

DEFINIČNÍ OBOR

- spočívá v řešení rovnic a nerovnic a dosazení nulových bodů podle následujících pravidel:

| | |
|------------------------|--------------------|
| jmenovatel zlomku | $\neq 0$ |
| odmocnina | ≥ 0 |
| exponenciální a^x | $a > 0; a \neq 1$ |
| logaritmus $\ln x$ | $x > 0$ |
| $\arcsin x, \arccos x$ | $-1 \leq x \leq 1$ |

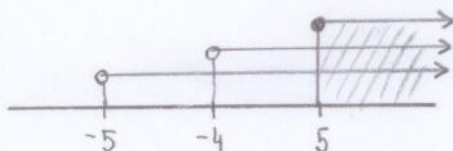
Pr.

$$f(x) = \sqrt{\log(\log(x+5))}$$

$$\begin{aligned} \bullet x+5 &> 0 \\ x &> -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \log(\log(x+5)) &\geq 0 \\ \log(x+5) &\geq 1 \quad (10^0) \\ x+5 &\geq 10 \quad (10^1) \\ x &\geq 5 \end{aligned}$$

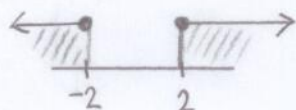
$$\begin{aligned} \bullet \log(x+5) &> 0 \\ x+5 &> 1 \quad (10^0) \\ x &> -4 \end{aligned}$$



$$x \in \langle 5; \infty)$$

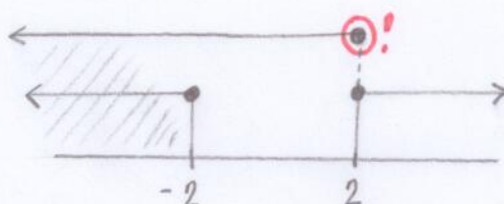
Pr. $f(x) = \sqrt{x^2-4} + 3\sqrt{2-x} + \sqrt{3x^2+4}$

$$\begin{aligned} \bullet x^2-4 &\geq 0 \\ x^2 &\geq 4 \\ |x| &\geq 2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \bullet 2-x &\geq 0 \\ x &\leq 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet 3x^2+4 &\geq 0 \\ 3x^2 &\geq -4 \\ x^2 &\geq -\frac{4}{3} \\ \text{vždy!} \end{aligned}$$



$$x \in (-\infty; -2] \cup \{2\}$$

DERIVACE

$$f(x) = \frac{x}{2} \cdot \sqrt{x^2 - 9} - \frac{9}{2} \cdot \ln(x + \sqrt{x^2 - 9})$$

$$f'(x) = \left(\frac{x}{2} \cdot \sqrt{x^2 - 9} \right)' - \left(\frac{9}{2} \cdot \ln(x + \sqrt{x^2 - 9}) \right)'$$

$$f'(x) = \left(\frac{x}{2} \right)' \cdot \sqrt{x^2 - 9} + \frac{x}{2} \cdot (\sqrt{x^2 - 9})' \cdot 2x - \frac{9}{2} \cdot (\ln(x + \sqrt{x^2 - 9}))' \cdot 2x$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{x^2 - 9} + \frac{x}{2} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 - 9}} \cdot 2x - \frac{9}{2} \cdot \frac{1}{x + \sqrt{x^2 - 9}} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 - 9}} \cdot 2x$$

derivace
logaritmu

derivace (tj. derivace (x)' a $(\sqrt{x^2 - 9})'$)
károky

TEŠNA A NORMÁLA

I) Dosadíme do zadané funkce bod T , čímž dostaneme jeho druhou souřadnici

$$T = [x_0; y_0]$$

II) Funkci zderivujeme (mimí nutně dokončit úpravy, stačí správně zderivovat)

III) Dosadíme do derivace bod x_0 . Doplníme do vzorečku:

$$\text{tečna: } y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

$$\text{normála: } y - y_0 = \frac{-1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0)$$

