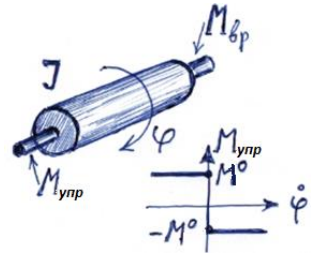


Домашнее задание ДЗ-1 по ТУ

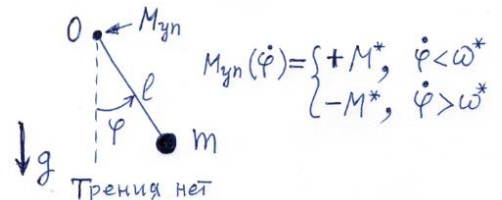
1. Задача о движении шарика в ламинарном потоке несжимаемой жидкости внутри трубки с расширением (модель рассмотрена на занятии №1 от 13.02.23) — продолжение задачи:

(1). Аналитически исследовать тип правого состояния равновесия, а также левого. Для левого состояния равновесия выяснить возможность и условия возникновения узла. Получить вид фазового портрета в случае, если левое состояние равновесия окажется узлом (попробуйте правильно изобразить узел!). (2). Для параметров модели, соответствующих случаю узла (если он возможен), выделить на фазовом портрете области качественно различного поведения фазовых траекторий, показать, чем они разграничиваются и понять характер движения шарика для этих разных областей.

2. Построить модель вращательных движений тяжелого вала с моментом инерции J , ось которого помещена в неподвижные муфты, создающие на оси вращения малый момент вязкого трения (при составлении уравнений им предлагается пренебречь). Считать, что на оси вала действует положительный внешний вращающий момент $M_{вп} = M^*$, а также двухпозиционный управляющий момент $M_{упр}$, равный $+M^0$ при $\dot{\varphi} < 0$, и $-M^0$ при $\dot{\varphi} > 0$. Что является состоянием этой динамической системы? В чем особенность ее фазового пространства? Построить фазовые портреты для случаев различного соотношения величин M^* и M^0 . Какова будет динамика вала в этих случаях?



3. Построить модель динамики системы с кусочно-постоянным управлением, представляющую собой маятник с невесомым стержнем, движущийся в плоскости вокруг неподвижной точки O . На маятник действует только момент силы тяжести и управляющий вращающий момент, трения нет. Что является пространством состояний? Построить фазовый портрет для случая наиболее интересного поведения системы, когда величина вращающего момента M^* несколько меньше наибольшего значения момента силы тяжести. Получить выражения первых интегралов, действующих в областях постоянства управляющего момента. Выделить участки «скользящих» режимов. Выяснить типы состояний равновесия. Понять характер движений маятника для указанного случая.



4. Построить модель динамики шарика массы m , прикрепленного к невесомой резиновой нити (не пружины!) с коэффициентом упругости k . Второй конец нити закреплен в точке O . Длина нити в нерастянутом расправленном состоянии равна l . Силы тяжести нет. Упругость нити проявляется только при ее натяжении. Принять, что движение может происходить исключительно вдоль оси x . Когда шарик пытается пройти через точку O прикрепления нити, это прикрепление временно убирается, пропуская шарик, а затем вновь восстанавливается. В системе присутствует импульсное управление, а именно, в момент прохождения шариком точки с координатой $x = 0$ в направлении возрастания координаты на шарик оказывают встречное импульсное воздействие с величиной импульса J . Требуется: (а) получить формулу точечного отображения положительной полуоси \dot{x} в себя, построить график точечного отображения, провести итерации с использованием лесенки Кёнигса–Ламерея, определить однократную и двукратные неподвижные точки этого отображения, выяснить их устойчивость, области притяжения; (б) построить на фазовой плоскости вид фазовой траекторий, соответствующей однократной неподвижной точке точечного отображения; (с) построить на фазовой плоскости вид одной из фазовых траекторий, соответствующей паре двукратных неподвижных точек точечного отображения. Выделить границу области, заполненной двоякопериодическими траекториями.

