AGH UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

WYDZIAŁ FIZYKI I INFORMATYKI STOSOWANEJ
KIERUNEK STUDIÓW: INFORMATYKA STOSOWANA

METODY NUMERYCZNE

Laboratorium 1

Rozwiązywanie UARL metodami bezpośrednimi

---

zrealizował
Przemysław Ryś

Kraków, 29 Luty 2024

1 Cel ćwiczenia

Celem tego ćwiczenia jest zapoznanie się z metodami bezpośrednimi rozwiązywania układów równań liniowych (UARL). Metody bezpośrednie są szeroko stosowane do efektywnego i dokładnego rozwiązywania układów równań liniowych w różnych dziedzinach nauki i inżynierii. Ćwiczenie ma na celu zrozumienie zasad działania tych metod oraz ich implementacji w praktyce.

2 Opis problemu

Problem polega na rozwiązaniu układu równań liniowych postaci $Ax = b$, gdzie A to macierz współczynników, x to wektor niewiadomych, a b to wektor wyrazów wolnych. Naszym celem jest znalezienie wektora x, który spełnia ten układ równań.

3 Opis metody

W naszym rozwiązaniu wykorzystujemy metodę eliminacji Gaussa, która jest jedną z najbardziej podstawowych i powszechnie stosowanych metod bezpośrednich do rozwiązywania UARL. Metoda ta polega na stopniowym eliminowaniu zmiennych, aby ostatecznie uzyskać macierz trójkątną górną, która następnie jest łatwo odwracalna i umożliwia znalezienie rozwiązania.

W skrócie, kroki metody eliminacji Gaussa są następujące:

1. Przekształcenie macierzy współczynników do postaci macierzy trójkątnej górnej poprzez eliminację zmiennych.
2. Rozwiązanie układu równań z macierzą trójkątną górną poprzez podstawienie wsteczne.

Implementacja metody eliminacji Gaussa polega na iteracyjnym wyeliminowaniu zmiennych w kolumnach macierzy A, a następnie aktualizacji wektora wyrazów wolnych b zgodnie z przekształceniami przeprowadzonymi na macierzy współczynników.

4 Wyniki

```python
import numpy as np

def gaussian_elimination(A, Y):
    n = len(A)

    # Eliminacja wsp czynnik w
    for i in range(n):
        pivot_row = i
        for j in range(i + 1, n):
            if abs(A[j][i]) > abs(A[pivot_row][i]):
                pivot_row = j
        A[[i, pivot_row]] = A[[pivot_row, i]]
        Y[[i, pivot_row]] = Y[[pivot_row, i]]
        for j in range(i + 1, n):
            factor = A[j][i] / A[i][i]
            for k in range(i, n):
                A[j][k] -= factor * A[i][k]
            Y[j] -= factor * Y[i]

    # Zastosowanie wyeliminowanych wsp czynnik w wstecz
    coefficients = np.zeros(n)
    for i in range(n - 1, -1, -1):
        coefficients[i] = Y[i] / A[i][i]
        for j in range(i - 1, -1, -1):
            Y[j] -= A[j][i] * coefficients[i]

    return coefficients

def lagrange_coefficients(X, Y):
    N = len(X)
    A = np.zeros((N, N))

    for i in range(N):
        for j in range(N):
            A[i][j] = X[i] ** j

    coefficients = gaussian_elimination(A, Y)
    return coefficients

# Przyk adowe dane punkt w
X = np.array([-2, -1, 0.1, 2, 3])
Y = np.array([56.1, 4.7, 0.6201, 56.9, 259.1])

coefficients = lagrange_coefficients(X, Y)
print("Wsp czynniki wielomianu interpolacyjnego:", coefficients)
```

Listing 1: Implementacja algorytmu eliminacji Gaussa i wyznaczania współczynników Lagrange'a.

w wyniku otrzymujemy współczynniki wielomianu równe:
[0.5 1. 2. -0.2 3.]

5 Podsumowanie

Rozwiązanie układów równań liniowych metodami bezpośrednimi, takimi jak metoda eliminacji Gaussa, jest ważnym narzędziem w analizie numerycznej i inżynierii. Metody te pozwalają na efektywne i dokładne rozwiązywanie układów równań liniowych, co ma zastosowanie w wielu dziedzinach, takich jak mechanika, elektrotechnika, informatyka i inne. Zrozumienie zasad działania i implementacji tych metod jest kluczowe dla skutecznego rozwiązywania problemów praktycznych.