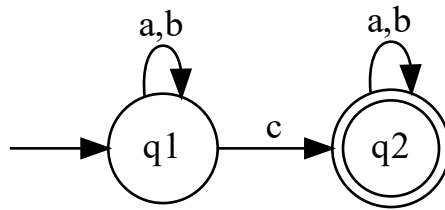
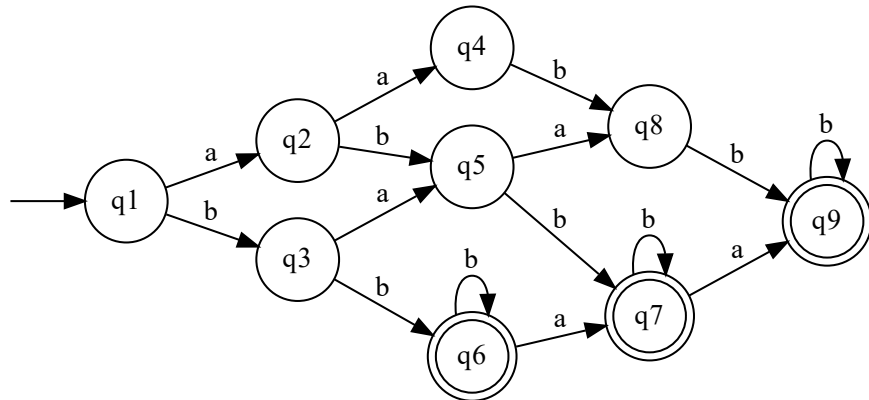


## Задание №1

1.  $L = \{\omega \in \{a, b, c\}^* \mid |\omega|_c = 1\}$



2.  $L = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \leq 2, |\omega|_b \geq 2\}$



$$3. L = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \neq |\omega|_b\}$$

Докажем при помощи леммы о разрастании, что язык не является регулярным

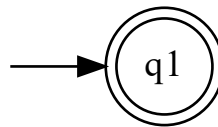
Возьмём  $\bar{L} = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a = |\omega|_b\}$ , если  $\bar{L}$  не является регулярным, то и  $L$  не является регулярным  $\Rightarrow$  невозможно построить автомат, который распознаёт данный язык

Док-во:

$$\begin{aligned}\omega &= a^n b^n \\ \omega &= 2n \geq n \\ xy &= a^i a^j, i + j \leq n \\ \omega &= a^i a^j a^{n-i-j} b^n \\ \omega &= a^i a^{jk} a^{n-i-j} b^n \notin \bar{L}, k > 1 \blacktriangleright\end{aligned}$$

$$4. L = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega\omega = \omega\omega\omega\}$$

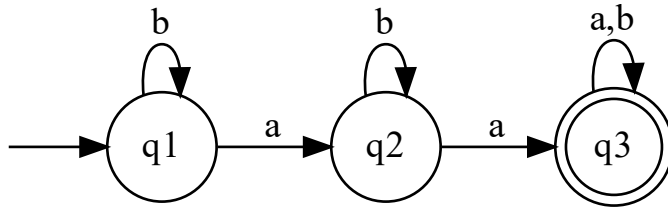
Данный язык состоит только из пустого слова



## Задание №2

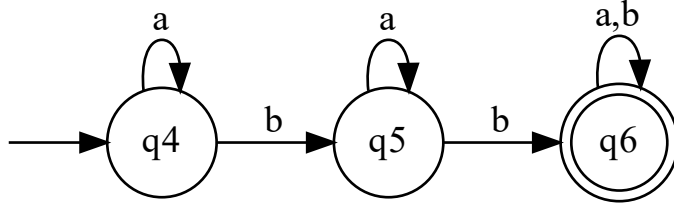
1.  $L_1 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \geq 2 \wedge |\omega|_b \geq 2\}$

