 AGH	Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie Wydział FIIS Fizyka techniczna	Zespół: 1. Kulig Mateusz 2. Ryś Przemysław 3. Jusiega Paweł
Laboratorium Fizyki Ciała Stałego		
Rok akademicki: 2022/2023	Semestr V	Grupa: I
Temat ćwiczenia: Opór elektryczny		
Data wykonania ćwiczenia 05.01.2022	Data oddania sprawozdania 23.01.2022	Ocena

1 Wstęp teoretyczny

1.1 Opór elektryczny

Opór elektryczny $R[\Omega]$ jest wielkością charakteryzującą relacje pomiędzy napięciem U , a prądem I w danym obwodzie elektrycznym w danej temperaturze. O materiałach, dla których opór elektryczny nie zależy od natężenia prądu, mówimy że spełniają prawo Ohma

$$R = \frac{U}{I},$$

czyli natężenie prądu jest proporcjonalne do przyłożonego napięcia.

1.2 Opór właściwy

Opór właściwy oznaczamy za pomocą litery ρ . Ma on jednostkę $[\Omega \cdot \text{m}]$. Opór właściwy łączy ze sobą gęstość prądu elektrycznego \vec{j} i natężenie pola elektrycznego \vec{E} zgodnie z mikroskopowym prawem Ohma

$$\vec{E} = \rho \vec{j}.$$

Zganie z modelem Drudego elektronów przewodnictwa, opór właściwy przedstawić możemy jako

$$\rho = \frac{m_e}{ne^2\tau}$$

, gdzie stałe to kolejno masa, gęstość i ładunek elektronu, a τ oznacza średni czas po jakim elektron zostaje rozproszony. Z faktu, że czas ten zależy od temperatury możemy wyciągnąć wniosek iż ρ w zadanej temperaturze ma sens stałej materiałowej.

1.3 Temperaturowa zależność oporu elektrycznego dla metali

Oporność możemy rozumieć przez rozpraszanie się elektronów, a w idealnej sieci krystalicznej nie powinniśmy obserwować rozproszeń. Pojawiają się one podczas odchylenia sieci od regularności. Odchyleniem takim są drgania termiczne i to one powodują zależność oporu od temperatury. Dla metali w wysokich temperaturach zależność ta jest w przybliżeniu liniowa. Jednak dla niskich temperatur większe znaczenie zaczynają odgrywać odchylenia spowodowane na przykład rozpraszaniem elektronów na innych elektronach czy domieszkach innych atomów metalu i w związku z tym opór zachowuje się w przybliżeniu jak T^5 .

1.4 Oporność resztkowa

Gdy temperatura dąży do zera opór metalu nie dąży do zera, a do pewnej wartości ρ_0 , którą nazywamy opornością resztkową. Jej wartość zależy tylko od czystości chemicznej i doskonałości struktury krystalicznej danej próbki.

1.5 Struktura pasmowa półprzewodnika – pasmo walencyjne i przewodnictwa

Dla elektronów w potencjale periodycznym, czyli zbliżonym do występującego w prawdziwych kryształach, można zapisać równanie Schrödingera w następującej postaci:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r}) \right] \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r}). \quad (1)$$

Po trywialnych przekształceniach można przekonać się że jego rozwiązaniem są, w bazie funkcji własnych cząstki swobodnej

$$\psi(\vec{r}) = \sum_{\vec{k}} C_{\vec{k}} e^{i\vec{k}\vec{r}} \quad (2)$$

tak zwane równania wielkie tworzące dla danego wektora falowego \vec{k} nieskończony układ równań

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} C_{\vec{k}} + \sum_{\vec{G}} V_{\vec{G}} C_{\vec{k}-\vec{G}} - E C_{\vec{k}} = 0. \quad (3)$$

