



Отчет по задаче 9 КСР

Выполнила: Киселева Ксения
Команда 4 группы 3821Б1ПМоп2

2023 г.



Вариант 7. Остывание разогретого тела, помещенного с целью охлаждения в поток жидкости или газа, имеющего постоянную температуру ϑ , описывается дифференциальным уравнением

$$du/dx = -a(u - \vartheta); u(0) = u_0.$$

Здесь a – постоянный, положительный коэффициент пропорциональности, $u(x)$ – температура тела в момент времени x , u_0 – температура тела в начальный момент времени. Исследуйте численно зависимость температуры от времени. Сравните результаты (траектории) с вариантом № 8. Параметры системы: a, ϑ .

Явный метод Рунге-Куты 4го порядка



ННГУ им. Н.И. Лобачевского
институт информационных
технологий, математики и
механики

В общем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x}_0, \mathbf{v}_0 = \mathbf{u}_0, \\ \mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + \mathbf{h}_n, \\ \mathbf{v}_{n+1} = \mathbf{v}_n + \frac{\mathbf{h}_n}{6} \cdot (\mathbf{k}_1 + 4\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4), \\ \mathbf{k}_1 = \mathbf{f}(\mathbf{x}_n, \mathbf{v}_n), \\ \mathbf{k}_2 = \mathbf{f}\left(\mathbf{x}_n + \frac{\mathbf{h}_n}{4}, \mathbf{v}_n + \frac{\mathbf{h}_n}{4} \mathbf{k}_1\right), \\ \mathbf{k}_3 = \mathbf{f}\left(\mathbf{x}_n + \frac{\mathbf{h}_n}{2}, \mathbf{v}_n + \frac{\mathbf{h}_n}{2} \mathbf{k}_2\right), \\ \mathbf{k}_4 = \mathbf{f}\left(\mathbf{x}_n + \mathbf{h}_n, \mathbf{v}_n + \mathbf{h}_n (\mathbf{k}_1 - 2\mathbf{k}_2 + 2\mathbf{k}_3)\right). \end{array} \right.$$

Явный метод Рунге-Куты 4го порядка



ННГУ им. Н.И. Лобачевского
институт информационных
технологий, математики и
механики

Для нашей задачи:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_0, v_0 = u_0 \\ x_{n+1} = x_n + h_n \\ v_{n+1} = v_n + \frac{h_n}{6} \cdot (k_1 + 2 \cdot k_2 + 2 \cdot k_3 + k_4) \\ k_1 = -a \cdot (v_n - \vartheta) \\ k_2 = -a \cdot (v_n + \frac{h_n}{2} \cdot k_1 - \vartheta) \\ k_3 = -a \cdot (v_n + \frac{h_n}{2} \cdot k_2 - \vartheta) \\ k_4 = -a \cdot (v_n + h_n \cdot k_3 - \vartheta) \end{array} \right.$$



При открытии
программы мы видим
окно:

Киселева Ксения 3821Б1ПМоп2

О Программе Таблица Справка

Параметры задачи

u0	3	h	0,01
x0	0	N	1000
teta	1	b	100
a	1	eps	1e-6
		ksi	1e-16

Решить

☐ Включить контроль шага
☐ Выключить контроль шага

$$\frac{du}{dx} = -a(u - \vartheta);$$
$$u(0) = u_0$$

a – постоянный положительный коэффициент пропорциональности
 $u(x)$ – температура тела в момент времени x ,
 u_0 – температура тела в начальный момент

— V(x) - численное решение

Мы можем изменить
параметры задачи:

u0	<input type="text" value="3"/>
x0	<input type="text" value="0"/>
teta	<input type="text" value="1"/>
a	<input type="text" value="1"/>

Так же можем
выбрать строить
график с контролем
шага или без него:

- ☐ Включить контроль шага
☐ Выключить контроль шага

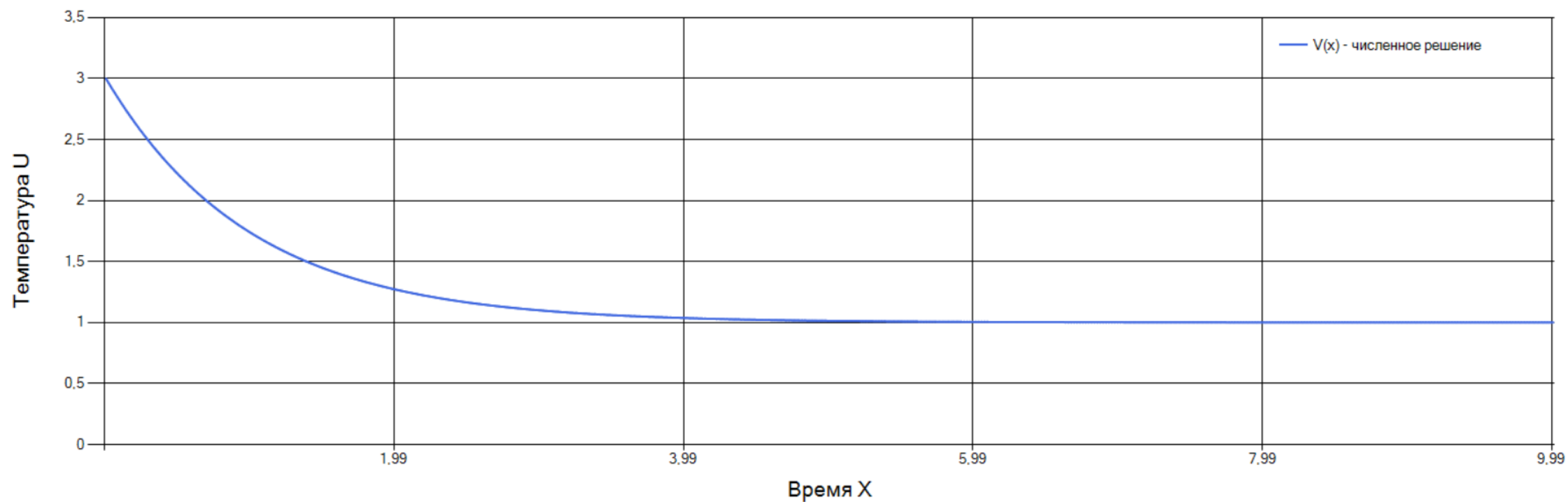
И параметры метода:

h	<input type="text" value="0,01"/>
N	<input type="text" value="1000"/>
b	<input type="text" value="100"/>
eps	<input type="text" value="1e-6"/>
ksi	<input type="text" value="1e-16"/>

