

A-1. Linia długa (opóźniająca)

wersja 03'2022

1. Zakres ćwiczenia

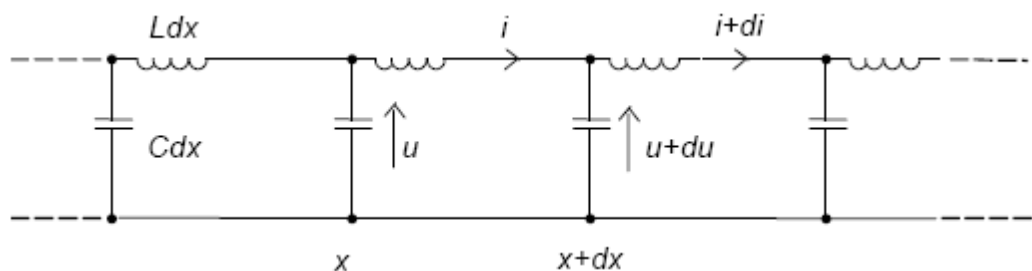
Temat obejmuje zbadanie modelu linii długiej oraz odcinka kabla koncentrycznego w aspekcie przesyłania sygnałów elektrycznych, a także zastosowanie sztucznej linii opóźniającej do formowania impulsów.

2. Wstęp teoretyczny

2.1. Model linii o parametrach rozłożonych

Rzeczywisty obwód bierny może być dobrze przybliżony układem elementów skupionych R, L, C , jeżeli zmiany napięć (prądów) są znacznie wolniejsze od propagacji sygnałów między dowolnymi punktami obwodu. Nie zachodzi to na ogół przy przesyłaniu sygnałów na bardzo duże odległości, a w przypadku sygnałów narastających (opadających) bardzo szybko warunek ten może nie być spełniony nawet w obrębie jednego urządzenia (np. typowy czas przełączania układów cyfrowych jest rzędu 10^{-8} s, gdy średnia prędkość propagacji w obwodach drukowanych jest około $1.5 \cdot 10^8$ m/s, a w typowym kablu koncentrycznym około $2.5 \cdot 10^8$ m/s). Dlatego rozpatrując transmisję informacji na duże odległości, a także analizując przesyłanie bardzo szybkich sygnałów, stosuje się specjalny model linii długiej, mianowicie model z parametrami rozłożonymi. Jest to nieskończony łańcuch ogniw składających się z elementów R, G, L, C , odpowiadających pierwotnym parametrom linii: rezystancji, upływności, indukcyjności i pojemności liczonych na jednostkę długości. Wielkości te symbolizują odpowiednio straty energetyczne w przewodniku i izolacji oraz magazynowanie energii magnetycznej i elektrycznej. Taki model tłumaczy zjawiska falowe, które zachodzą w linii rzeczywistej, w tym odbicia sygnału od jej końców (co nie występuje w obwodach o stałych skupionych), i pozwala na określenie tzw. wtórnych parametrów linii: impedancji falowej Z_f (inaczej: impedancji charakterystycznej), jednostkowego opóźnienia sygnału t_0 oraz jednostkowego tłumienia.

Zwykle wystarcza stosowanie uproszczonego modelu LC , w którym zaniedbuje się straty cieplne w przewodniku i dielektryku. W takiej bezstratnej linii (rys. 1), impedancję falową zastępuje rezystancja falowa R_f , nie ma uzależnienia częstotliwościowego (pasmo przenoszenia ma nieskończoną szerokość) i nie występuje tłumienie.



Rys. 1.

