

Wydział WFiIS	Imię i nazwisko 1.Mateusz Kulig 2.Przemysław Ryś		Rok 2021	Grupa 1	Zespół 3
PRACOWNIA FIZYCZNA WFiIS AGH	Temat: Współczynnik lepkości				Nr ćwiczenia 13
Data wykonania 14.10.2021	Data oddania	Zwrot do popr.	Data oddania	Data zaliczenia	OCENA

W sprawozdaniu opisaliśmy pomiary wartości współczynnika lepkości gliceryny w temperaturze pokojowej za pomocą metody Stokesa. Pomiaru dokonano dla dziewięciu różnych kulek, których masy i średnice uprzednio zmierzono. Otrzymana wartość jest w zgodzie z wartością tablicową w granicach niepewności pomiaru.

1. Wstęp teoretyczny

Każde ciało poruszające się w dowolnym ośrodku doznaje mniejszych bądź większych oporów, za które odpowiedzialna jest lepkość otaczającej je cieczy. Występująca siła oporu jest zadana wzorem Stokesa

$$F_{op} = K v. \quad (1)$$

Dla przypadku kulistego kształtu ciała współczynnik $K = 6\pi\eta r$.

r - promień kulki.

η - współczynnik lepkości badanej cieczy.

Wzór jest słuszny jedynie dla idealnych warunków tj. ciało poruszające się w ośrodku jest idealną kulą, ruch odbywa się z prędkością jednostajną (stąd siła jest wprost proporcjonalna do prędkości ciała), dzięki czemu odbywa się on w sposób laminarny (bez zawirowań, cząstki cieczy poruszają się po strugach o jednakowej prędkości) oraz ośrodek nie jest ograniczony.

W przypadku laboratoryjnego mierzenia współczynnika lepkości występują oczywiste odstępstwa od teorii, jednak z dobrym przybliżeniem jesteśmy w stanie je mierzyć przy pomocy podanego wzoru w lekko zmodyfikowanej postaci

$$F_{op} = 6\pi\eta r v \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right). \quad (2)$$

R – promień naczynia w którym porusza się kulka.

Przy założeniu iż ciało porusza się wzdłuż osi danego walca.

Następnie w oparciu o drugą zasadę dynamiki jesteśmy w stanie zapisać równanie i je przekształcić do postaci:

$$F_{wyp} = F_c - F_{op} - F_A \quad (3)$$

$$m \frac{dv}{dt} = mg - \rho g V - 6\pi\eta r \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right) v$$

Jest to równanie różniczkowe liniowe niejednorodne ze względu na argument v , po jego rozwiązaniu otrzymujemy następującą równość

$$v(t) = v_{gr} + (v_0 - v_{gr})e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)}. \quad (4)$$

Gdzie τ oznacza stałą czasową, która jest równa $\frac{m}{K}$.

