

Лабораторная работа №3

Модель боевых действий

Кувшинова К.О. группа НФИ-02-19

Содержание

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Цель работы | 4 |
| 2 | Задание работы | 5 |
| 2.0.1 | Вариант 36 | 5 |
| 3 | Теоретическое введение | 7 |
| 4 | Выполнение лабораторной работы | 8 |
| 4.1 | Постановка задачи | 8 |
| 5 | Решение поставленной задачи | 10 |
| 5.1 | Модель боевых действий между регулярными войсками | 10 |
| 5.2 | Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов | 12 |
| 6 | Вывод | 14 |
| 7 | Библиография | 15 |

List of Figures

| | | |
|-----|---|----|
| 5.1 | Код программы | 11 |
| 5.2 | График изменения численности войск в модели боевых действий между регулярными войсками | 11 |
| 5.3 | Код программы | 12 |
| 5.4 | График изменения численности войск в модели боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов | 13 |

1 Цель работы

Рассмотреть простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера.

2 Задание работы

2.0.1 Вариант 36

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 22 022 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 33033 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)$ и $Q(t)$ непрерывные функции.

Постройте графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев :

1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\frac{dx}{dt} = -0.401x(t) - 0.707y(t) + \sin(8t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.606x(t) - 0.502y(t) + \cos(6t)$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\frac{dx}{dt} = -0.343x(t) - 0.895y(t) + 2\sin(2t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.699x(t)y(t) - 0.433y(t) + 2\cos(t)$$

3 Теоретическое введение

Законы Ланчестера (законы Осипова — Ланчестера) — математическая формула для расчета относительных сил пары сражающихся сторон — подразделений вооруженных сил.

Уравнения Ланчестера — это дифференциальные уравнения, описывающие зависимость между силами сражающихся сторон A и D как функцию от времени, причем функция зависит только от A и D [1].

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Постановка задачи

Рассмотрим некоторые простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. В противоборстве могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

Рассмотри два случая ведения боевых действий: 1. Боевые действия между регулярными войсками; 2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов.

В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами:

- скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
- скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связано с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
- скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены $-a(t)x(t)$ и $-h(t)y(t)$, члены $-b(t)y(t)$ и $-c(t)x(t)$ отражают потери на поле боя. Коэффициенты $b(t)$ и $c(t)$ указывают на эффективность боевых действий со стороны У и Х соответственно, $a(t)$, $h(t)$ - величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции $P(t)$, $Q(t)$ учитывают возможность подхода подкрепления к войскам Х и У в течение одного дня.

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что тем потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

В этой системе все величины имеют тот же смысл, что и в системе модели боевых действий между регулярными войсками.

5 Решение поставленной задачи

В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 22 022 человек, а страна Y - 33 033 человек.

5.1 Модель боевых действий между регулярными войсками

Имеем следующую модель боевых действий:

$$\frac{dx}{dt} = -0.401x(t) - 0.707y(t) + \sin(8t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.606x(t) - 0.502y(t) + \cos(6t)$$

Тогда начальные условия :

$x = 22022$ - численность армии страны X $y = 33033$ - численность армии страны Y $a = 0.401$ - степень влияния различных факторов на потери X $b = 0.707$ - эффективность боевых действий Y $c = 0.606$ - эффективность боевых действий X $h = 0.502$ - степень влияния различных факторов на потери Y $P(t) = \sin(8t)$ - возможность подхода подкрепления к войскам страны X $Q(t) = \cos(6t)$ - возможность подхода подкрепления к войскам страны Y

Код программы в OpenModelica (fig. 5.1)

```

1 //Модель боевых действий между регулярными войсками
2 model Fight1
3 parameter Real x0=22022; //численность армии страны X
4 parameter Real y0=33033; //численность армии страны Y
5
6 parameter Real a=0.401; //степень влияния различных факторов на потери x
7 parameter Real b=0.707; //эффективность боевых действий y
8 parameter Real c=0.606; //эффективность боевых действий x
9 parameter Real h=0.502; //степень влияния различных факторов на потери y
10
11 Real x(start=x0);
12 Real y(start=y0);
13
14 // sin(8t) & cos(6t) - возможность подхода подкрепления к войскам
15 //стран X и Y соответственно
16 equation
17   der(x) = -a*x-b*y+sin(8*time);
18   der(y) = -c*x-h*y+cos(6*time);
19
20 end Fight1;