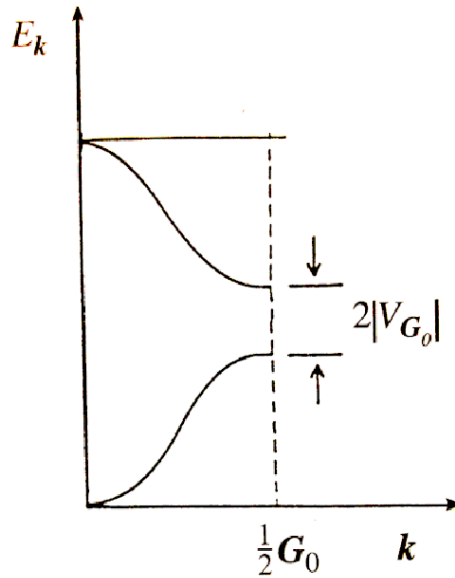
\vec{G} jest tu wektorem sieci odwrotnej. Twierdzenie Blocha mówi, że funkcja falowa w potencjale periodycznym jest falą płaską o amplitudzie modulowanej funkcją okresową o okresie sieci krystalicznej

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r}} u_{\vec{k}}(\vec{r}), \quad (4)$$

co pozwala ograniczyć \vec{G} z równania (3) do pierwszej strefy Brillouina kryształu; komórki Wignera-Saintza, a zatem k do przedziału $(-G_0/2, G_0/2)$. Po dokonaniu przybliżenia polegającego na wykorzystaniu jedynie jednego wektora sieci odwrotnej \vec{G}_0 i dokonaniu kolejnych trywialnych rachunków można otrzymać energię E_k na krańcu strefy Brillouina

$$E_{\vec{k}} = E_{\vec{G}_0/2}^{(0)} \pm V_{\vec{G}_0}. \quad (5)$$

Rozpatrzenie większej ilości, mniejszych k unaocznia powstanie poziomów energetycznych.



Rysunek 1: Dwa poziomy energetyczne i występująca pomiędzy nimi przerwa w daleko uproszczonym przypadku 1D.

1.6 Poziomy domieszkowe

Dodawanie domieszki do półprzewodnika powoduje powstanie poziomów domieszkowych tuż poniżej dna pasma przewodnictwa jeśli domieszka jest akceptorowa lub tuż powyżej pasma walencyjnego w przypadku domieszki donorowej. Nie zmienia to szczególnie wartości przerwy energetycznej, ale zmienia poziom energii Fermiego, w szczególności upchać ogromnej liczby domieszki spowoduje że poziom domieszkowy będzie silnie zdegenerowany a półprzewodnik zacznie zachowywać się jak metal za sprawą odpowiednio niskiego poziomu energii Fermiego dla przewodnictwa elektronowego lub odpowiednio wysokiego tegoż poziomu jeśli przewodnictwo miałoby być dziurowe.

1.7 Przerwa energetyczna

Z istnienia struktury pasmowej wynika możliwość zaistnienia przerwy energetycznej, dla odpowiednio gęstego upakowania atomów w materiale. Jest ona zauważalna jednak tylko wtedy jeśli poziom energii Fermiego znajduje się w paśmie wzbronionym – wtedy należy dostarczyć więcej energii, o wartość energii aktywacji E_a , równej wartości przerwy energetycznej dla półprzewodnika samoistnego do ładunku aby go uwolnić. W przypadku półprzewodnika domieszkowanego donorowo (typu n) elektrony domieszki obsadzą poziom energetyczny tuż poniżej pasma przewodnictwa co spowoduje że energia aktywacji, będąca różnicą energii tych dwóch poziomów, drastycznie spadnie. Tak samo będzie w przypadku półprzewodnika domieszkowanego akceptorowo, z tą różnicą że nośnikami o niskiej energii aktywacji będą dziury.