Př. $f(x) = 3 - 2 \cdot \ln \sqrt{\frac{4-x}{x+2}}$ $T = [1; 0]$

I) $f(1) = 3 - 2 \ln 1 = 3 - 0 = 3$ $T = [1; 3]$

$$\begin{aligned} \text{II) } f'(x) &= \left(-2 \cdot \ln \sqrt{\frac{4-x}{x+2}} \right)' = (-2) \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{4-x}{x+2}}} \cdot \frac{[-1 \cdot (x+2)] - [(4-x) \cdot 1]}{(x+2)^2} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\frac{4-x}{x+2}}} = \\ &= \frac{-2}{\sqrt{\frac{4-x}{x+2}}} \cdot \frac{-x-2-4+x}{(x+2)^2} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\frac{4-x}{x+2}}} = \frac{42^6}{4 \cdot \frac{4-x}{x+2} \cdot (x+2)^{2-1}} = \underline{\underline{\frac{6}{(4-x) \cdot (x+2)}}}} \end{aligned}$$

III) $f'(1) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

$$l: \underline{\underline{y - 3 = \frac{2}{3} \cdot (x - 1)}}$$

$$m: \underline{\underline{y - 3 = -\frac{3}{2} \cdot (x - 1)}}$$

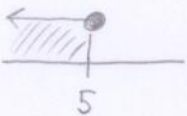
- nebýtka derivaci dopočítávat (snadno uděláme chybu), je lepší rovnou bod x_0 doplnit!

MONOTONIE

- I) Zjistíme definiční obor, tj. interval, na kterém funkce existuje. Jedině v tomto intervalu se funkce může nějak chovat.
- II) Vypočteme derivaci a upravíme.
- III) Derivaci položíme rovnu nule a zjistíme nulové body. Tyto body zakreslíme na osu a zjistíme, kdy se funkce roste a klesá.

Pr. $f(x) = (x-2) \cdot \sqrt{5-x}$

I) $5-x \geq 0$
 $x \leq 5$



$x \in (-\infty, 5]$

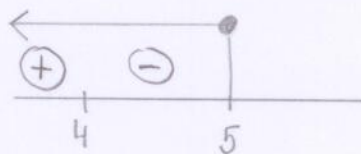
II) $f'(x) = \sqrt{5-x} + [(x-2) \cdot \frac{1}{2\sqrt{5-x}}] \cdot (-1) = \sqrt{5-x} + \left(\frac{x-2}{2\sqrt{5-x}} \cdot (-1) \right) = \sqrt{5-x} + \frac{2-x}{2\sqrt{5-x}}$

$$= \frac{2 \cdot (5-x) + 2-x}{2\sqrt{5-x}} = \frac{10-2x-x+2}{2\sqrt{5-x}} = \frac{12-3x}{2\sqrt{5-x}}$$

III) Nulové body:

| | | |
|---------------------------------|-------------|-------------------|
| $\frac{12-3x}{2\sqrt{5-x}} = 0$ | $12-3x = 0$ | $2\sqrt{5-x} = 0$ |
| | $3x = 12$ | $5-x = 0$ |
| | $x = 4$ | $x = 5$ |

rostoucí na $(-\infty; 4)$
klesající na $(4; 5)$



POZOR! Dosazujeme do první derivace.

POZOR! (+) a (-) se nestřídá vždy!

KONVEXITA A KONKÁVITA

- I) Určíme definiční obor.
- II) Spočítáme první a druhou derivaci
- III) Druhou derivaci položíme $= 0$ abychom zjistili nulové body.
- IV) Tam, kde je \oplus je konvexní, kde je \ominus je konkávní.
Mají-li nulové body, je konvexní či konkávní v celém svém definičním oboru (spočítáme pomocí 2. derivace).

Př. $f(x) = 2x + e^{-\frac{x^2}{2}}$

I) $x \in \mathbb{R}$

II) $f'(x) = 2 + e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot \left(-\frac{x^2}{2}\right)' = 2 + e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot (-x) = \underline{\underline{2 - x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}}}$

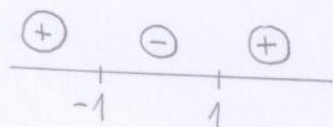
III) $f''(x) = (-x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}})' = (-1) \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} + (-x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}) \cdot (-x) = -e^{-\frac{x^2}{2}} + x^2 \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} = \underline{\underline{e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot (x^2 - 1)}}$

IV) $e^{-\frac{x^2}{2}} = 0 \dots$ vždy větší než nula

$x^2 - 1 = 0$

$x^2 = 1$

$|x| = \pm 1$



konkávní na $\langle -1; 1 \rangle$

konvexní na $(-\infty; -1)$ a $\langle 1; \infty)$

dosazujeme do $f''(x)$

inflexní body:

$f(-1) = 2 \cdot (-1) + e^{\frac{1}{2}} = -2 + \sqrt{e}$

$f(1) = 2 + e^{-\frac{1}{2}} = 2 + \frac{1}{\sqrt{e}}$

} dosazujeme do $f''(x)$?

