

Kraków, 01.01.2011

## Wstęp do metod numerycznych

Zestaw 7 na 03.01.2011

1. Mierzmy dwie wielkości  $y_1$  i  $y_2$ . Każdą z nich mierzymy  $N$  razy.
  - (a) Jak oszacować wariancję, kowariancję i odchylenie standardowe tych wielkości?
  - (b) Co dzieje się z kowariancją gdy wyniki pomiarów  $y_1$  i  $y_2$  są nieskorelowane?
  - (c) Jaka jest korelacja pomiędzy wielkościami  $z_1 = y_1 \cos y_2$  i  $z_2 = y_1 \sin y_2$  jeśli  $y_1$  i  $y_2$  są nieskorelowane.
2. Mierzmy  $y_1$  i  $y_2$ . Liczymy funkcję  $f(y_1, y_2)$ . Wiemy, iż wariancja (niepewność pomiaru) zmiennej  $y_i$  wynosi  $\sigma_{y_i}^2$ . Jaka jest wariancja  $\sigma_f^2$  funkcji  $f(y_1, y_2)$  wyrażona za pomocą wariancji  $\sigma_{y_1}^2, \sigma_{y_2}^2$ ? Jaka jest  $\sigma_f^2$  jeżeli  $y_1$  i  $y_2$  są nieskorelowane?
3. *Regresja liniowa.* Mierzmy wielkości  $(x_i, y_i), i = 1 \dots N$ . Zakładamy, że  $x_i$  znamy dokładnie, a  $y_i$  jest obarczone niepewnością  $\sigma_{y_i}$ . Do zbioru  $(x_i, y_i)$  chcemy dopasować prostą  $y = a + bx$ , która byłaby mu najbliższa w sensie najmniejszych kwadratów. Znaleźć wzory na współczynniki  $a$  i  $b$  takiej prostej.
4. Policzyc niepewności  $\sigma_a^2$  i  $\sigma_b^2$  współczynników  $a$  i  $b$  z zadania 3.
5. Załóżmy, że w poprzednim zadaniu nie znamy niepewności  $\sigma_{y_i}$ . Wówczas możemy przyjąć, że dla każdego  $i$  jest ona taka sama, równa  $\sigma$  (nie znamy tej liczby). Czy da się wtedy policzyć współczynniki  $a$  i  $b$ ?

N19 Dane są dane pomiarowe:

$x_i$	0.0000	0.1000	0.2000	0.3000	0.4000	0.5000	0.6000	0.7000
$y_i$	-7.43239	-6.93795	-5.99228	-5.95172	-4.83701	-4.67837	-4.05978	-3.00445

Dopasować metodą regresji liniowej i narysować prostą  $y = ax + b$  wraz z danymi.

N20 Dane są dane pomiarowe:

$x_i$	-2.0000	-0.9000	0.2000	1.3000	2.4000	3.5000	4.6000	5.7000
$y_i$	-0.41239	-0.86843	-1.22095	-4.46543	7.76899	1.76163	0.86807	0.91436

Odchylenie standardowe dla każdego  $y_i$  jest takie samo i wynosi 0.35.  
Dopasować krzywą  $y = \frac{a}{x+b}$  i narysować ją wraz z danymi.

*Wskazówka:* zmienić zmienne tak aby można było dopasować prostą, należy również przetransformować błąd.

N21 Do danych z zadania N20 dopasować krzywą

$$y = c + \frac{a}{x+b}.$$

dr Tomasz Romańczukiewicz