AGH UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

WYDZIAŁ FIZYKI I INFORMATYKI STOSOWANEJ
KIERUNEK STUDIÓW: FIZYKA TECHNICZNA

METODY MONTE CARLO

# Laboratorium 10

**Propagacja sygnału elektrycznego w linii transmisyjnej, problem zależny od czasu**

**zrealizował**
Przemysław Ryś

Kraków, 14 Maj 2024

# 1 Opis zagadnienia

Sygnał elektryczny przemieszczający się w jednowymiarowej linii transmisyjnej opisujemy przy użyciu rozkładu napięcia $u(x,t)$ oraz prądu $i(x,t)$. Obie wielkości są ze sobą ściśle związane i opisane równaniami telegrafistów.

## 1.1 Sformułowanie różniczkowe problemu

Równania telegrafistów w postaci różniczkowej:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -L\frac{\partial i}{\partial t} - Ri \tag{1}$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -C\frac{\partial u}{\partial t} - Gu \tag{2}$$

gdzie $L$, $C$, $R$, $G$ to indukcyjność, pojemność, opór i konduktancja linii na jednostkę długości.

## 1.2 Sformułowanie całkowe problemu

Transformacja do postaci całkowej z wykorzystaniem metod linii prowadzi do rozwiązania:

$$f(x,t) = f_0(x-ct)e^{-(\lambda+\mu)t} + \frac{\lambda}{\lambda+\mu}\int_0^t e^{-(\lambda+\mu)s} b(x-cs, t-s)ds \tag{3}$$

$$b(x,t) = b_0(x+ct)e^{-(\lambda+\mu)t} + \frac{\lambda}{\lambda+\mu}\int_0^t e^{-(\lambda+\mu)s} f(x+cs, t-s)ds \tag{4}$$

Parametry $\lambda$ i $\mu$ są zdefiniowane następująco:

$$\lambda = \frac{1}{2}\left(\frac{R}{L} - \frac{G}{C}\right), \quad \mu = \frac{G}{C} \tag{5}$$

## 1.3 Warunki brzegowe

Warunki brzegowe na krańcach linii:

$$f(0,t) = \zeta V g(t) + \Gamma_g b(0,t) \tag{6}$$

$$b(l,t) = \Gamma_l f(l,t) \tag{7}$$

gdzie $\zeta$, $\Gamma_g$, $\Gamma_l$ są współczynnikami zdefiniowanymi w tekście.

## 1.4 Parametry

Do obliczeń przyjmujemy następujące parametry linii:

$$\begin{aligned} L &= 0.25\,\mu H, & C &= 100\,pF, \\ R &= 12.5\,\Omega, & G &= 0.5\,mS, \\ l &= 2\,m, & R_l &= 12.5\,\Omega, \\ R_g &= 75\,\Omega. \end{aligned}$$

Potencjał generowany przez źródło napięcia:

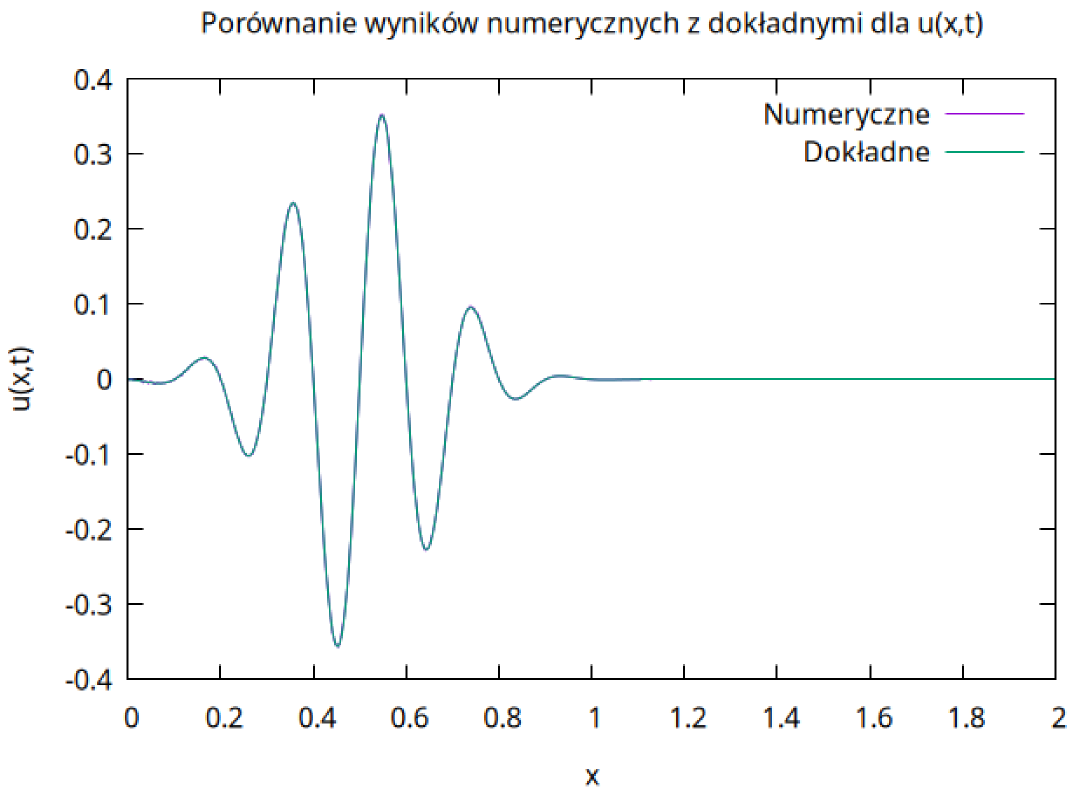
$$V_g(t) = \sin(2\pi\nu t)\exp\left(-\frac{(t-t_0)^2}{2\sigma^2}\right),$$

gdzie $\nu = 1\,GHz$, $t_0 = 7.5\,ns$, $\sigma = 0.75\,ns$.