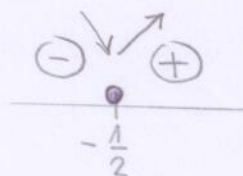
EXTREMY FUNKCÍ

- 1) Funkci zderivujeme. Definiční obor nemusíme řešit, neboť má funkce řadový interval.
- 2) Derivaci položíme rovnou nule a pomocí grafu ověříme průběh funkce.
Zjišťujeme **LOKÁLNÍ MINIMUM A MAXIMUM**. K hodnotě x vypočítáme y dosazením do zadání.
- 3) Dosazením bodů ze řadového intervalu do ~~der~~ zadání zjišťujeme **GLOBÁLNÍ MINIMUM A MAXIMUM**. Mezi tyto hodnoty křáskujeme i nulový bod.
V nejvyšší hodnotě je maximum, v nejnižší minimum.
 - body lokální i globální dosazujeme do zadání
 - tyto body pro lokální křáskám $f'(x) = 0$ a pro globální ze řadového intervalu

Př. $f(x) = 5 \cdot \sqrt{4x^2 + 4x + 10} + 10 \quad x \in \langle -1, 1 \rangle$

1) $f'(x) = 5 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{4x^2 + 4x + 10}} \cdot (8x + 4) = \frac{2(20x + 10)}{2 \cdot \sqrt{4x^2 + 4x + 10}} = \frac{20x + 10}{\sqrt{4x^2 + 4x + 10}}$ $[-\frac{1}{2}; 5\sqrt{2} + 10]$

2) $20x + 10 = 0 \quad 4x^2 + 4x + 10 = 0$
 $20x = -10$
 $x = -\frac{1}{2}$
 $x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 40}}{8}$
 $D < 0 \dots$ nemá NB



V bodě $x = -\frac{1}{2}$ se nachází lokální minimum.
(maximum neexistuje)

3) $-1: 5 \cdot \sqrt{4 - 4 + 10} + 10 = \underline{5\sqrt{10} + 10}$
 $-\frac{1}{2}: 5 \cdot \sqrt{4 + 4 + 10} + 10 = \underline{5\sqrt{14} + 10}$
 $1: 5 \cdot \sqrt{4 + 4 + 10} + 10 = \underline{5\sqrt{18} + 10}$

$5\sqrt{2} + 10 < 5\sqrt{3} + 10 < 5\sqrt{11} + 10$

$f(-\frac{1}{2}) < f(-1) < f(1)$

MIN

MAX

\checkmark $x = 1$ je globální maximum.

\checkmark $x = -\frac{1}{2}$ je globální i lokální minimum.

MAX $[1; 5\sqrt{18} + 10]$

MIN $[-\frac{1}{2}; 5\sqrt{2} + 10]$

ASYMPTOTY

- 1) Určíme si definiční obor.
- 2) Spočítáme limitu v bodě k definičního oboru. Vychází-li $\frac{0}{0}$, pak limita buď neexistuje, nebo má řešení $\pm\infty$ (obousměrná limita neexistuje).
- 3) Vypočítáme k a q podle vzorce (polynom nejvyššího řádu vynecháme).

$$y = k \cdot x + q$$

$$k = \frac{f(x)}{x} \quad q = f(x) - k \cdot x$$

Př. $f(x) = \frac{5-2x-11x^2}{4+x}$

i) $4+x \neq 0$
 $x \neq -4$

ii) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{5-2x-11x}{4+x}$ typ $\frac{A}{0}$, den:

a) $\lim_{x \rightarrow -4^+} \frac{5-2x-11x}{4+x} = \frac{\ominus}{\oplus} = \underline{\underline{-\infty}}$

b) $\lim_{x \rightarrow -4^-} \frac{5-2x-11x}{4+x} = \frac{\ominus}{\ominus} = \underline{\underline{+\infty}}$