Когда введём все
параметры можем
нажать на кнопку:

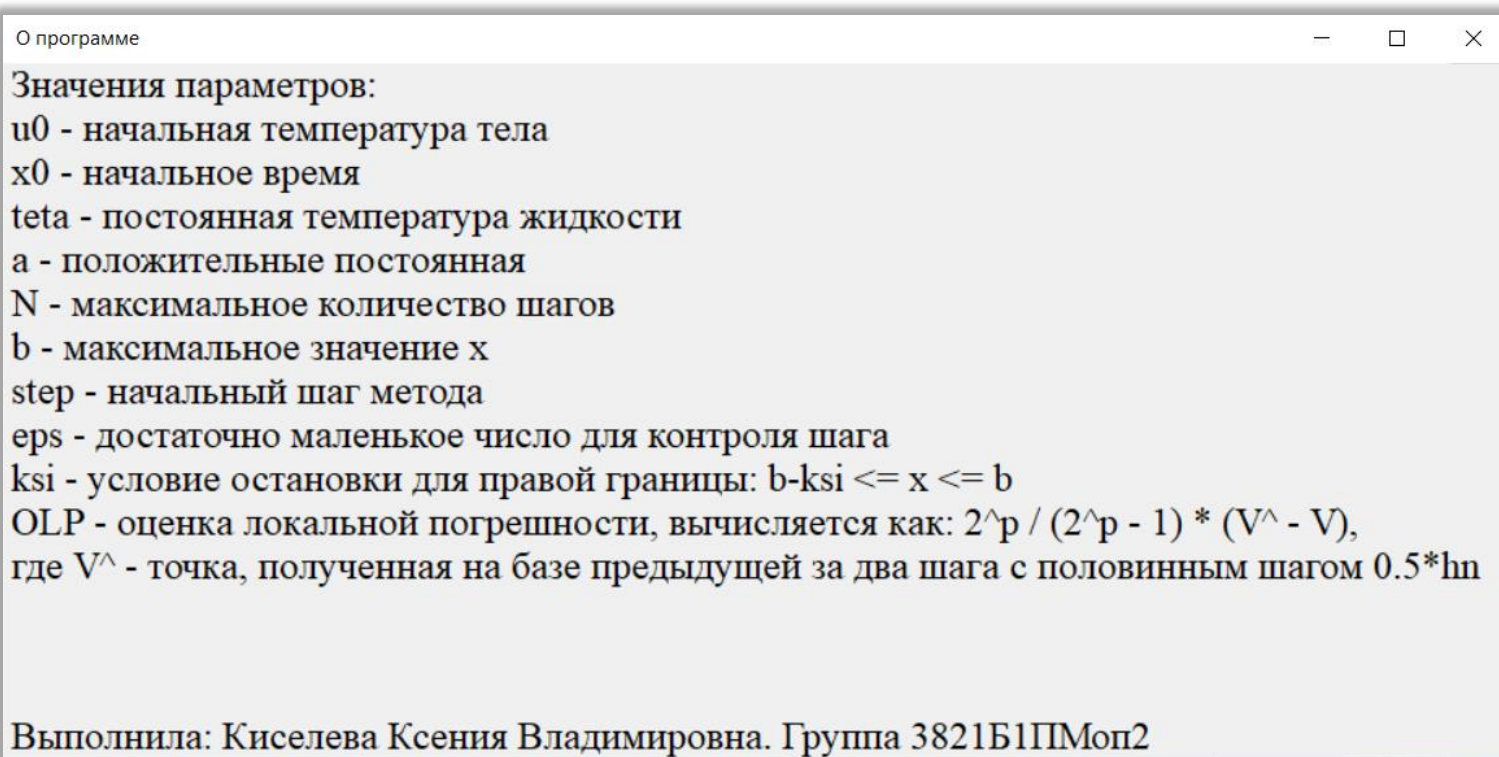
Решить

После нажатия на кнопку появится график:



Теперь рассмотрим кнопки:

О Программе



Таблица

Таблица									
n	x	v1	v2	v1-v2	OLP	h	половинный шаг	двойной шаг	
0	0	3	3	0	0	0,01	0	0	
1	0,01	2,98009...	2,98009...	3,22497...	1,66456478230733E-12	0,01	0	0	
2	0,03	2,94089...	2,94089...	1,02021...	5,26559536713952E-11	0,02	0	1	
3	0,07	2,86478...	2,86478...	3,19118...	1,64706221994493E-09	0,04	0	1	
4	0,15	2,72141...	2,72141...	9,75722...	5,03598476105556E-08	0,08	0	1	
5	0,31	2,46689...	2,46689...	2,85064...	1,47129919506976E-06	0,16	0	1	
6	0,47	2,25000...	2,25000...	2,42916...	1,2537609805463E-06	0,16	0	0	
7	0,63	2,06519...	2,06518...	2,06999...	1,06838677093416E-06	0,16	0	0	
8	0,79	1,90769...	1,90769...	1,76394...	9,10420973336083E-07	0,16	0	0	
9	0,95	1,77348...	1,77348...	1,50313...	7,75811130656242E-07	0,16	0	0	
10	1,11	1,65912...	1,65912...	1,28088...	6,61103959724111E-07	0,16	0	0	
11	1,27	1,56167...	1,56167...	1,09150...	5,63356761063005E-07	0,16	0	0	
12	1,43	1,47862...	1,47862...	9,30119...	4,80061925619187E-07	0,16	0	0	
13	1,75	1,34757...	1,34755...	2,48139...	1,28071783395948E-05	0,32	0	1	
14	2,07	1,25241...	1,25239...	1,80199...	9,30060277089713E-06	0,32	0	0	
15	2,39	1,18330...	1,18328...	1,30861...	6,75411941746991E-06	0,32	0	0	
16	2,71	1,13311...	1,13310...	9,50316...	4,90485726866533E-06	0,32	0	0	
17	3,03	1,09666...	1,09666...	6,90121...	3,56191878481127E-06	0,32	0	0	
18	3,35	1,07000...	1,07000...	5,01100...	2,50000000000000E-06	0,32	0	0	

