

## UNIVERSIDAD DEL VALLE - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

## VIDA, UN JUEGO SIN JUGADOR

Carpa de Melquiades, Feria de Juventud, diciembre 2021.

Krystifer Campos Muñoz - Programa de Física.

John Horton Conway (Liverpool, 26 de diciembre de 1937, Nueva Jersery, 11 de abril de 2020), fue un matemático británico brillante. Desarrolló su carrera en la Universidad de Cambridge, en donde fue profesor de matemáticas, y en la Universidad de Princeton, en donde ocupó el cargo de presidente de la cátedra de matemáticas John Von Newmann en 1986. Contribuyó ampliamente en el desarrollo de la teoría de nudos, con la creación del llamado Polinomio de Conway, e introdujo nuevas notaciones. En 1960 junto con Michael Guy descubrió el Gran Antiprisma, un poliedro en 4 dimensiones con propiedades anómalas, y participó activamente en la clasificación de grupos simples. En la teoría de números, demostró que cada número entero puede escribirse como la suma de 37 números cada uno elevado a la quinta potencia y en el área del análisis construyó una función cuyas imágenes toman todos los posibles valores en un intervalo sin ser esta continua.

Conway también ideó un algoritmo, La regla del fin del mundo, para saber en qué día cae una determinada fecha, resolvió conjeturas y refutó teorías, como la teoría de variables ocultas de la mecánica cuántica, entre otras cosas. Una de sus contribuciones más conocidas se da en el área de la teoría de juegos combinatorios, Conway estudió con gran detalle diferentes juegos, como el cubo de soma o el solitario de clavijas y publicó diversos libros, siendo uno de ellos, Formas de ganar para tus juegos matemáticos, (escrito en conjunto con Richard K. Guy y Elwyn Berlekamp), en donde se dan definiciones y técnicas para el análisis de juegos combinatorios.

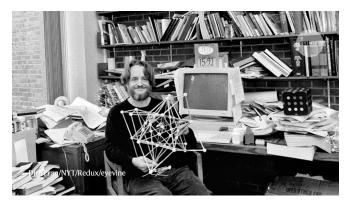


Figura 1: John Horton Conway en su oficina en la Universidad de Princeton en 1993. Fotografía: Dith Pran. Algunos lo describen como «el matemático más carismático del mundo».

A finales de la década de 1940, John Von Newmann (1903-1957), un genio matemático húngaro-estadounidense, estaba interesado en la colonización planetaria, pensaba que para lograrla sería necesario equipar el planeta a colonizar con una atmótsfera, y este trabajo se podría realizar con máquinas. La construcción de una máquina lleva tiempo y esfuerzo, ¿podría existir una máquina capaz de construir una copia de sí misma?, Newmann desmostró que esto es posible por lo menos teóricamente, su modelo constituye uno de los primeros Autómatas celulares.

Un autómata celular consiste en una grilla infinita formada por celdas, también llamadas células, en donde cada célula puede tener solo dos estados, blanco o negro [1]. El sistema evoluciona a pasos discretos, en cada paso se replantea el estado de cada célula simultáneamente y dado un estado inicial, se necesitan un conjunto de reglas que definan si en el siguiente paso una célula coloreada con blanco seguirá siendo blanca o no. Lo que determina a los autómatas celulares, es que el estado de una celda depende del estado de sus celdas vecinas, es decir, de las celdas que la rodean, característica propia de muchos sistemas biológicos, por este motivo se adopta la siguiente terminología:

- Una célula es un individuo.
- El conjunto de células es la población.
- Los dos estados son vivo o muerto.
- Un paso corresponde a una generación.

