

# Fizyka układów złożonych

## Zjawiska emergentne — dynamika epidemii

Krzysztof Malarz

Ewolucję epidemii można modelować na wiele sposobów. Skupimy się na modelu szufladkowym (kompartmętowym) SIR implementowanym w postaci klasycznego synchronicznego automatu komórkowego. Reguły automatu zdefiniujemy na sieci kwadratowej z otoczeniem Moore’a. Stan pojedynczej komórki przyjmuje wartości 0, 1 albo 2, odpowiadające stanom  $\mathcal{S}$  (podatni, *susceptible*),  $\mathcal{I}$  (zarażeni, *infected*) albo  $\mathcal{R}$  (ozdrowieńcy, *recovered*).

W chwili początkowej wszystkie komórki są w stanie  $\mathcal{S}$ , z wyjątkiem jednego agenta (umieszczonego na środku sieci) w stanie  $\mathcal{I}$  (to nasz „pacjent zero”).

Reguły automatu obrazują propagację choroby zakaźnej:

- Każdy z podatnych agentów (w stanie  $\mathcal{S}$ ), może się zarazić od każdego ze swoich ośmiu sąsiadów (o ile są już zarażeni, w stanie  $\mathcal{I}$ ). Zarażenie odbywa się z prawdopodobieństwem  $\alpha$ .
- Każdy z zarażonych agentów (w stanie  $\mathcal{I}$ ) może spontanicznie ozdrowieć (przebyć chorobę i przejść w stan  $\mathcal{R}$ ) co mu się przydaża z prawdopodobieństwem  $\beta$ .

Przyjmijmy siatkę kwadratową o rozmiarze liniowym  $N = 60$  oraz okresowymi warunkami brzegowymi.

**Zadanie 1 (30 pkt.):** Robimy „zdjęcia” stanów układu w chwilach  $t = 0, 1, 2, 5, 10, 50, 100$  dla  $\alpha = 0,1; 0,2; 0,3$  przy  $\beta = 0,1$ .

**Zadanie 2 (40 pkt.):** Badamy ewolucję układu mierząc liczbę agentów w stanach  $\mathcal{S}$ ,  $\mathcal{I}$  i  $\mathcal{R}$  w kolejnych stu krokach czasowych. Na wspólnym wykresie pokazujemy liczbę agentów w stanie  $\mathcal{I}$  dla ustalonego  $\beta = 0,1$  oraz wartości  $\alpha = 0,1; 0,2; \dots; 0,9$ . Identyfikujemy przybliżoną krytyczną wartość stosunku tempa zarażania do tempa zdrowienia (na osobnika)

$$\lambda_c = \frac{\alpha/8}{\beta}, \quad (1)$$

poniżej której epidemia się nie rozwija. Takie same wykresy przygotowujemy dla liczby agentów w stanach  $\mathcal{S}$  i  $\mathcal{R}$ .

**Zadanie 3 (30 pkt.):** Powtarzamy punkt 2 z  $\beta = 0,2$  ale tylko dla liczby agentów w stanie  $\mathcal{R}$ . Identyfikujemy przybliżoną krytyczną wartość współczynnika  $\lambda_c$  [wg. równania (1)].