

Wydział WFiIS	Imię i nazwisko 1.Mateusz Kulig 2.Przemysław Ryś		Rok 2021	Grupa 1	Zespół 3
<b>PRACOWNIA FIZYCZNA WFiIS AGH</b>	Temat: Współczynnik lepkości				Nr ćwiczenia 13
Data wykonania 14.10.2021	Data oddania	Zwrot do popr.	Data oddania	Data zaliczenia	OCENA

**W sprawozdaniu opisaliśmy pomiary wartości współczynnika lepkości gliceryny w temperaturze pokojowej za pomocą metody Stokesa. Pomiaru dokonano dla dziewięciu różnych kulek, których masy i średnice uprzednio zmierzono. Otrzymana wartość jest w zgodzie z wartością tablicową w granicach niepewności pomiaru.**

## 1. Wstęp teoretyczny

Każde ciało poruszające się w dowolnym ośrodku doznaje mniejszych bądź większych oporów, za które odpowiedzialna jest lepkość otaczającej je cieczy. Występująca siła oporu jest zadana wzorem Stokesa

$$F_{op} = K v. \quad (1)$$

Dla przypadku kulistego kształtu ciała współczynnik  $K = 6\pi\eta r$ .

$r$  - promień kulki.

$\eta$  - współczynnik lepkości badanej cieczy.

Wzór jest słuszny jedynie dla idealnych warunków tj. ciało poruszające się w ośrodku jest idealną kulą, ruch odbywa się z prędkością jednostajną (stąd siła jest wprost proporcjonalna do prędkości ciała), dzięki czemu odbywa się on w sposób laminarny (bez zawirowań, cząstki cieczy poruszają się po strugach o jednakowej prędkości) oraz ośrodek nie jest ograniczony.

W przypadku laboratoryjnego mierzenia współczynnika lepkości występują oczywiste odstępstwa od teorii, jednak z dobrym przybliżeniem jesteśmy w stanie je mierzyć przy pomocy podanego wzoru w lekko zmodyfikowanej postaci

$$F_{op} = 6\pi\eta r v \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right). \quad (2)$$

$R$  – promień naczynia w którym porusza się kulka.

Przy założeniu iż ciało porusza się wzdłuż osi danego walca.

Następnie w oparciu o drugą zasadę dynamiki jesteśmy w stanie zapisać równanie i je przekształcić do postaci:

$$F_{wyp} = F_c - F_{op} - F_A \quad (3)$$

$$m \frac{dv}{dt} = mg - \rho g V - 6\pi\eta r \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right) v$$

Jest to równanie różniczkowe liniowe niejednorodne ze względu na argument  $v$ , po jego rozwiązaniu otrzymujemy następującą równość

$$v(t) = v_{gr} + (v_0 - v_{gr})e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)}. \quad (4)$$

Gdzie  $\tau$  oznacza stałą czasową, która jest równa  $\frac{m}{K}$ .

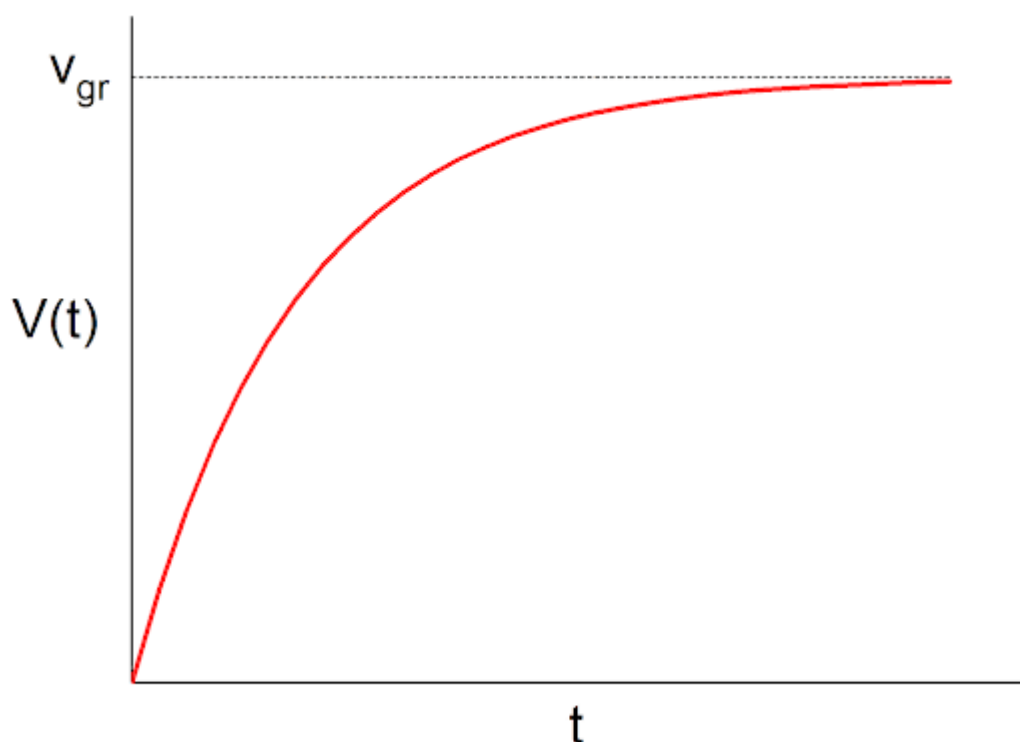
Natomiast  $v_{gr}$  oznacza prędkość graniczną, liczymy ją przyjmując  $a = 0 \left[\frac{m}{s^2}\right]$  w równaniu (3), jest ona równa

$$v_{gr} = \frac{g(m - \rho V)}{6\pi\eta r \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right)}. \quad (5)$$