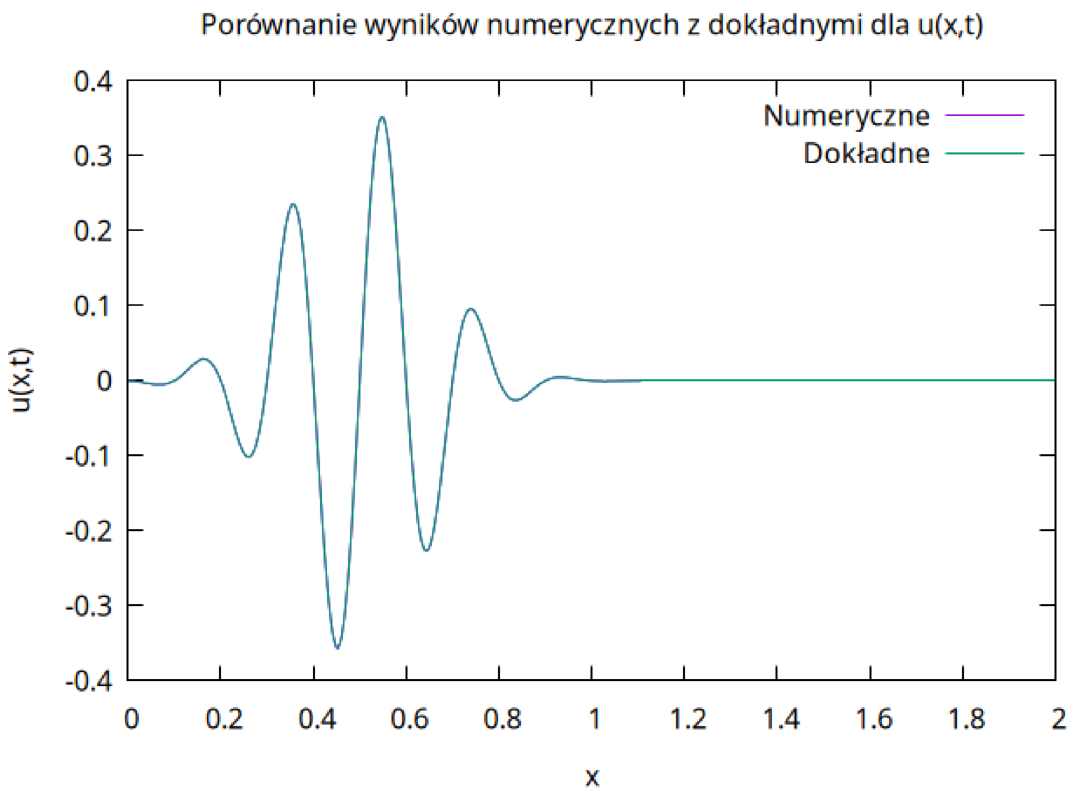
Następnie wykonałem symulacje MC w celu określenia rozkładu napięcia $u(x,t)$ wzdłuż całej linii dla chwil czasowych: $t = 10, 15, 25, 35, 50\,ns$ oraz liczby trajektorii $npaths = 10^3, 10^4, 10^5$. Rozkład napięcia określa wyrażenie:

