

Лабораторная работа №4

Научное программирование

Леонтьева К. А., НПМмд-02-23

02 октября 2023

Российский университет дружбы народов

Москва, Россия

Изучить встроенные в Octave алгоритмы, необходимые для решения систем линейных уравнений.

Запишем исходную систему

$$\begin{cases} a_1^1 x^1 + \dots + a_n^1 x^n = b^1 \\ \dots \\ a_1^m x^1 + \dots + a_n^m x^n = b^m \end{cases} \quad (1)$$

в матричном виде: $Ax = b$. Матрица A называется основной матрицей системы, b — столбцом свободных членов.

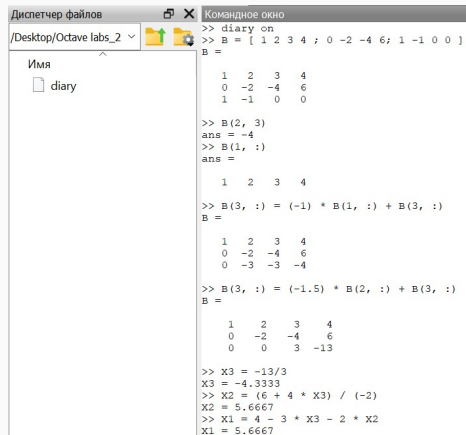
Алгоритм решения СЛАУ **методом Гаусса** подразделяется на два этапа:

- прямой ход: приводим к треугольной матрице;
- обратный ход: выражаем базисные переменные через небазисные.

LU-разложение матрицы A имеет вид $A = LU$. Если известно LU-разложение матрицы A , то исходная система может быть записана как $LUx = b$. Эта система может быть решена в два шага: $Ly = b$ и $Ux = y$.

LUP-разложение матрицы A имеет вид $PA = LU$.

- Для системы линейных уравнений строим расширенную матрицу и реализуем явно метод Гаусса. Для решение треугольной матрицы можно получить вручную



The screenshot shows a file manager window on the left and a command window on the right. The file manager displays a folder named 'diary' on the desktop. The command window shows the following code and output:

```
>> diary on
>> B = [ 1 2 3 4 ; 0 -2 -4 6; 1 -1 0 0 ]
B =
     1     2     3     4
     0    -2    -4     6
     1    -1     0     0

>> B(2, 3)
ans = -4
>> B(1, :)
ans =
     1     2     3     4

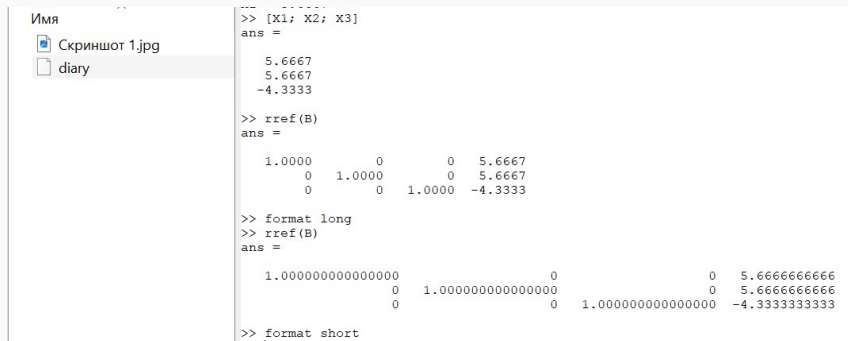
>> B(3, :) = (-1) * B(1, :) + B(3, :)
B =
     1     2     3     4
     0    -2    -4     6
     0    -3    -3    -4

>> B(3, :) = (-1.5) * B(2, :) + B(3, :)
B =
     1     2     3     4
     0    -2    -4     6
     0     0     3   -13

>> X3 = -13/3
X3 = -4.3333
>> X2 = (6 + 4 * X3) / (-2)
X2 = 5.6667
>> X1 = 4 - 3 * X3 - 2 * X2
X1 = 5.6667
```

Figure 1: Рис.1: Метод Гаусса

- А можно воспользоваться встроенной командой. Кроме этого, есть возможность поменять формат вывода значений в виде десятичных дробей