Порядок метода



ННГУ им. Н.И. Лобачевского
институт информационных
технологий, математики и
механики

На основе таблицы, проверим порядок метода:

Таблица								
n	x	v1	v2	v1-v2	OLP	h	половинный шаг	двойной шаг
0	0	3	3	0	0	0,01	0	0
1	0,01	2,98009...	2,98009...	3,22497...	1,66456478230733E-12	0,01	0	0
2	0,03	2,94089...	2,94089...	1,02021...	5,26559536713952E-11	0,02	0	1
3	0,07	2,86478...	2,86478...	3,19118...	1,64706221994493E-09	0,04	0	1

$$\frac{|OLP3|}{|OLP2|} \approx \frac{1,65 \cdot 10^{-9}}{5,27 \cdot 10^{-11}} \approx 31,3093$$

Справка

Справка

$$\frac{du}{dx} = -a(u - \vartheta);$$

a – постоянный положительный коэффициент пропорциональности
 $u(x)$ – температура тела в момент времени x ,
 $u(0) = u_0$ u_0 – температура тела в начальный момент

Введённые данные:

x - временная прямая,

$x_0 = 0$ начальное время,

$U(x_0) = 3$ начальная температура,

$a = 1$

$teta = 1$ постоянная температура жидкости,

$eps = 1e-06$ достаточно маленькое число для управления шагом,

$ksi = 1e-16$ достаточно маленькое число для контроля выхода на правую границу,

$(b - ksi) = 100$ выход на правую границу с допуском

$N = 1000$ максимально допустимое количество шагов

Результаты вычислений:

Выполнено шагов: 72

Конечная температура: 1 в момент времени $x = 100$

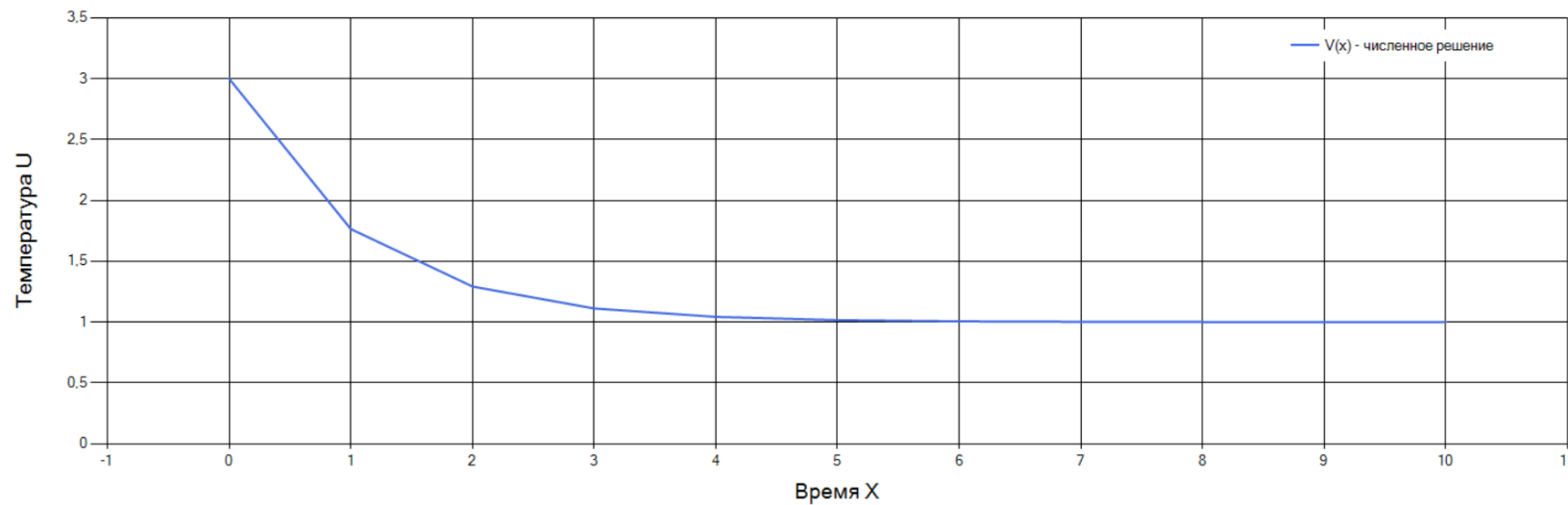
Максимальная оценка локальной погрешности $|(V^{\wedge} - V) * 16 / 15|$: 1.52268e-05 в момент времени $x = 34.71$