$$u(x,t) = f(x,t) + b(x,t).$$

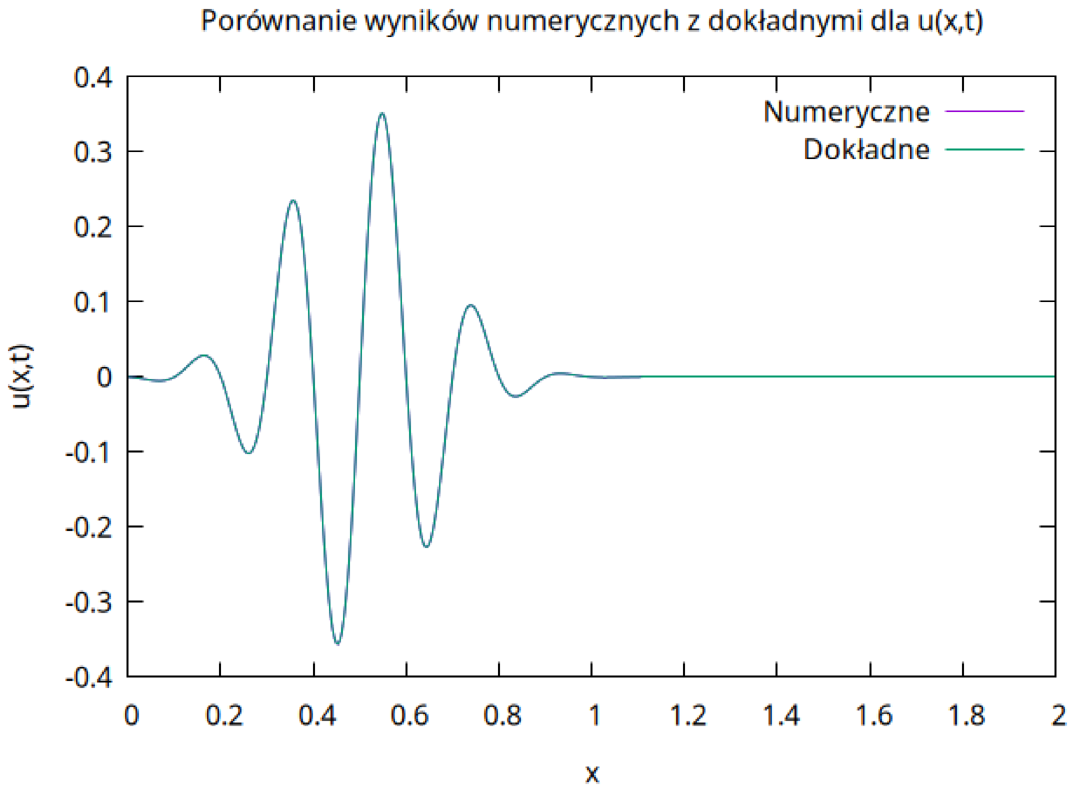
# 2 Wyniki



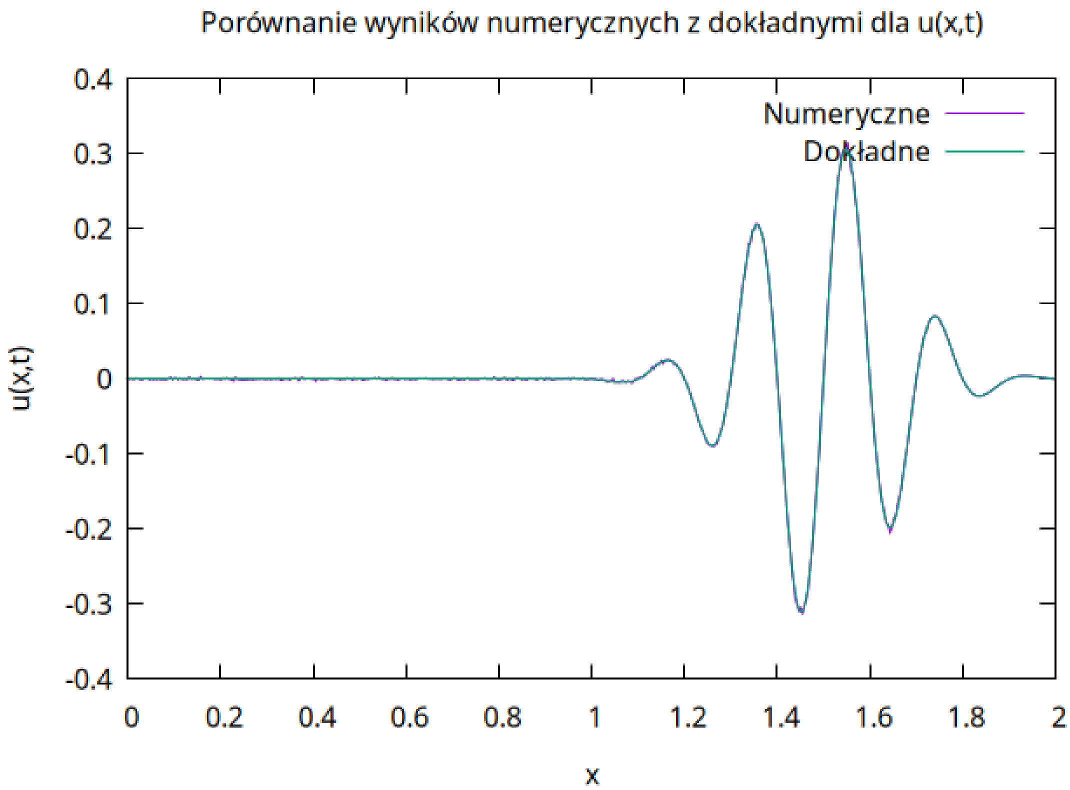

Rys. 1: Porównanie wyników numerycznych z dokładnymi dla $u(x,t)$ dla $t = 10, n = 10^3$.



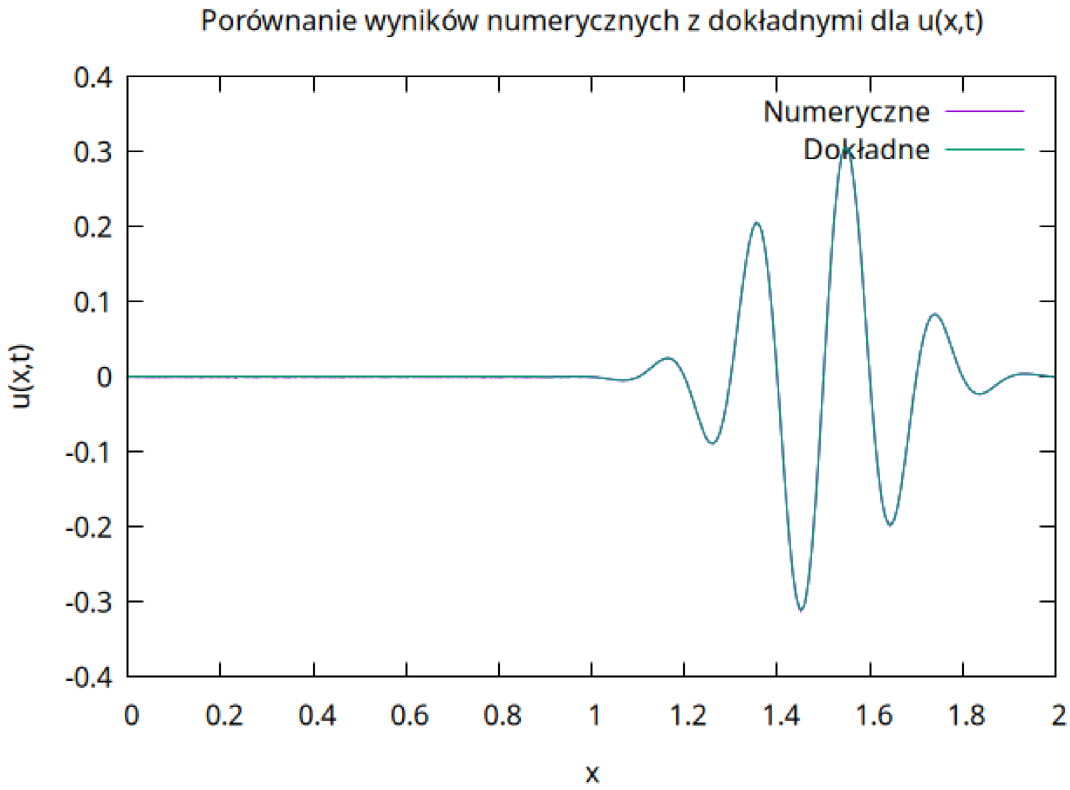

Rys. 2: Porównanie wyników numerycznych z dokładnymi dla $u(x,t)$ dla $t = 10, n = 10^4$.