Dla takiego modelu zachodzi:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = -L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad \text{oraz} \quad \frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = -C \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}$$

co prowadzi do równań typu falowego, tzw. Równań Telegrafistów (lub po prostu równań telegraficznych):

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} \quad \text{oraz} \quad \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial t^2}$$

których rozwiązania są następującymi funkcjami czasu i położenia:

$$u(x,t) = u_1\left(t - \frac{x}{v}\right) + u_2\left(t + \frac{x}{v}\right)$$

$$i(x,t) = i_1\left(t - \frac{x}{v}\right) - i_2\left(t + \frac{x}{v}\right)$$

W równaniach tych wielkości

$$v = 1/\sqrt{LC} \quad \text{oraz} \quad t_0 = 1/v$$

są odpowiednio **prędkością propagacji fali** i **opóźnieniem sygnału** na jednostkę długości linii. Rozwiązania powyższe interpretuje się następująco: w każdym punkcie x linii w chwili t napięcie (lub prąd) jest superpozycją dwóch fal u_1 oraz u_2 (lub i_1 oraz i_2) przemieszczających się wzdłuż łańcucha LC w przeciwnych kierunkach. Jeśli przyjąć praktyczny przypadek linii o skończonej długości, to ma się do czynienia z superpozycją fali biegnącej od nadajnika do odbiornika i fali od odbiornika do nadajnika, albo, inaczej mówiąc, fali pierwotnej i fali wtórnej (odbitej). Znak minus w drugim równaniu uwzględnia to, że prądy i_1 oraz i_2 płyną w przeciwnych kierunkach. Stosunek napięcia do prądu w określonym punkcie długości i chwili czasu dla fali pierwotnej jest stały i nosi nazwę **rezystancji falowej**:

$$R_f = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

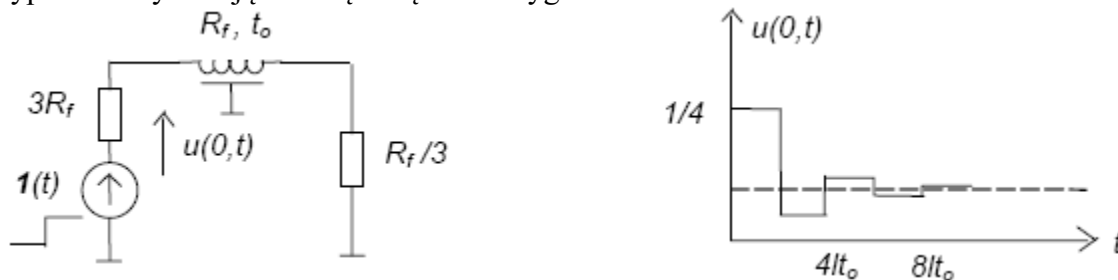
Dla fali odbitej stosunek napięcia i prądu jest równy $-R_f$. W przypadku idealnym, gdy nie występują straty, linia przesyłowa nie wnosi zniekształceń amplitudowych i fazowych, podczas gdy w liniach rzeczywistych zniekształcenia takie (zwane zniekształceniami liniowymi) występują i stosunek napięcia do prądu fali pierwotnej w danym punkcie i momencie jest impedancją $Z_f(j\omega)$, czyli wielkością zależną od częstotliwości.

2.2. Odbicia. Wybrane przypadki szczególne

Jeśli na wejściu linii o długości l nastąpi zmiana napięcia, to zmianę tę zaobserwuje się na końcu linii dopiero po czasie $l \cdot t_0$, kiedy dotrze tam fala pierwotna. W zależności od obciążenia podłączonego do linii energia fali zostanie przez obciążenie pochłonięta w całości, lub tylko w części, lub wcale. Stosunek amplitudy napięcia wewnętrznej fali odbitej na wyjściu do amplitudy wewnętrznej fali padającej (pierwotnej), wyliczony dla końca linii obciążonej rezystancją R , jest nazywany **współczynnikiem odbicia dla końca linii (na wyjściu)**:

$$\rho = \frac{U_{fala\ odbita}}{U_{fala\ padajaca}} = \frac{R/R_f - 1}{R/R_f + 1} = \frac{R - R_f}{R + R_f}$$