The screenshot shows a MATLAB command window with a file explorer on the left containing 'Скриншот 1.jpg' and 'diary'. The command window displays the following sequence of commands and outputs:

```
>> [x1; x2; x3]
ans =
    5.6667
    5.6667
   -4.3333

>> rref(B)
ans =

    1.0000         0         0    5.6667
         0    1.0000         0    5.6667
         0         0    1.0000   -4.3333

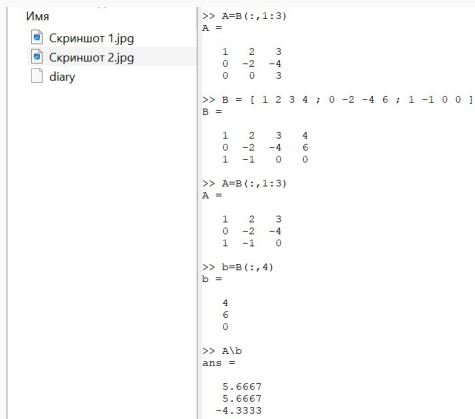
>> format long
>> rref(B)
ans =

    1.000000000000000         0         0    5.666666666666667
         0    1.000000000000000         0    5.666666666666667
         0         0    1.000000000000000   -4.333333333333333

>> format short
```

Figure 2: Рис.2: Метод Гаусса

- Выделим из расширенной матрицы B матрицу A и вектор b . После чего найдем вектор x из уравнения $Ax = b$ с помощью левого деления



```
Имя
Скриншот 1.jpg
Скриншот 2.jpg
diary

>> A=B(:,1:3)
A =
     1     2     3
     0    -2    -4
     0     0     3

>> B = [ 1 2 3 4 ; 0 -2 -4 6 ; 1 -1 0 0 ]
B =
     1     2     3     4
     0    -2    -4     6
     1    -1     0     0

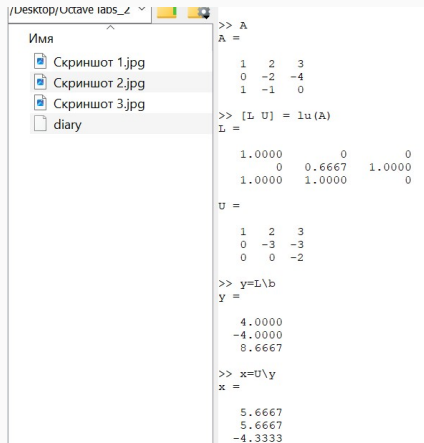
>> A=B(:,1:3)
A =
     1     2     3
     0    -2    -4
     1    -1     0

>> b=B(:,4)
b =
     4
     6
     0

>> A\b
ans =
     5.6667
     5.6667
    -4.3333
```

Figure 3: Рис.3: Левое деление

- Реализуем LU-разложение матрицы и найдем вектор x



```
// Desktop/Octave tabs_4
Имя
  Скриншот 1.jpg
  Скриншот 2.jpg
  Скриншот 3.jpg
  diary

>> A
A =
   1   2   3
   0  -2  -4
   1  -1   0

>> [L U] = lu(A)
L =
   1.0000   0   0
   0   0.6667   1.0000
   1.0000   1.0000   0

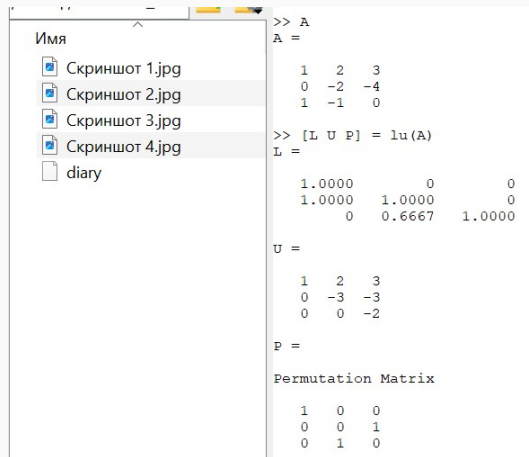
U =
   1   2   3
   0  -3  -3
   0   0  -2

>> y=L\b
y =
   4.0000
  -4.0000
   8.6667

>> x=U\y
x =
   5.6667
   5.6667
  -4.3333
```

Figure 4: Рис.4: LU-разложение

- Реализуем LUP-разложение матрицы



The screenshot shows a MATLAB command window with a file explorer on the left and command input/output on the right. The file explorer lists 'Скриншот 1.jpg', 'Скриншот 2.jpg', 'Скриншот 3.jpg', 'Скриншот 4.jpg', and 'diary'. The command window shows the following commands and results:

```
>> A
A =
     1     2     3
     0    -2    -4
     1    -1     0

>> [L U P] = lu(A)
L =
     1.0000         0         0
     1.0000     1.0000         0
         0     0.6667     1.0000

U =
     1     2     3
     0    -3    -3
     0     0    -2

P =
Permutation Matrix
     1     0     0
     0     0     1
     0     1     0
```

Figure 5: Рис.5: LUP-разложение

- В ходе выполнения данной лабораторной работы я изучила встроенные в Octave алгоритмы, необходимые для решения систем линейных уравнений.