Домашнее задание ДЗ-4 по ТУ

1. Вернуться к задаче о забивке сваи, построить требуемое в задаче точечное отображение (см. ДЗ-3), исследовать его и сделать выводы о структуре фазового пространства, в частности – о наличии устойчивых предельных циклов и состояний равновесия и структуре их областей притяжения. Подготовиться к краткому обсуждению результатов исследования.

2. Все же решил привести полную уже заполненную таблицу соответствия типовых функций и оригиналов, а также соответствия операций.

Задание состоит в том, чтобы самостоятельно обосновать приведенные в таблице правила соответствия операций.

$x(t)$	$\div$	$x^*(p)$	Операция над $x(t)$	$\div$	Операция над $x^*(p)$
$\delta(t)$ – ф-ия Дирака		1	$\alpha \cdot x(t)$		$\alpha \cdot x^*(p)$
$1(t)=\begin{cases}1, & t\geq 0\\ 0, & t<0\end{cases}$		$1/p$	$x(\lambda \cdot t)$ $\lambda>0$		$\frac{1}{\lambda} x^*(p/\lambda)$
$e^{\alpha t}$		$\frac{1}{p-\alpha}$	$x(t-\lambda)$ $\lambda>0$		$e^{-p\lambda} x^*(p)$
$e^{i\omega}$		$\frac{1}{p-i\omega}$	$t \cdot x(t)$		$-\frac{d x^*(p)}{dp}$
$\cos \omega t$		$\frac{p}{p^2+\omega^2}$	$t^n \cdot x(t)$		$(-1)^n \frac{d^n}{dp^n} x^*(p)$
$\sin \omega t$		$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$	$e^{\lambda t} x(t)$		$x^*(p-\lambda)$
t		$\frac{1}{p^2}$	$\frac{d}{dt} x(t)$		$p \cdot x^*(p) - x(0)$
t^n		$\frac{n!}{p^{n+1}}$	$\int_0^t x(\tau)d\tau$		$\frac{x^*(p)}{p}$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$		$\frac{1}{p^n}$	$x^{(n)}(t)$		$p^n x^*(p) - (p^{n-1}x(0) + p^{n-2}x'(0) + \ldots + x^{(n-1)}(0))$
$e^{\alpha t}\cos \omega t$		$\frac{p-\alpha}{(p-\alpha)^2+\omega^2}$			
$e^{\alpha t}\sin \omega t$		$\frac{\omega}{(p-\alpha)^2+\omega^2}$	$\int_0^t x(t-\tau)y(\tau)d\tau$		$x^*(p)y^*(p)$

3. Разберите приведенные решения для нескольких примеров

Примеры решения некоторых задач на вычисление изображ-й

A) $(t-1)^2 \cdot \sin 2t = t^2 \sin 2t - 2t\sin 2t + \sin 2t$

$\sin 2t \div \frac{2}{p^2+4}$, операции умножения на t соответствует дифференцирование по p со сменой знака

$\Rightarrow t\sin 2t \div -\frac{d}{dp}\left(\frac{2}{p^2+4}\right) = \frac{4p}{(p^2+4)^2}$; $t^2 \sin 2t \div$

$\div -\frac{d}{dp}\left(\frac{4p}{(p^2+4)^2}\right) = -\frac{4\cdot(p^2+4)^2 - 16(p^2+4)\cdot p^2}{(p^2+4)^4} = \frac{12p^2-16}{(p^2+4)^3}$

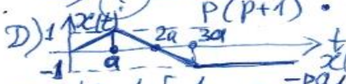
Собирая вместе получим:

$(t-1)^2 \sin 2t \div \frac{2(p^2+4)^2 - 8p(p^2+4) + 12p^2 - 16}{(p^2+4)^3}$

B) $e^t \sin 2t + e^{-t}\cos 2t \div ?$ Используем то, что умножение оригинала на $e^{\alpha t}$ приводит к сдвигу аргумента в изображении. $\Rightarrow \div \frac{2}{(p-1)^2+4} + \frac{p+1}{(p+1)^2+4}$

C) $\int_0^t e^{-\tau}d\tau \div (?)$ Знаем, что $e^{-t} \div \frac{1}{p+1}$. Операции $\int_0^t \ldots d\tau$ соответствует операция деления на p.

$\Rightarrow (?) = \frac{1}{p(p+1)}$.

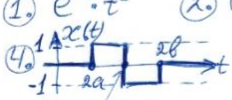
D) 

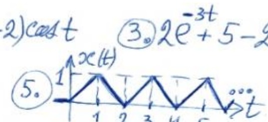
Представим $x(t)$ через типовые сигналы

$x(t) = \frac{1}{a}\cdot[t\cdot 1(t) - 2(t-a)\cdot 1(t-a) + (t-3a)1(t-3a)]$

$x(t) \div \frac{1}{a}\left[\frac{1}{p} - 2e^{-pa}\frac{1}{p} + e^{-3ap}\frac{1}{p}\right] = \frac{1-2e^{-ap}+e^{-3ap}}{ap}$

4. Найти изображения по Лапласу для следующих оригиналов:

1. $e^{-t}\cdot t^3$
2. $(t-2)\cos t$
3. $2e^{-3t}+5-2\cos 4t$
4. 

5. 

бесконечная серия треугольных импульсов
6. $e^{-4t}\sin 4t \cdot \cos t$
7. $f(t) = \begin{cases}\sin t, & t\in[0,\pi]\\ 0, & t\notin[0,\pi]\end{cases}$
8. $g(t) = |\sin t|$

Считать, что при $t<0$ все функции $=0$

Совет: представьте функцию $f(t)$ из №7 в виде

$f(t) = \sin t\cdot(1(t) - 1(t-\pi)) = 1(t)\sin t -$

$- \underbrace{\sin(t-\pi+\pi)}_{\sin((t-\pi)+\pi) = \ldots}\cdot 1(t-\pi) = \ldots \div$