

1. Całkując odpowiednie wielomiany interpolacyjne, wyprowadź wzory na kwadratury

- (a) trapezów,
- (b) Simpsona,
- (c) 3/8,
- (d) Milne'a.

Zastanów się jak wyprowadzić wyrażenie na błąd kwadratury w każdym z tych przypadków.

2. Dla kwadratury Simpsona wyprowadź

- (a) wzór na kwadraturę złożoną i jej błąd; zastanów się nad efektywnym algorytmem obliczania złożonej kwadratury Simpsona,
- (b) odpowiednik interpolacji Richardsona,
- (c) wyrażenie na błąd obliczania całki po podprzedziale w kwadraturze adaptacyjnej.

3N. Posługując się wzorem trapezów i metodą Romberga, oblicz całkę

$$\int_0^{\infty} \sin\left(\frac{1+\sqrt{x}}{1+x^2}\right) e^{-x} dx \quad (1)$$

z dokładnością do  $10^{-7}$ .

4N. Niech

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \cos\left(\frac{1+t}{t^2+0.04}\right) e^{-t^2} dt \quad (2)$$

Narysuj wykres  $F(x)$  oraz oblicz  $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x)$  z dokładnością  $10^{-8}$ .

5. znajdź wzór na objętość granaistosłupa ściętego o podstawie w punktach  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ ,  $(x_3, y_3)$  i wierzchołkach, odpowiednio,  $f(x_1, y_1)$ ,  $f(x_2, y_2)$ ,  $f(x_3, y_3)$ . Korzystając z tego wzoru, znajdź wzór na kwadraturę złożoną powstałą z podziału podstawy na trzy trójkąty podobne ze wspólnym wierzchołkiem w środku ciężkości podstawy.

Zadania oznaczone jako N są zadaniami numerycznymi. Ich opracowane wyniki plus kod programu (całość w formacie pdf) należy przysyłać na mój adres e-mail w ciągu dwóch tygodni od daty widniejącej w nagłówku. Rozwiązanie może wykorzystywać dowolne legalnie dostępne biblioteki, języki programowania lub programy narzędziowe. Pozostałe zadania są zadaniami nienumerycznymi, do rozwiązywania przy tablicy.