$[-4; \pm\infty]$

obousměrná limita
neexistuje

iii) $k = \frac{f(x)}{x} = \frac{\frac{5-2x-11x^2}{4+x}}{x} = \frac{5-2x-11x^2}{x \cdot (4+x)} = \frac{5-2x-11x^2}{4x+11x^2} = \frac{-11}{1} = \underline{\underline{-11}} \quad \underline{\underline{k = -11}}$

iv) $q = f(x) - k \cdot x = \frac{5-2x-11x^2}{4+x} - (-11x) = \frac{11x \cdot (4+x) + (5-2x-11x^2)}{4+x} = \frac{42x+5}{1x+4} = \underline{\underline{42}} \quad \underline{\underline{q = 42}}$

v) $y = kx + q$
 $\underline{\underline{y = -11x + 42}}$

TAYLOROV POLYNOM

- spočítáme první, druhou, třetí... až x -tou derivaci a její hodnotu v zadaném bodě a doplníme do vzorce:

$$T_n(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!} \cdot (x-x_0)^1 + \frac{f''(x_0)}{2!} \cdot (x-x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!} \cdot (x-x_0)^3 \dots$$

Pr. $f(x) = x^2 - \ln(2x-1)$ $x=1$ 3. stupně

0) $f(1) = 1 - \ln 1 = 1 - 0 = \underline{1}$ $[1, 1]$

1) $f'(x) = 2x - \frac{1}{2x-1} \cdot 2 = \boxed{2x - \frac{2}{2x-1}}$

$f'(1) = 2 - 2 = \underline{0}$

2) $f''(x) = 2 - \frac{(-2) \cdot 2}{(2x-1)^2} = \boxed{2 + \frac{4}{(2x-1)^2}}$

$f''(1) = 2 + 4 = \underline{6}$

3) $f'''(x) = \frac{(-4) \cdot 2 \cdot (2x+1) \cdot 2}{(2x+1)^3} = \boxed{\frac{-16}{(2x-1)^3}}$

$f'''(1) = \underline{-16}$

$$T_{3(1)} = 1 + \frac{0}{1!} \cdot (x-1)^1 + \frac{6}{2!} \cdot (x-1)^2 - \frac{16}{3!} \cdot (x-1)^3$$

$$\underline{\underline{T_{3(1)} = 1 + 3 \cdot (x-1)^2 - \frac{8}{3} \cdot (x-1)^3}}$$

METODY INTEGRACE

| OPERACE | METODA | |
|----------------|------------------|---|
| Součet, rozdíl | přímá | vhodná úprava |
| Násobek | per partes | umíme-li integrovat alespoň 1 člen |
| | substituce | je-li jeden člen derivací druhého |
| Podíl | $g'(x) / g(x)$ | jmenovatel se po sderivování rovná čitateli |
| | parciální zlomky | pomocí kořenů rozdělíme rac. fci na součty |

INTEGRACE

1) PŘÍMÁ METODA

- pomocí algebraických úprav rozdělit na součty či rozdíly
- reálná čísla (včetně e , π , \ln) můžeme postavit před integrál konstant
- především o úpravě mocnin a odmocnin a použití vztahů mezi $\sin x$ a $\cos x$

$$\text{Př. } \int \frac{3 - 5 \cdot \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}} = 3 \cdot \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 5 \cdot \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}} = \underline{\underline{3 \arcsin x - 5x + C}}$$

2) METODA PER PARTES

- skládá-li se integrál z násobku, jehož jeden člen lze označit za derivaci, pak dosadíme do vzorce $\int u' \cdot v = u \cdot v - \int u \cdot v'$

$$\begin{aligned} \text{Př. } \int x^3 \cdot \ln x &= \left| \begin{array}{l} u' = x^3 \\ u = \frac{x^4}{4} \end{array} \quad \begin{array}{l} v = \ln x \\ v' = \frac{1}{x} \end{array} \right| = \frac{x^4}{4} \cdot \ln x - \int \frac{x^4}{4} \cdot \frac{1}{x} = \\ &= \frac{x^4}{4} \cdot \ln x - \frac{1}{4} \int x^3 = \frac{x^4}{4} \cdot \ln x - \frac{1}{4} \cdot \frac{x^4}{4} = \underline{\underline{\frac{x^4}{4} \cdot \left(\ln x - \frac{1}{4} \right) + C}} \end{aligned}$$