Przekształcając ten wzór w konsekwencji otrzymamy wyrażenie za którego pomocą obliczymy szukany współczynnik

$$\eta = \frac{g(m - \rho V)}{6\pi r v_{gr} \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right)}. \quad (6)$$

Aby jednak móc go zastosować prędkość obiektu musi być jednostajna, w przybliżeniu tak będzie po przebyciu przez ciało drogi około  $3\tau \cdot v_{gr}$ . [1]



**Rys. 1.** Wykres zależności prędkości ciała, na które działa siła ciężenia w płynie. Na początku ciało porusza się ruchem niejednostajnie zmiennym, a po czasie około  $3\tau$  ruchem jednostajnym. Pomiarów dokonano po upływie tego czasu. [2]

Przyjmując, iż doświadczalnie łatwiej jest zmierzyć średnicę niż promień, oraz formułę na objętość kulistego ciała  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ , otrzymujemy

$$\eta = \frac{gt \left( m - \frac{\pi \rho d^3}{6} \right)}{3\pi l d \left( 1 + 2,4 \frac{d}{D} \right)} \quad (7)$$

d – średnica kulki.

D – średnica naczynia w którym porusza się kulka.

Zatem by móc wyznaczyć współczynnik lepkości metodą Stokesa musimy wyznaczyć wszystkie obecne po prawej stronie wzoru wielkości.

## 2. Aparatura

W celu wykonania doświadczenia użyliśmy następujących przedmiotów:

- Waga laboratoryjna marki RADWAG – Dokładność pomiarowa tej wagi wynosi 0,000001 [kg]. Zakres pomiarowy wagi wynosi od 20 miligramów do 360 gramów. Aby zapobiec wpływowi czynników zewnętrznych nakryliśmy wagę kloszem i czekaliśmy, aż wskazanie wagi się ustabilizuje.
- Stoper - Dokładność pomiarowa tego stopera wynosi 0,01 [s]. Jednak ze względu na szybkość reakcji ludzkiego organizmu wynoszącą 0,1 [s], to właśnie tę liczbę przyjęliśmy jako niepewność pomiaru czasu.
- Śruba mikrometryczna – Zakres użytej śruby wynosi od zera do 25 milimetrów, a jej dokładność 0,01 [mm].
- Termometr – Termometrem zmierzono temperaturę panującą w laboratorium po przeprowadzeniu wszystkich pomiarów. Dokładność użytego termometru wynosi 1 [°C].
- Taśma miernicza – Taśma służyła nam do pomiaru długości drogi przebytej przez kulkę wewnątrz cylindra z gliceryną. Jej dokładność wynosi 0,01[m], czyli tyle ile najmniejsza podziałka.
- Zestaw 9-ciu kulek – Kulki te miały różną masę i średnicę. Pomiarów tych wielkości dokonano za pomocą wagi i śruby mikrometrycznej.
- Walcowe naczynie – Naczynie widoczne na rys. 2 wypełnione było gliceryną. Podana była jego średnica (39 [mm]) i wielkość tą przyjęto bez niepewności.



**Rys. 2.** Aparatura użyta do pomiaru współczynnika lepkości.

### 3. Metodyka doświadczenia

Przeprowadzenie doświadczenia polegało na wpuszczaniu do naczynia w kształcie walca wypełnionego gliceryną metalowych kulek możliwie blisko jego osi. Próby, dla których kulki płynęły bliżej ścianek lub przyczepiły się do nich pęcherzyki powietrza, były powtarzane. Następnie, by ruch kulki był w przybliżeniu jednostajny, mierzyliśmy czas przepływu kulek przez ciecz dopiero po przebyciu przez nie fragmentu drogi. Pomiar czasu przepływu obiektów przez płyn przeprowadziliśmy raz dla każdej z 9-ciu różnych kulek na długości 0,8 [m].

Współczynnik lepkości mierzyliśmy dla gliceryny. Jest to silnie hydrofilowy alkohol, to znaczy że bardzo łatwo pochłania parę wodną z powietrza. Mierzony współczynnik silnie zależy od stężenia gliceryny, więc aby obliczyć współczynnik lepkości musieliśmy wyznaczyć gęstość płynu użytego w doświadczeniu.