John Conway intentó simplificar las ideas de Newmann, su objetivo era crear un autómata celular cuyo comportamiento fuese impredecible [2]. Experimentó con diferentes reglas y usando teselados de diferentes polígonos, todo esto con papel, lápiz y un tablero de Go. Finalmente, escogió una cuadrícula infinita en donde cada celda tiene una vecindad, conformada por 8 celdas, la de la izquierda, la de la derecha, la de arriba, la de abajo y las cuatro celdas diagonales. Como reglas de transición entre estados definió las siguientes:

- Supervivientes. Cada célula viva con dos o tres vecinas vivas, vive en la siguiente generación.
- Muertes. Cada célula viva con más de tres vecinas vivas muere por sobrepoblación y cada célula viva con una o ninguna vecina viva muere por aislamiento.

Nacimientos. Cada célula muerta, adyacente a exactamente tres células vivas -No más, no menosestará viva en la siguiente generación.

A este autómata celular, Conway lo llamó "Vida". A continuación se muestran algunos patrones que ejemplifican comportamientos recurrentes, (La imágenes fueron generadas con la aplicación de código abierto Golly[3], con un procesador Intel®  $Core^{TM}$  i7-2670QM de 2.20 GHz).

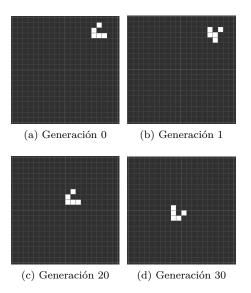


Figura 2: El estado de la población va cambiando dando la impresión de movimiento, dada su semejanza on una aeronave, este patrón particular recibe el nombre de *Glider* en inglés.

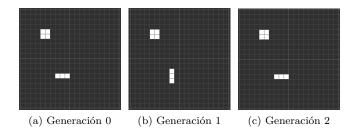


Figura 3: Como se observa, el cuadrado se mantiene inmutable, se dice entonces que es *Estable*, mientras que el trominó oscila, a este último se le llama *Blinker*.

Conway tenía una estrecha relación con el filósofo, ilusionista y divulgador científico Martin Gardner (1914-2010), quien en ese entonces era columnista de la sección de matemáticas recreativas llamada *Mathematical Games* de la revista estadounidense Scientific American. En diversas ocasiones Gardner había escrito columnas sobre los trabajos de Conway, quien solía escribirle con frecuencia sobre sus investigaciones. Conway le habló

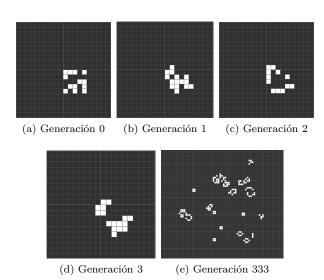


Figura 4: Existen patrones simples que aparentemente crecen indefinidamente.

del juego a Gardner, pensaba que sería interesante publicarlo, pero nunca se imaginó que sería tan fascinante para los lectores. Gardner publicó el juego de la vida en octubre de 1970, columna que se convirtió en la más leída de toda la historia de la revista, recibiendo cientos de comentarios de lectores entusiasmados con el juego, de inmediato, Conway se convirtó en una celebridad. El juego de la vida impulsó el desarrollo del área de los autómatas celulares que había empezado ya con Von Newmann, es un tema de gran interés tanto para programadores entusiastas, como para los teóricos de las matemáticas y la computación. Estos últimos han formalizado la definición de un autómata celular a una versión general, de la cual el juego de la vida de Conway es un caso particular. En general, la grilla puede ser finita o infinita, en el caso de ser finita se puede definir la frontera de diferentes formas, los estados posibles de una celda conforman un conjunto que puede estar constituído por más de dos elementos, y el conjunto de reglas se condensa en una función matemática denominada función de transición. En la actualidad, los autómatas celulares son ampliamente utilizados para modelar sistemas constituidos por una gran cantidad de elementos que interactúan de forma local, como el pigmento en los caparazones de algunas conchas marinas, las neuronas en nuestro cerebro o la dinámica de los fluidos, incluso han sido utilizados en el arte como un método de composición musical[4].