3) METODA SUBSTITUCE

- složité části integrálu si vyjádříme pomocí A , které následně derivujeme podle dx , abychom si mohli dx vyjádřit
- takovýto integrál spočítáme a posléze provedeme substituci zpět

$$\text{Př. } \int \frac{1}{\sqrt{2+3x}} \cdot dx = \left| \begin{array}{l} \sqrt{2+3x} = A \\ 2+3x = A^2 \\ \underline{3 \cdot dx = 2A} \\ dx = \frac{2A}{3} \end{array} \right| = \int \frac{1}{A} \cdot \frac{2A}{3} = \frac{2}{3} \int \frac{A}{A} = \underline{\underline{\frac{2}{3} \cdot A + C}}$$

Substituce zpět: $\underline{\underline{\frac{2}{3} \cdot \sqrt{2+3x} + C}}$

URČITÝ INTEGRÁL

- spočítáme integrál a dosadíme horní mez a od ní odečteme hodnotu vztiklou po dosazení dolní meze

$$\begin{aligned}\text{Př. } \int_{-2}^1 (3x^2 + 2x - 9) \cdot dx &= \left[3 \cdot \frac{x^3}{3} + 2 \cdot \frac{x^2}{2} - 9x \right]_{-2}^1 = \left[x^3 + x^2 - 9x \right]_{-2}^1 = \\ &= (1 + 1 - 9) - (-8 + 4 + 18) = \underline{-21}\end{aligned}$$

$$\text{Př. } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cdot \cos x \cdot dx = \left| \begin{array}{l} \sin x = t \\ \cos x = dt \end{array} \right| = \int t^2 \cdot dt = \left[\frac{t^3}{3} \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

Substituce zpět: $\sin^3 x$

$$\text{Dosazení: } \left[\frac{\sin^3 x}{3} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{(\sin \frac{\pi}{2})^3}{3} - \frac{(\sin 0)^3}{3} = \frac{1^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \underline{\frac{1}{3}}$$

DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE

- jejich řešením není číslo, ale předpis funkce

① 1. ŘÁDU:

A. ZKRÁCENÁ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE

→ separace proměnných - máme-li násobek dvou funkcí $y' = f(x) \cdot g(x)$

$$x \cdot y' - 2y = 0$$

$$x \cdot y' = 2y$$

$$y' = \frac{2y}{x}$$

$$y' = \frac{2}{x} \cdot y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2}{x} \cdot y$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{2}{x} \cdot dx$$

$$\int \frac{1}{y} \cdot dy = 2 \cdot \int \frac{1}{x} \cdot dx$$

$$\ln |y| = 2 \cdot \ln |x| + \ln |C|$$

$$\ln |y| = \ln x^2 + \ln C$$

$$\ln |y| = \ln (Cx^2)$$

$$|y| = C \cdot x^2$$

$$\underline{\underline{y = C \cdot x^2}} \quad C \in \mathbb{R}$$

1) osamostatníme y'

2) upravíme na součin (konstantu je lépe nechat u neznámé x)

3) nahradíme y' za podíl $\frac{dy}{dx}$

4) přesuneme x a y

5) samostatně integrujeme

6) doplníme konstantu

7) upravíme

8) odlogaritmujeme

9) vyjádříme y

B. NEZKRÁČENA' DIFERENCIA'LNÍ ROVNICE

→ Variace konstanty - pro rovnice ve tvaru

$$ay' + by = p(x)$$

$$y' - y = e^x$$

$$1) y' - y = 0$$

$$y' = y$$

$$\frac{dy}{dx} = y$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int dx$$

$$\ln|y| = x + C \quad |e^x$$

$$|y| = e^{x+C}$$

$$|y| = e^x \cdot e^C$$

$$y = e^x \cdot K$$

1) postavíme rovnou nulu a vyřešíme separací proměnných

e^C - konstanta; kn. označíme ji např. K

$$11) y_2 = (e^x \cdot K(x))'$$

$$y' = e^x \cdot K(x) + e^x \cdot K'(x)$$

$$y' - y = e^x$$

$$e^x \cdot K(x) + e^x \cdot K'(x) - e^x \cdot K(x) = e^x$$

$$e^x \cdot K'(x) = e^x$$

$$K'(x) = 1$$

$$K(x) = \int 1 \cdot dx$$

$$K(x) = x$$

$$y_2 = e^x \cdot K(x)$$

$$y_2 = e^x \cdot x$$

2) variace konstant - dosadíme y a jeho derivaci z bodu 1) do zadání

- pokud počítáme dobře, nederivované konstanty se vykrátí
- zintegrujeme abychom se zbavili derivace konstanty

