

Лабораторная работа №1

Задача о погоне

Кувшинова К.О. группа НФИ-02-19

Содержание

1	Цель работы	4
2	Задание работы	5
2.0.1	Вариант 36	5
3	Теоретическое введение	6
4	Выполнение лабораторной работы	7
4.1	Постановка задачи	7
4.2	Код в Scilab	10
5	Вывод	15
6	Библиография	16

List of Figures

4.1	Положение катера и лодки в начальный момент времени	7
4.2	Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие	9
4.3	Код в Scilab	10
4.4	График в первом случае	11
4.5	Приближение графика в первом случае	12
4.6	График во втором случае	13
4.7	Приближение графика во втором случае	14

1 Цель работы

Научиться строить математические модели в Scilab, а также ознакомиться с задачей о погоне.

2 Задание работы

2.0.1 Вариант 36

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 14,4 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,7 раза больше скорости браконьерской лодки. 1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени). 2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев. 3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

3 Теоретическое введение

Scilab — пакет прикладных математических программ, предоставляющий открытое окружение для инженерных (технических) и научных расчётов [1].

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Постановка задачи

1. Принимает за $t_0 = 0$, $x_0 = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_0 = k$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров $x_0 (\theta = x_0 = 0)$, а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны. (fig. 4.1)

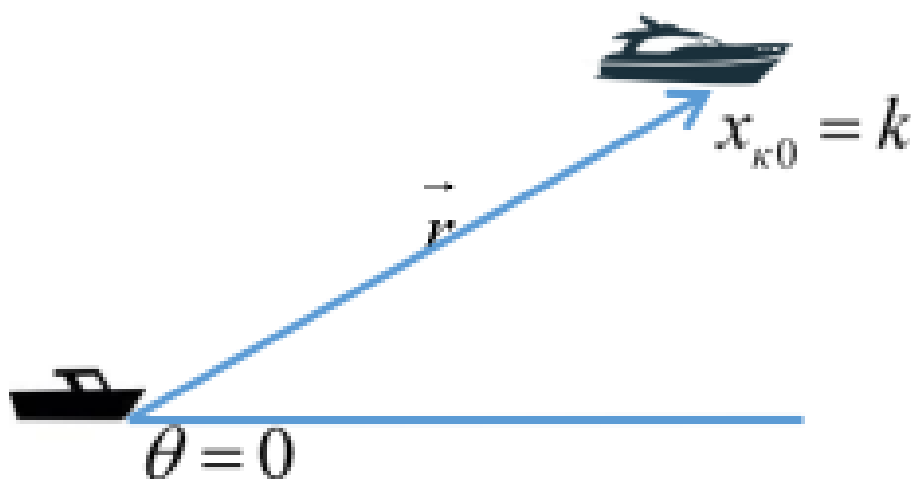


Figure 4.1: Положение катера и лодки в начальный момент времени

3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса θ , только в этом случае траектория

катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

4. Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $k - x$ (или $k + x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или $k - x/4.7v$ (во втором случае $k + x/4.7v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{k - x}{4.7v}$$

в первом случае или

$$\frac{x}{v} = \frac{k + x}{4.7v}$$

во втором. Отсюда мы найдем два значения $x_1 = 2.53$ и $x_2 = 3.89$. Задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_τ - тангенсальная скорость (fig. 4.2). Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $\frac{dr}{dt} = v$ Тангенциальная скорость - это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой

скорости $\frac{d\theta}{dt}$ на радиус r , $v_r = \frac{dr}{dt}$

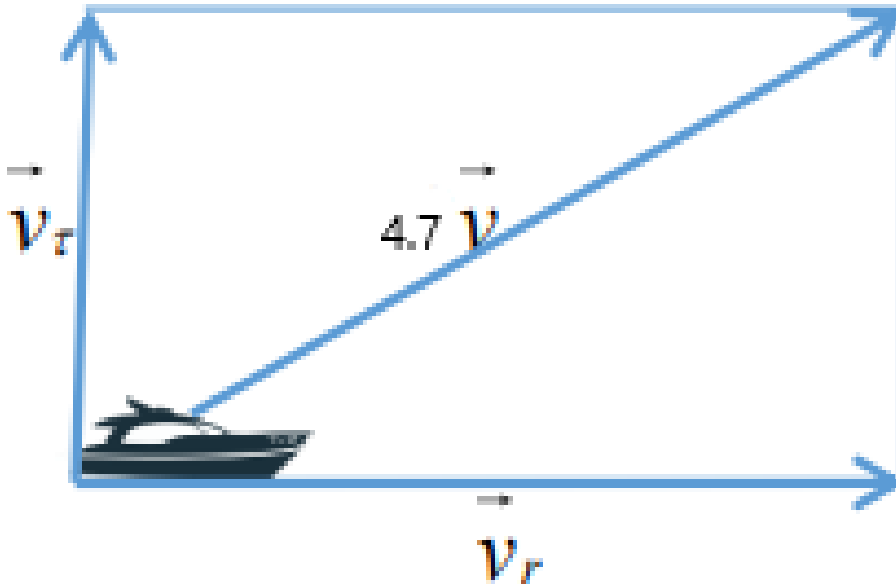


Figure 4.2: Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

Из рисунка видно: $v_\tau = \sqrt{(4.7v)^2 - v^2} = \sqrt{21.09}v$ (учитывая, что радиальная скорость равна v). Тогда получаем $r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{21.09}v$

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух

дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{21.09}v \end{cases}$$
 с начальными

условиями $\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases}$ или $\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$, где $x_1 = 2.53$, а $x_2 = 3.89$.

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению: $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{21.09}}$ Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

4.2 Код в Scilab

Решаем дифференциальное уравнение в Scilab. (fig. 4.3)

```
1 s=14.4; -//расстояние-в-момент-первого-обнаружения-лодки
2 k=4.7; -// -во-сколько-раз-скорость-катера-больше-скорости-лодки-
3 fi=3*pi/4; -//угол-под,-которым-будет-двигаться-лодка
4
5 // "движение-катера"
1 function dr=f(theta,r)
2   dr=r/(sqrt(21.09));
3 endfunction
9 // "Начальные-условия-1"
10 theta0=0;
11 r0=s/k+1; -//2.53
12
13 // "Начальные-условия-2"
14 /*theta0=-pi;
15 r0=s/(k-1); -//3.89*/
16
17 theta=0:0.01:2*pi; -//Интервал-от-0-до-2*П-с-шагом-0.01
18 r=ode(r0,theta0,theta,f); -//решение-дифф-уравнения
19
20 // "функция-движения-лодки-браконьеров"
1 function xt=f2(t)
2   xt=tan(fi)*t; -//таким-образом-лодка-будет-двигаться-вперед
3 endfunction
24 t=0:1:30;
25 //Построение-траектории-движения-катера-в-полярных-координатах
26 polarplot(theta,r,style=color('blue'));
27 plot2d(t,f2(t),style=color('pink'));
28 ..
```

Figure 4.3: Код в Scilab

Точка пересечения траекторий в первом случае - (9.5;-9.5) (fig. 4.4)(fig. 4.5)

