

Transformata Fouriera dla obrazów cyfrowych. Filtracja w dziedzinie częstotliwości.

Cel:

- zapoznanie z wykorzystaniem transformaty Fouriera w przetwarzaniu obrazów cyfrowych
- zapoznanie z pojęciem F-obrazu (amplitudy i fazy)
- zapoznanie z własnościami transformaty Fouriera
- zapoznanie z filtracją w dziedzinie częstotliwości

Dwuwymiarowa transformata Fouriera

1. Otwórz program **Matlab**. Ustal ścieżkę **Current Directory** na swój własny katalog na dysku D. Utwórz nowy m-plik (**File->New->Blank M-File**) lub (**File->New->M-File**). Na początku wykonaj polecenia `close all; clear all;`
2. Wczytaj plik "dwieFale.bmp". Jest to obraz powstały na podstawie następującej zależności:
$$L(m, n) = 128 + 127 \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot m}{32} + \frac{3 \cdot \pi}{4}\right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot n}{8} - \frac{\pi}{2}\right) \quad m = 0, 1, \dots, 31; n = 0, 1, \dots, 31$$
3. Do realizacji dwuwymiarowej transformaty Fouriera służy funkcja `fft2`. Wykonaj operację transformaty na wczytanym obrazie. W ten sposób uzyskuje się F-obraz.
4. Dla celów wizualizacji często wykonuje się tzw. przesunięcie F-obrazów. Wykorzystaj dostarczoną funkcję `fftshift`, jako argument podaj wynik transformaty Fouriera.
5. Wyświetl wyniki transformaty. Na wspólnym wykresie (`subplot`) umieść obraz oryginalny, amplitudę i fazę F-obrazu. Amplitudę wyznacza się przy pomocy funkcji `abs`, a fazę przy pomocy funkcji `angle`. Uwagi:
 - w celu lepszej wizualizacji należy obliczyć logarytm dziesiętny z amplitudy: $A = \log_{10}(A+1)$;
 - aby poprawnie zwizualizować fazę należy wykonać następującą instrukcję: $F = \text{angle}(Y \cdot (A > 0.0001))$; A - to amplituda, a Y rezultat transformacji Fouriera. Instrukcja eliminuje bliskie 0 elementy w macierzy Y . Ich pozostawienie powoduje niepoprawne wyświetlanie (wyskalowanie) fazy F-obrazu.
 - wykorzystaj składnię: `imshow(A, [])`;
6. [P] Wczytaj kolejno obrazy "kolo.bmp", "kwadrat.bmp", "kwadrat45.bmp", "trojkat.bmp". Czy analizując F-obraz można coś powiedzieć o kierunku krawędzi obiektów znajdujących się na obrazie? Etap pracy zaprezentuj prowadzącemu.
7. Sprawdź (empirycznie) poprawność stwierdzenia: dwuwymiarowa transformata Fouriera jest

złożeniem dwóch transformat jednowymiarowych (wykonanych np. najpierw wierszowo, a później kolumnowo). Jednowymiarowa transformata realizowana jest za pomocą funkcji `fft`. Wykonaj transformatę na obrazie wejściowym, wynik transponuj (operator transpozycji to ' po nazwie zmiennej) i ponownie wykonaj transformację Fouriera. Porównaj tak uzyskany wynik z rezultatem działania funkcji `fft2` (wizualnie lub poprzez odjęcie obrazów).

Własności dwuwymiarowej transformaty Fouriera

Zbadaj jak zmienia się F-obraz (amplituda i faza) podczas następujących operacji:

- translacja
 - rotacja
 - zmiana rozmiaru
 - kombinacja liniowa
1. Wykorzystaj stworzony wcześniej kod. Do badania wpływu translacji wykorzystaj obrazy "kwadrat.bmp" i "kwadratT.bmp". Dobrze jest wykonać zrzuty ekranu - aby łatwiej było dokonywać próbnań.
 2. Przy badaniu wpływu rotacji wykorzystaj obrazy "kwadrat.bmp" i "kwadrat45.bmp"
 3. Przy badaniu wpływu zmiany rozmiaru wykorzystaj obrazy "kwadrat.bmp" i "kwadratS.bmp"
 4. Przy badaniu wpływu kombinacji liniowej wykorzystaj obrazy "kwadrat.bmp" , "kwadrat45.bmp" i "kwadratKL.bmp".
 5. [P] Wyniki zaprezentuj prowadzącemu.

Odwrotna dwuwymiarowa transformata Fouriera

1. Wykorzystaj stworzony wcześniej kod. Wybierz dowolny obraz np "kolo.bmp".
2. Przed realizacją odwrotnej transformaty Fouriera należy wykonać odwrotne przesunięcie - wykorzystaj funkcję `ifftshift`, jako argument podaj F-obraz (postać zespolona).
3. Wykonaj odwrotną operację - za pomocą funkcji `ifft2`.
4. Wyświetl wynik, sprawdź (wizualnie i poprzez odjęcie) czy obraz po operacji `fft2` i `ifft2` jest taki sam.