Wartość przerwy energetycznej jest różnicą energii dna pasma przewodnictwa i góry pasma walencyjnego. Są one jednak związane z konkretnymi kierunkami krystalograficznymi i nie muszą być, nawet w tym samym kryształ, związane z tym samym kierunkiem. Jeśli tak właśnie jest, to mówimy że przerwa jest skośna, jak ma to miejsce na przykład dla krzemu. Jeśli kierunki krystalograficzne się pokrywają to mówimy o przerwie prostej, tak jak ma to miejsce w arsenku galu. Prosta przerwa energetyczna ma szczególne znaczenie w optoelektronice; umożliwia rekombinację promienistą w materiale i emisję światła; skośność przerwy dla krzemu powoduje że komputery zasadniczo nie świecą. Decydują o tym pewne reguły wyboru.

1.8 Temperaturowa zależność oporu elektrycznego dla półprzewodników

Wzrost liczby nośników ładunku w paśmie przewodnictwa, czyli ładunków wolnych opisany jest rozkładem Boltzmanna:

$$N(E) = \exp(-E_a/k_B T). \quad (6)$$

Z tego niemal natychmiast wynika zależność rezystywności od temperatury $\rho(T)$:

$$\rho(T) = \rho_0 \exp\left(\frac{E_a}{k_B T}\right) \quad (7)$$

gdzie ρ_0 jest pewną stałą.

2 Ćwiczenie

Ćwiczenie rozpoczęliśmy od uruchomienia wszystkich multimetrów oraz pompy próżniowej odpompowującej kriostat. Wypełniliśmy naczynie Dewara ciekłym azotem i zanurzyliśmy w nim kriostat. Pomiaru dokonaliśmy dla próbki platynowej oraz dwóch próbek półprzewodnikowych - InSb oraz termistora. W momencie gdy wskazanie oporu próbki platynowej wyniosło 38[Ω] uruchomiliśmy grzałkę i rozpoczęliśmy zbieranie pomiarów, co 2[Ω], a od 50[Ω] ze skokiem co 4[Ω], aż do 130[Ω]. Multimetr mierzący opór termistora dla niskich temperatur przekraczał zakres, zatem te pomiary rozpoczęliśmy w nieco większych temperaturach. Zebrane pomiary przedstawiliśmy w tabeli 1. Za pomocą wiadomej zależności oporu próbki platynowej od temperatury

