

Wydział WFiIS	Imię i nazwisko 1.Mateusz Kulig 2.Przemysław Ryś	Rok 2021	Grupa 1	Zespół 3
PRACOWNIA FIZYCZNA WFiIS AGH	Temat: Mostek Wheatstone'a			Nr ćwiczenia 32
Data wykonania 01.11.2021	Data oddania	Zwrot do popr.	Data oddania	Data zaliczenia
				OCENA

W sprawozdaniu opisaliśmy pomiary wartości oporu trzech oporników oraz ich szeregowych i równoległych połączeń za pomocą mostka Wheatstone'a. Opory dla połączeń szeregowych i równoległych obliczyliśmy również za pomocą odpowiednich wzorów. Wynik dla łączenia szeregowego mieścił się w zadanym zakresie, dla równoległego zaś nie.

1. Wstęp teoretyczny

Prąd elektryczny z definicji jest uporządkowanym ruchem ładunków. Materiały dzielą się na przewodniki, półprzewodniki i izolatory. Podzielone zostały one ze względu na swoją zdolność przewodzenia owych ładunków, czy też niezdolność, inaczej oporność. Opór jest stałą proporcjonalności łączącą między sobą wielkości napięcia i natężenia poprzez wzór

$$U = I \cdot R. \quad (1)$$

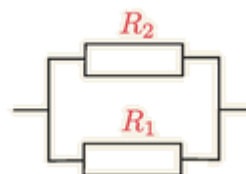
Jest on charakterystyczny dla danego materiału i zmienia się wraz z temperaturą. Oporniki można łączyć między sobą, w celu uzyskania układu o poszukiwanej oporności zastępczej. Można je łączyć na dwa sposoby, szeregowy i równoległy.

a)



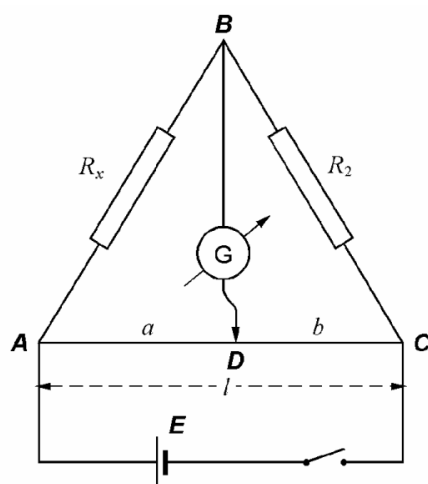
$$R = R_1 + R_2$$

b)



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Rys.1. Na rysunku (a) przedstawiono schemat dla połączenia szeregowego, a na (b) dla równoległego [1].



Rys. 2. Schemat mostka Wheatstone'a. Na rysunku R_x oraz R_2 to oporniki, G to galwanometr, a odcinek AC to listwa z drutem oporowym [2].

Mostek Wheatstone'a używany w ćwiczeniu przedstawiono na rys. 2.. Prąd płynący z ogniwa galwanicznego E rozgałęzia się w punkcie A . Jedną jego część płynie przez szeregowo połączone opory R_x i R_2 , druga przez przewód AC . Przez zmiany położenia punktu D zmienia się stosunek oporów R_3 do R_4 . Z praw Kirchhoffa wynika że na odcinku BGD prąd nie będzie płynął, jeżeli

$$\frac{R_x}{R_2} = \frac{R_{AD}}{R_{DC}}. \quad (2)$$

Ponieważ R_{AD} i R_{DC} są oporami odcinków tego samego jednorodnego drutu, o długościach równych, odpowiednio, a i b (rys. 2). Ich wartości wyrażają wzory

$$R_{AD} = \rho \frac{a}{S} \quad \text{oraz} \quad R_{DC} = \rho \frac{b}{S}$$

gdzie,

S - przekrój drutu,

ρ - oporność właściwą materiału.

Po podstawieniu tych wyrażen do równania (2) otrzymujemy

$$\frac{R_x}{R_2} = \frac{a}{b}. \quad (3)$$

Ponadto suma $a + b$ jest równa całkowitej długości drutu l , zatem $b = l - a$.

Ostatecznie otrzymujemy wzór

$$R_x = R_2 \frac{a}{l - a} \quad (4)$$

umożliwiający obliczenie nieznanej oporności R_x na podstawie znanej oporności R_2 oraz zmierzonych długości a i l . [1]

2. Aparatura

W celu wykonania doświadczenia użyliśmy następujących przedmiotów:

- Listwa z drutem oporowym - wyposażona była w podziałkę milimetrowa oraz suwak. Dokładność listwy wynosiła 0,001 [m],
- Galwanometr - dzięki niemu można było odczytać kiedy na odcinku BD prąd nie płynie,
- Zestaw oporników,
- Zasilacz,
- Opornica - posiadała możliwość regulowania oporu i dostosowania go do używanego opornika.

