Równania liniowe

Równanie liniowe – <u>równanie algebraiczne</u> stopnia pierwszego.

Poniższe równania są liniowe:

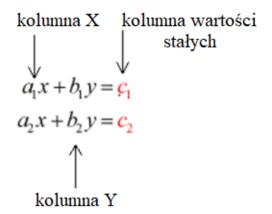
- 2x 3y + 1 = 3
- x + 2y + 1 = 2x
- -4x 3 = x + 1
- 6x + y z + 1 = 3x + z

Układ równań liniowych – koniunkcja pewnej liczby równań liniowych, czyli równań pierwszego rzędu. Teoria układów równań liniowych jest działem algebry liniowej leżącej u podstaw nowoczesnej matematyki.

Dowolne równanie liniowe o jednej niewiadomej daje się zapisać w postaci:

$$Ax = b$$

gdzie x jest niewiadomą, a i b są pewnymi wiadomymi <u>liczbami</u> (lub innymi elementami <u>ciała</u>, w jakim rozpatruje się równanie).



Reguła Cramera- sposób postępowania

Rozwiąż układ z dwiema zmiennymi za pomocą reguły Cramera

$$3x + 5y = -7$$
$$x + 4y = -14$$

- 1. Ustal współczynniki x i y, następnie stwórz z nich macierz
- 2. Dla powstałej macierzy współczynników oblicz wyznacznik

$$D = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{find its determinant}} |D| = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = (3)(4) - (5)(1) = \boxed{7}$$

3. Zastąp kolumnę x wartościami stałymi w macierzy i oblicz wyznacznik

$$D_{x} = \begin{bmatrix} -7 & 5 \\ -14 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{find its determinant}} |D_{x}| = \begin{vmatrix} -7 & 5 \\ -14 & 4 \end{vmatrix} = (-7)(4) - (5)(-14) = \frac{42}{4}$$

4. Zastąp kolumnę y wartościami stałymi w macierzy i oblicz wyznacznik

$$D_y = \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -14 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{find its determinant}} |D_y| = \begin{vmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -14 \end{vmatrix} = (3)(-14) - (-7)(1) = \frac{-35}{1}$$

5. W celu ostatecznego wyznaczenie wartości x i y obliczam:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{42}{7} = 6$$
$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-35}{7} = -5$$

Stąd wychodzi, że x przyjmuje wartość 6, a y -5.

W przypadku kiedy mamy macierz **3x3** sposób postępowania nie zmienia się, najpierw liczymy wyznacznik macierzy podstawowej, następnie podmieniamy kolumny wartościami stałymi zaczynając od x, kończąc na kolumnie z i również dla nich obliczamy wyznaczniki. Ostatnim krokiem jest wykonanie dzielenia pomiędzy wyznacznikami otrzymanymi z podstawienia wartości stałych do kolumn x, y, z, a wartością wyznacznika obliczonego z macierzy podstawowej

Zadania do wykonania

Zadanie 1

Posiadając poniższe układy równań napisz funkcję, która obliczy wartości x, y, z

Jedna stworzona funkcja ma rozpatrywać układ równań z 2 i 3 niewiadomymi.

** do obliczania wyznacznika użyj funkcji zaimplementowanej przez siebie, nie wbudowanej z NumPy.

a)
$$3x + 5y = -7$$

 $x + 4y = -14$

b)

$$x + 2y + 3z = -5$$

 $3x + y - 3z = 4$
 $-3x + 4y + 7z = -7$