$$R_{Pt}(T) = 0,385 \cdot T - 5,15$$

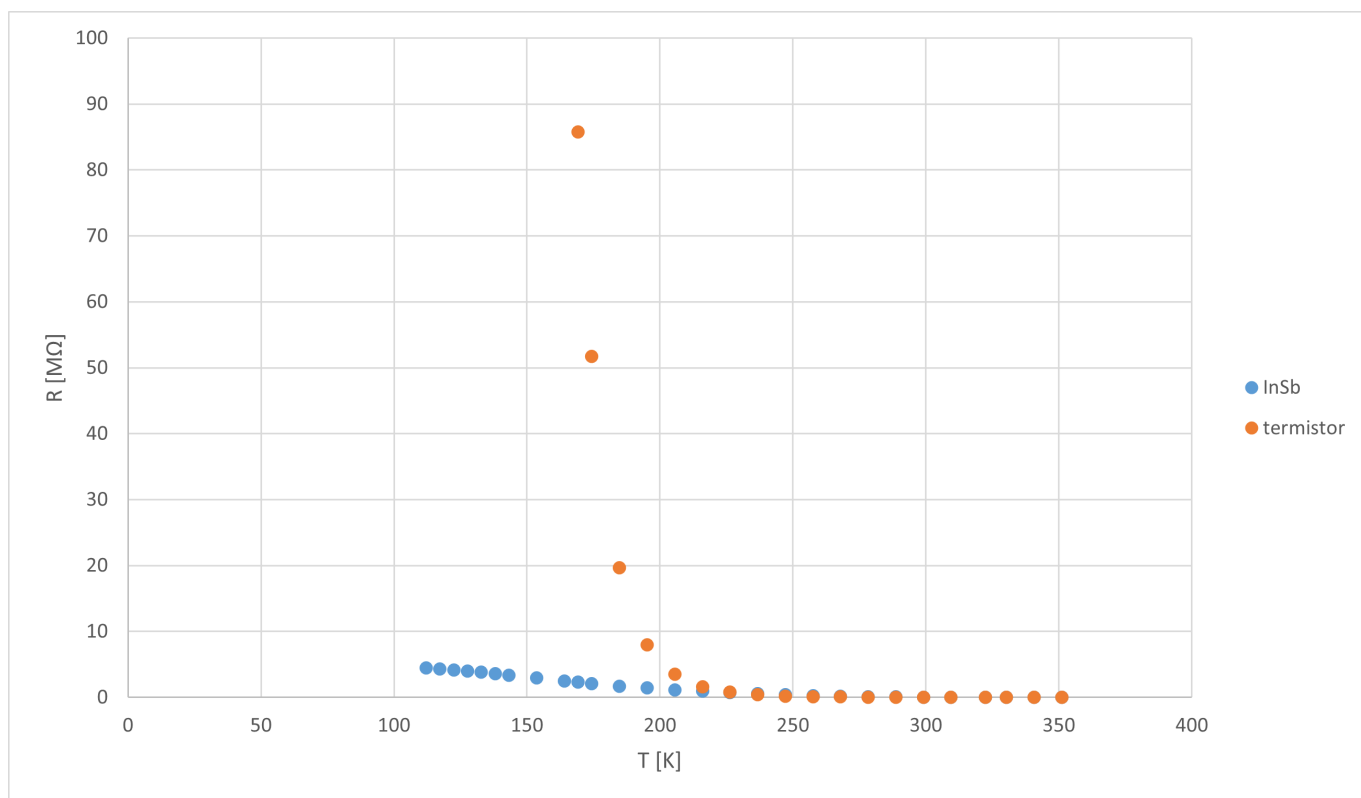
możemy obliczyć temperaturę, którą miały próbki w danej chwili. Możemy również obliczyć przewodność danej próbki zdefiniowaną jako

