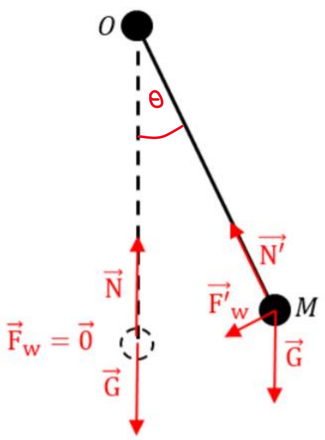
<table>
<tr><td>Wydział
WFIIS</td><td colspan="3">Imię i nazwisko
1.Mateusz Kulig
2. Przemysław Ryś</td><td colspan="2">Rok
2021</td><td>Grupa
1</td><td>Zespół
3</td></tr>
<tr><td>PRACOWNIA FIZYCZNA WFiIS AGH</td><td colspan="6">Temat: Opracowanie danych pomiarowych</td><td>Nr ćwiczenia
0</td></tr>
<tr><td>Data wykonania
10.10.2021</td><td>Data oddania</td><td>Zwrot do popr.</td><td colspan="2">Data oddania</td><td colspan="2">Data zaliczenia
Ćwiczenie nr 0: Opracowanie danych pomiarowych</td><td>OCENA</td></tr>
</table>

W sprawozdaniu opisaliśmy pomiary wartości przyspieszenia grawitacyjnego obliczone przy pomocy wahadła matematycznego i wzoru na okres jego drgań. Pomiaru dokonaliśmy dla trzech długości nici, do zagadnienia podeszliśmy dwiema różnymi metodami z czego pierwsza wywodząca się bezpośrednio ze wzoru dała wynik mieszczący się w wartościach tablicowych, druga zaś z prostej regresji takowego nie dała.

1. Wstęp teoretyczny.

Wahadło matematyczne jest to prosty model fizyczny, który reprezentuje ciało punktowe o masie *M* zawieszone na nieważkiej, nierozciągliwej nici o długości *l*. Jeśli wychylimy ciało z położenia równowagi o mały kąt θ to zacznie działać na niego siła wypadkowa prostopadła do siły naciągu nici i skierowana zawsze w stronę położenia równowagi. Z tego powodu ciało zacznie oscylować wokół położenia równowagi i poruszać się ruchem jednostajnie przyspieszonym.



Rys. 1. Schemat działania wahadła matematycznego. Masa punktowa *M* po wychyleniu z położenia równowagi (linia przerywana) doznaje wypadkowej siły $\mathbf{F'}_w$ skierowanej prostopadle do kierunku naciągu nici. Siła powodująca ruch jest siłą wypadkową siły ciężkości **G** oraz naciągu nici **N'** , działającej na ciało. Siła ta powoduje ruch wahadła zawsze w kierunku położenia równowagi. W położeniu równowagi siła wypadkowa $\mathbf{F}_w=0$ oraz **G**=**N** – naciąg nici równoważy siłę ciężkości.

Siła wypadkowa w momencie odchylenia o kąt θ ma wartość wyrażoną wzorem

$$F_w = -Mgsin(\theta). \tag{1}$$

Z drugiej zasady dynamiki Newtona otrzymujemy równanie różniczkowe opisujące ruch wahadła

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0. \tag{2}$$

Jest to równanie nieliniowe, jednak dla małych kątów $\sin\theta \approx \theta$ więc równanie (2) przyjmie postać

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0. \tag{3}$$

Rozwiązaniem tego równania jest funkcja

$$x = A\cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}}t + \varphi\right). \tag{4}$$

Jest to równanie ruchu punktu materialnego zawieszonego na wahadle. Otrzymujemy z niego wzór na okres drgań wahadła

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \tag{5}$$

Po prostych przekształceniach powyższego wzoru otrzymujemy formułę na przyspieszenie ziemskie

$$g = 4\pi^2\frac{l}{T^2}. \tag{6}$$

Znając więc długość wahadła *l* i jego okres *T* jesteśmy w stanie za pomocą wzoru (6) wyznaczyć przyśpieszenie grawitacyjne.

