Rachunek Prawdopodobieństwa i Statystyka - Zestaw 4
Informatyka stosowana i Fizyka komputerowa, wszystkie grupy

1. Rzucamy dwa razy symetryczną kostką do gry. Znaleźć rozkład prawdopodobieństwa zmienej losowej X, która jest modułem różnicy liczby oczek otrzymanych w obu rzutach. Znaleźć $E(X)$ i $\mathrm{var}(X)$. Omówić metodę odwracania dystrybuanty w tym przypadku.

2. Znaleźć i narysować przykładowe ($p = \frac{2}{3}$) dystrybuanty dla zmiennych losowych o następujących rozkładach:

   - rozkład jednopunktowy: $\exists c \in R : P(x = c) = 1$.
   - rozkład dwupunktowy: $\exists p, q, 0 < p, q < 1, p + q = 1$,
     $P(x = a) = p$, $P(x = b) = q$.

3. Zmienna losowa X podlega rozkładowi według gęstości danej wzorem:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0 \\ a * \sin(x) & \text{dla } 0 \leq x \leq \pi \\ 0 & \text{dla } x > \pi \end{cases}$$

   (a) Obliczyć stałą a.

   (b) Podać dystrybuantę i funkcję do niej odwrotną

   (c) Znaleźć prawdopodobieństwo, że $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$.

4. Gęstość prawdopodobieństwa prędkości (długość wektora prędkości) atomów w klasycznym gazie opisywana jest rozkładem Maxwella:

$$f(v) = Cv^2 exp[-\frac{mv^2}{2kT}], \qquad v \geq 0,$$

   gdzie m to masa atomu, k - stała Boltzmanna (k=1.380658 $\times 10^{-23} JK^{-1}$), T - temperatura w skali bezwzględnej. Oczywiście $f(v) \equiv 0$ dla ujemnych v. Proszę znaleźć:

   (a) stałą normalizacyjną C

   (b) średnią wartość prędkości atomów E(v)

   (c) modę rozkładu prędkości (wartość prędkości, dla której funkcja gęstości prawdopodobieństwa ma maximum)