 AGH	Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie Wydział FiIS Fizyka techniczna	Zespół: 1.Kulig Mateusz 2.Ryś Przemysław 3.Jusięga Paweł
Laboratorium Fizyki Ciała Stałego		
Rok akademicki: 2022/2023	Semestr V	Grupa:1
Temat ćwiczenia: Przewodnictwo cieplne		
Data wykonania ćwiczenia 12.01.2022	Data oddania sprawozdania 23.01.2022	Ocena

1 Wstęp teoretyczny

1.1 Ciepło właściwe i przewodnictwo cieplne

Ciepło Q zmagazynowane w układzie jest jednym z przyczynków do energii wewnętrznej tego układu. Ciepło właściwe c jest wielkością wiążącą zmiany temperatury ΔT tego układu ze zmianą ciepła w nim zmagazynowanego

$$c = \frac{Q}{m\Delta T}. \quad (1)$$

W powyższym wzorze m jest masą układu, którym może być na przykład jakieś ciało stałe, w szczególności jakiś kryształ. Ciepło właściwe jest co do zasady zależne od temperatury, jednak istnieją okoliczności w których te zmiany przestają mieć duże znaczenie takie jak limit Dulonga-Petita, obowiązujący dla ciał stałych w wysokich temperaturach i podpowiadający wartość $c = 3k_B$.

Przewodnictwo cieplne jest zdolnością ciała do transportu ciepła przez swoje wnętrze. Zachodzi w kierunku od wyższych do niższych temperatur. W ciałach stałych realizowane jest poprzez rozpraszanie energii drgających atomów poprzez propagację fononów oraz ruchy swobodniejszych od nich elektronów przewodnictwa. W przypadku metali to właśnie one są głównie odpowiedzialne za transport ciepła. W przypadku izolatorów ich brak stoi za empirycznie obserwowalnym faktem że izolatory przewodzą ciepło dużo słabiej niż metale.

1.2 Równanie dyfuzji ciepła. Współczynnik przewodnictwa cieplnego

Dyfuzja ciepła, tak jak każda przeciętna dyfuzja, opisana jest dwoma równaniami. Pierwsze z nich brzmi

$$\vec{j} = -\chi \cdot \nabla T \quad (2)$$

i opisuje proporcjonalną do gradientu temperatury wielkość zwaną strumieniem energii cieplnej \vec{j} . χ jest nazywany współczynnikiem przewodnictwa cieplnego [W/(m·K)]. Drugie równanie dyfuzji opisuje ewolucję czasową rozkładu temperatury jest następujące:

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{K} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t}. \quad (3)$$

Wielkość K [m²/s] jest współczynnikiem przewodnictwa temperaturowego i w odróżnieniu od χ uwzględnia zdolność ciała do ogrzewania się zapisaną w cieple właściwym (masowym) c :

$$K = \frac{\chi}{c \cdot \rho}. \quad (4)$$

Gęstość materiału opisana tu jest jako ρ [kg/m³].

Współczynnik χ może wykazywać różne zachowania w miarę wzrostu temperatury, możliwy jest zarówno jego spadek jak i wzrost. W przypadku wielu metali w tym miedzi obserwowany ze wzrostem temperatury jest na przykład nieznaczny spadek χ . [1]

1.3 Metody pomiaru przewodnictwa cieplnego

Celem pomiarów jest wyznaczenie jednego ze współczynników przewodnictwa, przykładowo K . Aby to zrobić należy zmierzyć temperaturę w centrum jakiegoś obiektu o prostej geometrii który poddany jest pewnej zmianie temperatury tak, aby zaczął zachodzić w nim przekaz ciepła. Zapewnia to na przykład wrzucenie okrągłego obiektu do kąpieli wodnej

w temperaturze nieznacznie większej niż panująca w pomieszczeniu i jego powietrzu. Temperatura ta nie powinna być zbyt duża aby zminimalizować wpływ najbliższego otoczenia termometru (na przykład opornika platynowego lub termopary) na spowalnianie przepływu ciepła. Rozwiązaniem równania (3) wynikającym z trywialnych kalkulacji i równie trywialnych uproszczeń jest

$$\ln T(x, y, z, t) = \text{const.} - \lambda^2 \cdot K \cdot t. \quad (5)$$

To rozwiązanie zostało potraktowane logarytmem naturalnym w celu wyłuskania z niego dość łatwej do analizy zależności liniowej. Naturalnie widać że bez tego otrzymana zależność byłaby eksponencjalna; z posiadanych punktów pomiarowych trzeba odjąć stałą do której zbiegałyby one w nieskończoności tak aby logarytmować funkcję eksponencjalną bez przesunięcia o żadną stałą, dążącą do zera czyli w pewnym sensie temperaturę liczoną względem otoczenia podgrzewającego próbkę. Wielkość λ możliwa jest do wyznaczenia z wymiarów badanego obiektu, co będzie zastosowane w dalszej części ćwiczenia.