Максимальный шаг: 2.56 в момент времени $x = 16.79$

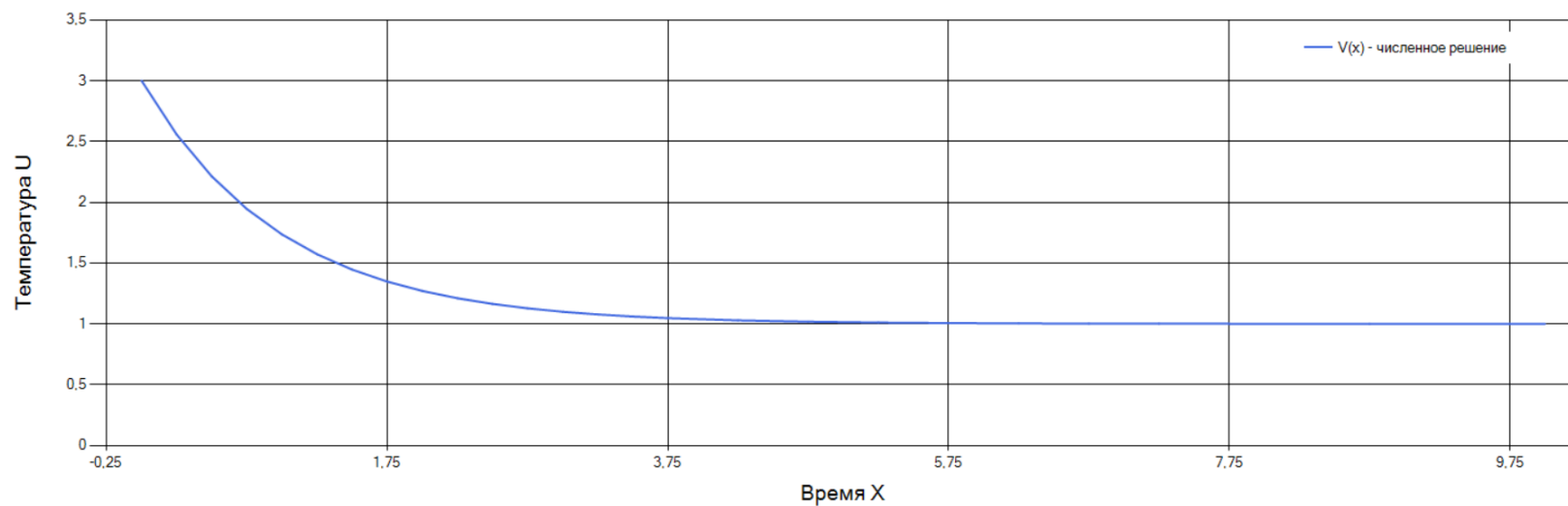
Минимальный шаг: 0.01 в момент времени $x = 0$