$$A_1 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \geq 2\}$$



- $\Sigma_1 = \{a, b\}$
- $Q_1 = \{q_1, q_2, q_3\}$
- $S_1 = q_1$
- $T_1 = q_3$

$$A_2 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_b \geq 2\}$$



- $\Sigma_2 = \{a, b\}$
- $Q_2 = \{q_4, q_5, q_6\}$
- $S_2 = q_4$
- $T_4 = q_6$

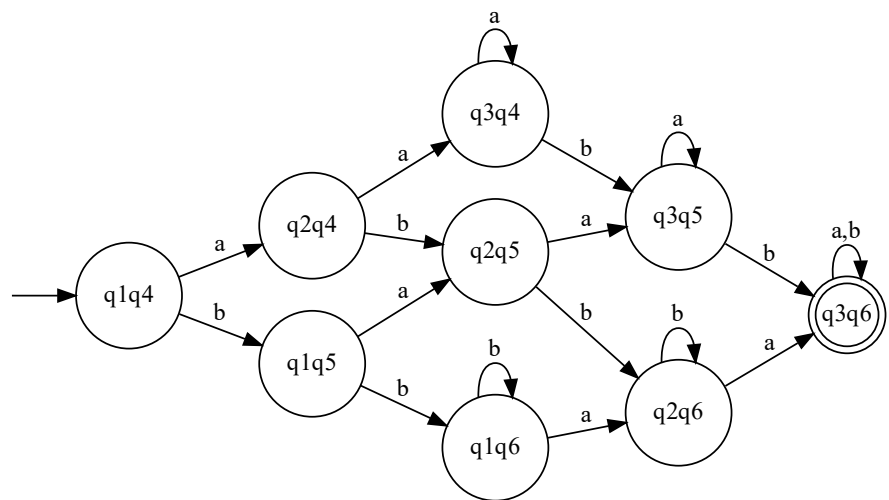
$\Rightarrow L_1 = A_1 \times A_2$ , где

- $\Sigma = \{a, b\}$
- $Q = \{ \langle q_1 q_4 \rangle \langle q_1 q_5 \rangle \langle q_1 q_6 \rangle \langle q_2 q_4 \rangle \langle q_2 q_5 \rangle \langle q_2 q_6 \rangle \langle q_3 q_4 \rangle \langle q_3 q_5 \rangle \langle q_3 q_6 \rangle \}$
- $S = \langle q_1 q_4 \rangle$

$$\bullet T = \{ \langle q_3q_6 \rangle \}$$

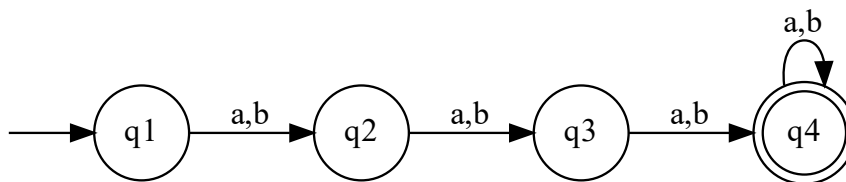
Состояние	Переход по a	Переход по b
$\langle q_1q_4 \rangle$	$\langle q_2q_4 \rangle$	$\langle q_1q_5 \rangle$
$\langle q_1q_5 \rangle$	$\langle q_2q_5 \rangle$	$\langle q_1q_6 \rangle$
$\langle q_1q_6 \rangle$	$\langle q_2q_6 \rangle$	$\langle q_1q_6 \rangle$
$\langle q_2q_4 \rangle$	$\langle q_3q_4 \rangle$	$\langle q_2q_5 \rangle$
$\langle q_2q_5 \rangle$	$\langle q_3q_5 \rangle$	$\langle q_2q_6 \rangle$
$\langle q_2q_6 \rangle$	$\langle q_3q_6 \rangle$	$\langle q_2q_6 \rangle$
$\langle q_3q_4 \rangle$	$\langle q_3q_4 \rangle$	$\langle q_3q_5 \rangle$
$\langle q_3q_5 \rangle$	$\langle q_3q_5 \rangle$	$\langle q_3q_6 \rangle$
$\langle q_3q_6 \rangle$	$\langle q_3q_6 \rangle$	$\langle q_3q_6 \rangle$

Таблица переходов



$$2. L_2 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega| \geq 3 \wedge |\omega| \text{ нечётное}\}$$

$$A_1 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega| \geq 3\}$$



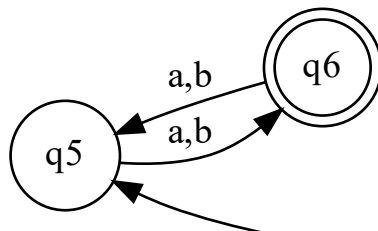
- $\Sigma_1 = \{a, b\}$

- $Q_1 = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$

- $S_1 = q_1$

- $T_1 = q_4$

$$A_2 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega| \text{ нечётное}\}$$



- $\Sigma_2 = \{a, b\}$

- $Q_2 = \{q_5, q_6\}$

- $S_2 = q_5$

- $T_2 = q_6$

$$\Rightarrow L_2 = A_1 \times A_2, \text{ где}$$

- $\Sigma = \{a, b\}$

- $Q = \{ \langle q_{15} \rangle \langle q_{16} \rangle \langle q_{25} \rangle \langle q_{26} \rangle$   
 $\langle q_{35} \rangle \langle q_{36} \rangle \langle q_{45} \rangle \langle q_{46} \rangle \}$

