Gruppövning 1 - Grupp A19

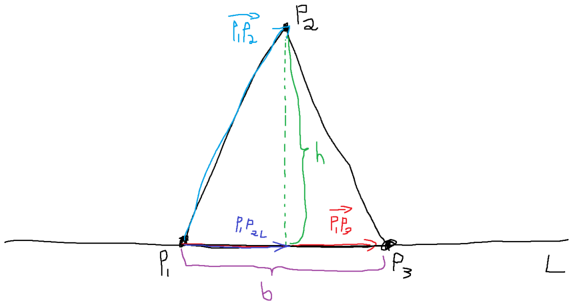
Max Hagman, Felix Bjerhem Aronsson,
Fabian Forsman, Zoé Opdendries, Daniel Malmgren

February 7, 2022

Teoriövning 1

(a) Formeln för en triangels area är $\frac{b \cdot h}{2}$. Utgår man ifrån detta så får man att basen kan representeras av $||\overrightarrow{P_1P_3}||$ (eller $\overrightarrow{P_1P_2}$). Höjden, däremot, går inte att representera direkt utav någon vektorn baserad på punkterna P_1, P_2 och P_3. För att få höjden tar man $\overrightarrow{P_1P_2}$ projektion på den linje som har riktningsvektor $\overrightarrow{P_1P_3}$, som blir basen till en triangel med $||\overrightarrow{P_1P_2}||$ som hypotenusa. Enligt Pytagoras sats kan man då få höjden på denna nya triangel genom $\sqrt{||\overrightarrow{P_1P_2}||^2 - (\frac{|\overrightarrow{P_1P_3} \cdot \overrightarrow{P_1P_2}|}{||\overrightarrow{P_1P_3}||})^2}$. Om man sedan multiplicerar denna höjden, med $||\overrightarrow{P_1P_3}||$ så får man formeln för triangelns area enligt följande:

$$\frac{\sqrt{||\overrightarrow{P_1P_2}||^2 - (\frac{|\overrightarrow{P_1P_3} \cdot \overrightarrow{P_1P_2}|}{||\overrightarrow{P_1P_3}||})^2} \cdot ||\overrightarrow{P_1P_3}||}{2} \tag{1}$$



Om vi sedan applicerar denna formel på triangeln med hörnen $P_1 = (1, 1)$, $P_2 = (4, 2)$ och $P_3 = (-1, 7)$, så har vi vektorerna:

$$\boldsymbol{v} = P_1 - P_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}$$
$$\boldsymbol{u} = P_1 - P_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Om man sedan kan stoppa in i formeln för att få arean:

$$\frac{\sqrt{||\boldsymbol{v}||^2 - (\frac{|\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{v}|}{||\boldsymbol{u}||})^2} \cdot ||\boldsymbol{u}||}{2} = \frac{\sqrt{\sqrt{50}^2 - (\frac{5 \cdot 2 + (-5) \cdot (-6)}{\sqrt{40}})^2} \cdot \sqrt{40}}{2} = 10 \tag{2}$$

(b) Med tre godtyckliga punkter på en linje, P_a, P_b och P_c, kan vi bilda tre st vektorer, $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{u}$ och $\boldsymbol{w}$. Då punkterna ligger på en linje får alla vektorer samma riktning. Alltså är minsta vinkeln, α, blir då 0. Uttrycket i roten ur blir då:

$$||\boldsymbol{v}||^2 - (\tfrac{|\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{v}|}{||\boldsymbol{u}||})^2 = ||\boldsymbol{v}||^2 - (\tfrac{||\boldsymbol{u}||\cdot||\boldsymbol{v}||cos(0)}{||\boldsymbol{u}||})^2 = ||\boldsymbol{v}||^2 - ||\boldsymbol{v}||^2 = 0$$

Detta leder till att vi får: $\frac{\sqrt{0}\cdot||\boldsymbol{u}||}{2} = \frac{0}{2} = 0$. Alltså är arean av den triangeln som P_a, P_b och P_c bildar 0.

Datorövning 2

(a) Se NormalNormalisedVektor.m för implementation.
Vi börjar med att räkna ut den normalen till planet som spänns av u,v. Detta görs med matlab funktionen cross() som räknar ut kryssprodukten. För att normalisera normalen delas den på sin längd, vilket man får från norm(x,1). Sedan returneras normalen.

(b) Se OrtoProj.m för implementation.
Funktionen använder sig utav formeln:

$$\boldsymbol{v} - \frac{\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{n}}{||\boldsymbol{n}||^2}\cdot\boldsymbol{n}$$

Med denna beräknar den projektionen av given vector på planet utifrån normalen.

(c) Se test.m för att testa alla funktioner tillsammans.
Vi använder oss utav NormalNormalisedVektor.m för att få en normal som vi sedan skickar in till OrtoProj.m med våran punkt. Detta ger oss resultatet $\begin{pmatrix}0\\e\\1\end{pmatrix}$. Vilket är projektionen av $P = \begin{pmatrix}\pi\\e\\1\end{pmatrix}$ på yz-planet.