Stałą K na podstawie prostej dopasowanej do zależności (5) wyznacza się naturalnie jako $K = -\frac{a}{\lambda^2}$ gdzie a jest współczynnikiem nachylenia dopasowanej prostej. Wpływ skończonego przewodnictwa cieplnego termometru i jego obszaru zetknięcia z próbką można spróbować ograniczyć wprowadzając nieco bardziej skomplikowaną definicję współczynnika a z poprawką $p = 0,08798 \text{ 1/s}$:

$$[a] = \frac{p\lambda^2 K}{p + \lambda^2 K}. \quad (6)$$

Z tego można łatwo wyciągnąć wartość K , co zostanie zrobione w dalszym fragmencie.

2 Ćwiczenie

2.1 Wartości własne λ równania dyfuzji ciepła

Na początku wybraliśmy 3 materiały, na których przeprowadziliśmy pomiary. Były to prostopadłościany ze stali węglowej i betonu oraz walec z mosiądzu. Zmierzyliśmy przy pomocy suwmiarki elektronicznej wymiary próbek i zestawiliśmy je w tabeli 1 wraz z niepewnościami pomiaru obliczonymi na podstawie rozrzutu statystycznego pomiarów. Następnie obliczyliśmy wartość λ^2 : dla walca o długości a i promieniu R według wzoru

$$\lambda^2 = \left(\frac{2,4}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{a}\right)^2,$$

a dla prostopadłościanów o bokach a, b, c według wzoru

$$\lambda^2 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{c}\right)^2.$$

Wyniki wraz z niepewnościami, które wyznaczyliśmy z prawa przenoszenia niepewności, zamieściliśmy w tabeli 2.

Tabela 1: Wyniki wymiarowania trzech badanych w ćwiczeniu próbek, potrzebne w celu obliczenia λ .

beton								średnia	odchylenie standardowe
a [mm]	52,18	52,43	52,92	52,79	52,93	52,98	52,87	52,73	0,3
b [mm]	46,7	46,93	46,81	46,84	46,24	45,71	45,1	46,33	0,69
c [mm]	58,85	58,83	59,99	59,53	58,95	59,92	59,17	59,32	0,5
stal węglowa									
a [mm]	55,77	55,78	55,79	55,8	55,82	55,8	55,86	55,802	0,03
b [mm]	35,58	35,67	35,79	35,73	35,9	35,85	35,81	35,76	0,11
c [mm]	56,87	56,82	57,2	57,32	57,5	56,87	56,68	57,04	0,31
mosiądz									
h [mm]	60,66	60,13	60,44	60,14	60,22	60,08	61	60,38	0,35
d [mm]	29,81	29,93	30,08	29,84	29,84	29,85	29,87		
r [mm]	14,905	14,965	15,04	14,92	14,92	14,925	14,935	14,944	0,047

Tabela 2: Obliczone wartości λ^2 wraz z niepewnościami.

Materiał	λ^2	$\Delta\lambda^2$
beton	0,01095	0,00016
stal węglowa	0,013921	0,000058
mosiądz	0,02849	0,00017

2.2 Zależność temperatury od czasu i współczynnik przewodnictwa ciepłego

Następnie umieściliśmy kolejno wszystkie próbki w kąpeli wodnej i obserwowaliśmy zmianę napięcia termopary aż do jej ustalenia. Za pomocą pobranych z komputera danych wykonaliśmy wykresy zależności temperatury od czasu dla poszczególnych próbek i przedstawiliśmy je na rysunkach 1, 2 i 3. Następnie dla każdej z próbek wykonaliśmy wykresy obrazujące zależność $\ln(T_\infty - T(t))$ od czasu, gdzie T_∞ to temperatura do której dąży próbka. Przedstawiają je rysunki 4, 5 i 6. Następnie korzystając z tych wykresów wybraliśmy obszary, do których dopasowaliśmy proste. Dla mosiądzu wybraliśmy przedział 57,133 - 160,607 [s], a dopasowana prosta (rysunek 7) ma postać