3. Metodyka

W eksperymencie sprawdziliśmy opór trzech pojedynczych oporników (R_1 , R_2 , R_3), oraz ich połączeń szeregowych (R_2+R_3) i równoległych (R_2+R_3). W celu przeprowadzenia doświadczenia połączyliśmy odpowiednie elementy aparatury w obwód za pomocą przewodów. Następnie zmienialiśmy położenie suwaka na listwie z drutem oporowym co skutkowało zmianą odczytu galwanometru. W chwili kiedy wskazanie wynosiło zero, odczytywaliśmy pozycję suwaka. Tę procedurę powtarzaliśmy dla każdego mierzonego opornika lub układu oporników 10 razy, za każdym razem zmieniając opór na opornicy tak, aby suwak znajdował się blisko środka listwy. W ten sposób uzyskaliśmy możliwie najdokładniejszy wynik.

4. Analiza danych

Wyniki pomiarów oporu zebrane zostały w poniższej tabeli.

Tab. 1. Tabela zmierzonych oporów w zależności od oporu wzorcowego.

R_1	Opór wzorcowy [Ω]	11,5	11	10,5	10	9,5	9	8,5	8	7,5	7
	l-a [cm]	55,0	54,5	53,6	51,6	50,5	49,3	48,0	46,4	45,0	43,4
	a [cm]	45,0	45,5	46,4	48,4	49,5	50,7	52,0	53,6	55,0	56,6
	R_1 [Ω]	9,4	9,2	9,1	9,4	9,3	9,3	9,2	9,2	9,2	9,1
R_2	Opór wzorcowy [Ω]	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15
	l-a [cm]	56,6	55,6	54,5	53,4	52,4	51,0	49,8	48,5	47,0	45,4
	a [cm]	43,4	44,4	45,5	46,6	47,6	49,0	50,2	51,5	53,0	54,6
	R_2 [Ω]	18,4	18,4	18,4	18,3	18,2	18,3	18,1	18,1	18,0	18,0
R_3	Opór wzorcowy [Ω]	52	49	46	43	40	37	34	31	28	25
	l-a [cm]	60,1	58,7	57,1	55,4	53,7	51,9	49,7	47,5	44,8	42,1
	a [cm]	39,9	41,3	42,9	44,6	46,3	48,1	50,3	52,5	55,2	57,9
	R_3 [Ω]	34,5	34,5	34,6	34,6	34,5	34,3	34,4	34,3	34,5	34,4
Połączenie szeregowe											
$R_2 + R_3$	Opór wzorcowy [Ω]	67	64	61	58	55	52	49	46	43	40
	l-a [cm]	55,7	54,5	53,3	52,1	50,9	49,4	47,8	45,9	45,1	43,3
	a [cm]	44,3	45,5	46,7	47,9	49,1	50,6	52,2	54,1	54,9	56,7
	R_4 [Ω]	53,3	53,4	53,4	53,3	53,1	53,3	53,5	54,2	52,3	52,4
Połączenie równoległe											
$R_2 \cdot R_3$	Opór wzorcowy [Ω]	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38
$R_2 + R_3$	l-a [cm]	65,4	44,0	45,7	47,2	47,8	50,6	51,8	53,1	54,3	55,5
	a [cm]	34,6	56,0	54,3	52,8	52,2	49,4	48,2	46,9	45,7	44,5
	R_5 [Ω]	10,6	28,0	28,5	29,1	30,6	29,3	29,8	30,0	30,3	30,5

Gdzie w powyższej tabeli wynik dla połączenia równoległego dla oporu wzorcowego równego 20Ω jest błędem grubym, który nie będzie dalej brany pod uwagę. Średnie oporów dla 5-ciu kolejnych serii pomiarów wynoszą:

$$\begin{aligned}\overline{R_1} &= 9,237 \Omega \\ \overline{R_2} &= 18,212 \Omega \\ \overline{R_3} &= 34,451 \Omega \\ \overline{R_4} &= 53,226 \Omega \\ \overline{R_5} &= 26,109 \Omega\end{aligned}$$

$$u(R_x) = \left| \frac{dR_x}{da} u(a) \right| = R_2 \frac{l}{(l-a)^2} u(a).$$

Niepewność pomiaru oporu liczymy na podstawie powyższego wzoru i dla poszczególnych serii wynoszą one:

$$\begin{aligned}\overline{u(R_1)} &= 0,037 \Omega \\ \overline{u(R_2)} &= 0,073 \Omega \\ \overline{u(R_3)} &= 0,140 \Omega \\ \overline{u(R_4)} &= 0,214 \Omega \\ \overline{u(R_5)} &= 0,112 \Omega\end{aligned}$$