Количество удвоений шага: 11

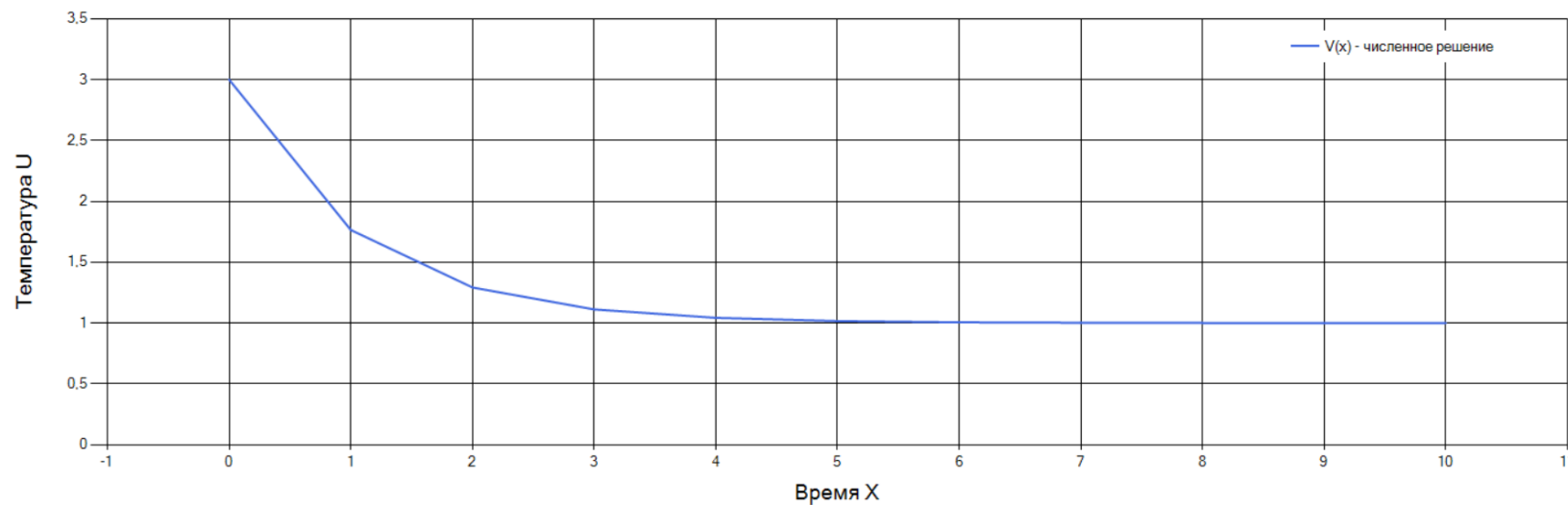
Количество делений шага: 4



Без контроля шага

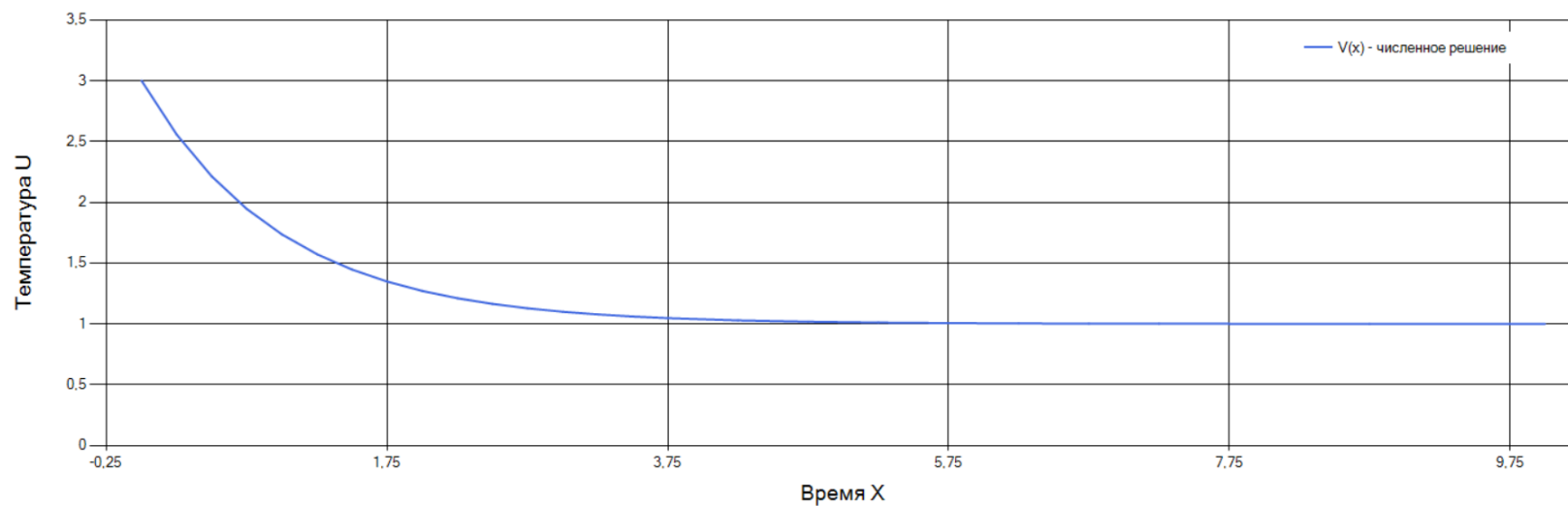


С контролем шага



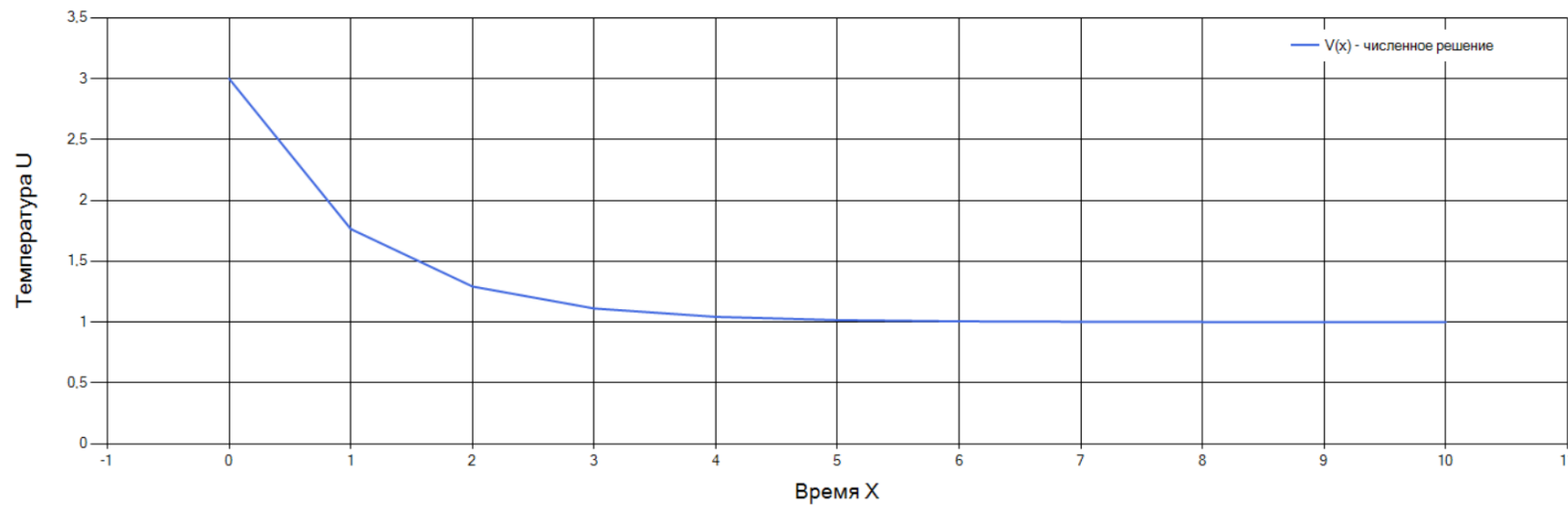