$$y = -0,0263x + 1,1925.$$

Dla betonu wybraliśmy przedział 106,955 - 417,318 [s], a dopasowana prosta (rysunek 8) ma postać

$$y = -0,011x + 2,2037.$$

Dla stali węglowej wybraliśmy przedział 300,166 - 425,322 [s], a dopasowana prosta (rysunek 9) ma postać

$$y = -0,0218x + 4,61.$$

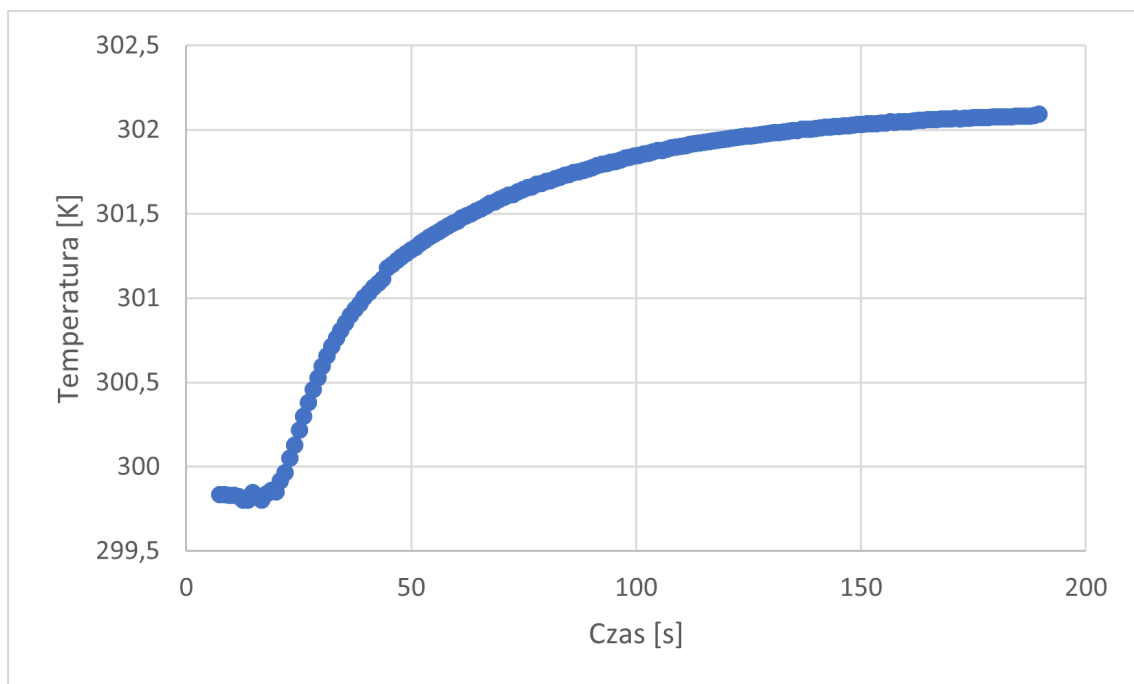
Współczynnik przewodnictwa ciepłego obliczyliśmy dla betonu za pomocą współczynnika kierunkowego dopasowanej prostej a za pomocą wzoru