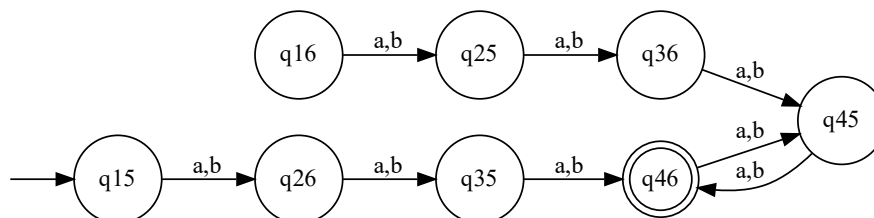
- $S = \langle q_{15} \rangle$

- $T = \{ \langle q_{46} \rangle \}$

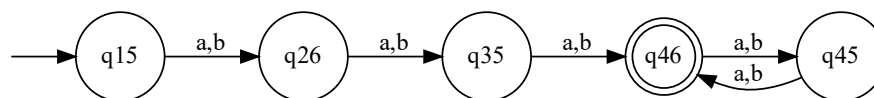
Состояние	Переход по а	Переход по b
$\langle q_{15} \rangle$	$\langle q_{26} \rangle$	$\langle q_{26} \rangle$
$\langle q_{16} \rangle$	$\langle q_{25} \rangle$	$\langle q_{25} \rangle$
$\langle q_{25} \rangle$	$\langle q_{36} \rangle$	$\langle q_{36} \rangle$
$\langle q_{26} \rangle$	$\langle q_{35} \rangle$	$\langle q_{35} \rangle$
$\langle q_{35} \rangle$	$\langle q_{46} \rangle$	$\langle q_{46} \rangle$
$\langle q_{36} \rangle$	$\langle q_{45} \rangle$	$\langle q_{45} \rangle$
$\langle q_{45} \rangle$	$\langle q_{46} \rangle$	$\langle q_{46} \rangle$
$\langle q_{46} \rangle$	$\langle q_{45} \rangle$	$\langle q_{45} \rangle$

Таблица переходов





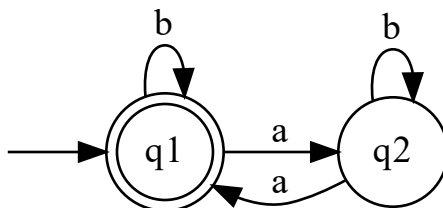
Уберём лишние вершины, т.к. в них мы  
попасть никак не сможем



$$\Rightarrow Q = \{ \langle q_{15} \rangle \langle q_{26} \rangle \langle q_{35} \rangle \langle q_{46} \rangle \langle q_{45} \rangle \}$$

$$3. L_3 = \{ \omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \text{ чётно} \wedge |\omega|_b \text{ кратно трём} \}$$

$$A_1 = \{ \omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \text{ чётно} \}$$



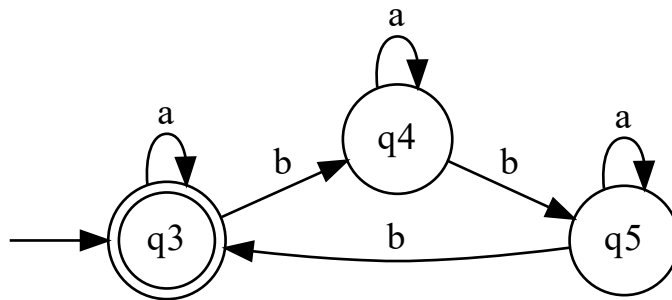
$$\bullet \Sigma_1 = \{a, b\}$$

- $Q_1 = \{q_1, q_2\}$

- $S_1 = q_1$

- $T_1 = q_1$

$$A_2 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_b \text{ кратно трём}\}$$