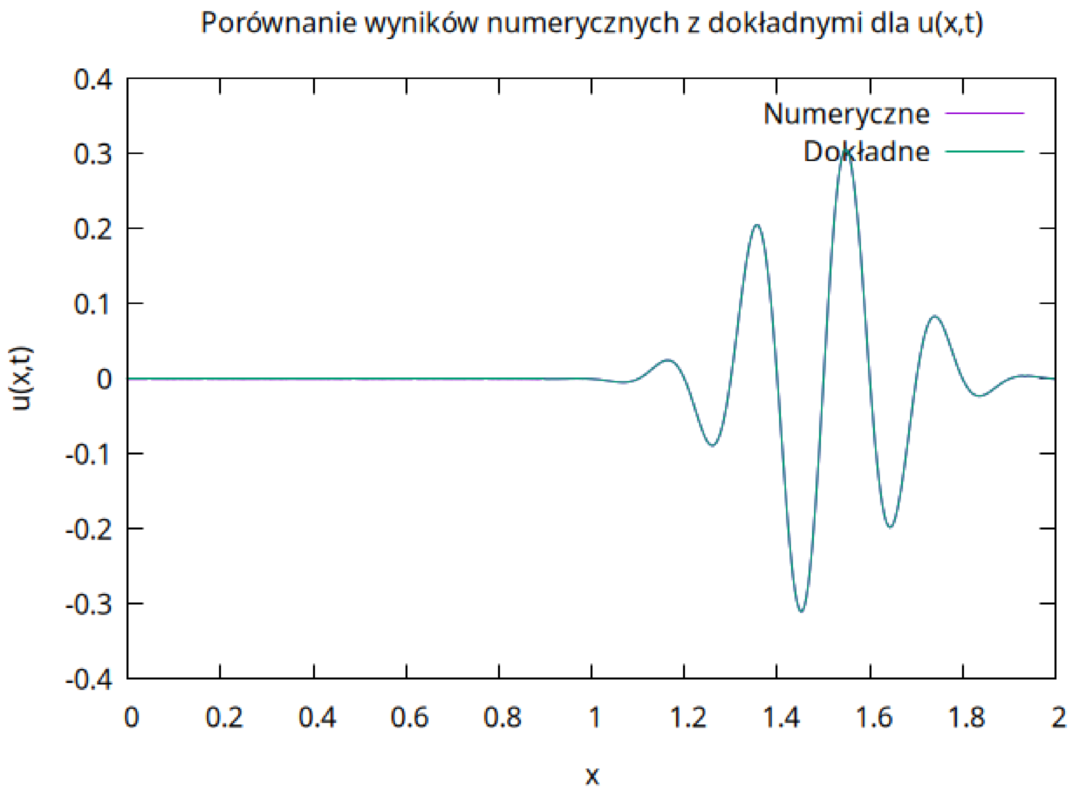

Rys. 3: Porównanie wyników numerycznych z dokładnymi dla $u(x,t)$ dla $t = 10, n = 10^5$.



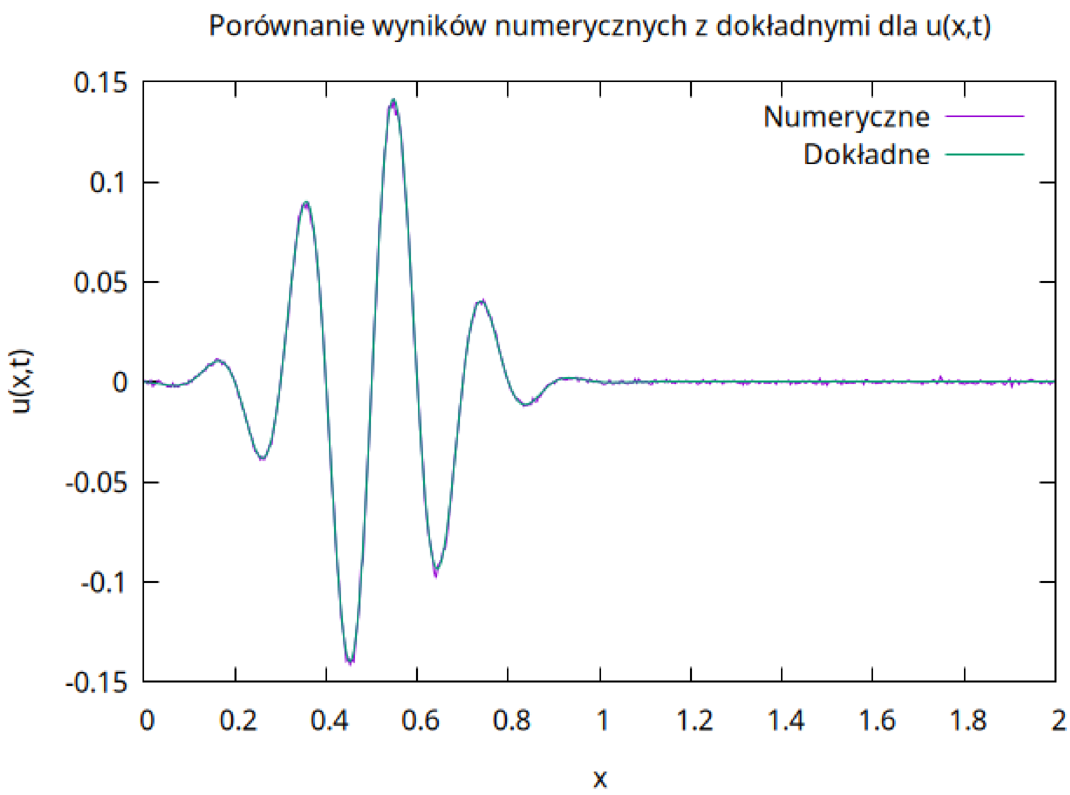

Rys. 4: Porównanie wyników numerycznych z dokładnymi dla $u(x,t)$ dla $t = 15, n = 10^3$.