- doplníme do y_2

$$111) y = y_1 + y_2$$

3) součet y_1 a y_2

$$y = e^x \cdot K + e^x \cdot x = \underline{\underline{e^x \cdot (x + K)}}$$

② 2. ŘÁDU:

A. S KONSTANTNÍMI KOEFICIENTY - HOMOGENNÍ (s nulou napravo)

$$ay'' + by' + cy = 0$$

$$ak^2 + bk + c = 0$$

1) $D > 0$:

$$k_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

k ... doplníme do rovnice

$$y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$$

2) $D = 0$:

$$k_1 = k_2 = k = \frac{-b}{2a}$$

$$y = C_1 \cdot e^{kx} + C_2 \cdot x \cdot e^{kx}$$

3) $D < 0$:

$$k_{1,2} = \bar{a} + \bar{b}i = \frac{-b \pm \sqrt{|D|}}{2a}$$

$$\bar{a} = \frac{-b}{2a}$$

$$\bar{b} = \frac{\sqrt{|D|}}{2a} \cdot i$$

$$y = C_1 \cdot e^{\bar{a}x} \cdot \cos \bar{b}x + C_2 \cdot e^{\bar{a}x} \cdot \sin \bar{b}x$$

Pr. $y'' + 2y' + 3y = 0$
 $k^2 + 2k + 3 = 0$

$$\bar{a} = -1$$

$$\bar{b} = \sqrt{2}$$

$$y = C_1 \cdot e^{-x} \cdot \cos \sqrt{2}x + C_2 \cdot e^{-x} \cdot \sin \sqrt{2}x$$

$$k_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-12}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{8} \cdot i}{2} = \underline{\underline{-1 \pm \sqrt{2}i}}$$

B. SE SPECIÁLNÍ PRAVOU STRANOU

TYP 1:

$$ay'' + by' + cy = P_\delta(x) \cdot e^{\alpha x}$$

$$1) y'' - 4y' + 3y = -4x \cdot e^{1x}$$

$$1) k^2 - 4k + 3 = 0$$

$$k_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} < \begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} k_1 = 1 \\ k_2 = 3 \end{matrix}$$

$$y_1 = C_1 \cdot e^x + C_2 \cdot e^{3x}$$

- spočítáme kořiny
- stanovíme y_1 pomocí metody odhadu

$$2) \delta = 1$$

$$\alpha = 1$$

$$n = 1 \quad (k_1 = 1; k_2 = 3)$$

$$y_2 = x^n \cdot e^{\alpha x} \cdot H_\delta(x)$$

$$H_0(x) = A$$

$$H_1(x) = Ax + B$$

$$H_2(x) = Ax^2 + Bx + C$$

- n = s kolika kořiny je shodné α

$$y_2 = x^1 \cdot e^{1x} \cdot (Ax + B) = e^x \cdot (Ax^2 + Bx)$$

$$y' = e^x \cdot (Ax^2 + Bx) + e^x \cdot (2Ax + B) = e^x \cdot (Ax^2 + 2Ax + Bx + B)$$

$$y'' = e^x \cdot (Ax^2 + 2Ax + Bx + B) + e^x \cdot (2Ax + 2A + B) = e^x \cdot (Ax^2 + 4Ax + Bx + 2B + 2A)$$

Dosazení do zadání:

$$e^x \cdot (Ax^2 + 4Ax + Bx + 2A + 2B) - 4 \cdot e^x \cdot (Ax^2 + 2Ax + Bx + B) + 3e^x \cdot (Ax^2 + Bx) = -4x \cdot e^x$$

$$-4A = -4$$

$$A = 1$$

$$2A - 2B = 0$$

$$B = 1$$

$$-4Ax + 0Bx + 2A - 2B = -4x + 0$$

$$Ax^2 + Bx$$

$$y_2 = e^x \cdot (x^2 + x)$$

$$3) y = C_1 \cdot e^x + C_2 \cdot e^{2x} + e^x \cdot (x^2 + x)$$

TYP 2:

$$ay'' + by' + cy = e^{\alpha x} \cdot (\cos qx + \sin qx)$$

$s =$

$q =$

n = vyšší x čísel polynomů; δ, n max $(s; n)$

s = s kolika čísel se shoduje $\alpha + qi$

$$n \in \{0, 1\}$$

$$y = x^n \cdot e^{\alpha x} \cdot (P_\delta(x) \cdot \cos qx + S_\delta(x) \cdot \sin qx)$$