- $\Sigma_2 = \{a, b\}$

- $Q_2 = \{q_3, q_4, q_5\}$

- $S_2 = q_3$

- $T_2 = q_3$

$$\Rightarrow L_3 = A_1 \times A_2, \text{ где}$$

- $\Sigma = \{a, b\}$

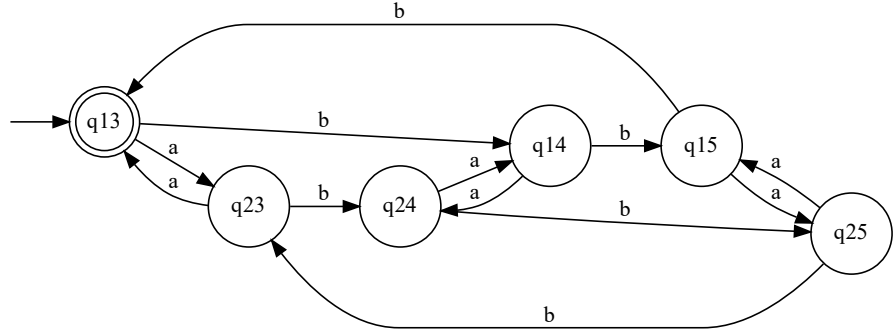
- $Q = \{ \langle q_{13} \rangle \langle q_{14} \rangle \langle q_{15} \rangle \langle q_{23} \rangle \langle q_{24} \rangle \langle q_{25} \rangle \}$

- $S = \langle q_{13} \rangle$

- $T = \{ \langle q_{13} \rangle \}$

Состояние	Переход по a	Переход по b
$\langle q_{13} \rangle$	$\langle q_{23} \rangle$	$\langle q_{14} \rangle$
$\langle q_{14} \rangle$	$\langle q_{24} \rangle$	$\langle q_{15} \rangle$
$\langle q_{15} \rangle$	$\langle q_{25} \rangle$	$\langle q_{13} \rangle$
$\langle q_{23} \rangle$	$\langle q_{13} \rangle$	$\langle q_{24} \rangle$
$\langle q_{24} \rangle$	$\langle q_{14} \rangle$	$\langle q_{25} \rangle$
$\langle q_{25} \rangle$	$\langle q_{15} \rangle$	$\langle q_{23} \rangle$

Таблица переходов



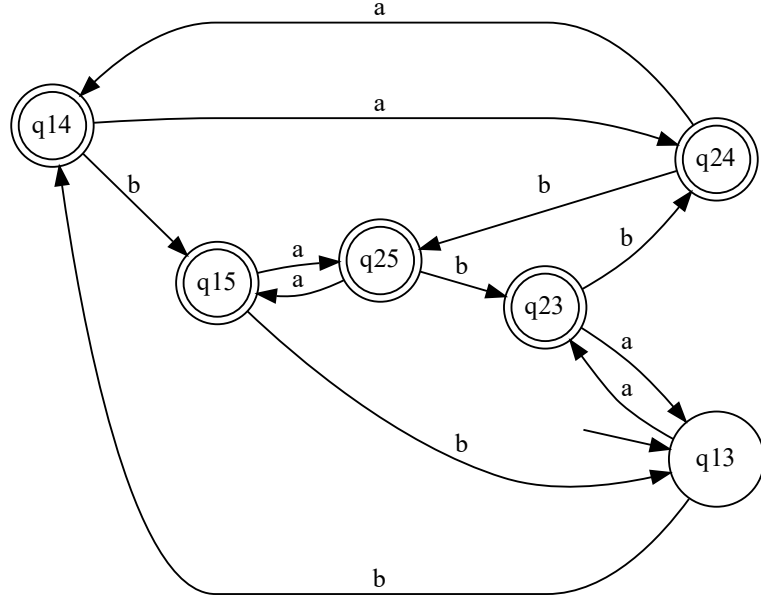
$$4. L_4 = \bar{L}_3$$

$$L_3 = \{\sum, Q_3, S_3, T_3, \delta_3\}$$

$$\bar{L}_3 = \{\sum, Q_3, S_3, Q_3 \setminus T_3, \delta_3\}$$

$$\Rightarrow T_4 = Q_3 \setminus T_3 = \{ \langle q_{14} \rangle \langle q_{15} \rangle$$

$$\langle q_{23} \rangle \langle q_{24} \rangle \langle q_{25} \rangle \}$$



5.  $L_5 = L_2 \setminus L_3$

$$L_2 \setminus L_3 = L_2 \cap \bar{L}_3 = L_2 \cap L_4$$

- $\Sigma_2 = \{a, b\}$
- $Q_2 = \{ \langle q_{15} \rangle \langle q_{26} \rangle \langle q_{35} \rangle \langle q_{46} \rangle \langle q_{45} \rangle \}$
- $S_2 = \langle q_{15} \rangle$
- $T_2 = \{ \langle q_{46} \rangle \}$
- $\Sigma_4 = \{a, b\}$
- $Q_4 = \{ \langle q_{13} \rangle \langle q_{14} \rangle \langle q_{15} \rangle \langle q_{23} \rangle \langle q_{24} \rangle \langle q_{25} \rangle \}$