$$\sigma = \frac{1}{R}.$$

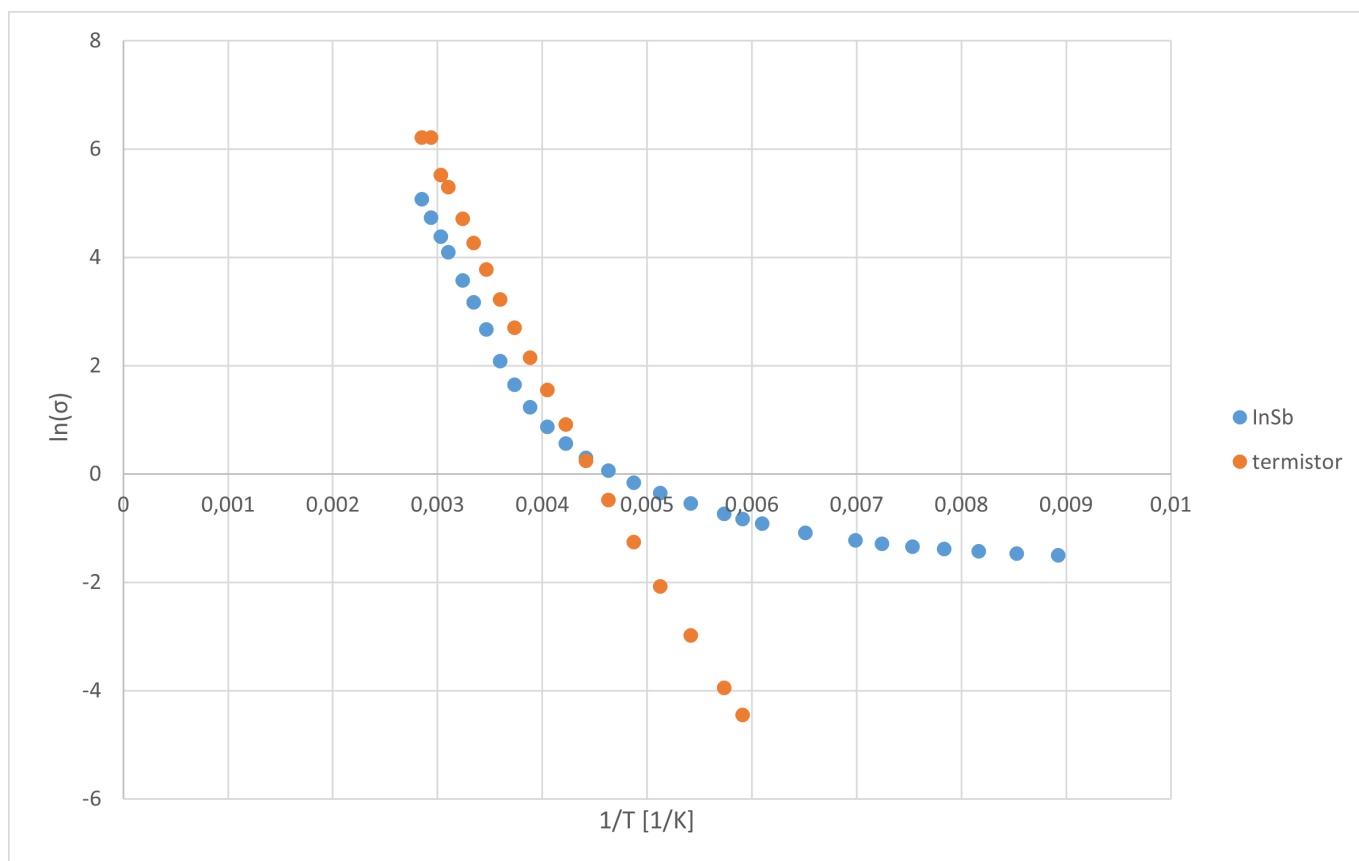
Obliczoną temperaturę, jej odwrotność, przewodności oraz logarytmy naturalne z przewodności również umieściliśmy w tabeli 1. Następnie na rysunkach 2 oraz 3 przedstawiliśmy kolejno zależność wartości oporu od temperatury oraz zależność wartości logarytmu naturalnego z przewodności od odwrotności temperatury dla próbek półprzewodnikowych. Na rysunku 3 szczególnie dobrze widać że próbka antymonku indu jest półprzewodnikiem domieszkowanym a badany termistor półprzewodnikiem samoistnym — w przypadku InSb ujawnia się wyraźnie przegięty charakter przewodności spowodowany przyczynkami do niej pochodzącymi od dwóch różnych energii aktywacji; jednej z nich dużo mniejszej, dominującej w niskich temperaturach i pochodzącej od poziomu domieszkowego oraz drugiej wynikającej ze standardowej przerwy energetycznej antymonku indu.

Tabela 1: Zmierzone oraz obliczone wartości dla platyny, InSb oraz termistora.

