

Лабораторная работа №6

Задача об эпидемии

Кувшинова К.О. группа НФИ-02-19

Содержание

1	Цель работы	4
2	Задание работы	5
2.0.1	Вариант 36	5
3	Теоретическое введение	6
4	Выполнение лабораторной работы	8
4.0.1	Решение	8
4.0.2	Случай 1: $I(0) \leq I^*$	9
4.0.3	Случай 2: $I(0) > I^*$	10
5	Вывод	11
6	Библиография	12

List of Figures

4.1	Код программы	9
4.2	График изменения числа инфицированных особей и выздоровевших особей	9
4.3	График изменения числа инфицированных особей, выздоровевших особей и восприимчивых особей	10
4.4	График изменения числа инфицированных особей, выздоровевших особей и восприимчивых особей	10

1 Цель работы

Рассмотреть модель задачи об эпидемии типа SIR.

2 Задание работы

2.0.1 Вариант 36

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N=12\,400$) в момент начала эпидемии ($t=0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 150$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 55$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$.

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае: 1) если $I(0) \leq I^*$
2) если $I(0) > I^*$

3 Теоретическое введение

Некая популяция, состоящая из N особей, подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначаемая через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(0) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, & I(0) > I^* \\ 0, & I(0) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, & I(0) > I^* \\ -\beta I, & I(0) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. [1]

4 Выполнение лабораторной работы

4.0.1 Решение

Начальные условия:

$\alpha = 0.01$ - коэффициент заболеваемости

$\beta = 0.02$ - коэффициент выздоровления

$N = 12400$ - общая численность популяции

$I_0 = 150$ - количество инфицированных особей в начальный момент времени

$R_0 = 55$ - количество здоровых особей с иммунитетом в начальный момент времени

$S_0 = N - I_0 - R_0$ - количество восприимчивых к болезни особей в начальный момент времени

Код программы в OpenModelica(fig. 4.1):


```

1 model pandemic
2
3 parameter Real a = 0.01; // коэффициент заболеваемости
4 parameter Real b = 0.02; // коэффициент выздоровления
5 parameter Real N = 12400; // общая численность популяции
6 parameter Real I0 = 150; // количество инфицированных особей в нач момент вр
7 parameter Real R0 = 55; // количество здоровых особей с иммунитетом в нач момент вр
8 parameter Real S0 = N - I0 - R0; // количество восприимчивых к болезни особей в нач момент вр
9
10 Real S(start=S0); //кол-во восприимчивых
11 Real I(start=I0); //кол-во инфицированных
12 Real R(start=R0); //кол-во здоровых с иммунитетом
13
14 equation
15 //случай 1 I(0) <= I*
16 der(S)=0;
17 der(I)=-b*I;
18 der(R)=b*I;
19 //случай 2 I(0) > I*
20 der(S)=-a*S;
21 der(I)=a*S-b*I;
22 der(R)=b*I;
23
24 end pandemic;

```

Figure 4.1: Код программы

4.0.2 Случай 1: $I(0) \leq I^*$

График изменения числа инфицированных особей и выздоровевших особей (fig. 4.2):

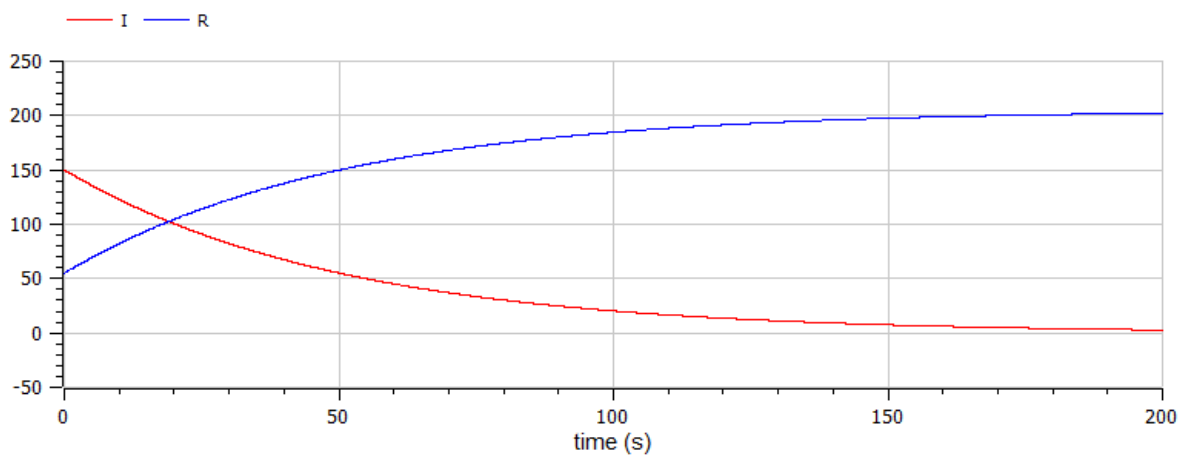


Figure 4.2: График изменения числа инфицированных особей и выздоровевших особей

График изменения числа инфицированных особей, выздоровевших особей и восприимчивых особей (fig. 4.3):