- $S_4 = \langle q_{13} \rangle$
- $T_4 = \{ \langle q_{14} \rangle \langle q_{15} \rangle \langle q_{23} \rangle \langle q_{24} \rangle \langle q_{25} \rangle \}$

$\Rightarrow L_5 = A_2 \times A_3$ , где

- $\Sigma = \{a, b\}$
- $Q = \{ \langle q_{15}q_{13} \rangle \langle q_{15}q_{14} \rangle \langle q_{15}q_{15} \rangle \langle q_{15}q_{23} \rangle \langle q_{15}q_{24} \rangle \langle q_{15}q_{25} \rangle \langle q_{26}q_{13} \rangle \langle q_{26}q_{14} \rangle \langle q_{26}q_{15} \rangle \langle q_{26}q_{23} \rangle \langle q_{26}q_{24} \rangle \langle q_{26}q_{25} \rangle \langle q_{35}q_{13} \rangle \langle q_{35}q_{14} \rangle \langle q_{35}q_{15} \rangle \langle q_{35}q_{23} \rangle \langle q_{35}q_{24} \rangle \langle q_{35}q_{25} \rangle \langle q_{45}q_{13} \rangle \langle q_{45}q_{14} \rangle \langle q_{45}q_{15} \rangle \langle q_{45}q_{23} \rangle \langle q_{45}q_{24} \rangle \langle q_{45}q_{25} \rangle \langle q_{46}q_{13} \rangle \langle q_{46}q_{14} \rangle \langle q_{46}q_{15} \rangle \langle q_{46}q_{23} \rangle \langle q_{46}q_{24} \rangle \langle q_{46}q_{25} \rangle \}$
- $S = \langle q_{15}q_{13} \rangle$
- $T = \{ \langle q_{46}q_{14} \rangle \langle q_{46}q_{15} \rangle \langle q_{46}q_{23} \rangle \langle q_{46}q_{24} \rangle \langle q_{46}q_{25} \rangle \}$

Состояние	Переход по a	Переход по b
$\langle q_{15}q_{13} \rangle$	$\langle q_{26}q_{23} \rangle$	$\langle q_{26}q_{14} \rangle$
$\langle q_{15}q_{14} \rangle$	$\langle q_{26}q_{24} \rangle$	$\langle q_{26}q_{15} \rangle$
$\langle q_{15}q_{15} \rangle$	$\langle q_{26}q_{25} \rangle$	$\langle q_{26}q_{13} \rangle$
$\langle q_{15}q_{23} \rangle$	$\langle q_{26}q_{13} \rangle$	$\langle q_{26}q_{24} \rangle$
$\langle q_{15}q_{24} \rangle$	$\langle q_{26}q_{14} \rangle$	$\langle q_{26}q_{25} \rangle$
$\langle q_{15}q_{25} \rangle$	$\langle q_{26}q_{15} \rangle$	$\langle q_{26}q_{23} \rangle$
$\langle q_{26}q_{13} \rangle$	$\langle q_{35}q_{23} \rangle$	$\langle q_{35}q_{14} \rangle$
$\langle q_{26}q_{14} \rangle$	$\langle q_{35}q_{24} \rangle$	$\langle q_{35}q_{15} \rangle$
$\langle q_{26}q_{15} \rangle$	$\langle q_{35}q_{25} \rangle$	$\langle q_{35}q_{13} \rangle$
$\langle q_{26}q_{23} \rangle$	$\langle q_{35}q_{13} \rangle$	$\langle q_{35}q_{24} \rangle$
$\langle q_{26}q_{24} \rangle$	$\langle q_{35}q_{14} \rangle$	$\langle q_{35}q_{25} \rangle$
$\langle q_{26}q_{25} \rangle$	$\langle q_{35}q_{15} \rangle$	$\langle q_{35}q_{23} \rangle$
$\langle q_{35}q_{13} \rangle$	$\langle q_{46}q_{23} \rangle$	$\langle q_{46}q_{14} \rangle$
$\langle q_{35}q_{14} \rangle$	$\langle q_{46}q_{24} \rangle$	$\langle q_{46}q_{15} \rangle$
$\langle q_{35}q_{15} \rangle$	$\langle q_{46}q_{25} \rangle$	$\langle q_{46}q_{13} \rangle$
$\langle q_{35}q_{23} \rangle$	$\langle q_{46}q_{13} \rangle$	$\langle q_{46}q_{24} \rangle$
$\langle q_{35}q_{24} \rangle$	$\langle q_{46}q_{14} \rangle$	$\langle q_{46}q_{25} \rangle$
$\langle q_{35}q_{25} \rangle$	$\langle q_{46}q_{15} \rangle$	$\langle q_{46}q_{23} \rangle$
$\langle q_{45}q_{13} \rangle$	$\langle q_{46}q_{23} \rangle$	$\langle q_{46}q_{14} \rangle$



