

Rachunek Prawdopodobieństwa i Statystyka - Zestaw 5  
Informatyka stosowana, wszystkie grupy

1. Egzaminator zadaje studentowi kolejno pytania. Prawdopodobieństwo udzielenia dobrej odpowiedzi na każde z pytań wynosi po 90%. Egzamin jest przerywany w chwili, gdy student nie umie odpowiedzieć na zadane pytanie. Podać rozkład zmiennej losowej  $X$  - liczby pytań zadanych przez egzaminatora. Podać najbardziej prawdopodobną liczbę zadanych pytań i wartość oczekiwaną zmiennej losowej  $X$ .  
*Wskazówka: suma szeregu geometryczno-arytmetycznego dana jest wzorem:*  
$$\sum_{k=0}^{\infty} (a + kd)r^k = \frac{a}{1-r} + \frac{rd}{(1-r)^2} \text{ dla } |r| < 1, r, d, a \text{ to stałe.}$$
2. Na płaszczyźnie  $(x, y)$  w punkcie o współrzędnych  $(0, -1)$  znajduje się armata. Lufa armaty znajduje się w płaszczyźnie  $(x, y)$  i może obracać się wokół osi równoległej do osi  $z$ . Kąt  $\theta$  pomiędzy kierunkiem lufy armatniej a osią  $y$ , przy którym następuje wystrzał wybiera się losowo z przedziału  $-\pi/2 < \theta < \pi/2$  zgodnie z rozkładem jednostajnym ( $f(\theta) = 1/\pi$ ). Znajdź gęstość prawdopodobieństwa punktów przecięcia się linii strzału z osią  $x$ . Pocisk porusza się po linii prostej.
3. Niech zmienna losowa  $X$  jest jednorodna na przedziale  $x \in \langle -2, 2 \rangle$ . Znaleźć funkcję gęstości prawdopodobieństwa i wartość oczekiwaną zmiennej  $Y = X^2$ .
4. Korzystając z wyników zadania 4 z zestawu 4 znajdź:
  - (a) funkcję gęstości prawdopodobieństwa energii kinetycznej atomów  $f(\epsilon)$  ( $\epsilon = \frac{1}{2}mv^2$ )
  - (b) średnią energię kinetyczną atomów  $E(\epsilon)$
  - (c) modę rozkładu energii kinetycznej
5. Niech zmienna losowa  $X$  ma rozkład normalny  $N(x_0, \sigma_0)$ . Znaleźć funkcję gęstości prawdopodobieństwa, wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe zmiennej losowej  $Y = A * X + B$ .
6. W regulaminie sieci telefonii komórkowej znajduje się zapis, że impulsy naliczane są co minutę, zaś opłata wynosi 1 PLN/min. Zakładając, że czas trwania rozmów opisany jest rozkładem wykładniczym z parametrem równym 1, proszę obliczyć ile trwa przeciętna rozmowa i ile średnio zapłacimy za rozmowę? Jak zmieni się wynik, gdy impuls naliczany jest co 15 sekund?
7. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład jednorodny w przedziale  $[0,1]$ . Zmienna losowa  $Y = \max(X, \frac{1}{2})$ . Proszę znaleźć wartość oczekiwaną zmiennej losowej  $Y$ .
8. (Zadanie komputerowe)  
Napisać generator liczb pseudolosowych mających rozkład Poissona (np. dla  $\lambda = 4$ ) w oparciu o algorytm podany na wykładzie. Używając go wygenerować  $N$  liczb pseudolosowych, znaleźć ich rozkład prawdopodobieństwa i porównać (na wykresie) z oczekiwanym rozkładem.