```

Figure 5.1: Код программы

В результате выполнения программы получаем график изменения численности войск. Через секунду численность войск страны X будет равно 1952, а страны Y - 15468. (fig. 5.2)

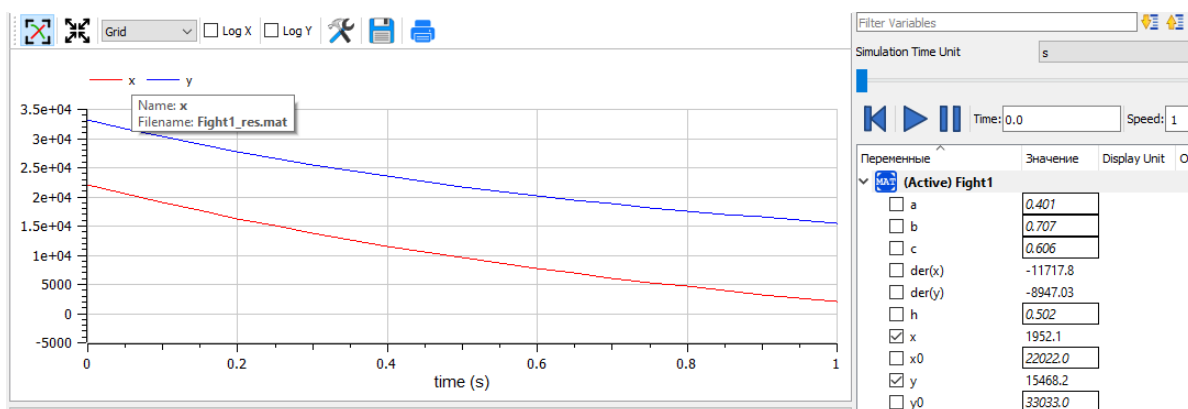


Figure 5.2: График изменения численности войск в модели боевых действий между регулярными войсками

5.2 Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

Имеем следующую модель боевых действий:

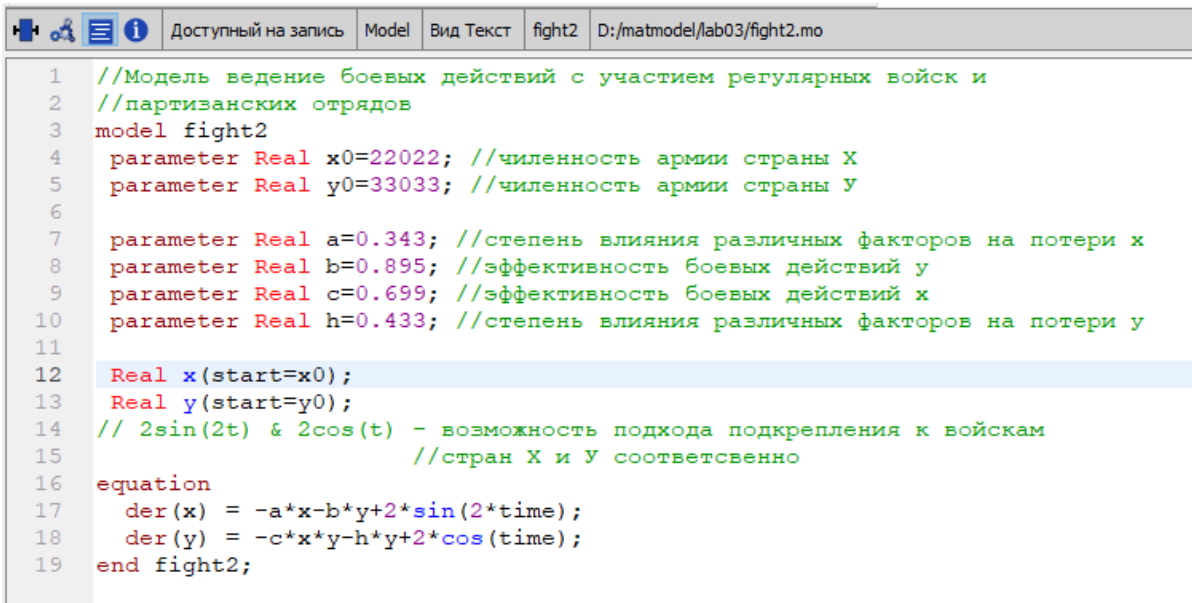
$$\frac{dx}{dt} = -0.343x(t) - 0.895y(t) + 2\sin(2t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.699x(t)y(t) - 0.433y(t) + 2\cos(t)$$