Filtracja obrazu w dziedzinie częstotliwości

Na poprzednim ćwiczeniu zetknęliśmy się z pojęciem konwolucji - np. filtracja dolno i górnoprzepustowa. Operacja ta odpowiada mnożeniu w dziedzinie częstotliwości zgodnie z zależnością: $g(x, y) * f(x, y) = G(u, v) F(u, v)$ (* konwolucja) Kilka uwag:

- operacja filtracji w dziedzinie częstotliwości może okazać się bardziej efektywna w niektórych przypadkach - a dokładniej jeżeli operacje fft2 i ifft2 zajmą mniej czasu niż klasyczna konwolucja (zazwyczaj dla dużego obrazu, z dużą maską). Sama filtracja w dziedzinie częstotliwości to mnożenie całego obrazu przez jedną maskę
- w przypadku filtracji w dziedzinie częstotliwości zakłada się, że obraz "zawija się" na brzegach - co powoduje pewne artefakty
- w dziedzinie częstotliwości "działają" tylko filtry określone jako liniowe - filtry medianowe, maksymalne, minimalne itp. nie mają swoich odpowiedników.

1. Utwórz nowy m-plik (**File->New->Blank M-File**) lub (**File->New->M-File**). Na początku wykonaj polecenia `close all; clear all;`
2. Wczytaj obraz "lena.bmp". Wykonaj transformatę Fouriera dla obrazu "lena.bmp" - wykorzystaj stworzony poprzednio kod. Wyświetl obraz oryginalny, amplitudę i fazę.
3. Przeprowadź filtrację dolnoprzepustową - usuń górne częstotliwości (czyli przy tak przyjętej wizualizacji leżące daleko od środka F-obrazu (amplitudy)).
 - na początku tworzymy filtr "kołowy", dolnoprzepustowy
 - polecenie `[f1,f2] = freqspace(512,'meshgrid');` wygeneruje wektory opisujące przestrzeń w dziedzinie częstotliwości (512 - rozmiar obrazka)
 - `Hd = ones(512);` - początkowo filtr inicjujemy samymi wartościami '1' 512 - rozmiar obrazka
 - `r = sqrt(f1.^2 + f2.^2);` - wektor r promień koła w dziedzinie częstotliwości
 - `Hd((r>0.1)) = 0;` - wybieramy interesujący nas zakres - tu można zdefiniować typ filtru (dolno, górno, pasmowoprzepustowy)
 - filtr można zwizualizować: `colormap(jet(64)); mesh(f1,f2,Hd);`
4. Wykonaj właściwą filtrację, czyli mnożenie amplitudy przez filtr Hd - znak operacji `.*` (mnożenie macierzy element przez element). Uwaga: wykorzystać należy amplitudę przed operacją logarytmowania.
5. "Zintegruj" informację o amplitudzie i fazie: `YN = A.*exp(sqrt(-1).*F);` A - amplituda, F - faza.
6. Wykonaj operację odwrotnego przesunięcia (`ifftshift`) i odwrotnej transformaty (`ifft2`), wynik wyświetl.
7. Poeksperymentuj z rozmiarem filtru, zaimplementuj filtr górnoprzepustowy (zmiana znaku przy warunku na 'r') oraz pasmowo przepustowy (dwa warunki na 'r' połączone operatorem OR '|')
8. W ten sposób zaimplementowana filtracja wprowadza pewne artefakty - w postaci "pierścieni" wokół krawędzi. Zapobiec temu zjawisku można zapobiec odpowiednio "modelując" filtr - np. jako okno Hamming, Hanninga, Chebysheva (znane z przetwarzania sygnałów 1D).

9. Wykorzystaj instrukcje:

```
h = fwind1(Hd,hanning(21));      - tworzenie filtra 2D  
[H f1 f2] = freqz2(h,512,512);  - wyznaczanie odpowiedzi filtra
```

Zamiast okna Hanninga można wykorzystać inne - funkcje: `hamming`, `chebwin` itp. więcej w dokumentacji do funkcji `fwind1`.

Okno można zwizualizować:

```
mesh(f1,f2,H);
```

10. [P] Przeprowadź przykładową filtrację dolno i górnoprzepustową. Sprawdź w jaki sposób użycie okna poprawia rezultat filtracji. Wyniki zaprezentuj prowadzącemu.

Inne zastosowanie transformaty Fouriera:

- wykrywanie dominującej orientacji na obrazie
- usuwanie zakłóceń okresowych (np. typu halftone)
- usuwanie zakłóceń, poprzez tworzenie modeli systemu wizyjnego (np. słynna poprawa ostrości dla teleskopu Hubble'a), filtry Wienera,
- usuwanie rozmycia wynikającego z ruchu
- wyszukiwanie wzorca i korelacja

*****Zadanie dodatkowe: implementacja wyszukiwania wzorca za pomocą FFT**

1. Utwórz nowy m-plik (**File->New->Blank M-File**) lub (**File->New->M-File**). Na początku wykonaj polecenia `close all;` `clear all;` Wczytaj obrazy "literki.bmp" i "wzorA.bmp". Wyświetl obrazy.
2. Wyznacz transformatę Fouriera obrazu "literki.bmp" oraz obróconego o 180 obrazu "wzorA.bmp" (wykorzystaj składnię: `wzorAF = fft2(rot90(wzorA,2),256,256);`). Ważne aby po transformacji F-obraz "wzorA.bmp" miał rozmiar 256x256.
3. Wymnóż oba F-obrazy. Wykonaj odwrotną transformatę Fouriera.
4. Wykonaj operację filtracji `tophat` (`imtophat`) na części rzeczywistej (`real`) odwrotnej transformaty Fouriera - wynik wyświetl.
5. [P] Czy widoczne są maksima odpowiadające literce A ? Wyniki zaprezentuj prowadzącemu.