382 1Б1ПМои2

Киселева Ксения

Контрольная работа
Вариант 10

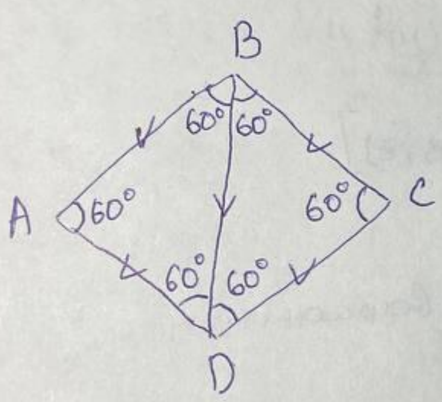
№1

$S = \langle M; =, B, D \rangle \quad \tau = \langle 2, 3, 4 \rangle$

$B(x, y, z) = 1 \Leftrightarrow$ x, y, z – лежат на одной прямой, причём y лежит между x и z

$D(x, y, z, u) = 1 \Leftrightarrow \rho(x, y) = \rho(z, u)$

$Q(a, b, c) = 1 \Leftrightarrow \angle abc = 120^\circ$



$Q(A, B, C) = \neg B(A, B, D) \,\&\, \neg B(D, B, C) \,\&\, D(A, B, B, D) \,\&\, D(A, B, A, D) \,\&\, D(B, D, B, C) \,\&\, D(B, D, D, C)$

$\angle ABC = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$

№2

$\sigma = \langle P, Q, R \rangle$, $\tau = \langle 3, 3, 3 \rangle$

$A = \forall x \exists y \exists z [P(x,y,z) \& [Q(x,y,z) \longleftrightarrow R(x,y,z)]]$

1. Символы P, Q, R явл. предикатными, т.к. они находятся в сост. логич. выражения, принимают знач. „0" или „1" в зависимости от своих аргументов и показывают отношение м-ду аргументами
2. $S_n(\sigma) = 2^{n^3} \cdot 2^{n^3} \cdot 2^{n^3} = 8^{n^3}$
3. Подформулы: $\underbrace{P(x,y,z)}_{\text{атомарная 1 шт.}}$, $\underbrace{A}_{\text{предлож. 1шт}}$, $Q(x,y,z) \longleftrightarrow R(x,y,z)$, 3 шт
4. $\forall x \exists y \exists z [P(x,y,z) \& [Q(x,y,z) \longleftrightarrow R(x,y,z)]]$

$f(p,q,r) = p \& [q \longleftrightarrow r]$

$p = 1 \Rightarrow q \longleftrightarrow r = 1 \Rightarrow q = r = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \Rightarrow 2$ вариантов

$p = 0 \Rightarrow f(p,q,r) \equiv 0 \Rightarrow 0$ вариант.

$$\forall x \exists y \exists z [P(x,y,z) \& [Q(x,y,z) \longleftrightarrow R(x,y,z)]] =$$

$$= \forall x \neg\neg \exists y \exists z [P(x,y,z) \& [Q(x,y,z) \longleftrightarrow R(x,y,z)]] =$$

$$= \underbrace{\forall x \underbrace{\neg \underbrace{\forall y \underbrace{\neg \underbrace{\forall z \underbrace{[P(x,y,z) \& [Q(x,y,z) \longleftrightarrow R(x,y,z)]]}_{2}}_{2^n}}_{8^n - 2^n}}_{(8^n - 2^n)^n}}_{8^{n^2} - (8^n - 2^n)^n}}_{(8^{n^2} - (8^n - 2^n)^n)^n}$$

$M_n(A) = (8^{n^2} - (8^n - 2^n)^n)^n$

$\gamma_n(A) = \frac{(8^{n^2} - (8^n - 2^n)^n)^n}{8^{n^3}} \xrightarrow{n \to \infty} 0$

5. $U = \{a, b\}$

$\text{Пусть } x = y = z = a \Rightarrow \underbrace{P(a,a,a)}_{1} \,\&\, [\underbrace{Q(a,a,a) \leftrightarrow R(a,a,a)}_{1}]$

$\text{Пусть } x = y = z = b \rightarrow \underbrace{P(b,b,b)}_{1} \,\&\, [\underbrace{Q(b,b,b) \leftrightarrow R(b,b,b)}_{1}]$

Пред

$\forall x \; \exists y \; \exists z$ такие что $A = 1 \Rightarrow$ предл. A выполнимо

A не общезначимо т.к. найдутся интерпритации при которых A ложно

6. Для предл. A выполняется закон 0-1, т.к. сигнатура σ не содержит функциональных и нульместных предикатных символов.