2. Aparatura

- Stoper marki Q&Q – Dokładność pomiarowa tego stopera wynosi 0,01 [s]. Jednak ze względu na szybkość reakcji ludzkiego organizmu wynosząca 0,1 [s] to właśnie tę liczbę przyjmiemy jako żądaną niepewność.
- Linijka (marka nieznana) – Dokładność pomiarowa 0,01 [m]. Jest to niepewność związana z najmniejszą możliwą do odczytu podziałką na linijce.
- Statyw z kulką zawieszoną na nitce – Odchyleniem od teorii fizycznej jest nie punktowy rozkład masy, oraz nić która posiada masę i nie jest idealnie nierozciągliwa. Możliwym źródłem niepewności jest również trudność w dokładnym odczytaniu odległości miedzy punktem zawieszenia nici i środkiem metalowej kulki. Na błąd pomiaru wpłynąć mogło również wychylenie ciała o zbyt duży kąt od położenia równowagi.

3. Analiza danych

Przeprowadzenie doświadczenia polegało na odchyleniu kulki o mały kąt dla którego sin(x) ≈ x. Następnie by ograniczyć wpływ reakcji eksperymentatora zmierzyliśmy czas potrzebny na wykonanie przez wahadło 10 okresów więc otrzymany wynik należy podzielić przez 10. Pomiar okresu przeprowadziliśmy dla trzech różnych długości wahadła i dla każdej wykonaliśmy 10 pomiarów. Wyniki pomiarów zebrane zostały w poniższych tabelach.

Tab. 1. Tabela wyników pomiaru okresu dla trzech różnych długości.

	L_1=0,505[m]		L_2=0,395 [m]		L_3=0,310 [m]	
N	10 T_1 [s]	T_1 [s]	10 T_2 [s]	T_2 [s]	10 T_3 [s]	T_3 [s]
1	13,65	1,365	12,48	1,248	11,22	1,122
2	14,12	1,412	12,52	1,252	11,13	1,113
3	14,37	1,437	12,58	1,258	11,16	1,116
4	14,06	1,406	12,52	1,252	11,14	1,114
5	14,18	1,418	12,39	1,239	11,19	1,119
6	14,28	1,428	12,45	1,245	11,04	1,104
7	14,28	1,428	12,48	1,248	11,22	1,122
8	14,25	1,425	12,55	1,255	11,29	1,129
9	14,26	1,426	12,33	1,233	11,19	1,119
10	14,09	1,409	12,33	1,233	11,21	1,121

Okres który użyjemy do obliczeń będzie średnią wartością dla 10 pomiarów. Tak więc:

$\langle T_1 \rangle$=1,4154 [s]

$\langle T_2 \rangle$=1,2463 [s]

$\langle T_3 \rangle$=1,1179 [s]

Metoda I

Podstawiając wartość średnią <T_3> za okres *T* do wzoru (6) otrzymujemy przyspieszenie ziemskie

g = 9,7930 $\left[\frac{m}{s^2}\right]$.

Niepewność związaną z wyliczanym przyspieszeniem grawitacyjnym obliczymy za pomącą wzoru na prawo przenoszenia niepewności

$$u(g) = \sqrt{\left(\frac{dg}{dT} * u(T)\right)^2 + \left(\frac{dg}{dl} * u(l)\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{-8\pi^2 l}{T^3} * u(T)\right)^2 + \left(\frac{4\pi^2}{T^2} * u(l)\right)^2}.$$

Po podstawieniu danych liczbowych otrzymujemy wartość niepewności *u(g) =* 1,7803 $\left[\frac{m}{s^2}\right]$.