Без контроля шага

Шаг $h = 1$

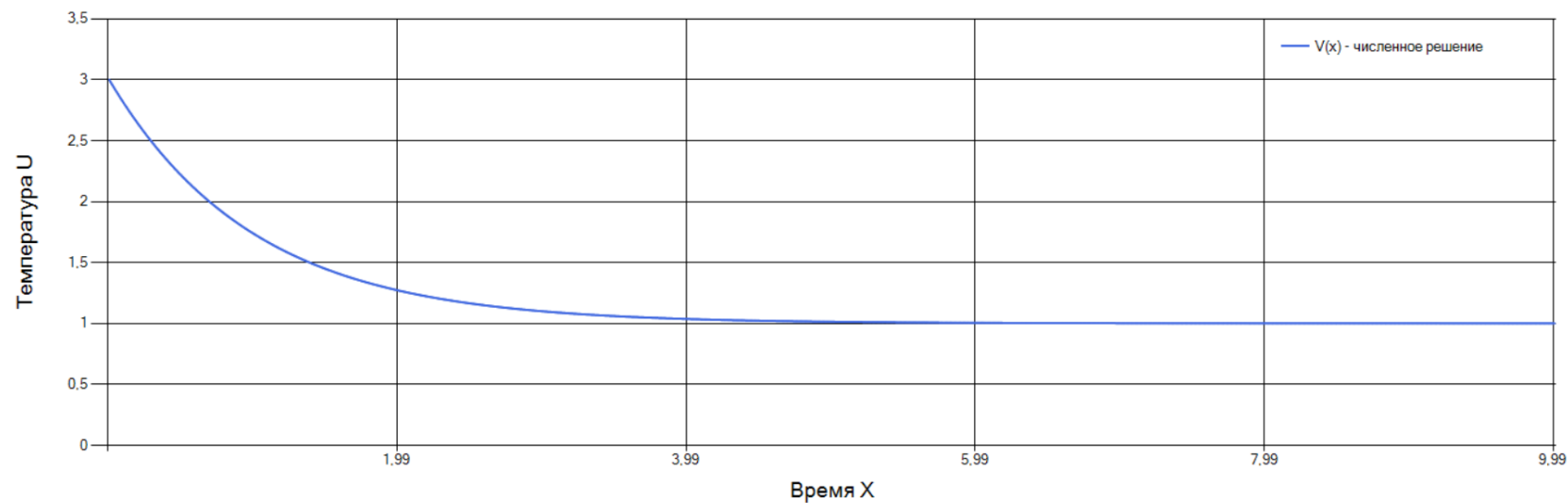


С контролем шага

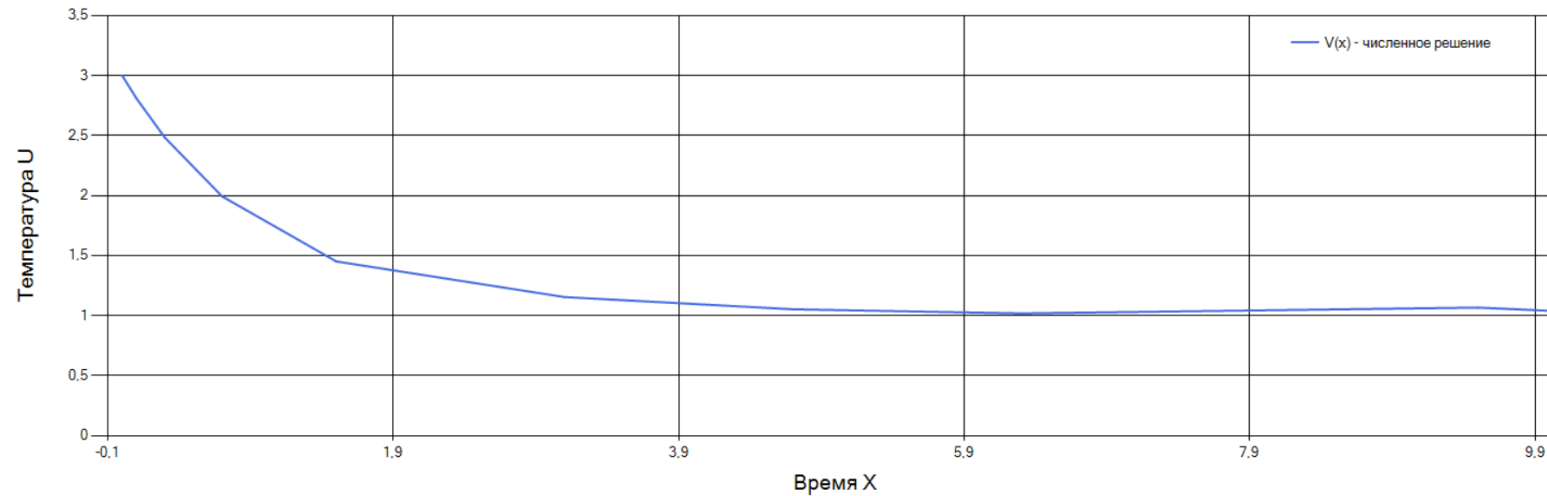
Шаг $h = 1$



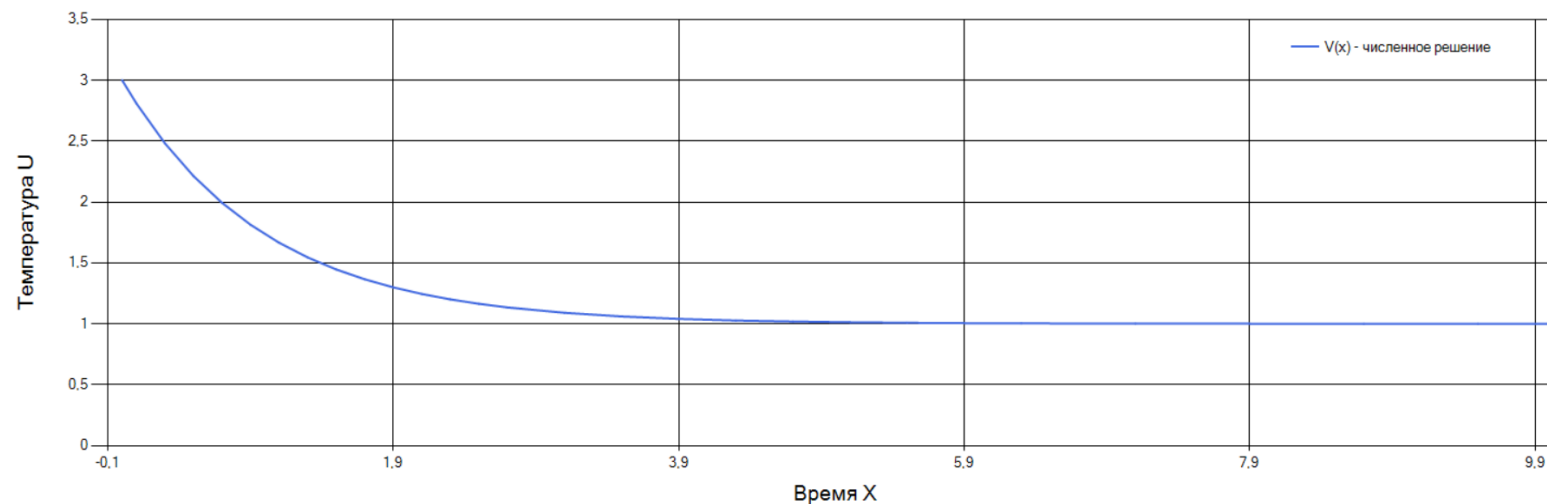
Без контроля шага
Шаг $h = 1$