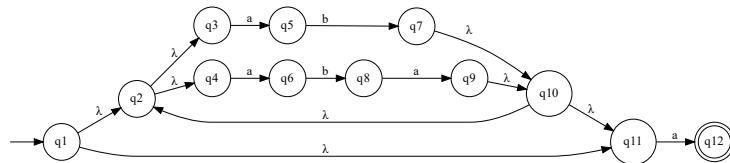


$$\Rightarrow Q = \{ \langle q_{15}q_{13} \rangle \langle q_{26}q_{23} \rangle \langle q_{26}q_{14} \rangle \langle q_{35}q_{13} \rangle \langle q_{35}q_{24} \rangle \langle q_{46}q_{14} \rangle \langle q_{45}q_{15} \rangle \langle q_{45}q_{24} \rangle \langle q_{35}q_{15} \rangle \langle q_{46}q_{25} \rangle \langle q_{45}q_{23} \rangle \langle q_{46}q_{24} \rangle \langle q_{46}q_{13} \rangle \langle q_{45}q_{14} \rangle \langle q_{46}q_{15} \rangle \langle q_{45}q_{13} \rangle \langle q_{46}q_{23} \rangle \langle q_{45}q_{25} \rangle \}$$

### Задание №3

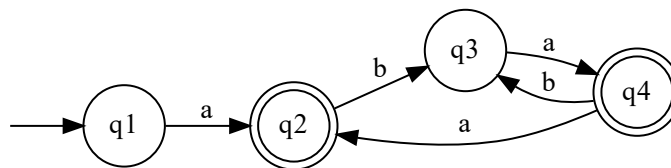
1.  $(ab + aba)^*a$

Построим НКА



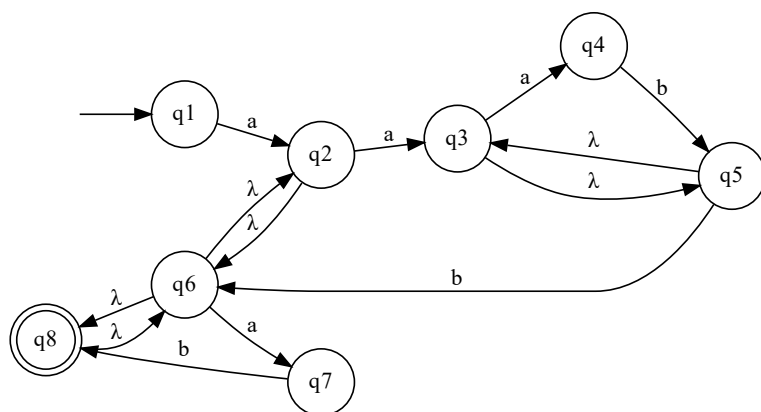
Построим ДКА

Состояние	Переход по a	Переход по b
$q_1$	$q_5q_6q_{12}$	$\emptyset$
$q_5q_6q_{12}$	$\emptyset$	$q_7q_8$
$q_7q_8$	$q_5q_6q_{12}q_9$	$\emptyset$
$q_5q_6q_{12}q_9$	$q_5q_6q_{12}$	$q_7q_8$



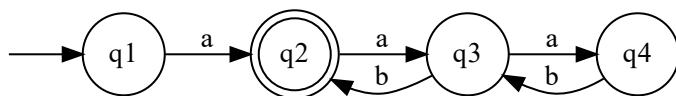
2.  $a(a(ab)^*b)^*(ab)^*$

Построим НКА



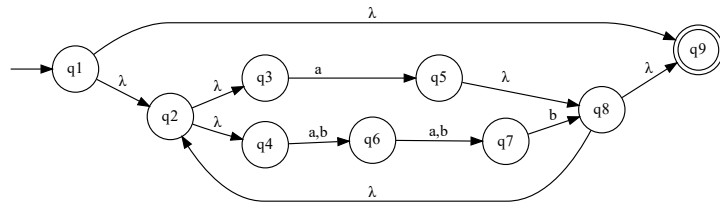
Построим ДКА

Состояние	Переход по a	Переход по b
$q_1$	$q_2$	$\emptyset$
$q_2$	$q_3q_7$	$\emptyset$
$q_3q_7$	$q_4$	$q_2$
$q_4$	$\emptyset$	$q_3q_7$