$$K = -\frac{a}{\lambda^2} \approx 1,004373 \text{ [mm}^2/\text{s]}.$$

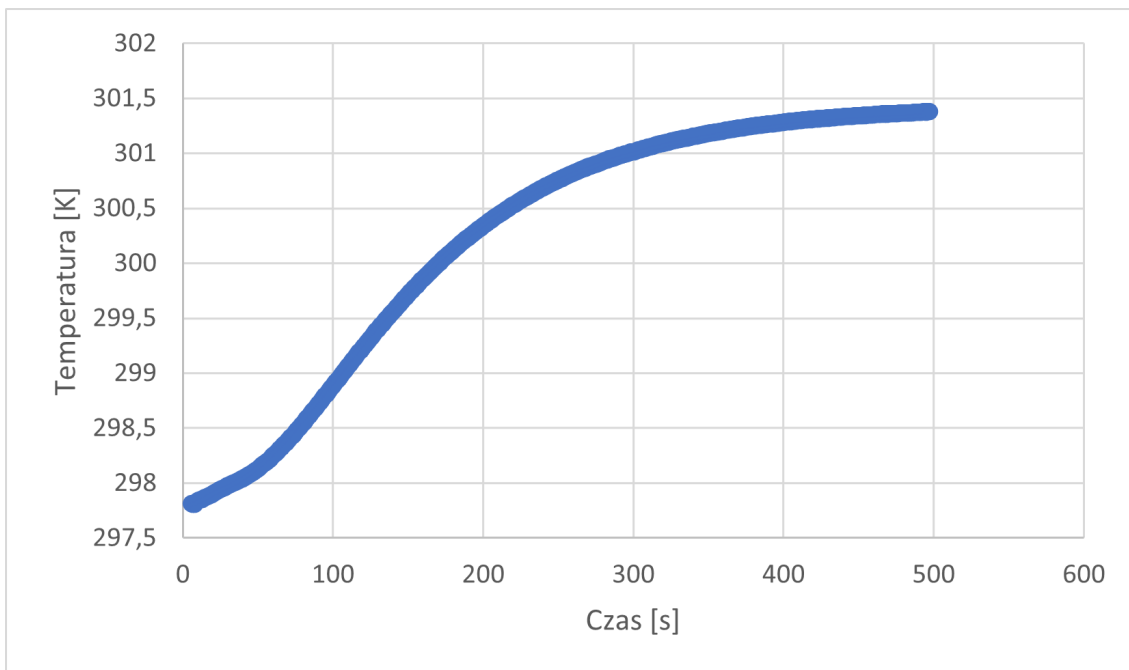
Dla mosiądzu i stali węglowej użyliśmy wzoru wynikającego z (6) uwzględniającego poprawkę na przewodnictwo ciepłe termometru

$$K = \frac{|a|p}{p\lambda^2 - |a|\lambda^2}$$

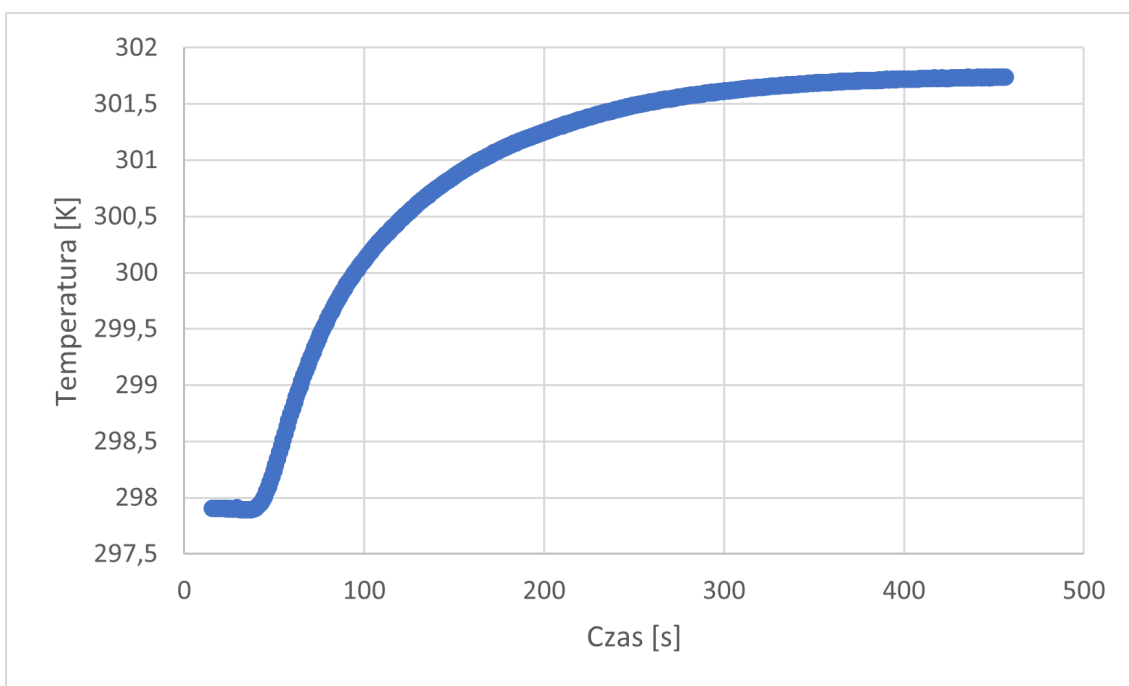
i otrzymaliśmy dla mosiądzu $K = 1,316367 \text{ mm}^2/\text{s}$ oraz dla stali węglowej $K = 2,081875 \text{ mm}^2/\text{s}$.