Jeżeli $R = R_f$ to $\rho = 0$ i fala odbita nie występuje, a linię nazywa się dopasowaną. W przypadku $R = 0$, to jest zwarcia linii na końcu, $\rho = -1$ i fala napięciowa odbija się z fazą przeciwną; następuje więc wygaszenie fali pierwotnej ($u_1 + u_2 = 0$). Dla linii nieobciążonej, to jest dla $R \rightarrow \infty$, współczynnik $\rho = +1$ i w wyniku superpozycji fal na końcu linii występuje podwojenie sygnału. W przypadkach pośrednich część energii wytraca się w obciążeniu, reszta wraca do linii w postaci fali odbitej. Tak samo jak fala pierwotna na końcu linii, tak również fala wtórna odbija się wewnątrz na początku linii, co zachodzi po czasie $2 \cdot l \cdot t_0$, ze **współczynnikiem odbicia na wejściu** wyrażonym jak poprzednio, przy czym R jest w tym przypadku rezystancją wewnętrzną źródła sygnału.



Rys. 2.

Jeżeli ani odbiornik, ani nadajnik sygnału nie są dopasowane do linii ($R \neq R_f$), to występują odbicia wielokrotne. W przykładzie pokazanym na rys. 2 efekt jest obserwowany na wejściu linii. Przypadek dotyczy sterowania linii jednostkowym skokiem napięcia, przy współczynnikach odbicia na początku i końcu odpowiednio $+0,5$ oraz $-0,5$. Przyczynki do zmiany napięcia na wejściu linii pojawiają się co $2 \cdot l \cdot t_0$, zaś asymptotyczne, końcowe napięcie na linii wyniesie $0,1V$. W stanie ustalonym bowiem zjawiska falowe w linii nie występują, prądy nie płyną i pojemności są naładowane do napięcia wynikającego z wartości rezystancji generatora i obciążenia; przekładnia tego dzielnika napięcia wynosi: $(R_f/3)/(3R_f + R_f/3)$.

Jeśli linia ma obciążenie czysto reaktancyjne C lub L , to odpowiedź na skok jednostkowy napięcia będzie miała charakter wykładniczy, przy czym stała czasowa będzie zależna od obciążenia i rezystancji falowej, jak na rys. 3. Asymptotami odpowiednio dla obciążenia pojemnościowego i indukcyjnego są 1 i 0 .



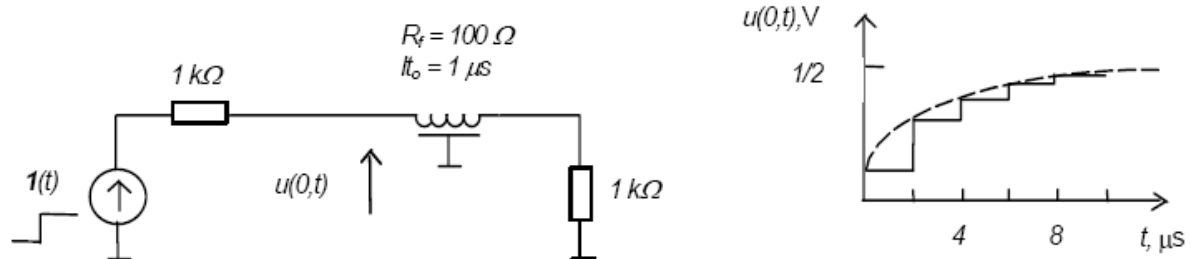
Rys. 3.

Gdy rezystancja wewnętrzna źródła sygnału i rezystancja obciążenia są znacznie większe od R_f , to w wyniku wielokrotnych odbić odpowiedź jednostkowa jest przebiegiem narastającym schodkowo, o obwiedni przypominającej reakcję przy obciążeniu pojemnościowym, jak to widać na rys. 4. Można mówić wtedy o efekcie pojemnościowym linii niedopasowanej oraz o pewnej „stałej czasowej” obwodu transmisji sygnału, danej zależnością:

$$\tau = -\frac{2t_0}{\ln(\rho\rho')}$$

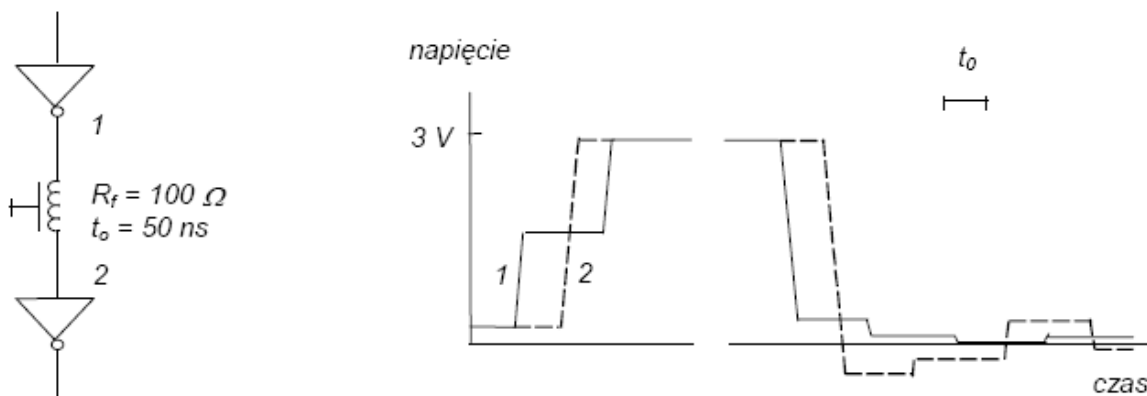
gdzie ρ i ρ' są współczynnikami odbicia na wyjściu i wejściu linii. Zatem tutaj „pojemność” linii jest zależna od rezystancji źródła sygnału i obciążenia. Jeśli są znacznie większe od R_f , to

ta „pojemność” jest równa pojemności linii na metr wymnożonej przez długość linii, natomiast w przypadku dopasowania spada do zera i pojęcia „stałej czasowej” oraz „pojemności” w odniesieniu do transmisji sygnału tracą sens.



Rys. 4.

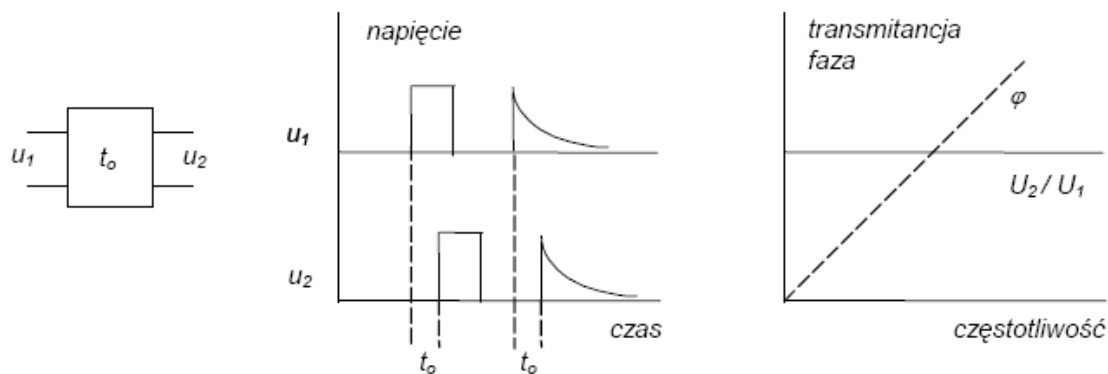
Stosowanie linii w obwodach cyfrowych zwykle odbywa się w warunkach obustronnego niedopasowania; najczęściej występuje nieliniowe obciążenie i dla fali pierwotnej i dla wtórnej. Na ogół rezystancje falowe połączeń mieszczą się w przedziale od 50 do 200 omów. Zniekształcenia sygnałów spowodowane w takich warunkach wielokrotnymi odbiciami mogą prowadzić do błędów już przy połączeniach o długościach decymetrowych, dla których podwójny czas opóźnienia bywa większy od czasu narastania (opadania) sygnału. W takich przypadkach można wyznaczać odbicia w linii metodą graficzną Bergerona, wykorzystując charakterystyki wejściowe i wyjściowe modułów cyfrowych. Uzyskane tą drogą przebiegi na początku i końcu kabla łączącego bramki logiczne (tutaj inwertery wykonane w technologii TTL) pokazano na rys. 5.