R_{Pt} [Ω]	R_{term} [$M\Omega$]	R_{InSb} [$M\Omega$]	T [K]	$1/T$ [$1/K$]	σ_{InSb}	$\ln(\sigma_{InSb})$	σ_{term}	$\ln(\sigma_{term})$
38		4.49149	112.08	0.0089	0.2226	-1.5022		
40		4.34391	117.27	0.0085	0.2302	-1.4688		
42		4.17566	122.47	0.0082	0.2395	-1.4293		
44		4.00276	127.66	0.0078	0.2498	-1.3870		
46		3.80851	132.86	0.0075	0.2626	-1.3372		
48		3.60787	138.05	0.0072	0.2772	-1.2831		
50		3.39844	143.25	0.0070	0.2943	-1.2233		
54		2.95898	153.64	0.0065	0.3380	-1.0848		
58		2.50114	164.03	0.0061	0.3998	-0.9167		
60	85.774	2.29747	169.22	0.0059	0.4353	-0.8318	0.0117	-4.4517
62	51.732	2.08884	174.42	0.0057	0.4787	-0.7366	0.0193	-3.9461
66	19.640	1.72093	184.81	0.0054	0.5811	-0.5429	0.0509	-2.9776
70	8.005	1.42604	195.19	0.0051	0.7012	-0.3549	0.1249	-2.0801
74	3.500	1.16824	205.58	0.0049	0.8560	-0.1555	0.2857	-1.2528
78	1.614	0.94210	215.97	0.0046	1.0615	0.0596	0.6196	-0.4787
82	0.787	0.74415	226.36	0.0044	1.3438	0.2955	1.2706	0.2395
86	0.400	0.56751	236.75	0.0042	1.7621	0.5665	2.5000	0.9163
90	0.211	0.41645	247.14	0.0040	2.4012	0.8760	4.7393	1.5559
94	0.117	0.29037	257.53	0.0039	3.4439	1.2366	8.5470	2.1456
98	0.067	0.19274	267.92	0.0037	5.1883	1.6464	14.9254	2.7031
102	0.040	0.12456	278.31	0.0036	8.0283	2.0830	25.0000	3.2189
106	0.023	0.06960	288.70	0.0035	14.3678	2.6650	43.4783	3.7723
110	0.014	0.04180	299.09	0.0033	23.9234	3.1749	71.4286	4.2687
114	0.009	0.02790	309.48	0.0032	35.8423	3.5791	111.1111	4.7105
119	0.005	0.01668	322.47	0.0031	59.9520	4.0935	200.0000	5.2983
122	0.004	0.01253	330.26	0.0030	79.8085	4.3796	250.0000	5.5215
126	0.002	0.00875	340.65	0.0029	114.2857	4.7387	500.0000	6.2146
130	0.002	0.00627	351.04	0.0028	159.4896	5.0720	500.0000	6.2146