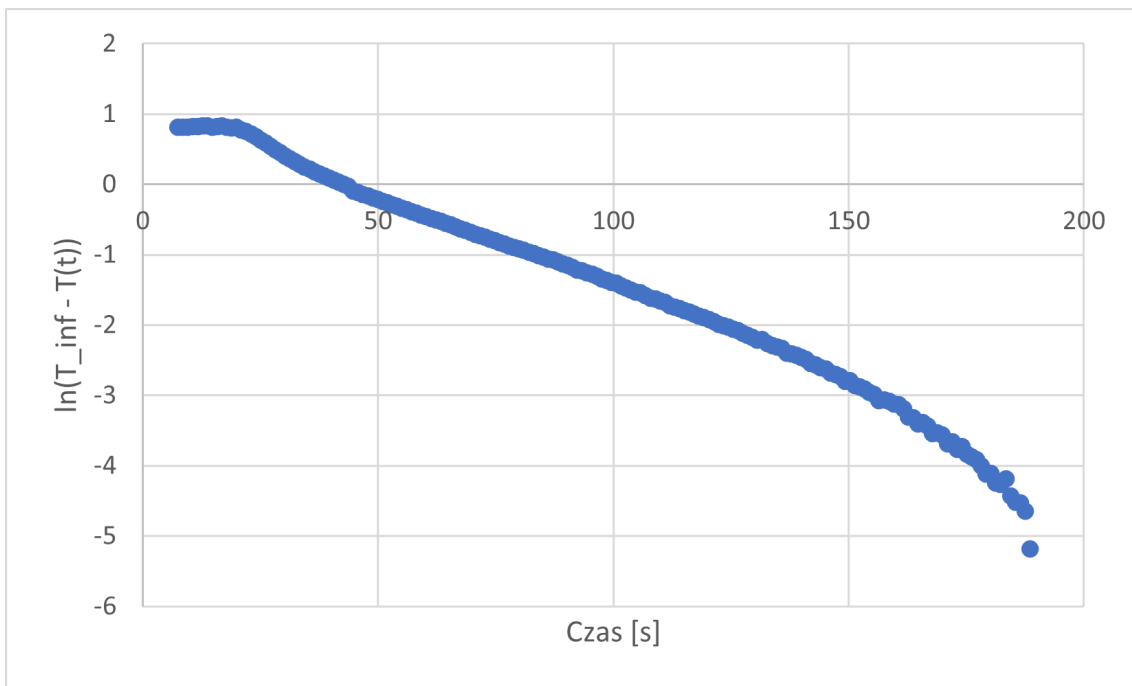
Rysunek 1: Zależność temperatury od czasu dla mosiądzu.



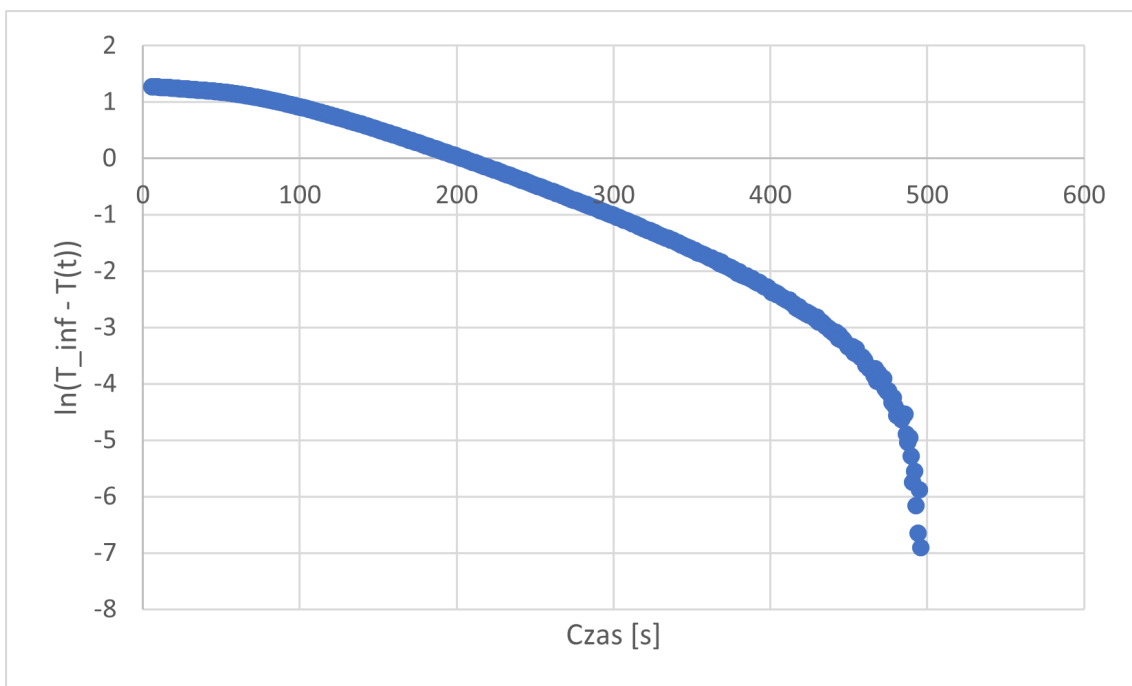
Rysunek 2: Zależność temperatury od czasu dla mosiądzu.