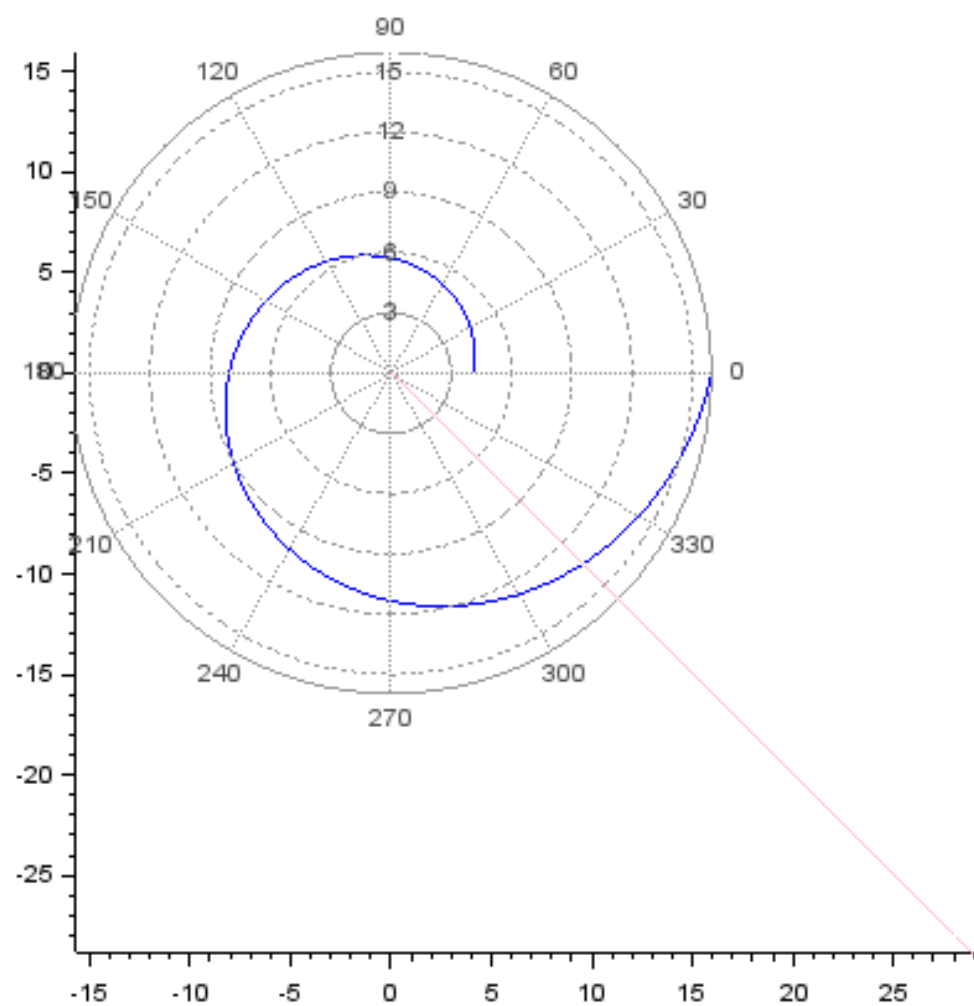


Figure 4.4: График в первом случае

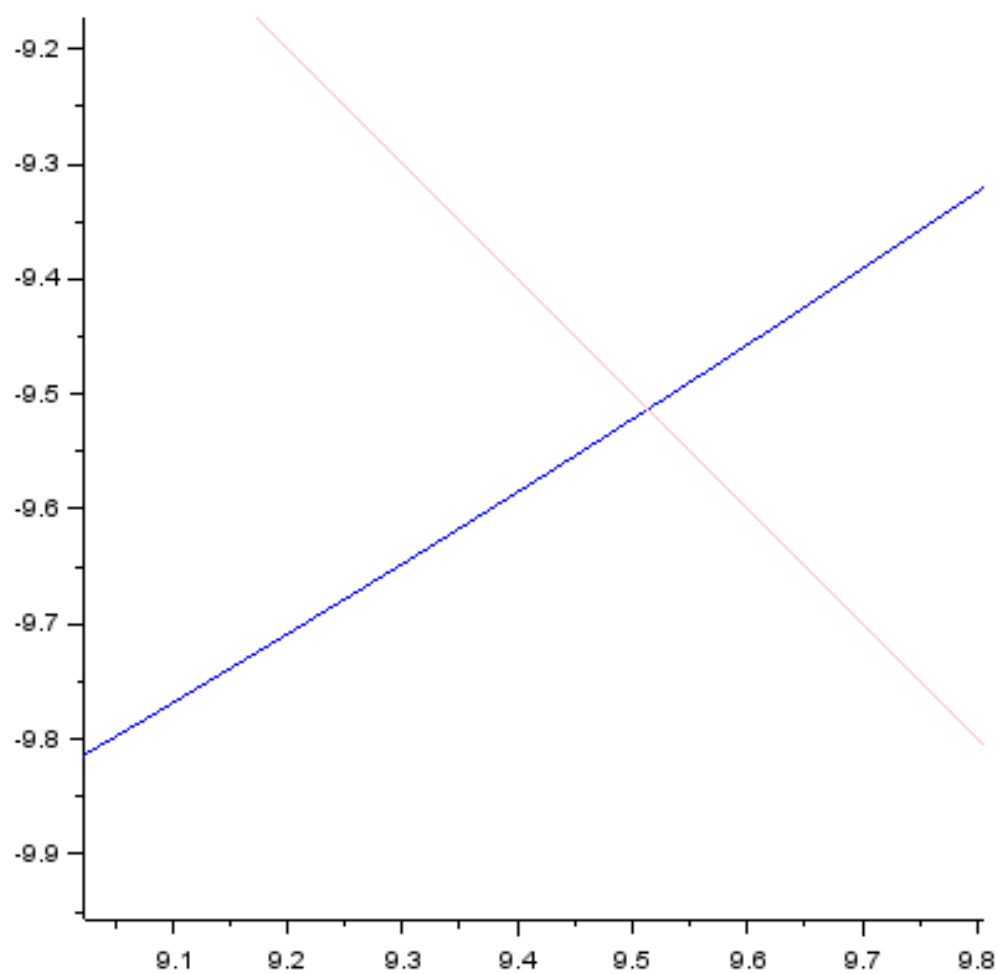


Figure 4.5: Приближение графика в первом случае

Точка пересечения траекторий во втором случае - $(18.1; -18.1)$ (fig. 4.6)(fig. 4.7)