Metoda II

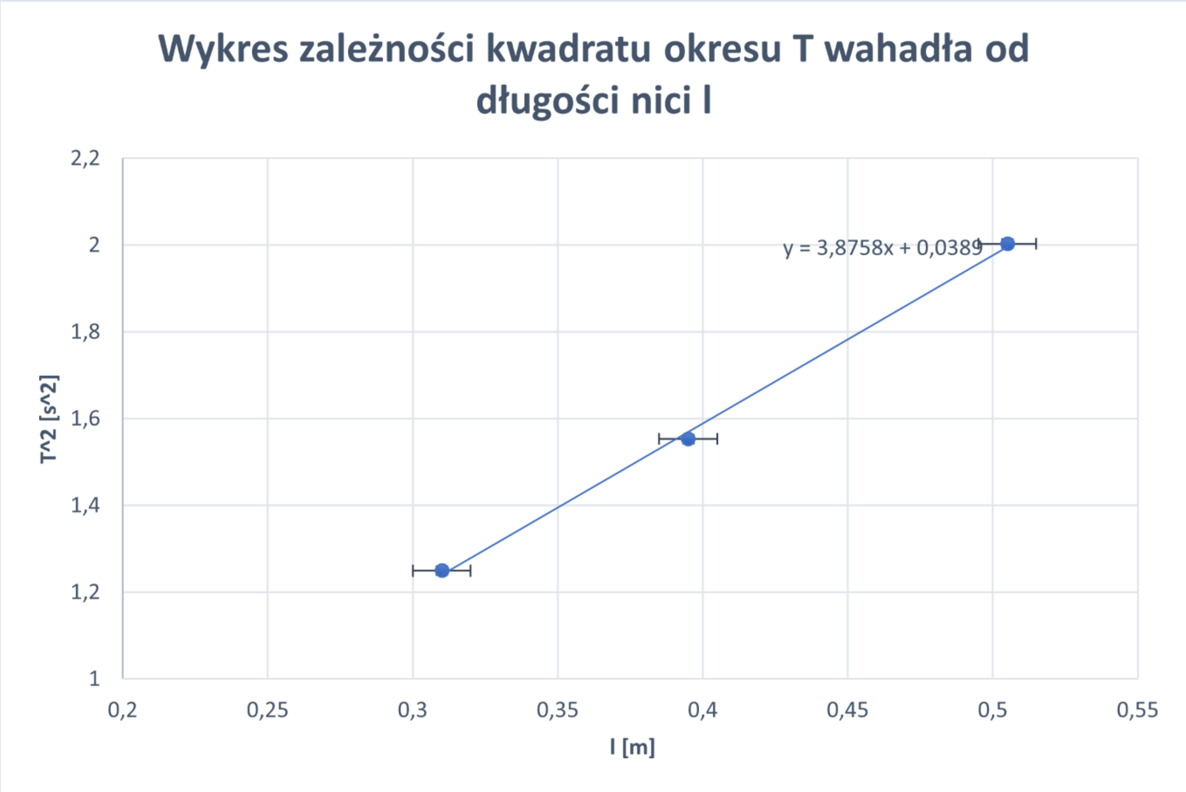
W wyniku zastosowania drugiej metody obliczania przyspieszenia ziemskiego za pomocą prostej regresji i obliczenia jej współczynników otrzymaliśmy wzór

$$y = 3{,}8758x + 0{,}0389. \tag{7}$$

Współczynnik kierunkowy *A* jest powiązany z przyspieszeniem grawitacyjnym wzorem

$$g = \frac{4\pi^2}{A}. \tag{8}$$

Podstawiając wartości liczbowe otrzymaliśmy wartość *g* równą 10,1862 $\left[\frac{m}{s^2}\right]$ i niepewność z nim związaną równą wartości współczynnika *B* prostej u(g)=0,0389 $\left[\frac{m}{s^2}\right]$.



Rys. 1. Wykres zawierający trzy punkty pomiarowe odpowiadające trzem różnym długościom wahadła. Na wykresie widoczna jest prosta regresji daną wzorem (7).

4. Podsumowanie

W wyniku zastosowania dwóch metod wyznaczenia przyspieszenia grawitacyjnego dla pierwszej z metod po uwzględnieniu niepewności pomiarowej otrzymaliśmy wartość g = 9,7930 ± 1,7803 $\left[\frac{m}{s^2}\right]$, która jest zgodna z wartością tablicową dla Krakowa (9,8105 $\left[\frac{m}{s^2}\right]$). Niestety druga z metod nie była tak efektywna jak pierwsza i odbiega od wartości tablicowej.

5. Literatura

[1] http://www.fis.agh.edu.pl/~pracownia_fizyczna/pomoce/Uwagi%20do%20sprawozdan.pdf – 11.10.2021