### 4. Analiza danych

Na podstawie zebranych danych obliczyliśmy współczynnik lepkości gliceryny na podstawie wzoru (7) dla każdej z 9-ciu kulek. Dane na temat każdej z kulek zostały zebrane w tabeli Tab. 1..

W celu wyznaczenia stężenia płynu obecnego w tubie przeprowadziliśmy szereg 15-stu pomiarów jego masy i objętości. Średnia tych pomiarów wyniosła

$$\rho = 1241,8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Odpowiada to wartości gęstości dla gliceryny o stężeniu procentowym równym 92%.

**Tab. 1.** Tabela wyników pomiaru średnicy, masy, czasu i współczynnika lepkości dla 9-ciu różnych kulek.

N	Średnica [m]	Masa [kg]	Czas spadku [s]	Współczynnik lepkości [Pa·s]
1	0,00393	0,000255	5,97	0,3432006
2	0,00297	0,000110	9,53	0,3283064
3	0,00313	0,000131	8,65	0,3350052
4	0,00396	0,000258	5,82	0,3347660
5	0,00394	0,000254	5,99	0,3412346
6	0,00314	0,000130	8,43	0,3217901
7	0,00347	0,000175	7,15	0,3267495
8	0,00348	0,000174	7,28	0,3287978
9	0,00397	0,000111	9,15	0,1697201

Ostatni z wyników stanowi w naszych rozważaniach błąd gruby, nie będzie on zatem brany pod uwagę w dalszych obliczeniach.

Średni czas spadku kulki wynosi

Średnia wartość współczynnika lepkości dla gliceryny wynosi  $\bar{\eta} = 0,3324813$  [Pa · s].

Niepewność współczynnika lepkości można obliczyć za pomocą prawa przenoszenia niepewności. Korzystając z wbudowanej w programie Excel funkcji „ODCH.STANDARD.PRÓBKII()” i dzieląc przez pierwiastek z liczby pomiarów otrzymujemy niepewność  $u_A(\eta)$  oraz  $u_A(\rho)$ , następnie korzystając z prawa przenoszenia niepewności otrzymujemy następujący wzór,

$$U(\eta) = \sqrt{(u_A(\eta))^2 + \left( \frac{-gtd^2}{18l \left(1 + 2,4 \frac{d}{D}\right)} \cdot u_A(\rho) \right)^2},$$

gdzie:

$t$  oznacza średni czas spadku kulki, który wynosi  $t = 7,552$  [s],

$d$  średnia średnica kulki, która wynosi  $d = 3,554 \cdot 10^{-3}$  [m],

$D$  średnica przekroju naczynia, wynosi ona  $D = 0,039$  [m],

$l$  droga jaką pokonuje ciało w czasie  $t$ , wynosi ona  $l = 0,8$  [m].

Podstawiając dane do powyższego wzoru otrzymujemy niepewność równą

$$u(\eta) = 0,0028 \text{ [Pa} \cdot \text{s]}.$$

Następnie stosujemy niepewność rozszerzoną o współczynniku rozszerzenia  $k = 2$ .

W wyniku tego otrzymana niepewność rozszerzona wynosi  $U(\eta) = 0,0056 \text{ [Pa} \cdot \text{s]}.$

Ostatecznie wyznaczony przez nas współczynnik lepkości wynosi

$$\bar{\eta} = (0,3324 \pm 0,0056) \text{ [Pa} \cdot \text{s]}.$$

## 5. Podsumowanie

W wyniku zastosowania metody Stokesa do wyznaczenia współczynnika lepkości otrzymaliśmy wartość  $\bar{\eta} = 0,3324 \text{ [Pa} \cdot \text{s]}$ , rozszerzona niepewność wyniku wynosi  $U(\eta) = 0,0056 \text{ [Pa} \cdot \text{s]}$ . Otrzymana wartość lepkości gliceryny jest zgodna z wartością tablicową równą  $\eta_t = 0,3324 \text{ [Pa} \cdot \text{s]}$  [3], dla gliceryny o stężeniu 92% w granicach niepewności rozszerzonej. Największy wpływ na niepewność miał czas reakcji ludzkiego organizmu podczas mierzenia czasu spadku kulki, jego niepewność zawarta została w formule na  $u_A(\eta)$ . Średnica i masa wyznaczone zostały bardzo dokładnie. Kolejną nieścisłością związaną z wyznaczeniem współczynnika lepkości było nie stuprocentowe stężenie gliceryny. Jest to alkohol więc gliceryna pochłania wodę z powietrza i dokładną wartość jej stężenia wyznaczono pośrednio.

## 6. Literatura

- [1] [http://www.fis.agh.edu.pl/~pracownia\\_fizyczna/cwiczenia/13\\_opis.pdf](http://www.fis.agh.edu.pl/~pracownia_fizyczna/cwiczenia/13_opis.pdf) - 01.11.1021
- [2] <http://home.agh.edu.pl/~kakol/efizyka/w12/extra12b.html> - 14.10.2021
- [3] <http://fizyka.umk.pl/~lab2/tables/viscosit.html> - 01.11.1021