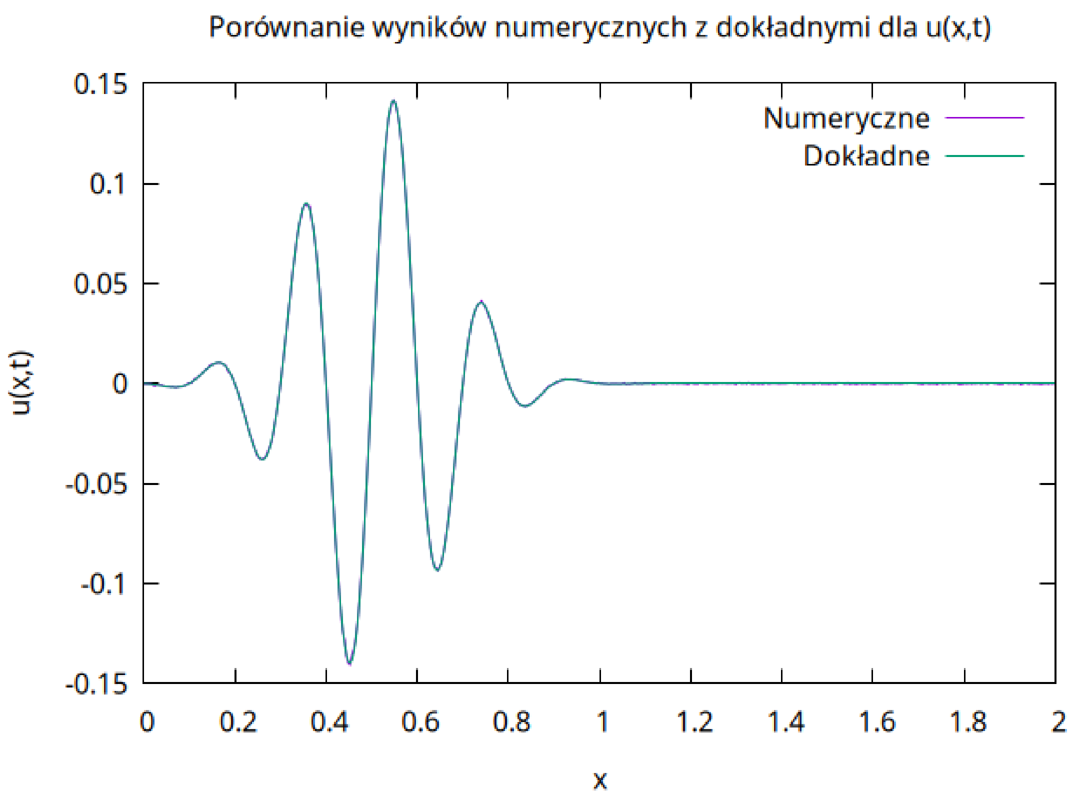

Rys. 5: Porównanie wyników numerycznych z dokładnymi dla $u(x,t)$ dla $t = 15, n = 10^4$.



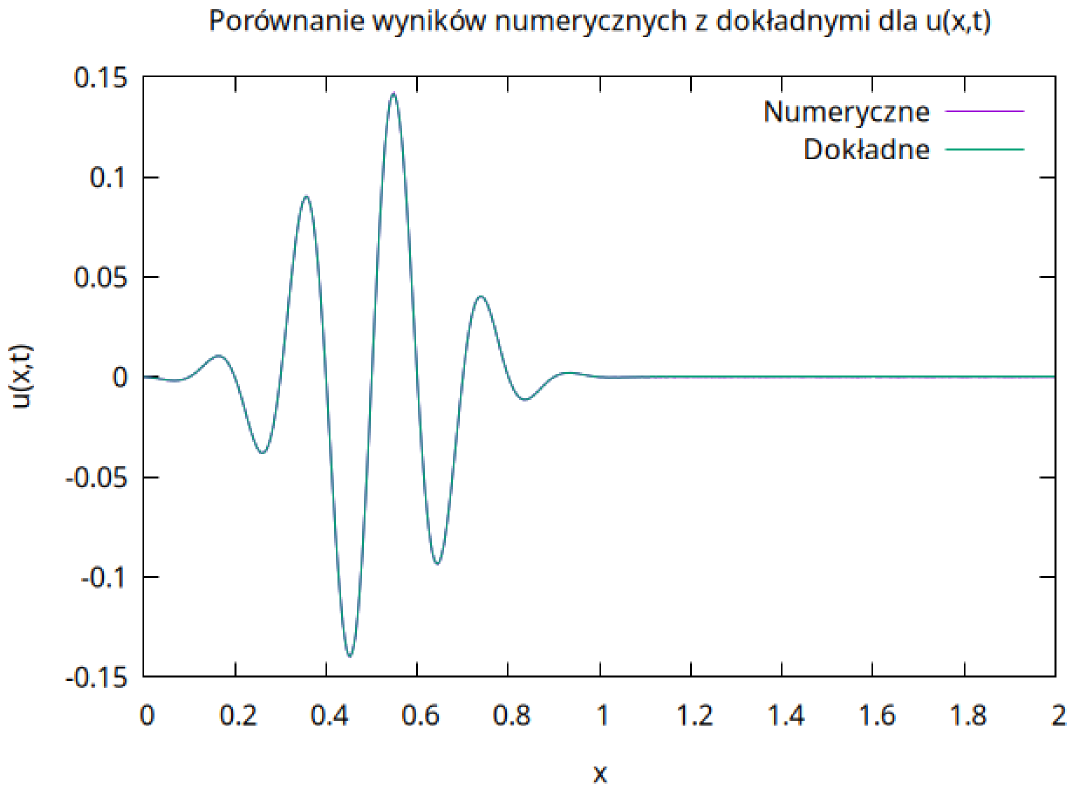

Rys. 6: Porównanie wyników numerycznych z dokładnymi dla $u(x,t)$ dla $t = 15, n = 10^5$.