Без контроля шага
Шаг $h = 0,1$

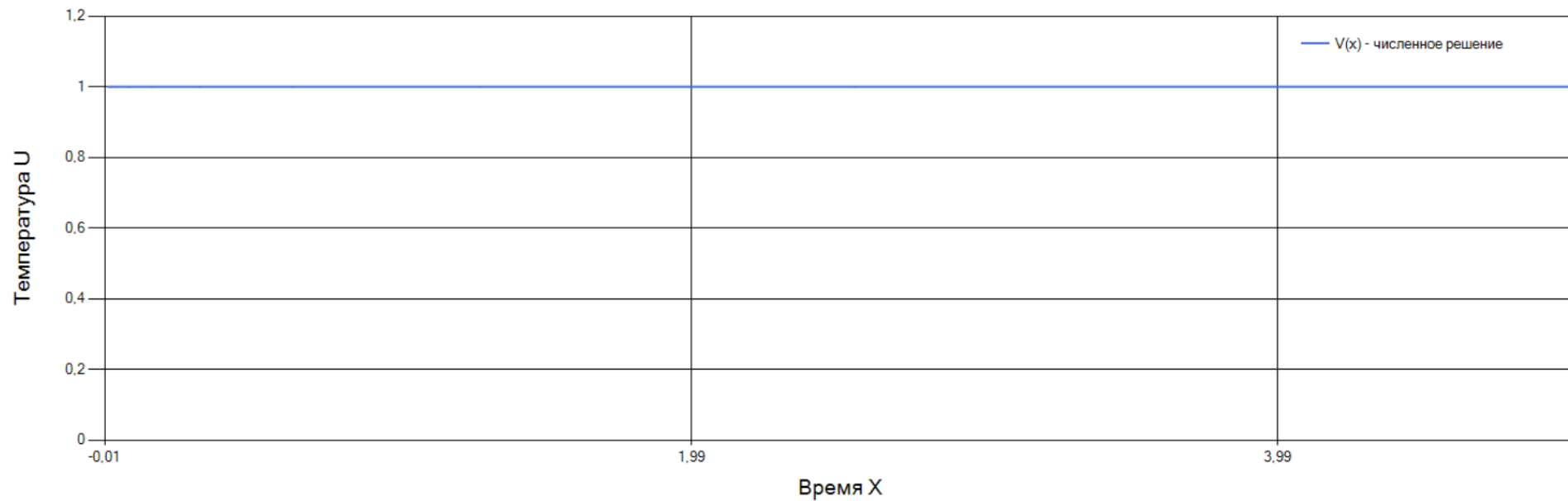


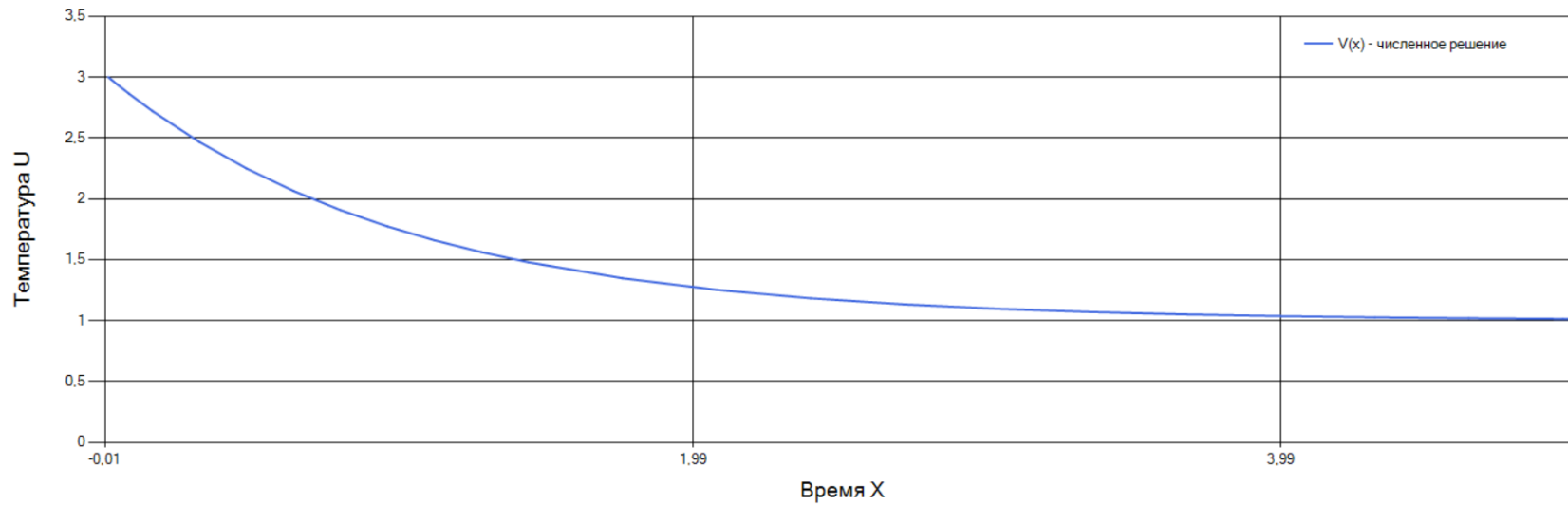
С контролем шага
 $\xi = 0,01$



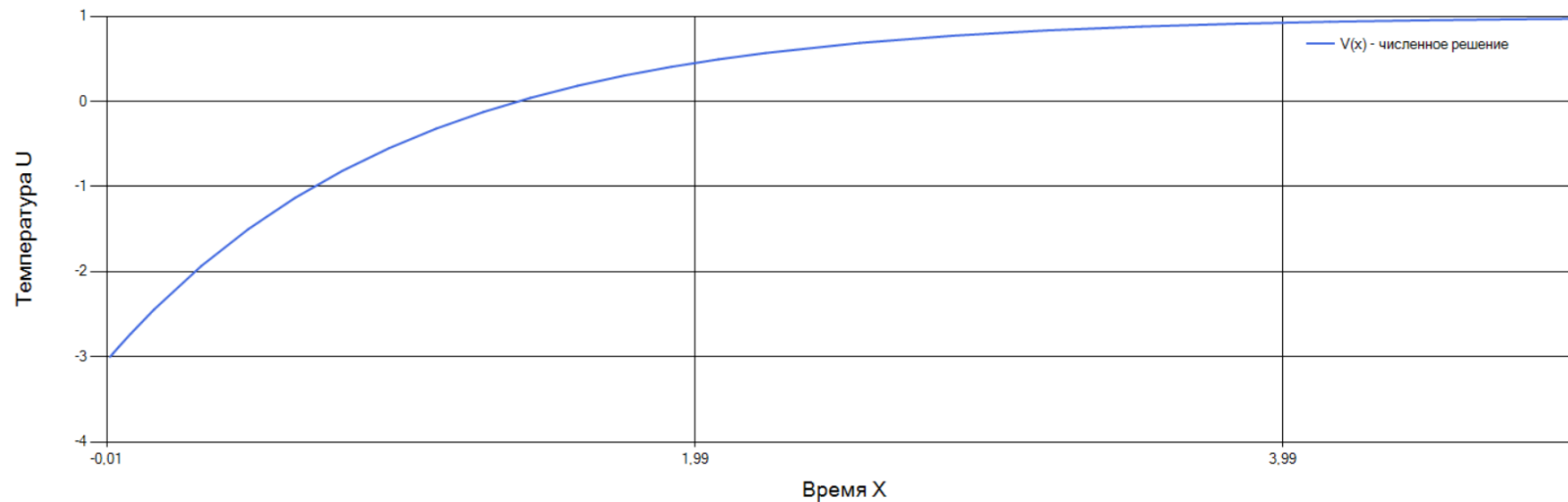
С контролем шага
 $\xi = 1 \cdot 10^{-6}$

