correspondant aux conditions initiales  $f(0) = 0$  et  $f'(0) = v$ , avec  $v$  constant, et d'autre part de montrer que l'équation (1) est équivalente aux équations (3) et (4) données en page 2.

### 2 Programmer en Python

Voici un programme permettant de créer une première liste de 10 valeurs comprises entre 0 et  $2\pi$  :  $t \in [0, 2\pi]$ , puis une seconde liste de 10 valeurs correspondant au sinus de  $t$  :

```
import numpy as np
N=10
t=2*np.pi*np.linspace(0,1,N)
print("t = ",t)
f=np.sin(t)
print("f = ",f)
```

Copier et enregistrer ce programme dans le fichier *prog1\_votrenom.py*  
Tester ce programme.

Voici les commandes pour tracer et enregistrer un graphique sous Python :

```
import pylab as pl
pl.plot(t,f,"o-",label="Fonction sinus")
pl.xlabel("Variable t")
pl.ylabel("Fonction f(t)")
pl.legend(loc="best")
pl.savefig("figure1_votrenom.png")
pl.show()
```

Modifier votre programme *prog1\_votrenom.py* afin qu'il trace sur un même graphique les fonctions  $f(t) = \sin(t)$  et  $g(t) = \cos(t)$  pour  $N = 100$  dans l'intervalle  $[-\pi, \pi]$ .

### 3 Tracer la fonction $f(x)$ avec Python

Créer un programme *prog2\_votrenom.py* qui va :

1. Tracer la fonction  $f(x)$  définie à l'équation (2) dans l'intervalle  $x \in [0, 2]$ .
2. Enregistrer le graphique dans le fichier "*figure2\_votrenom.png*".

Les valeurs de  $v$ ,  $a$  et  $\omega$  sont laissées à votre libre choix.

Veillez à bien indiquer leurs valeurs en légende sur le graphique.

### 4 Résolution numérique d'une équation différentielle ordinaire

Pour résoudre numériquement l'équation différentielle (1), vous allez utiliser la fonction **odeint()** du module **scipy.integrate** de Python. Pour la documentation, voir : <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.integrate.odeint.html>

Pour cela, il vous faut :

- Importer la fonction **odeint** du module **scipy.integrate**
- Résoudre l'équation différentielle (1) numériquement à l'aide de la fonction **odeint()** après avoir réécrit l'équation différentielle (1) sous la forme suivante :

$$\frac{df(x)}{dx} = g(x) \quad (3)$$

$$\frac{dg(x)}{dx} = a^2 f(x) + e^{\omega x} \quad (4)$$

- N'oubliez pas de fixer les valeurs initiales de  $f(x)$  et  $g(x)$ .

Votre travail :

1. Écrire le programme *prog3\_votrenom.py* qui réalise les tâches indiquées ci-dessus et tracer sur un même graphique les courbes des solutions exactes (calculées dans la partie 1) et les courbes des solutions numériques de  $f(x)$  et  $g(x)$  à  $v = 0$  (calculées par votre programme).
2. Enregistrer le graphique obtenu dans le fichier "*figure3\_votrenom.png*".
3. Changer la valeur de  $v$  et enregistrer le graphique obtenu dans le fichier "*figure4\_votrenom.png*" en prenant bien soin d'indiquer les valeurs de  $a$ ,  $\omega$  et  $v$  choisies en légende sur le graphique.

**Veillez déposer le calcul de la partie 1, vos programmes Python et vos figures sur AMETICE par l'intermédiaire du lien prévu à cet effet au plus tard le 30 janvier 2023.**