

Principles of Programming Languages

Assignments 5

Question 1:

Prove that `append$` is CPS-equivalent to `append`:

1. (define `append$`
2. (lambda (l1 l2 cont)
3. (if (empty? l1)
4. (cont l2)
5. (`append$` (cdr l1)
6. l2
7. (lambda (app-cdr-l1) //cont2
8. (cont (cons (car l1) app-cdr-l1))))))

נוכיח בעזרת אינדוקציה על אורך הרשימה `l1`.

מקרה בסיס: אורך `l1` הוא 0:

הערך שיתקבל מ `append` הוא בעצם `(append '() l2)=l2`

הערך שיתקבל מ `append$` הוא `(cont l2)` $(\text{append\$ } l1 \ l2 \ cont) = (cont \ l2)$

צעד:

נניח שהטענה נכונה עבור רשימה `l` באורך `n`, נוכיח עבור `l1` באורך `n+1`

א. לפי הקוד, הערך של `(append l1 l2)` יהיה
`(cons (car l1) (append (cdr l1) l2))`.

ב. לפי הקוד, הערך של `(append$ l1 l2 cont)` הינו
`(append$ (cdr l1) l2 cont2)` כאשר `cont2` הוא הערך שמתואר בשורה
7-8 במימוש.

כיוון ש- `(cdr l1)` היא רשימה מאורך $n+1-1=n$ מתקיימת הנחת האינדוקציה וניתן להסיק ש -

$$(cont2 \ (append \ (cdr \ l1) \ l2)) = (\text{append\$ } (cdr \ l1) \ l2 \ cont2)$$

נחליף את cont2 בערכו:

$$(\text{cont} (\text{cons} (\text{car lst1}) (\text{append} (\text{cdr lst1}) \text{lst2}))) = (\text{append\$} (\text{cdr lst1}) \text{lst2} \text{cont2})$$

נשים לב, ש- $(\text{cons} (\text{car lst1}) (\text{append} (\text{cdr lst1}) \text{lst2}))$ בעצם שווה

ערך ל- $(\text{append lst1 lst2})$ ולכן:

$$(\text{cont} (\text{append lst1 lst2})) = (\text{append\$} (\text{cdr lst1}) \text{lst2} \text{cont2})$$

ולכן, עם שימוש שוב ב-(ב) נקבל ש:

$$(\text{cont} (\text{append lst1 lst2})) = (\text{append\$} \text{lst1} \text{lst2} \text{cont})$$

Question 3:

1. Find result for the operations:

a. *Unify* $[t(s(s), G, s, p, t(K), s), t(s(G), G, s, p, t(K), U)] -$

$$1. s = \{\}, eqs = [t(s(s), G, s, p, t(K), s), t(s(G), G, s, p, t(K), U)]$$

$$2. s = \{\}, eqs = \left[\begin{array}{l} s(s) = s(G), G = G, s = s, p = p, \\ t(K) = t(K), s = U \end{array} \right]$$

$$3. s = \{\} \circ \{s(s) = s(G)\} = \{s(s) = s(G)\} = \{s = G\}, \\ eqs = [s = U]$$

$$4. s = \{s = G\} \circ \{s = U\} = \{s = U\}, eqs = [\]$$

$$5. s = \{s = G, s = U\}$$

b. *Unify* $[p([v \mid [V \mid W]]), p([v \mid V] \mid W)] -$

$$1. s = \{\}, eqs = [p([v \mid [V \mid W]]), p([v \mid V] \mid W)]$$

$$2. s = \{\}, eqs = [[v \mid [V \mid W]], [v \mid V] \mid W]$$

$$3. s = \{\} \circ \{v = [v \mid V]\}, eqs = [V \mid W] = [W]$$

$$4. fail$$

ההצבה אינה אפשרית, נקבל כי $v = [v \mid V]$ מעגלי.



3. Proof tree:

