

Лабораторная работа №5

Модель хищник-жертва

Кувшинова Ксения Олеговна¹

11.03.2022, Moscow

¹RUDN University, Moscow, Russian Federation

Рассмотреть модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры.

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.83x(t) + 0.083x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.82y(t) - 0.082x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 8$, $y_0 = 16$. Найдите стационарное состояние системы.

Данная модель описывается следующим уравнением:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -ax(t) + cx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = by(t) - dx(t)y(t) \end{cases}$$

где

a - коэффициент естественной смертности хищников;

b - коэффициент естественного прироста жертв;

c - коэффициент увеличения числа хищников;

d - коэффициент смертности жертв.

Стационарное состояние системы (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке:

$$x_0 = \frac{b}{d}, y_0 = \frac{a}{c}$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.83x(t) + 0.083x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.82y(t) - 0.082x(t)y(t) \end{cases}$$

Начальные условия:

$$a = 0.83$$

$$b = 0.82$$

$$c = 0.083$$

$$d = 0.082$$

$x_0 = 8$ - начальное число хищников

$y_0 = 16$ - начальное число жертв

График зависимости численности хищников от численности жертв

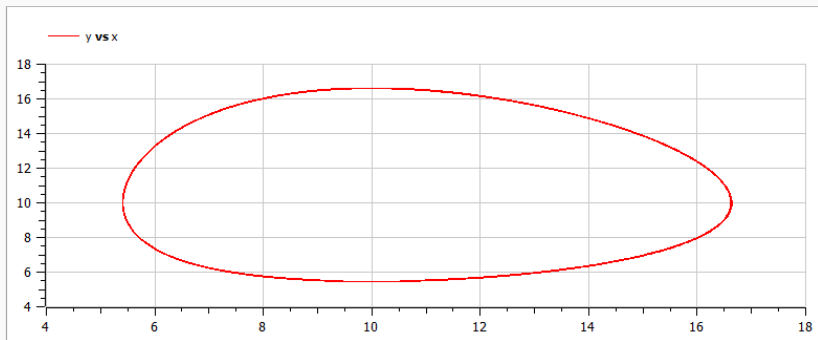


Figure 1: График зависимости численности хищников от численности жертв

Графики изменения численности хищников и численности жертв

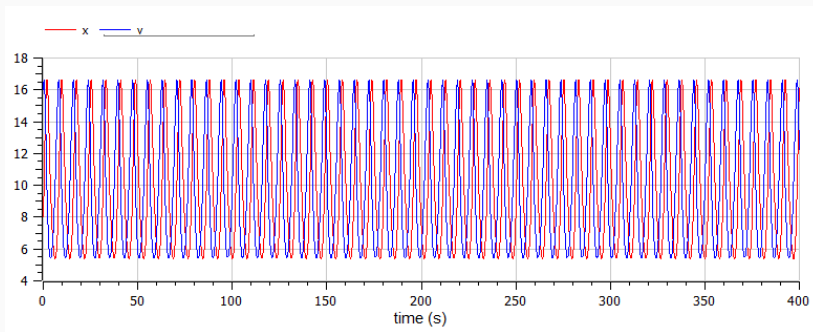


Figure 2: Графики изменения численности хищников и численности жертв

Стационарное состояние системы

Стационарное состояние системы будет в точке:

$$x_0 = 0.82/0.082, y_0 = 0.83/0.083.$$

В каждый момент времени значения x и y равны 10.

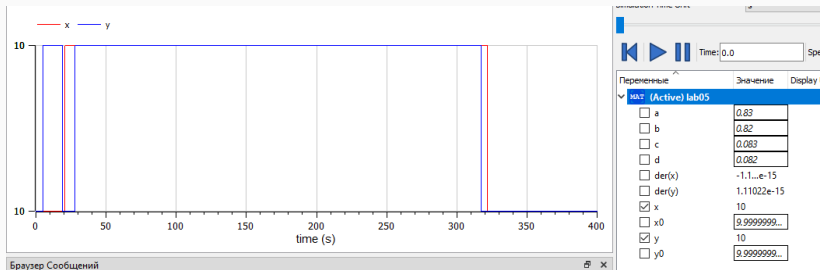


Figure 3: Стационарное состояние системы

В ходе выполнения работы мы рассмотрели и построили модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры.

1. Кулябов, Д.С. Модель хищник-жертва - Москва: - 5 с.