N 3

$\sigma = \langle P, R \rangle \qquad \tau = \langle 1, 2 \rangle$

$\Gamma = \langle \Gamma_1, \Gamma_2 \rangle$

$\Gamma_1 = \forall x [P(x) \vee \exists y R(x,y)]$

$\Gamma_2 = \exists x [\neg P(x) \& \forall y R(x,y)]$

$A = \forall x [\neg P(x) \vee \exists y R(x,y)]$

(1)* $\neg A = \exists x \neg [\neg P(x) \vee \exists y R(x,y)] \equiv \exists x [P(x) \& \neg \exists y R(x,y)] \equiv$

(2) Γ_1 $\qquad \equiv \exists x [P(x) \& \forall y \neg R(x,y)]$

(3)* Γ_2

(4) $P(a) \& \forall y \neg R(a,y)$ из (1) при $x = a$

(5) $\neg P(a) \& \forall y R(a,y)$ из (3) при $x = a$

(6) $P(a)$ из (4)

(7) $\forall y \neg R(a;y)$ из (4)

(8) $\forall y R(a,y)$ из (5) противор. с (7)

(9) $\neg P(a)$ из(5) противор. с (6)

Все ветви заблокир. противор. => постр. дерев. док

$\Rightarrow \Gamma \vDash A$

N4

$\sigma = \langle P, Q \rangle \quad \tau = \langle 1, 1 \rangle$

$A = [\forall x P(x)] \longleftrightarrow [\forall x\, Q(x)] \equiv [\forall x P(x) \,\&\, \forall x Q(x)] \vee [\neg \forall x P(x) \,\&\, \neg \forall x Q(x)] \equiv$

$\equiv [\forall x [P(x) \,\&\, Q(x)]] \vee [\exists x \neg P(x) \,\&\, \exists x \neg Q(x)] \equiv [\forall x [P(x) \,\&\, Q(x)]] \vee$

$\vee\ \exists y \exists z [\neg P(y) \,\&\, \neg Q(z)] \equiv \forall x \exists y \exists z [P(x) \,\&\, Q(x)] \vee [\neg P(y) \,\&\, Q(z)]$

N5

$\sigma = \langle P, Q, R \rangle \quad \tau = \langle 1, 1, 1 \rangle$

$A = \exists x \forall y [P(y) \to [Q(x) \& R(y)]] \equiv \exists x \forall y [\neg P(y) \vee [Q(x) \& R(y)]] \equiv$

$\equiv \forall y [\neg P(y) \vee \exists x [Q(x) \& R(y)]] \equiv \forall y [\neg P(y) \vee \neg \forall x \neg [Q(x) \& R(y)]] \equiv$

$\equiv \forall y [\neg P(y) \vee [\neg \forall x [\neg Q(x) \vee \neg R(y)]]] \equiv \forall y [\neg P(y) \vee \neg [\neg \exists x Q(x) \vee \neg R(y)]] \equiv$

$\equiv \forall y [\neg P(y) \vee \exists x Q(x) \& R(y)] = \forall y [[\neg P(y) \vee \exists x Q(x)] \& [\neg P(y) \vee R(y)]] \equiv$

$\equiv [\forall y [\neg P(y) \vee \exists x Q(x)]] \& [\forall y [\neg P(y) \vee R(y)]] \equiv \underbrace{[\underbrace{[\forall y \neg P(y)]}_{1} \vee \underbrace{[\exists x Q(x)]}_{2}]}_{6} \&$

$\& \overbrace{[\underbrace{\forall y \neg P(y)}_{3} \vee \underbrace{\forall y R(y)}_{4}]}^{5}$

$\underbrace{\forall y \underbrace{\neg P(y)}_{1}}_{1^n}$ 5 $\qquad \exists x Q(x) \equiv \underbrace{\underbrace{\neg \forall \underbrace{\neg Q(x)}_{1}}_{1^n}}_{2 - 1^n = 1} \qquad \underbrace{\forall y \underbrace{\neg P(y)}_{1}}_{1^n}$

$\gamma_1 = \frac{1}{2^n} \to 0 \qquad \gamma_2 = \frac{1}{2^n} \to 0 \qquad \gamma_3 = \frac{1}{2^n} \to 0$

$\underbrace{\forall y \underbrace{R(y)}_{1}}_{1^n}$

$\gamma_4 \ \frac{1^n}{2^n} \to 0$

$\gamma_n [1 \vee 2] \to 0$

$\gamma_n [3 \vee 4] \to 0$

$\boxed{\gamma_n [6 \& 5] \to 0}$

№6

$S = \langle =, \leq ; +, -, 0, 1 \rangle \quad \tau = \langle 2, 2; 2; 2, 0, 0 \rangle$

$A = \forall x \forall y \exists z [(3z \leq 4x + y) \& [(x \leq 5z) \vee (2y \leq 7x)]] =$

$= \forall x \forall y \exists z \{[(3z \leq 4x + y) \& (x \leq 5z)] \vee [(3z \leq 4x + y) \& (2y \leq 7x)]\} =$

$= \forall x \forall y [\exists z [(3z \overset{\cdot 5}{\leq} 4x + y) \& (x \overset{\cdot 3}{\leq} 5z)] \vee [\exists z [(3z \leq 4x + y) \& (2y \leq 7x)]]] =$

$= \forall x \forall y [[\exists z [15z \leq 20x + 5y) \& (3x \leq 15z)] \vee [2y \leq 7x]] =$

$= \forall x \forall y [[0 \overset{\cdot 2}{\leq} 17x + 5y] \vee [2y \overset{\cdot 5}{\leq} 7x]] =$

$= \neg \exists x \neg \exists y [[0 \leq 34x + 10y] \vee [10y \leq 35x]] =$

$= \neg \exists x \neg [-34x \leq 35x] = \neg \exists x [35x < -34x] = \neg \exists x [x < 0] \equiv 0 \Rightarrow$

предложение A не явл. теоремой в рассматриваемой теории