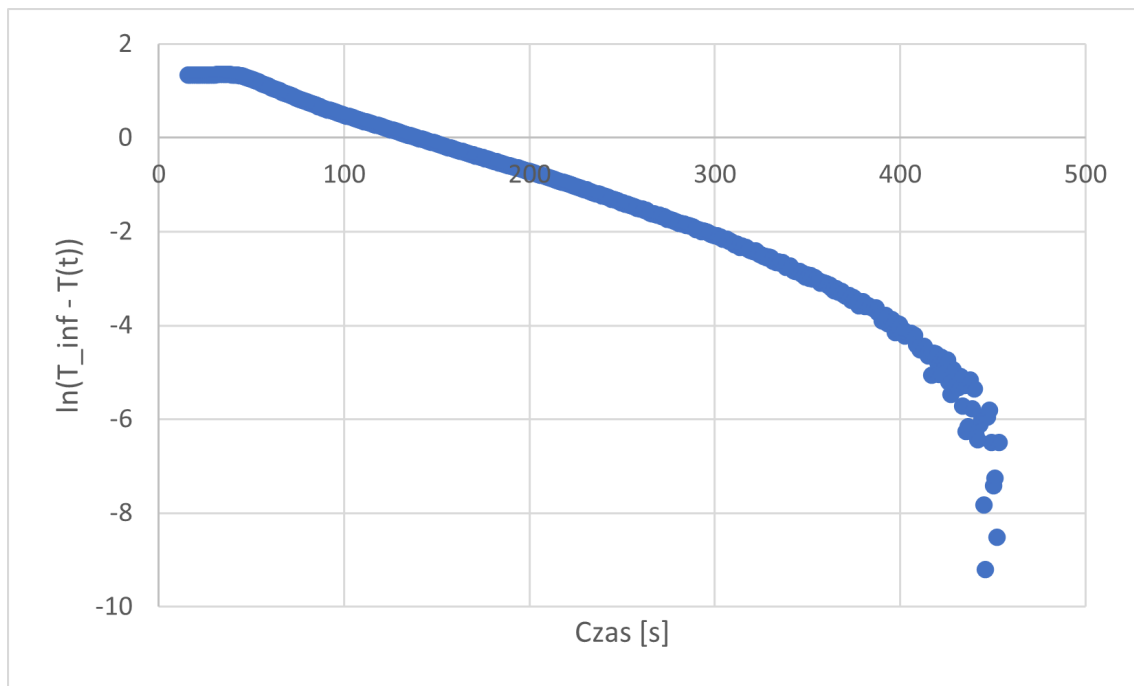
Rysunek 3: Zależność temperatury od czasu dla stali węglowej.