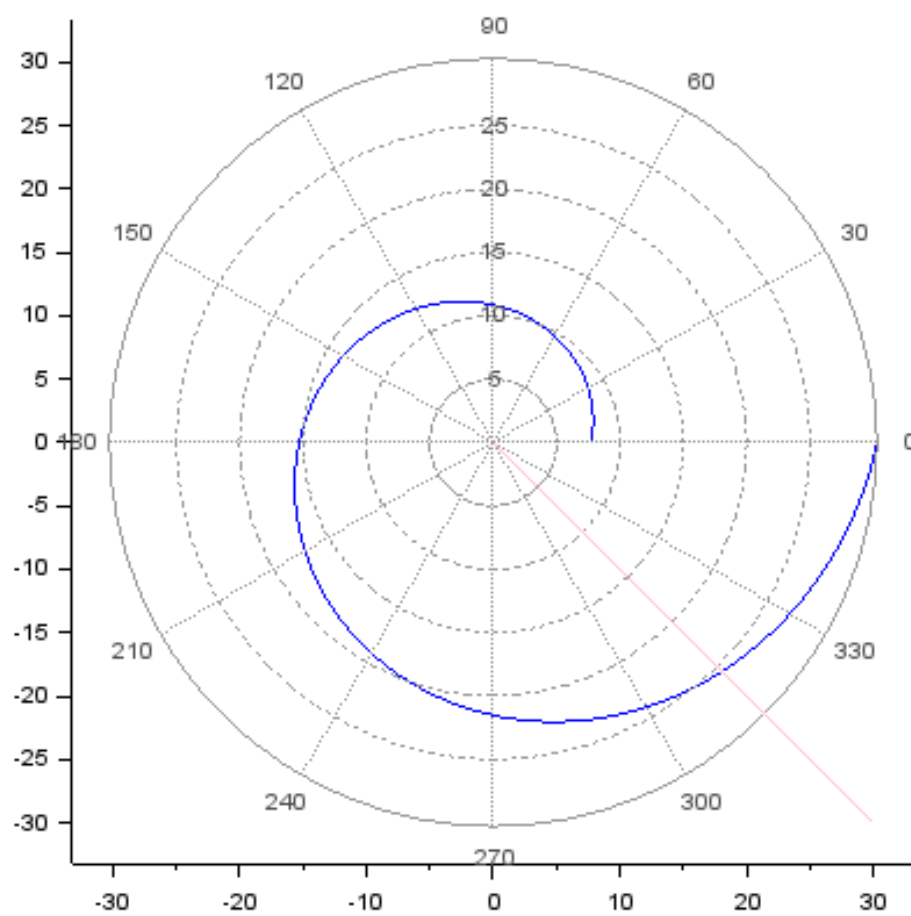


Figure 4.6: График во втором случае

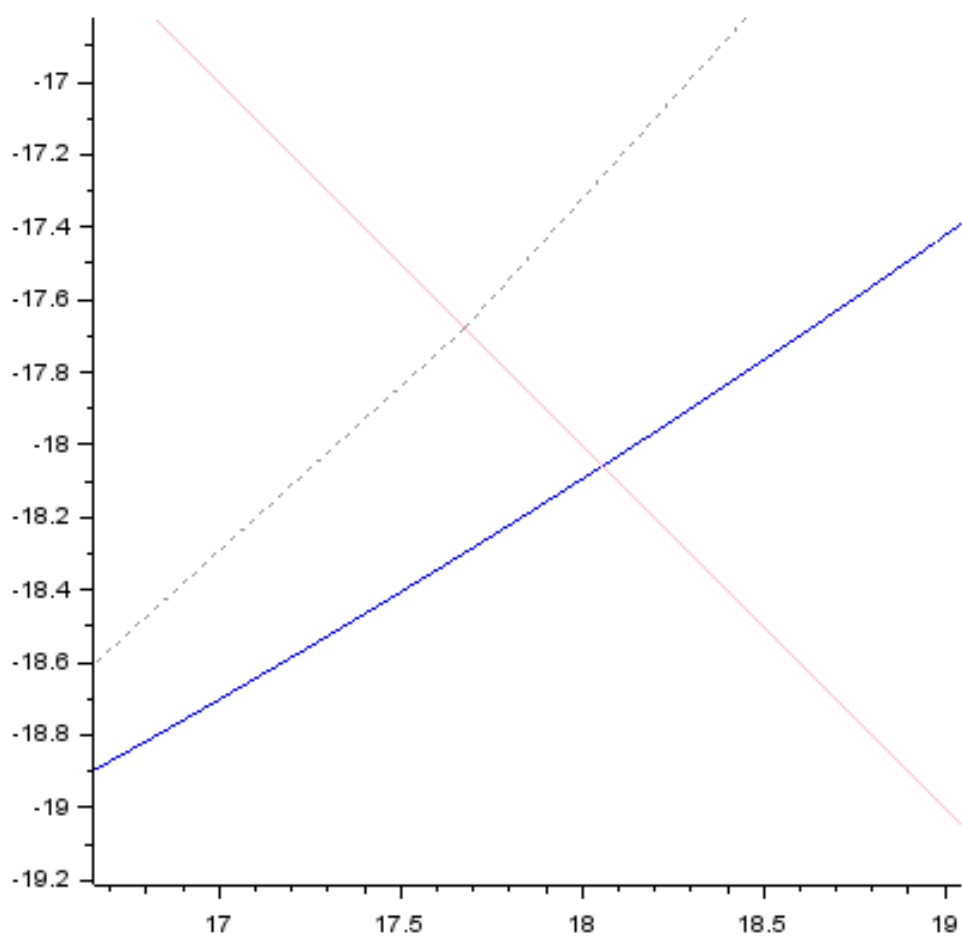


Figure 4.7: Приближение графика во втором случае

5 Вывод

В ходе выполнения работы мы научились строить математические модели в Scilab, а также ознакомиться с задачей о погоне.

6 Библиография

1. Wikipedia: Scilab ([1]: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Scilab>)