Задача 2 Вариант 5 Киселева К.С.

Этап 2 3821Б1ПМоп2

1) Погрешность схемы – разность точного решения задачи и точного решения разностной схемы в узлах сетки.

Погрешность аппроксимации – невязка разностной схемы, с подставленным в неё решением дифференциальной задачи

$$\begin{cases} \psi_{ij} = 0 \text{ – если } i \text{ и } j \text{ на границах области} \\ \psi_{ij} = \dfrac{u_{i+1j} - 2u_{ij} + u_{i-1j}}{h^2} + \dfrac{u_{ij-1} - 2u_{ij} + u_{ij+1}}{k^2} + f_{ij} \quad (i,j) \in \omega_{hk} \end{cases}$$

$$u_{i+1j} = u_{ij} + u'_x h + \frac{1}{2} u''_{xx} h^2 + \frac{1}{6} u'''_{xxx} h^3 + \frac{1}{24} u^{IV}_{xxxx} \cdot h^4 + O(h^5)$$

$$u_{i-1j} = u_{ij} - u'_x h + \frac{1}{2} u''_{xx} h^2 - \frac{1}{6} u'''_{xxx} h^3 + \frac{1}{24} u^{IV}_{xxxx} \cdot h^4 + O(h^5)$$

$$u_{ij-1} = u_{ij} + u'_y k + \frac{1}{2} u''_{yy} k^2 - \frac{1}{6} u'''_{yyy} k^3 + \frac{1}{24} u^{IV}_{yyyy} k^4 + O(k^5)$$

$$u_{ij+1} = u_{ij} + u'_y k + \frac{1}{2} u''_{yy} k^2 + \frac{1}{6} u'''_{yyy} k^3 + \frac{1}{24} u^{IV}_{yyyy} + O(k^5)$$

$$\psi_{ij} = \frac{\cancel{u''_{xx} h^2} + \frac{1}{12} u^{IV}_{xxxx} h^4 + O(h^5)}{h^2} + \frac{\cancel{u''_{yy} k^2} + \frac{1}{12} u^{IV}_{yyyy} k^4 + O(k^5)}{k^2} \cancel{- u''_{xx}} \cancel{- u''_{yy}} =$$

$$= \frac{h^2}{12} u^{IV}_{xxxx} + O(h^3) + \frac{k^2}{12} u^{IV}_{yyyy} + O(k^3)$$

При $h \to 0; k \to 0 \quad \psi_{ij} \to 0$

Оценка погр. аппр. сх-ся с 3 порядком по каждому аргум.

Связь ПА и погр. схемы

$$\frac{z_{i+1j} - 2z_{ij} + z_{i-1j}}{h^2} + \frac{z_{ij+1} + z_{ij} + z_{ij-1}}{k^2} = \psi_{ij}$$

$v_{0j} = \mu_8 \quad j = \overline{2,4}$

$v_{i4} = \mu_7 \quad i = \overline{0,2}$

$v_{2j} = \mu_6 \quad j = \overline{4,6}$

$v_{i6} = \mu_5 \quad i = \overline{2,6}$

$v_{6j} = \mu_4 \quad j = \overline{2,6}$

$v_{i2} = \mu_3 \quad i = \overline{4,6}$

$v_{4,j} = \mu_2 \quad j = \overline{0,2}$

$v_{i,0} = \mu_1 \quad i = \overline{2,4}$

$v_{2,j} = \mu_{10} \quad j = \overline{0,2}$

$v_{i,2} = \mu_9 \quad i = \overline{0,2}$

$z_{0j} = \psi_{0j} \quad j = \overline{2,4}$

$z_{i4} = \psi_{i4} \quad i = \overline{0,4}$

$z_{2j} = \psi_{2j} \quad j = \overline{4,6}$

$z_{i6} = \psi_{i0} \quad i = \overline{2,6}$

$z_{6j} = \psi_{6j} \quad j = \overline{2,6}$

$z_{i2} = \psi_{i2} \quad i = \overline{4,6}$

$z_{4j} = \psi_{4j} \quad j = \overline{0,2}$

$z_{i0} = \psi_{i0} \quad i = \overline{2,4}$

$z_{2j} = \psi_{2j} \quad j = \overline{0,2}$

$z_{i2} = \psi_{i2} \quad i = \overline{0,2}$

Этап 3

```
double w;
int s=0;
int Nmax = 10000;
double a,b,c,d ;
int n;m;
int i;j;
double h = (b-a)/n;
double k = (d-c)/m;
double h2 = 1/h²;
double k2 = 1/k²;
double a2 = -2(h2+k2);
double eps_max=0;
double eps = 10^-6;
double eps_curr=0;
if (n%k)!=0 and (m%k) break;
for (i=0; i≤n; i++)
    for (j=0; j≤m; j++)
        V[i][j] =0;
for( i= n/3; i≤ i=2*(n/3); i++)
    V[i][0] = μ1(
for (j=0; j≤ m/3; j++)
    V[n/3][j] = μ10(
    V[2n/3][j] = μ2(
for (i=2n/3; i≤n; i++)
    V[i][m/3] = μ3(
for (i=n/3; i≤ 2n/3; i++)
    V[i][m/3] = μ9
    V[i][2m/3] = μ7
```

```
for (j = m/3; j≤2m/3; j++)
    V[0][j] = μ8
for (j = m/3; j ≤ m; j++)
    V[n][j] = μ4
for (j = 2m/3; j ≤ m; i++)
    V[n/3][j] = μ6
for (i = n/3; i ≤ n; i++)
    V[i][m] = μ5
While (s ≤ Nmax and eps_max ≥ eps) {
    for (j = 1; j < m; j++)
        for (i = 1; i < n; i++)
            if (i, j ∈ ωhk):
                double V_old = V[i][j];
                double V_new = ((1-w)·a2·V[i][j] + w·f[i][j] -
-w (h2 (V[i+1][j] + V[i-1][j]) + k2(V[i][j+1] + V[i][j-1])))/a2;
            eps_cur = abs(V_old - V_new)
            if (eps_cur > eps_max)
                eps_max = eps_cur;
            V[i][j] = V_new;
            }
            }
            s++;
    }
```