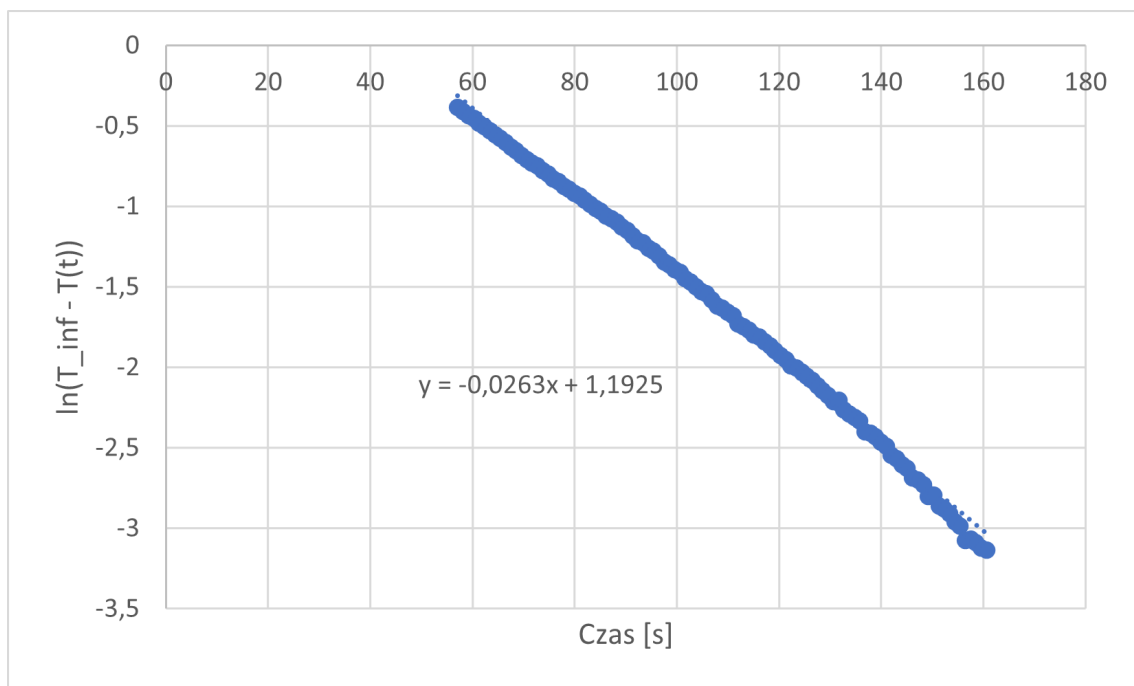
Rysunek 4: Zależność $\ln(T_{\infty} - T(t))$ od czasu dla mosiądzu.



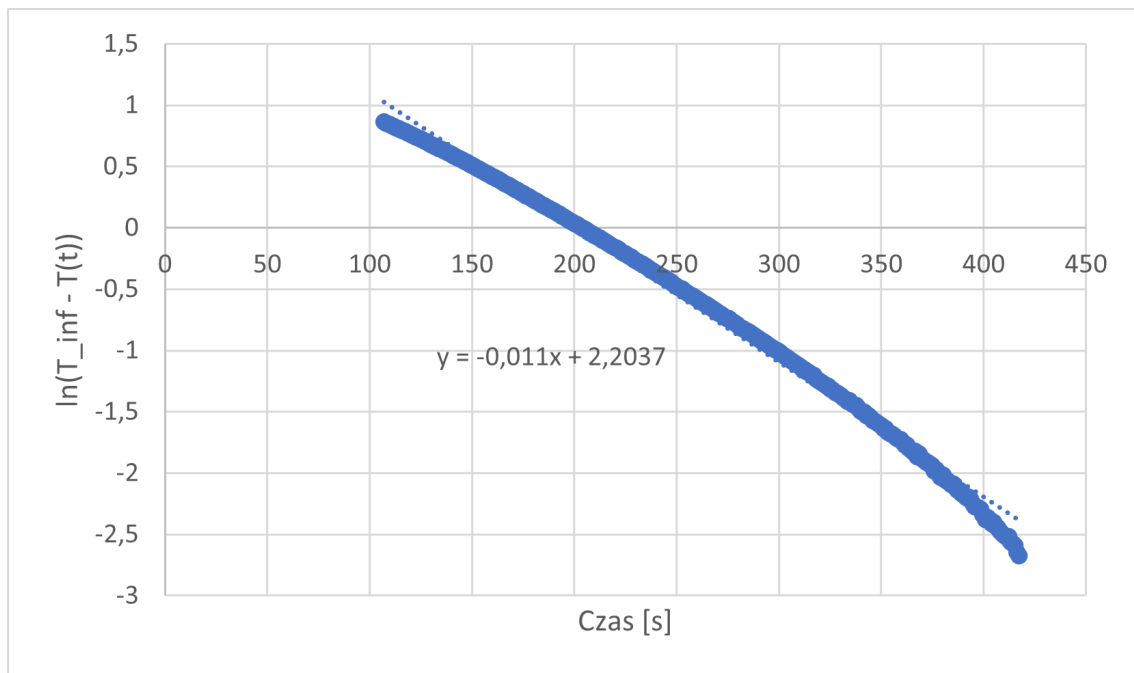
Rysunek 5: Zależność $\ln(T_{\infty} - T(t))$ od czasu dla betonu.