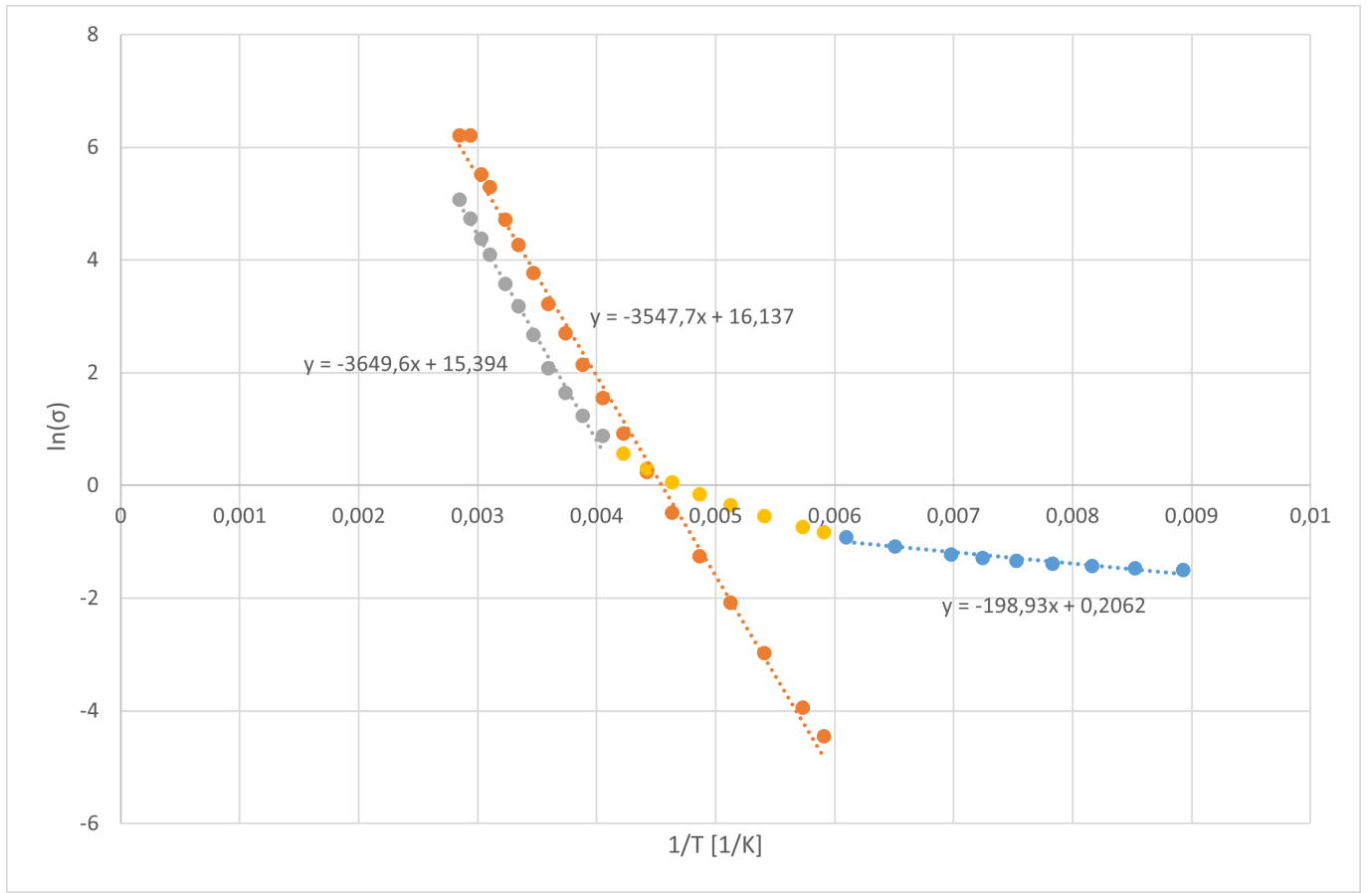


Rysunek 2: Zależność wartości oporu od temperatury dla InSb oraz termistora.



Rysunek 3: Zależność wartości logarytmu naturalnego z przewodności od odwrotności temperatury dla InSb oraz termistora.

Dopasowując proste regresji do odpowiednich zakresów liniowych wykresu 3 przy pomocy funkcji "REGLINP()" w programie Microsoft Excel otrzymujemy parametry prostych. Przy pomocy współczynnika nachylenia możemy obliczyć szerokości przerwy energetycznej dla termistora $\Delta E_{termistor}$ oraz szerokość pasma wzbronionego ΔE_G i przerwy domieszkowej ΔE_D dla InSb.



Rysunek 4: Zależność wartości logarytmu naturalnego z przewodności od odwrotności temperatury dla InSb oraz termistora z dopasowanymi prostymi regresji.

$$A_{1,InSb} = -3650 \pm 196 \rightarrow \Delta E_G = (0,314 \pm 0,017) \text{ [eV]}$$

$$A_{2,InSb} = -199 \pm 42 \rightarrow \Delta E_D = (0,0171 \pm 0,0036) \text{ [eV]}$$

$$A_{term} = -3548 \pm 110 \rightarrow \Delta E_{termistor} = (0,3056 \pm 0,0095) \text{ [eV]}$$

Obliczona wartość przerwy energetycznej dla InSb jest prawie dwa razy większa niż wartość tablicowa [1] równa $\Delta E_G = 0,17 \text{ [eV]}$. Natomiast przerwa domieszkowa zgodnie z oczekiwaniami jest znacznie mniejsza niż przerwa energetyczna.

2.1 Literatura

[1] https://en.wikipedia.org/wiki/Indium_antimonide