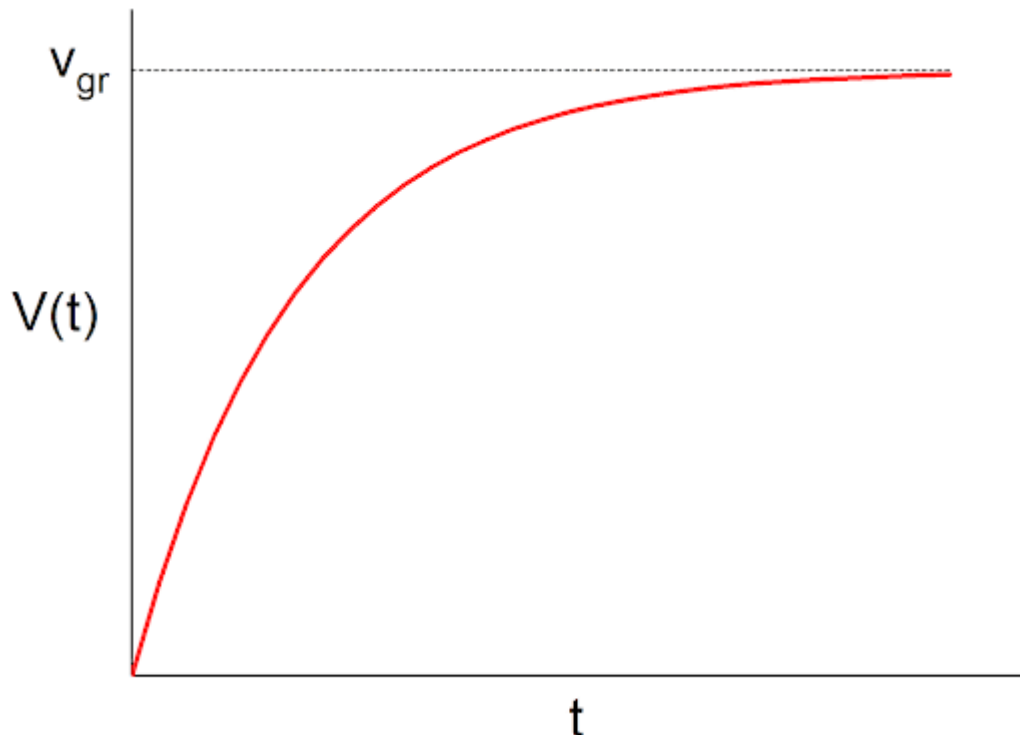
Natomiast v_{gr} oznacza prędkość graniczną, liczymy ją przyjmując $a = 0 \left[\frac{m}{s^2} \right]$ w równaniu (3), jest ona równa

$$v_{gr} = \frac{g(m - \rho V)}{6\pi\eta r \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right)}. \quad (5)$$

Przekształcając ten wzór w konsekwencji otrzymamy wyrażenie za którego pomocą obliczymy szukany współczynnik

$$\eta = \frac{g(m - \rho V)}{6\pi r v_{gr} \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right)}. \quad (6)$$

Aby jednak móc go zastosować prędkość obiektu musi być jednostajna, w przybliżeniu tak będzie po przebyciu przez ciało drogi około $3\tau \cdot v_{gr}$.



Rys. 1. Wykres zależności prędkości ciała, na które działa siła ciężenia w płynie. Na początku ciało porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym, a po czasie około 3τ ruchem jednostajnym. Pomiarów dokonano po upływie tego czasu.

Przyjmując iż doświadczalnie łatwiej jest zmierzyć średnicę niż promień, oraz formułę na objętość kulistego ciała $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ otrzymujemy

$$\eta = \frac{gt \left(m - \frac{\pi \rho d^3}{6} \right)}{3\pi l d \left(1 + 2,4 \frac{d}{D} \right)} \quad (7)$$

d – średnica kulki.

D – średnica naczynia w którym porusza się kulka.

Zatem by móc wyznaczyć współczynnik lepkości metodą Stokesa musimy wyznaczyć wszystkie obecne po prawej stronie wzoru wielkości.

2. Aparatura

- Waga laboratoryjna marki RADWAG – Dokładność pomiarowa tej wagi wynosi 0,000001 [kg], więc tę wartość przyjęto jako niepewność masy. Zakres pomiarowy wagi wynosi od 20 miligramów do 360 gramów, zatem mierzone wartości znajdowały się w nim. Aby zapobiec wpływowi czynników zewnętrznych, takich jak podmuch powietrza spowodowany przez przechodzącą osobę, nakryto wagę kloszem i czekano, aż jej wynik się ustabilizuje.
- Stoper marki (Quartz) - Dokładność pomiarowa tego stopera wynosi 0,01 [s]. Jednak ze względu na szybkość reakcji ludzkiego organizmu wynoszącą 0,1 [s] to właśnie tę liczbę przyjęto jako żadaną niepewność.
- Śruba mikrometryczna – Zakres użytej śruby wynosi od zera do 25 milimetrów, a jej dokładność 0,01 [mm].
- Termometr – Termometrem zmierzono temperaturę panującą w laboratorium po przeprowadzeniu wszystkich pomiarów. Dokładność użytego termometru wynosi 0,1 [°C].
- Taśma miernicza – Taśma służyła nam do pomiaru długości drogi przebytej przez kulkę wewnątrz cylindra z gliceryną. Jej dokładność wynosi 0,01[m], czyli tyle ile najmniejsza podziałka.
- Zestaw 9-ciu kulek – Kulki te miały różną masę i średnicę. Pomiarów tych wielkości dokonano za pomocą wagi i śruby mikrometrycznej.
- Walcowe naczynie – Naczynie to wypełnione było gliceryną. Podana była jego średnica (39 [mm]) i wielkość tą przyjęto bez niepewności.



