

## Gruppövning 1 - Grupp A19

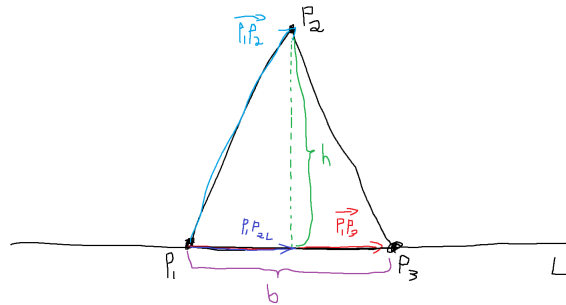
Max Hagman, Felix Bjerhem Aronsson,  
Fabian Forsman, Zoé Opdendries, Daniel Malmgren

February 7, 2022

## Teoriövning 1

- (a) Formeln för en triangels area är  $\frac{b \cdot h}{2}$ . Utgår man ifrån detta så får man att basen kan representeras av  $\|\vec{P_1 P_3}\|$  (eller  $\vec{P_1 P_2}$ ). Höjden, däremot, går inte att representera direkt utav någon vektorn baserad på punkterna  $P_1$ ,  $P_2$  och  $P_3$ . För att få höjden tar man  $\vec{P_1 P_2}$  projektion på den linje som har riktningsvektor  $\vec{P_1 P_3}$ , som blir basen till en triangel med  $\|\vec{P_1 P_2}\|$  som hypotenusan. Enligt Pytagoras sats kan man då få höjden på denna nya triangel genom  $\sqrt{\|\vec{P_1 P_2}\|^2 - \left(\frac{|\vec{P_1 P_3} \cdot \vec{P_1 P_2}|}{\|\vec{P_1 P_3}\|}\right)^2}$ . Om man sedan multiplicerar denna höjden, med  $\|\vec{P_1 P_3}\|$  så får man formeln för triangelns area enligt följande:

$$\frac{\sqrt{\|\vec{P_1 P_2}\|^2 - \left(\frac{|\vec{P_1 P_3} \cdot \vec{P_1 P_2}|}{\|\vec{P_1 P_3}\|}\right)^2} \cdot \|\vec{P_1 P_3}\|}{2} \quad (1)$$



Om vi sedan applicerar denna formel på triangeln med hörnen  $P_1 = (1, 1)$ ,  $P_2 = (4, 2)$  och  $P_3 = (-1, 7)$ , så har vi vektorerna:

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= P_1 - P_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix} \\ \mathbf{u} &= P_1 - P_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Om man sedan kan stoppa in i formeln för att få arean:

$$\frac{\sqrt{\|\mathbf{v}\|^2 - \left(\frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{\|\mathbf{u}\|}\right)^2} \cdot \|\mathbf{u}\|}{2} = \frac{\sqrt{50^2 - \left(\frac{5 \cdot 2 + (-5) \cdot (-6)}{\sqrt{40}}\right)^2} \cdot \sqrt{40}}{2} = 10 \quad (2)$$

- (b) Med tre godtyckliga punkter på en linje,  $P_a$ ,  $P_b$  och  $P_c$ , kan vi bilda tre st vektorer,  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{u}$  och  $\mathbf{w}$ . Då punkterna ligger på en linje får alla vektorer samma riktning. Alltså är minsta vinkeln,  $\alpha$ , blir då 0. Uttrycket i roten ur blir då:

$$\|\mathbf{v}\|^2 - \left(\frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{\|\mathbf{u}\|}\right)^2 = \|\mathbf{v}\|^2 - \left(\frac{\|\mathbf{u}\| \cdot \|\mathbf{v}\| \cos(0)}{\|\mathbf{u}\|}\right)^2 = \|\mathbf{v}\|^2 - \|\mathbf{v}\|^2 = 0$$

Detta leder till att vi får:  $\frac{\sqrt{0} \cdot \|\mathbf{u}\|}{2} = \frac{0}{2} = 0$ . Alltså är arean av den triangeln som  $P_a$ ,  $P_b$  och  $P_c$  bildar 0.

## Datorövning 2

- (a) Se NormalNormalisedVektor.m för implementation.  
Vi börjar med att räkna ut den normalen till planet som spänns av  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$ . Detta görs med matlab funktionen `cross()` som räknar ut kryssprodukten. För att normalisera normalen delas den på sin längd, vilket man får från `norm(x,1)`. Sedan returneras normalen.
- (b) Se OrtoProj.m för implementation.  
Funktionen använder sig utav formeln:

$$\mathbf{v} - \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{n}}{\|\mathbf{n}\|^2} \cdot \mathbf{n}$$

Med denna beräknar den projektionen av given vector på planet utifrån normalen.

- (c) Vi använder oss utav NormalNormalisedVektor.m för att få en normal som vi sedan skickar in till OrtoProj.m med vår punkt. Detta ger oss resultatet  $\begin{pmatrix} 0 \\ e \\ 1 \end{pmatrix}$ . Vilket är projektionen av  $P = \begin{pmatrix} \pi \\ e \\ 1 \end{pmatrix}$  på  $yz$ -planet.