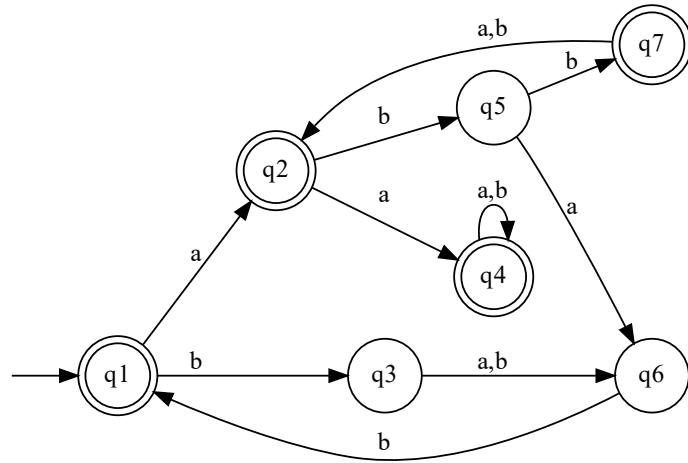
3.  $(a + (a + b)(a + b)b)^*$

Построим НКА

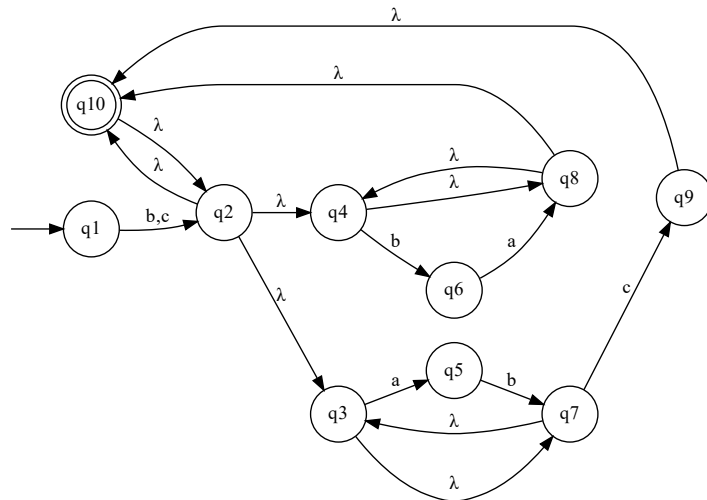


Построим ДКА

Состояние	Переход по a	Переход по b
$q_1$	$q_5q_6$	$q_6$
$q_5q_6$	$q_5q_6q_7$	$q_6q_7$
$q_5q_6q_7$	$q_5q_6q_7$	$q_5q_6q_7$
$q_6q_7$	$q_7$	$q_7q_8$
$q_6$	$q_7$	$q_7$
$q_7$	$\emptyset$	$q_1$
$q_7q_8$	$q_5q_6$	$q_5q_6$

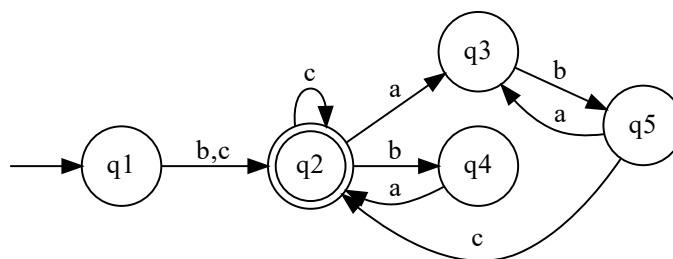


4.  $(b + c)((ab)^*c + (ba)^*)^*$   
 Построим НКА



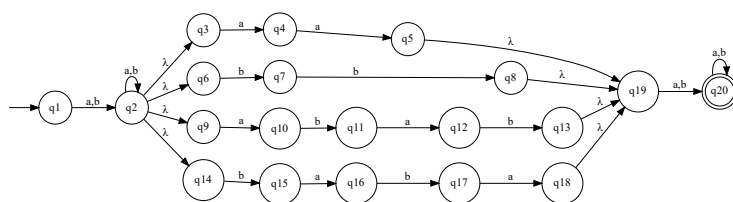
Построим ДКА

Состояние	Переход по a	Переход по b	Переход по c
$q_1$	$\emptyset$	$q_2$	$q_2$
$q_2$	$q_5$	$q_6$	$\emptyset$
$q_5$	$\emptyset$	$q_7$	$\emptyset$
$q_6$	$q_2$	$\emptyset$	$\emptyset$
$q_7$	$q_5$	$\emptyset$	$q_2$