Stosujemy niepewność rozszerzoną więc otrzymane niepewności należy pomnożyć przez czynnik równy dwa.

$$\begin{aligned}\overline{U(R_1)} &= 0,074 \Omega \\ \overline{U(R_2)} &= 0,146 \Omega \\ \overline{U(R_3)} &= 0,280 \Omega \\ \overline{U(R_4)} &= 0,428 \Omega \\ \overline{U(R_5)} &= 0,224 \Omega\end{aligned}$$

Na podstawie wzorów na łączenie szeregowo i równoległe jesteśmy w stanie wyznaczyć wartości oporów R'_4 i R'_5 . Zostały one zestawione w poniższej tabeli.

Tab. 2. Tabela wyników oporów R'_4 i R'_5 przewidzianych na podstawie odpowiednich wzorów.

R'_4	52,9	52,8	52,9	52,9	52,7	52,5	52,6	52,3	52,5	52,4
R'_5	12,0	12,0	12,0	12,0	11,9	11,9	11,9	11,8	11,8	11,8

Średnie oporów zastępczych dla wartości wyznaczonych za pomocą wzorów wynoszą odpowiednio:

$$\begin{aligned}\overline{R'_4} &= 52,667 \Omega \\ \overline{R'_5} &= 11,916 \Omega\end{aligned}$$

Stosując prawo przenoszenia niepewności w celu wyznaczenia niepewności wartości oporów liczonych na podstawie wzorów otrzymujemy

Dla połączenia szeregowego

$$u(R'_4) = \sqrt{u(R_A)^2 + u(R_B)^2} \quad (6)$$

Dla połączenia równoległego

$$u(R'_5) = \frac{\sqrt{(R_B \cdot u(R_A))^2 + (R_A \cdot u(R_B))^2}}{R_A + R_B} \quad (5)$$

Podstawiając wartości otrzymujemy

$$u(R'_4) = 0,158 \, \Omega$$

$$u(R'_5) = 0,068 \, \Omega$$

Tak więc niepewności rozszerzone wynoszą

$$U(R'_4) = 0,316 \, \Omega$$

$$U(R'_5) = 0,136 \, \Omega$$

Sprawdzając, czy otrzymane w wyniku eksperymentu wyniki pokrywają się z wynikami przewidzianymi na podstawie wzorów na łączenie oporników, otrzymujemy

$$|\overline{R_4} - \overline{R'_4}| = |0,5|, \quad \text{gdzie } U(R_4) + U(R'_4) = 0,744 \, \Omega$$

$$|\overline{R_5} - \overline{R'_5}| = |14,2|, \quad \text{gdzie } U(R_5) + U(R'_5) = 0,292 \, \Omega$$

W przypadku szeregowego łączenia oporników uzyskany wynik mieści się w granicach rozszerzonej niepewności, w przypadku połączenia równoległego wynik w odpowiadającym mu przedziale nie mieści się.

5. Podsumowanie

W wyniku zastosowania mostka Wheatstone'a do wyznaczenia oporu pojedynczych oporników otrzymaliśmy wartości $\overline{R_1} = 9,237 \pm 0,074 \, \Omega$, $\overline{R_2} = 18,216 \pm 0,146 \, \Omega$, $\overline{R_3} = 34,451 \pm 0,280 \, \Omega$. Dla połączenia szeregowego oporników R_2 i R_3 otrzymaliśmy $\overline{R_4} = 53,226 \pm 0,428 \, \Omega$ i wynik ten jest zgodny z wartością obliczoną bezpośrednio za pomocą oporów R_2 i R_3 równą $\overline{R'_4} = 52,667 \pm 0,316 \, \Omega$

Dla połączenia równoległego oporników R_2 i R_3 otrzymaliśmy $\overline{R_5} = 26,109 \pm 0,224 \, \Omega$ i wynik ten nie zgadza się z wartością obliczoną bezpośrednio za pomocą oporów R_2 i R_3 , która wynosi $\overline{R'_5} = 11,916 \pm 0,136 \, \Omega$.

6. Literatura

[1] <http://fizyka.pisz.pl/strona/214.html> - 01.11.2021

[2] http://www.fis.agh.edu.pl/~pracownia_fizyczna/cwiczenia/32_opis.pdf - 01.11.2021