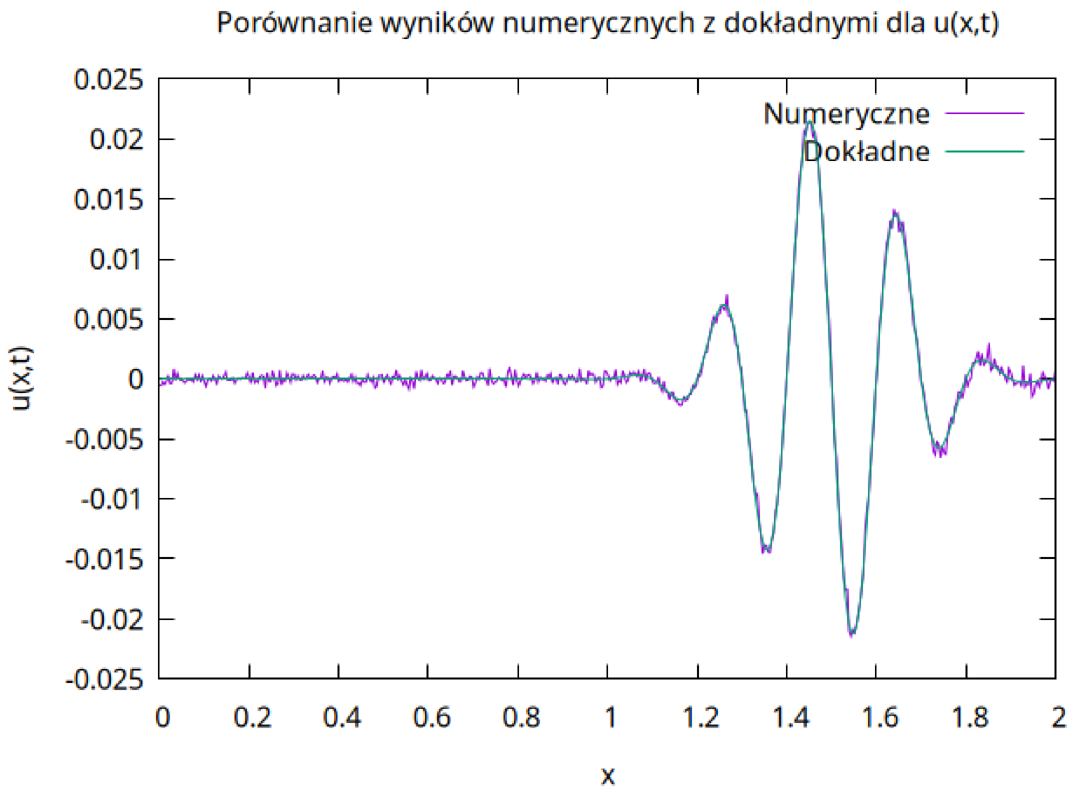

Rys. 7: Porównanie wyników numerycznych z dokładnymi dla $u(x,t)$ dla $t = 25, n = 10^3$.



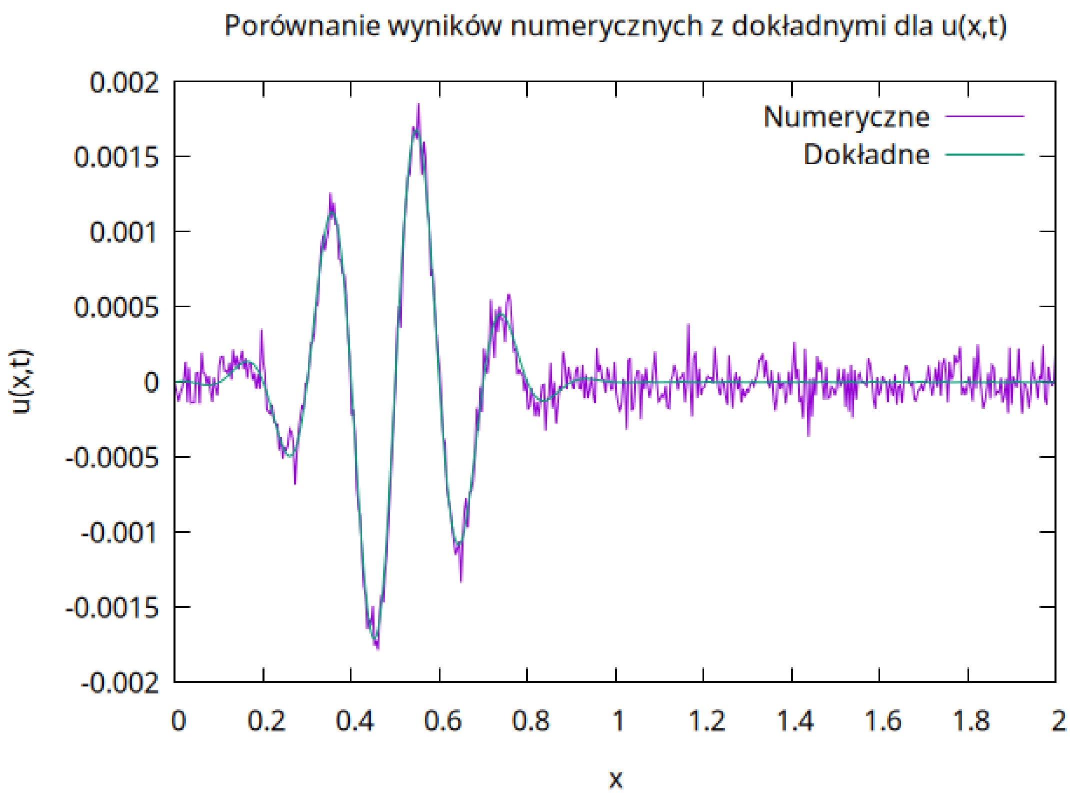

Rys. 8: Porównanie wyników numerycznych z dokładnymi dla $u(x,t)$ dla $t = 25, n = 10^4$.