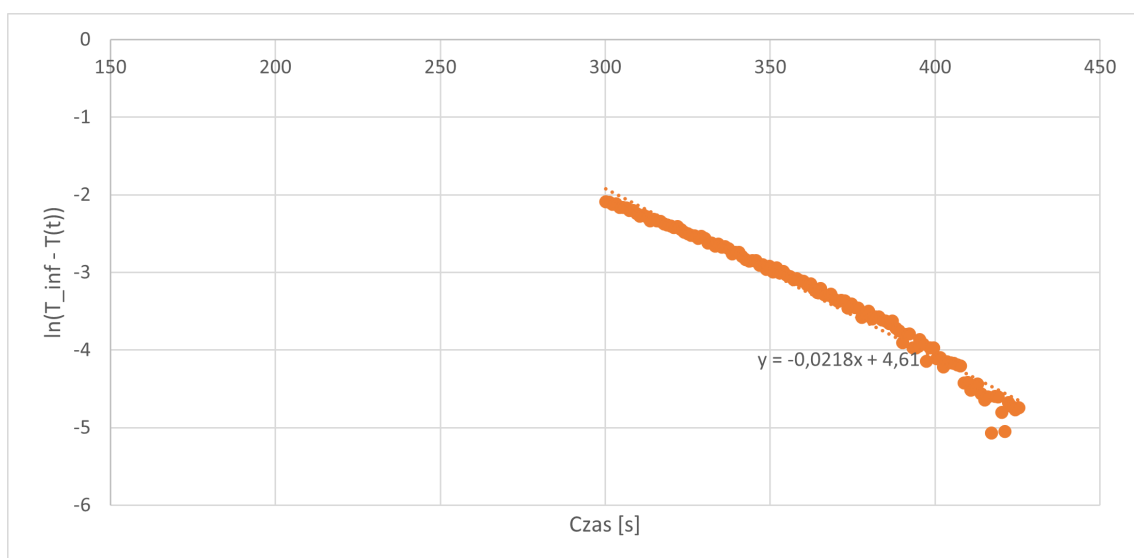
Rysunek 6: Zależność $\ln(T_{\infty} - T(t))$ od czasu dla stali węglowej.



Rysunek 7: Prosta dopasowana do zależności $\ln(T_{\infty} - T(t))$ od czasu dla mosiądzu.



Rysunek 8: Prosta dopasowana do zależności $\ln(T_{\infty} - T(t))$ od czasu dla betonu.



Rysunek 9: Prosta dopasowana do zależności $\ln(T_{\infty} - T(t))$ od czasu dla stali węglowej.

3 Wnioski

Otrzymane wartości K są dalekie od zgodności z danymi tablicowymi dla dwóch metalicznych próbek jakie zostały zbadane ale dość im bliskie w przypadku próbki z betonu najpewniej przez jego umiarkowane przewodnictwo cieplne będące w harmonii z umiarkowanym przewodnictwem cieplnym termometru i jego interfejsu. Zestawienie tych wartości wygląda w sposób następujący:

Tabela 3: Porównanie wyników z wartościami tablicowymi.

K [mm ² /s]		mosiądz	stal węglowa	beton
eksperyment		1,316(25)	2,082(46)	1,004(41)
wartość tablicowa		34,12	11,72	1

Różnice te wynikają zapewne z tego, że temperatura wody w łaźni była zbyt duża w porównaniu z temperaturą panującą w laboratorium.

4 Literatura

- [1] C.P. Kothandaraman, S. Subramanyan, "Heat and Mass Transfer Data Book" (fragment) oraz tablica "Thermal diffusivity of selected materials and substances" znajdujące się scalone w jeden dokument na stanowisku pomiarowym w laboratorium