ZESTAW 9

Wstęp do metod numerycznych grupy 1, 2.

1. Znajdź przybliżenia Padé R_{11}, R_{22}, R_{12} oraz R_{21} funkcji

   (a)
   $$\exp x \tag{1a}$$

   (b)
   $$\sin x. \tag{1b}$$

2. Znajdź szeregi Fouriera funkcji

   (a)
   $$f(x) = \begin{cases} x & \text{dla} \quad -\pi < x < \pi \\ f(x+2\pi) = f(x) & \text{dla} \quad -\infty < x < \infty \end{cases} \tag{2a}$$

   (b)
   $$f(x) = \begin{cases} x & \text{dla} \quad 0 \leqslant x \leqslant \pi \\ 2\pi - x & \text{dla} \quad \pi < x \leqslant 2\pi \\ f(x+2\pi) = f(x) & \text{dla} \quad -\infty < x < \infty \end{cases} \tag{2b}$$

   (c)
   $$f(x) = \begin{cases} a & \text{dla} \quad 0 \leqslant x \leqslant \pi \\ -a & \text{dla} \quad \pi < x \leqslant 2\pi \\ f(x+2\pi) = f(x) & \text{dla} \quad -\infty < x < \infty \end{cases} \tag{2c}$$

3. Rozważmy równanie
   $$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \tag{3a}$$
   pokaż, że ogólnym rozwiązaniem tego równania jest
   $$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi) \tag{3b}$$
   lub (równoważnie)
   $$x(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t). \tag{3c}$$
   Ile wynosi ω? Z jakiego warunku można wyznaczyć stałe $\{A, B\}$ lub $\{A, \varphi\}$. Pokaż, że dla równania (3a)
   $$\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 \tag{3d}$$
   jest stałe.

Bartłomiej Dybiec
bartek@th.if.uj.edu.pl
http://th.if.uj.edu.pl/~bartek/metnum/