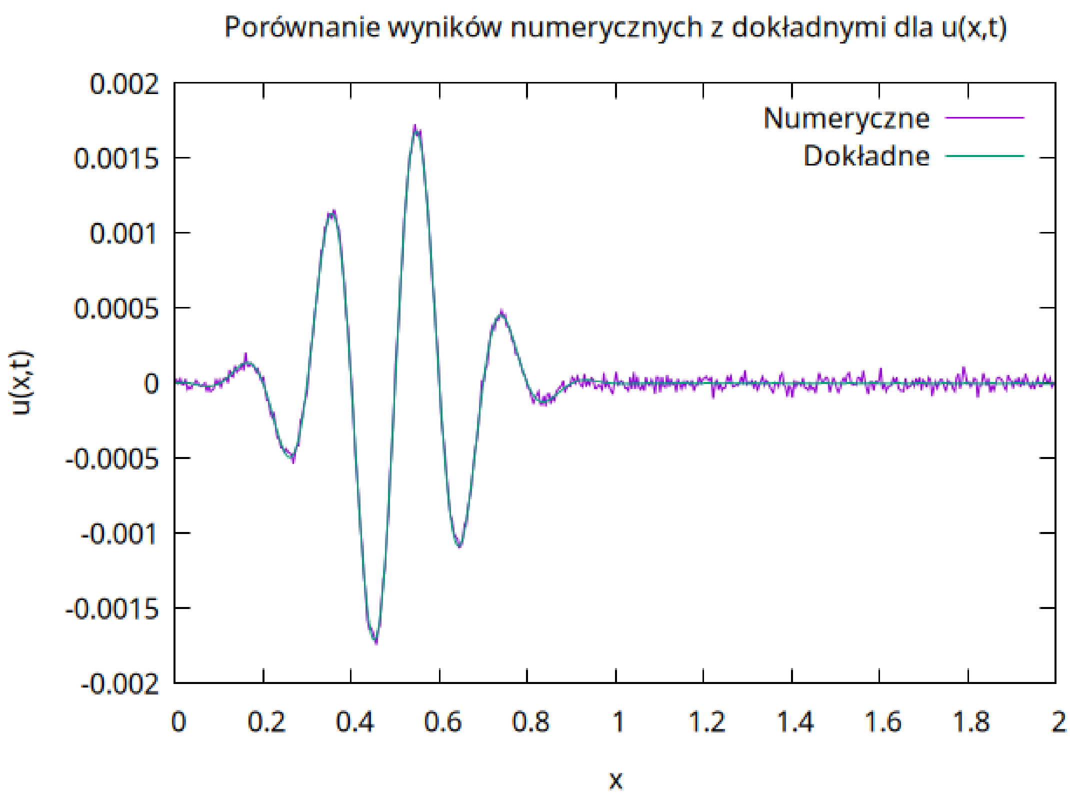

Rys. 9: Porównanie wyników numerycznych z dokładnymi dla $u(x,t)$ dla $t = 25, n = 10^5$.



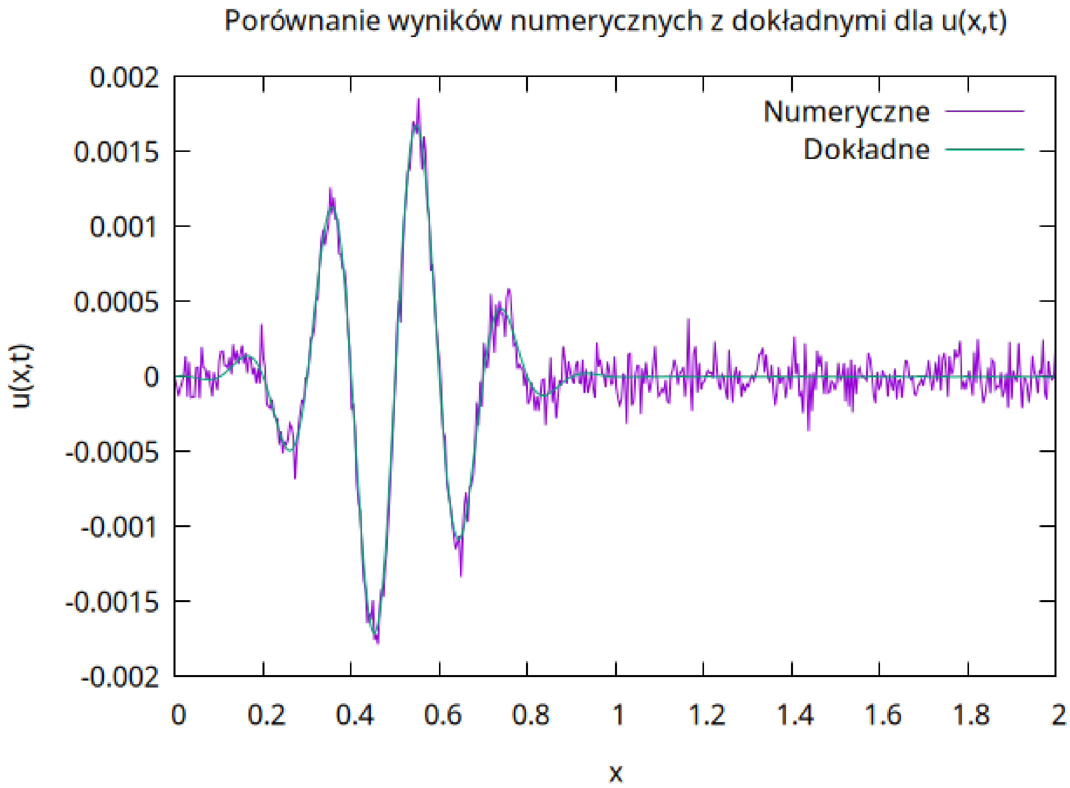

Rys. 10: Porównanie wyników numerycznych z dokładnymi dla $u(x,t)$ dla $t = 35, n = 10^3$.