$$u_0 = \vartheta$$

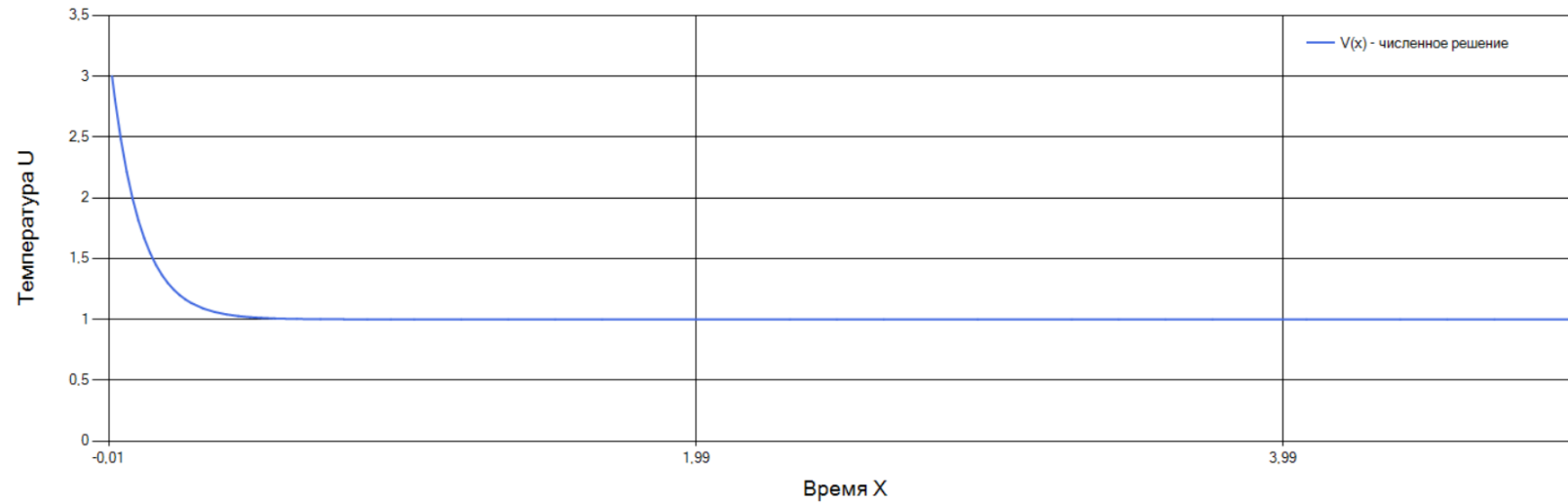




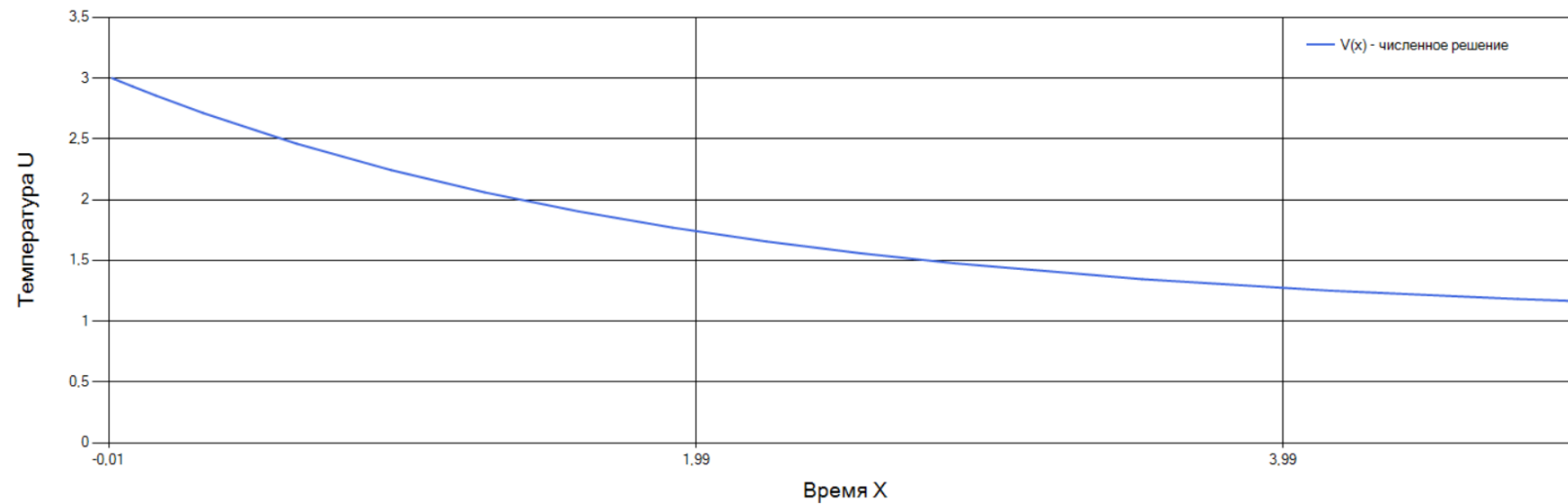
$$u_0 > v$$



$$u_0 < v$$



$$a \gg 1, a = 10$$



$$0 < a \ll 1, a = 0,5$$