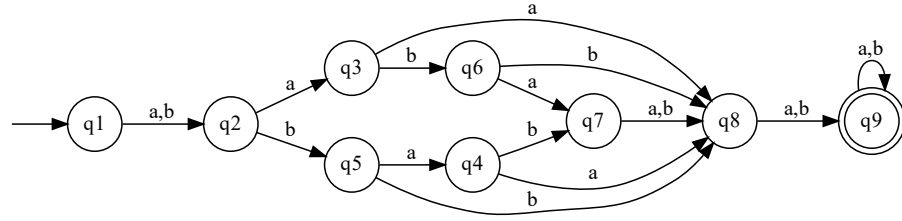


5.  $(a + b)^+(aa + bb + abab + baba)(a + b)^+$

Построим НКА



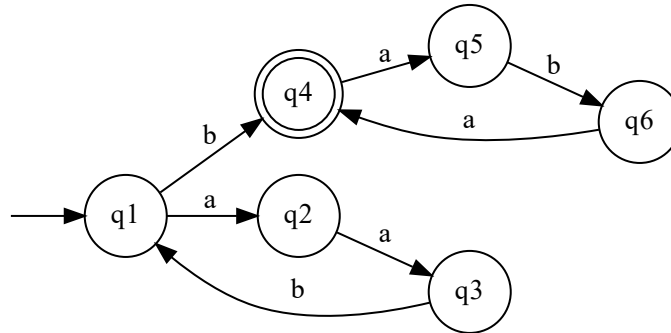
Построим ДКА, т.к. при построении его через таблицу, она получится слишком большой, поэтому проще и быстрее построить ручную



## Задание №4

1.  $L = \{(aab)^n b(aba)^m \mid n \geq 0, m \geq 0\}$

Данный язык является регулярным, построим к нему автомат



2.  $L = \{uaav \mid u \in \{a,b\}^*, v \in \{a,b\}^*, |u|_b \geq |v|_a\}$

$$\omega = b^n aa^n, |w| \geq n$$

$$\omega = xyz$$

$$x = b^i \quad y = b^j \quad i + j \leq n \quad j > 0$$

$$z = b^{n-i-j} aaa^n$$

$$|xy| \leq n \quad |y| > 0$$

$$xy^0z = b^i b^{n-i-j} a a^n = b^{n-j} a a a^n \notin L$$

$\Rightarrow$  не регулярный язык

$$3. L = \{a^m \omega \mid \omega \in \{a, b\}^*, 1 \leq |\omega|_b \leq m\}$$

$$\omega = a^n b^n, |w| \geq n$$

$$\omega = xyz$$

$$x = a^i \quad y = a^j \quad i + j \leq n \quad j > 0$$

$$z = a^{n-i-j} b^n$$

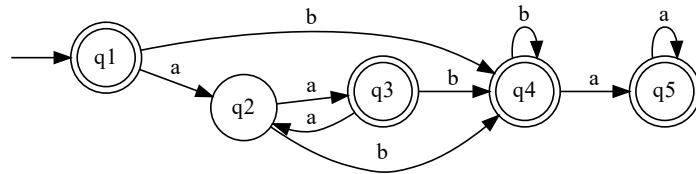
$$|xy| \leq n \quad |y| > 0$$

$$xy^0z = a^i a^{n-i-j} b^n = a^{n-j} b^n \notin L$$

$\Rightarrow$  не регулярный язык

$$4. L = \{a^k b^m a^n \mid k = n \vee m > 0\}$$

Данный язык является регулярным, построим к нему автомат



$$5. L = \{ucv \mid u \in \{a, b\}^*, v \in \{a, b\}^*, u \neq v^R\}$$

Докажем от обратного, возьмём язык  $\bar{L}$ , в котором  $u = v^R$ , если  $\bar{L}$  не является регулярным, то и  $L$  не является регулярным

$$\omega = (ab)^n c(ba)^n = a_1 a_2 \dots a_{4n+1}, \quad |w| \geq n$$

$$\omega = xyz$$

$$x = a_1 a_2 \dots a_i \quad y = a_{i+1} a_{i+2} \dots a_{i+j} \quad i + j \leq n$$

$$z = a_{i+j+1} a_{i+j+2} \dots a_{2n} c(ba)^n$$

$$|xy| \leq n \quad |y| > 0$$

$$xy^k z = a_1 \dots a_i (a_{i+1} \dots a_{i+j})^k a_{i+j+1} \dots$$

$$\dots a_{2n} c(ba)^n \notin \bar{L} \quad \forall k > 1$$

$\Rightarrow$  и язык  $\mathbf{L}$  не является регулярным