Тогда начальные условия :

$x = 22022$ - численность армии страны X $y = 33033$ - численность армии страны Y $a = 0.343$ - степень влияния различных факторов на потери X $b = 0.895$ - эффективность боевых действий Y $c = 0.699$ - эффективность боевых действий X $h = 0.433$ - степень влияния различных факторов на потери Y $P(t) = 2\sin(2t)$ - возможность подхода подкрепления к войскам страны X $Q(t) = 2\cos(t)$ - возможность подхода подкрепления к войскам страны Y

Код программы в OpenModelica (fig. 5.3)



```
1 //Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и
2 //партизанских отрядов
3 model fight2
4   parameter Real x0=22022; //численность армии страны X
5   parameter Real y0=33033; //численность армии страны Y
6
7   parameter Real a=0.343; //степень влияния различных факторов на потери x
8   parameter Real b=0.895; //эффективность боевых действий y
9   parameter Real c=0.699; //эффективность боевых действий x
10  parameter Real h=0.433; //степень влияния различных факторов на потери y
11
12  Real x(start=x0);
13  Real y(start=y0);
14  // 2sin(2t) & 2cos(t) - возможность подхода подкрепления к войскам
15                        //стран X и Y соответственно
16  equation
17    der(x) = -a*x-b*y+2*sin(2*time);
18    der(y) = -c*x*y-h*y+2*cos(time);
19  end fight2;
```

Figure 5.3: Код программы

В результате выполнения программы получаем график изменения численности войск. Через секунду численность войск страны X будет равно 15627, а у страны Y уже на 0.05 сек численность будет равна нулю. (fig. 5.4)

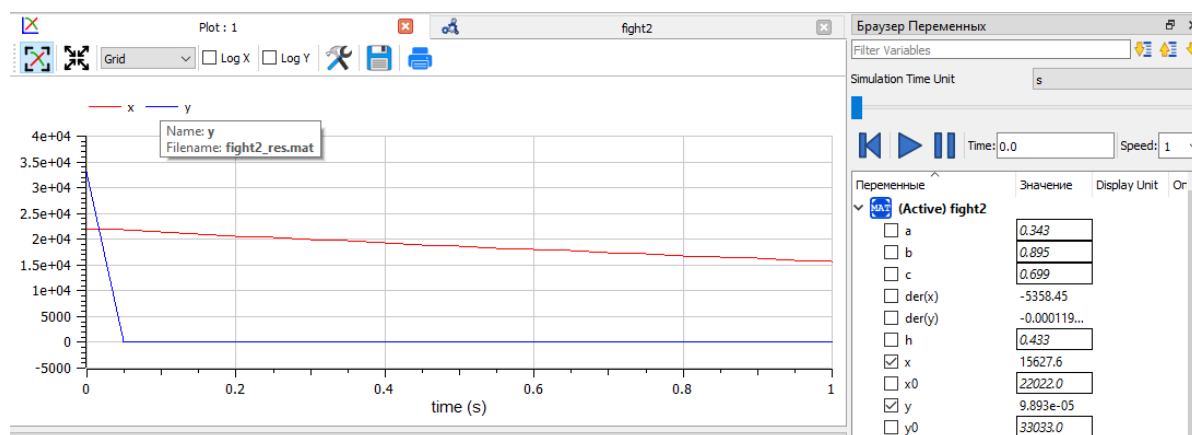


Figure 5.4: График изменения численности войск в модели боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

6 Вывод

В ходе выполнения работы мы рассмотрели простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера.

7 Библиография

1. Wikipedia: Законы Осипова — Ланчестера ([1]: <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%A8%D0%B8%D0%B5%D0%9A%D0%BB%D0%BD%D0%BA>)