Rys. 5

2.3. Sztuczna linia opóźniająca

Idealny czwórnik liniowy wprowadzający kontrolowane opóźnienie sygnału, zwany linią opóźniającą, ma tę własność, że jego charakterystyka amplitudowa jest płaska, zaś fazowa stanowi liniową funkcję częstotliwości - jak to pokazuje rys. 6. Przez t_0 oznaczono na nim całkowity czas opóźnienia (tutaj opóźnienie jednostkowe nie jest użyteczne), natomiast U_2/U_1 jest stosunkiem amplitud sygnałów.

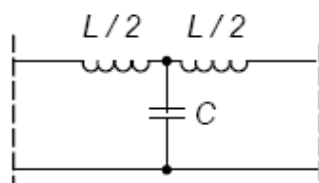


Rys. 6.

Stosowanie w roli elementu opóźniającego linii o parametrach rozłożonych, na przykład kabla koncentrycznego, jest niepraktyczne ze względu na małe opóźnienie jednostkowe, rzędu 10^{-8} s/m. Dlatego buduje się sztuczne linie opóźniające, złożone zwykle z kilkudziesięciu ogniw LC , które pozwalają uzyskać szeroki zakres opóźnień i rezystancji falowych. Elementarne ogniwo takiej linii można rozważyć jako czysto reaktancyjny czwórnik typu T o częstotliwości granicznej f_g (rys. 7).

$$f_g = \frac{1.1}{\pi \cdot t_r}$$

gdzie: t_r jest czasem narastania odpowiedzi czwornika na skok jednostkowy wejścia.



Rys. 7.

Przy założeniu, że widmo częstotliwościowe sygnału ogranicza się do wartości znacznie niższych od f_g oraz że w łańcuchu występuje n ogniw, otrzymuje się następujące wyrażenia na czas narastania odpowiedzi jednostkowej, czas opóźnienia i rezystancję falową:

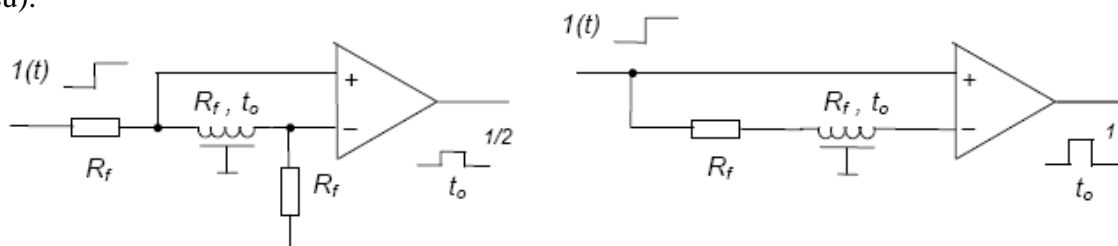
$$t_r = 1.1n^{1/3}\sqrt{LC}$$

$$t_0 = n\sqrt{LC}$$

$$R_f = \sqrt{L/C}$$

2.4. Formowanie impulsów

Linie opóźniające bywają stosowane do formowania impulsów, często w układach ze wzmacniaczami operacyjnymi. Można w tym celu wykorzystać efekt superpozycji fal pierwotnej i wtórnej dla linii na końcu zwartej lub otwartej, przy dopasowaniu źródła sygnału - jak w przykładach z rys. 8. Obydwa układy wytwarzają krótki sygnał, o czasie trwania równym opóźnieniu linii, informujący o zmianie poziomu napięcia na wejściu (tzw. znacznik czasu).



Rys. 8.

3. Program ćwiczenia

Program ćwiczenia i sposób opracowania sprawozdań zgodnie z wytycznymi prowadzącego.

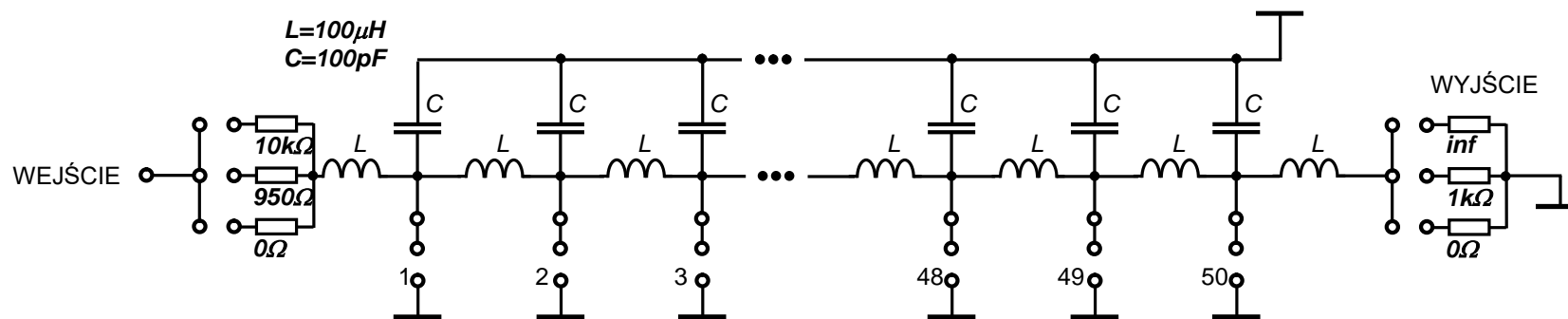
Literatura

Łakomy M., Zabrodzki J., *Cyfrowe układy scalone*.

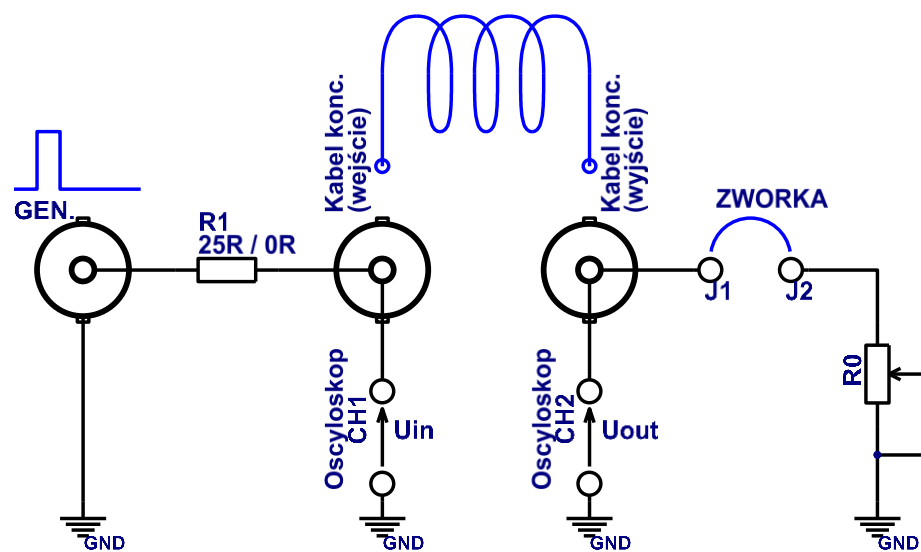
Korbel K., *Elektronika jądrowa, cz.I*, skrypt AGH, 878

Kohonen T., *Elementy i układy elektronicznych maszyn cyfrowych*.

Schemat poglądowy płytek PCB wykorzystywanych w ćwiczeniu **Linia długa**:



Rys. 9.



Rys. 10.