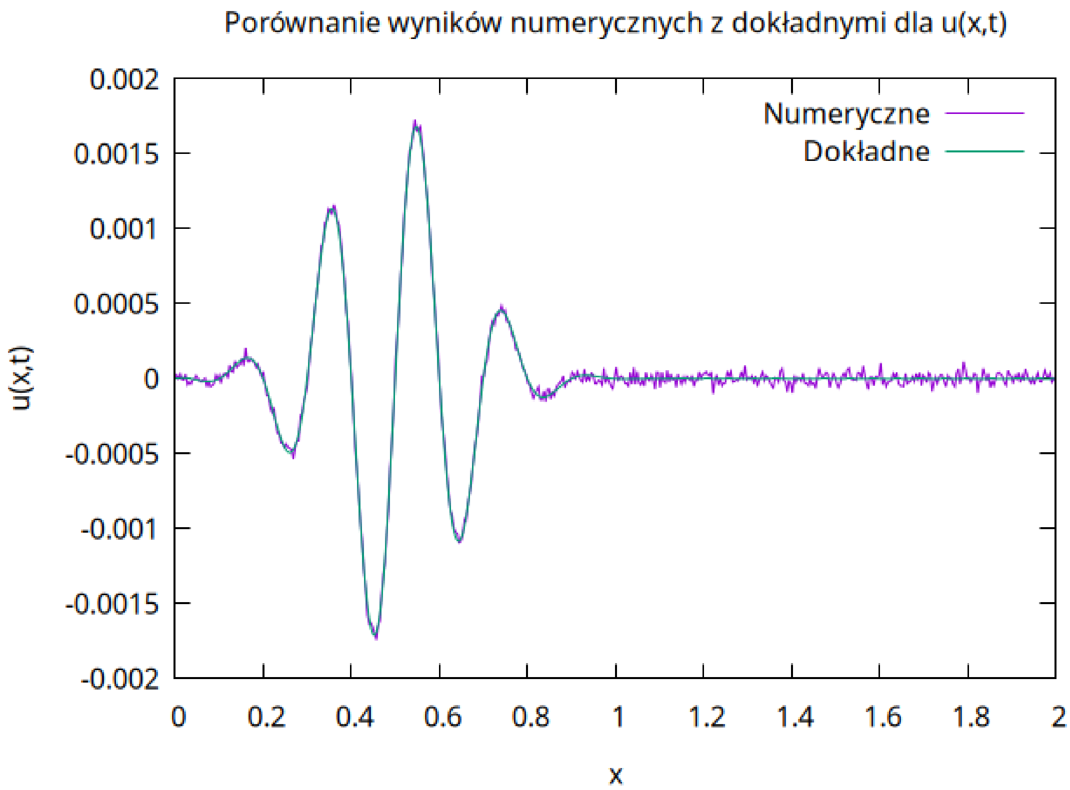

Rys. 11: Porównanie wyników numerycznych z dokładnymi dla $u(x, t)$ dla $t = 35, n = 10^4$.



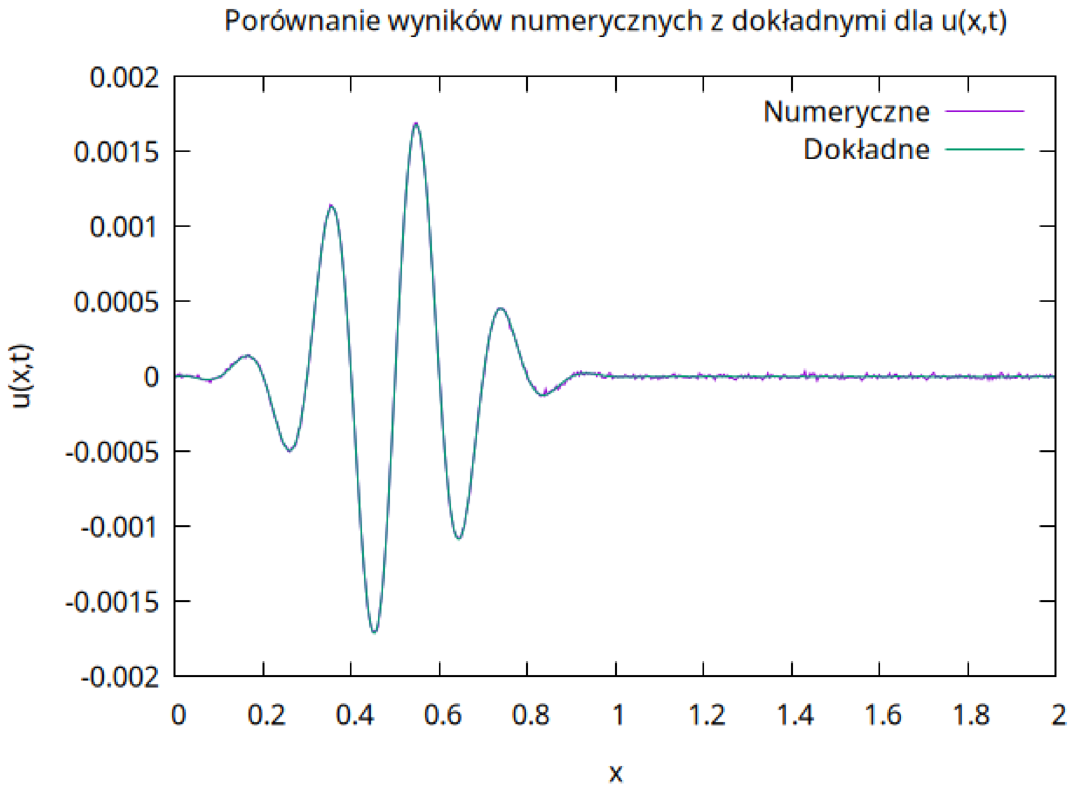

Rys. 12: Porównanie wyników numerycznych z dokładnymi dla $u(x, t)$ dla $t = 35, n = 10^5$.




Rys. 13: Porównanie wyników numerycznych z dokładnymi dla $u(x,t)$ dla $t = 50, n = 10^3$.




Rys. 14: Porównanie wyników numerycznych z dokładnymi dla $u(x,t)$ dla $t = 50, n = 10^4$.




Rys. 15: Porównanie wyników numerycznych z dokładnymi dla $u(x,t)$ dla $t = 50, n = 10^5$.

Dla późniejszych chwil czasowych wyniki numeryczne mogą mieć duże zaburzenia głównie z powodu dwóch głównych czynników:

**Wpływ warunków brzegowych i propagacja błędów:** Algorytm Monte Carlo, który jest stosowany do rozwiązywania równań całkowych opisujących propagację sygnału elektrycznego, jest wrażliwy na jakość generowanych trajektorii oraz dokładność uwzględniania warunków brzegowych. Wraz z upływem czasu i kolejnymi odbiciami od końców linii (gdzie występują warunki brzegowe), błędy mogą się kumulować, co prowadzi do większych rozbieżności względem rozwiązania dokładnego.

**Wzrost liczby trajektorii:** W przypadku bardziej zaawansowanych czasowo punktów pomiarowych (takich jak t = 25 ns, 35 ns, 50 ns), liczba trajektorii (npaths) może okazać się niewystarczająca. Algorytm Monte Carlo jest metodą statystyczną, więc aby uzyskać wyniki o większej dokładności, może być konieczne zwiększenie liczby trajektorii.

## 3 Podsumowanie

Podsumowując, algorytm Monte Carlo jest skutecznym narzędziem do symulacji propagacji sygnału elektrycznego w linii transmisyjnej, jednakże jego dokładność dla późniejszych chwil czasowych może być ograniczona przez wpływ błędów propagacyjnych i warunków brzegowych. Aby poprawić zgodność wyników z rozwiązaniem dokładnym, kluczowe jest zwiększenie liczby trajektorii oraz dokładne uwzględnienie mechanizmów odbicia sygnału na końcach linii. Optymalizacja parametrów symulacji i implementacja zaawansowanych technik próbkowania mogą dalszo zwiększyć efektywność algorytmu w kontekście bardziej zaawansowanych czasowo analiz.