

Równania liniowe

Równanie liniowe – równanie algebraiczne stopnia pierwszego.

Poniższe równania są liniowe:

- $2x - 3y + 1 = 3$
- $x + 2y + 1 = 2x$
- $-4x - 3 = x + 1$
- $6x + y - z + 1 = 3x + z$

Układ równań liniowych – koniunkcja pewnej liczby równań liniowych, czyli równań pierwszego rzędu. Teoria układów równań liniowych jest działem algebry liniowej leżącej u podstaw nowoczesnej matematyki.

Dowolne równanie liniowe o **jednej niewiadomej** daje się zapisać w postaci:

$$Ax = b$$

gdzie x jest niewiadomą, a a i b są pewnymi wiadomymi liczbami (lub innymi elementami ciała, w jakim rozpatruje się równanie).

kolumna X	kolumna wartości stałych
↓	↓
$a_1x + b_1y = c_1$	
$a_2x + b_2y = c_2$	
↑	
kolumna Y	

Reguła Cramera- sposób postępowania

Rozwiąż układ z dwiema zmiennymi za pomocą reguły Cramera

$$\begin{aligned}3x + 5y &= -7 \\ x + 4y &= -14\end{aligned}$$

1. Ustal współczynniki x i y, następnie stwórz z nich macierz
2. Dla powstałej macierzy współczynników oblicz wyznacznik

$$D = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{find its determinant}} |D| = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = (3)(4) - (5)(1) = 7$$

3. Zastąp kolumnę x wartościami stałymi w macierzy i oblicz wyznacznik

$$D_x = \begin{bmatrix} -7 & 5 \\ -14 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{find its determinant}} |D_x| = \begin{vmatrix} -7 & 5 \\ -14 & 4 \end{vmatrix} = (-7)(4) - (5)(-14) = 42$$

4. Zastąp kolumnę y wartościami stałymi w macierzy i oblicz wyznacznik

$$D_y = \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -14 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{find its determinant}} |D_y| = \begin{vmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -14 \end{vmatrix} = (3)(-14) - (-7)(1) = -35$$

5. W celu ostatecznego wyznaczenie wartości x i y obliczam:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{42}{7} = 6$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-35}{7} = -5$$

Stąd wychodzi, że x przyjmuje wartość 6, a y -5 .

W przypadku kiedy mamy macierz **3x3** sposób postępowania **nie zmienia się**, najpierw liczymy wyznacznik macierzy podstawowej, następnie podmieniamy kolumny wartościami stałymi zaczynając od x, kończąc na kolumnie z i również dla nich obliczamy wyznaczniki. Ostatnim krokiem jest wykonanie dzielenia pomiędzy wyznacznikami otrzymanymi z podstawienia wartości stałych do kolumn x, y, z, a wartością wyznacznika obliczonego z macierzy podstawowej

Zadania do wykonania

Zadanie 1

Posiadając poniższe układy równań napisz funkcję, która obliczy wartości x , y , z

Jedna stworzona funkcja ma rozpatrywać układ równań z 2 i 3 niewiadomymi.

**** do obliczania wyznacznika użyj funkcji zaimplementowanej przez siebie, nie wbudowanej z NumPy.**

a)

$$3x + 5y = -7$$

$$x + 4y = -14$$

b)

$$x + 2y + 3z = -5$$

$$3x + y - 3z = 4$$

$$-3x + 4y + 7z = -7$$