3. Analiza danych

Przeprowadzenie doświadczenia polegało na wpuszczaniu do naczynia w kształcie walca wypełnionego gliceryną metalowych kulek możliwie blisko jego osi. Próby dla których kulki płynęły bliżej ścianek lub przyczepiły się do nich pęcherzyki powietrza były powtarzane. Następnie by ruch kulki był w przybliżeniu jednostajny mierzyliśmy czas przepływu kulek przez ciecz dopiero po przebyciu przez nie fragmentu drogi. Pomiar czasu

przepływu obiektów przez płyn przeprowadziliśmy raz dla każdej z 9-ciu różnych kulek na długości 0,8 [m]. Wyniki pomiarów zebrane zostały w poniższej tabeli.

Tab 1. Tabela wyników pomiaru średnicy, masy i czasu dla 9-ciu różnych kulek. W ostatniej kolumnie został podany obliczony współczynnik lepkości obliczony dla każdej kulki ze wzoru (7).

N	Średnica [m]	Masa [kg]	Czas spadku [s]	Współczynnik lepkości [Pa·s]
1	0,00393	0,000255	5,97	0,3432006
2	0,00297	0,000110	9,53	0,3283064
3	0,00313	0,000131	8,65	0,3350052
4	0,00396	0,000258	5,82	0,3347660
5	0,00394	0,000254	5,99	0,3412346
6	0,00314	0,000130	8,43	0,3217901
7	0,00347	0,000175	7,15	0,3267495
8	0,00348	0,000174	7,28	0,3287978
9	0,00397	0,000111	9,15	0,1697201

Doświadczalne wyniki pomiaru gęstości gliceryny wyniosły:

$$\rho = \frac{M}{V} = 1241,8 \frac{kg}{m^3}.$$

Odpowiada to wartości gęstości dla gliceryny o stężeniu procentowym równym 92%. Średnia wartość współczynnika lepkości dla gliceryny obliczona z poszczególnych wartości z Tab 1. wynosi $\langle \eta \rangle = 0,314397$ [Pa·s].

Niepewność współczynnika lepkości można obliczyć za pomocą wzoru

$$u(\eta) = (x_{max} - x_{min})d. \quad (8)$$

Jest on uzasadniony ponieważ ilość zebranych wyników lepkości jest mała.

Dla 9-ciu pomiarów należy przyjąć wartość $d = 0,337$ a x_{min} oraz x_{max} oznaczają kolejno wartość najmniejszą i największą współczynnika lepkości z tabeli 1. Tak więc niepewność współczynnika lepkości obliczona ze wzoru (8) wynosi $u(\eta) = 0,0584$ [Pa·s].

4. Podsumowanie

W wyniku zastosowania metody Stokesa do wyznaczenia współczynnika lepkości po uwzględnieniu niepewności pomiarowej otrzymaliśmy wartość $\langle \eta \rangle = 0,314397 \pm$ [Pa·s], która jest zgodna z wartością tablicową dla gliceryny o stężeniu 92% (0,3284 [Pa·s]). Największy wpływ na niepewność miał czas reakcji ludzkiego organizmu podczas mierzenia czasu spadku kulki. Średnica i masa wyznaczony zostały bardzo dokładnie. Kolejną nieścisłością związaną z wyznaczeniem współczynnika lepkości było nie stuprocentowe stężenie gliceryny. Jest to alkohol więc gliceryna pochłania wodę z powietrza i dokładną wartość jej stężenia wyznaczono pośrednio.

5. Literatura

[1] <http://home.agh.edu.pl/~kakol/efizyka/w12/extra12b.html> - 14.10.2021