El juego de la vida es Turing completo. Una máquina de Turing es una máquina hipotética, que tiene una capacidad de memoria ilimitada y que puede ejecutar algoritmos con cero probabilidad de fallar. Ningún computador físico es una máquina de Turing, pues no es posible tener una memoria infinita. Una máquina universal de Turing es una máquina de Turing que es capaz de emular a cual-

quier otra máquina de Turing, esto significa; que es capaz de realizar cualquier cálculo que una máquina de Turing pueda realizar. Dado que el juego de la vida es Turing completo, este tiene el poder computacional equivalente al de una máquina universal de Turing, en consecuencia, el juego de la vida es capaz de ejecutar cualquier algoritmo computacional, incluido su propio algoritmo, como se muestra a continuación:

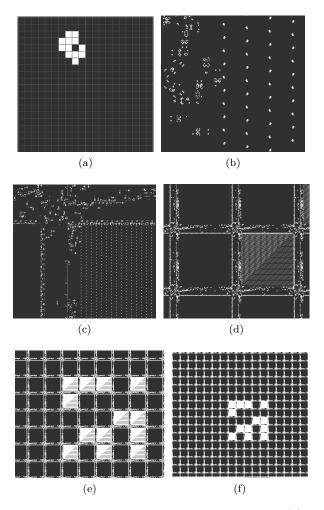


Figura 5: Esta es la generación cero de la figura (4). El juego se desarrolla con "megacélulas", (La OTCA metapixel creada por Brice Due en 2006), constituídas por células simples.

La figura (5) muestra un zoom consecutivo para la captura de un estado fijo. Este es un ejemplo de una máquina de Turing emulando el comportamiento de otra máquina de Turing, (en este caso ella misma). En el juego emulado el tiempo se ralentiza, pues para pasar a la siguiente generación, deben pasar cientos de generaciones en las celdas constituyentes.

Hemos visto que hay patrones que mueren en las primeras generaciones o son periódicos, y patrones que parecen crecer indefinidamente, ¿existe alguna forma de saber para toda configuración inicial, cuál de las posibilidades ocurrirá?. La respuesta a esta interesante pregunta es sorprendente. No existe máquina alguna que sea capaz de determinar si el juego continuará o terminará. Entendiendo por máquina a cualquier algoritmo matemático o programa computacional. En efecto, este hecho fue demostrado en 1936 por el matemático inglés Alan Turing (1912-1954), y el problema es conocido como *El problema de la parada*.

Aunque es intuitivo pensar que los sistemas complejos deben regirse por reglas complejas; el juego de la vida de Conway es una muestra de todo lo contrario, pues aunque está dotado de muchas propiedades interesantes y permite configuraciones con un alto grado de orden y complejidad, todo el sistema se rige por tres reglas simples. Quizá, al igual que en el juego de la vida de Conway, la naturaleza se rige por reglas más sencillas de las que imaginamos, pero en ese caso ¿quién pone las reglas?.

<sup>[1]</sup> Stephen Wolfram. Un nuevo tipo de ciencia. Wolfram Media, 2018, ISBN: 9781579550257.

<sup>[2]</sup> JUEGOS MATEMÁTICOS Las fantásticas combinaciones de John. El nuevo juego de solitario de Conway "life", Scientific American 223 (October 1970): 120-123.

<sup>[3]</sup> Golly. Juego de la Vida. [Aplicación].

<sup>[4]</sup> Dave Burraston, Ernest Edmonds. University of Techno-

logy, Sydney, Australia. Cellular automata in generative electronic music and sonic art: a historical and technical review.

<sup>[5]</sup> Colaboradores de Wikipedia. Juego de la vida [en línea]. Wikipedia, La enciclopedia libre, 2021 [fecha de consulta: 11 de diciembre del 2021].

<sup>[6]</sup> Carlos Gershenson. El Juego de la vida [en línea]. SciLogs, 18 de octubre de 2013. [fecha de consulta: 11 de diciembre del 2021].