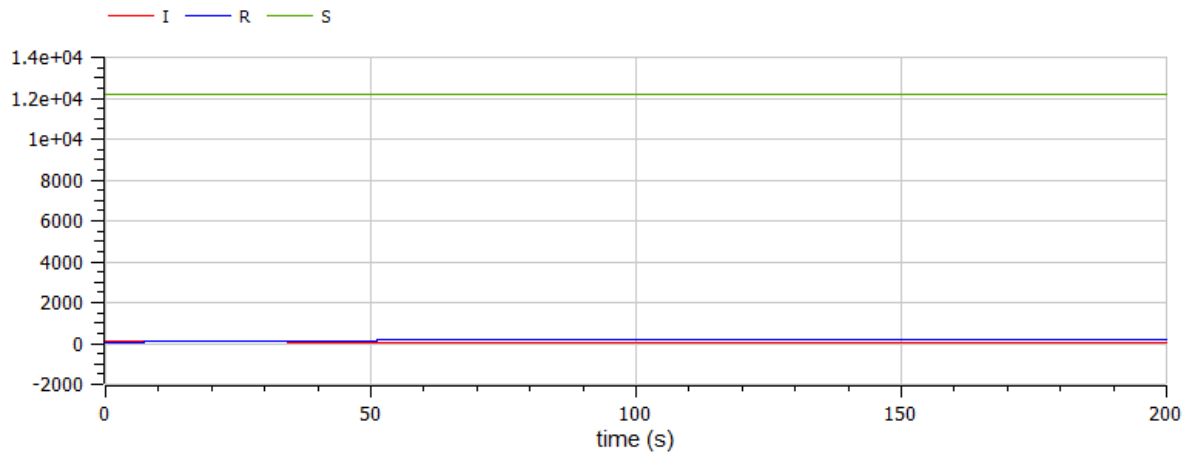


Figure 4.3: График изменения числа инфицированных особей, выздоровевших особей и восприимчивых особей

4.0.3 Случай 2: $I(0) > I^*$

График изменения числа инфицированных особей, выздоровевших особей и восприимчивых особей (fig. 4.4):

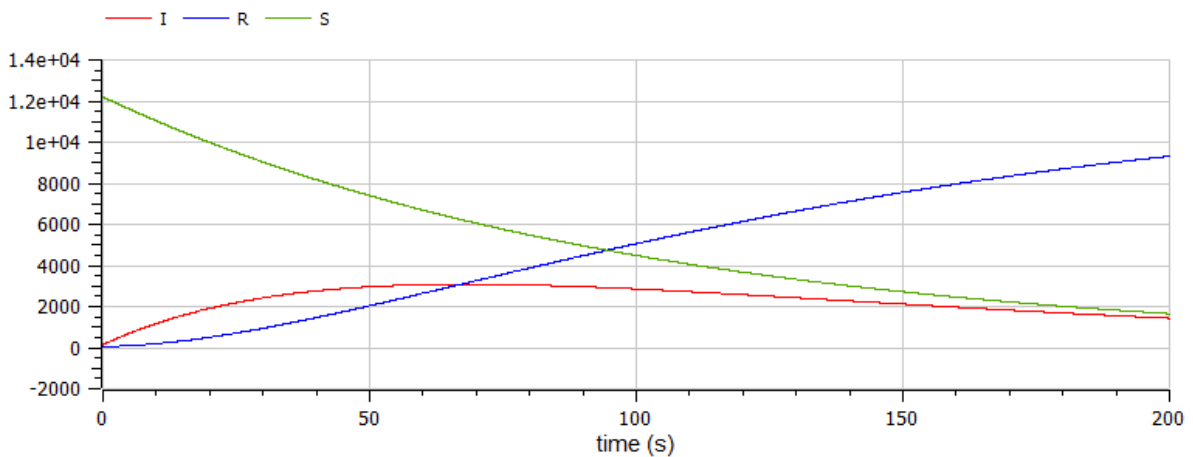


Figure 4.4: График изменения числа инфицированных особей, выздоровевших особей и восприимчивых особей

5 Вывод

В ходе выполнения работы мы рассмотрели и построили эпидемическую модель типа SIR.

6 Библиография

1. Кулябов, Д.С. Задача об эпидемии [Текст] / Д.С.Кулябов. - Москва: - 4 с. [¹]:
Кулябов, Д.С. Задача об эпидемии.