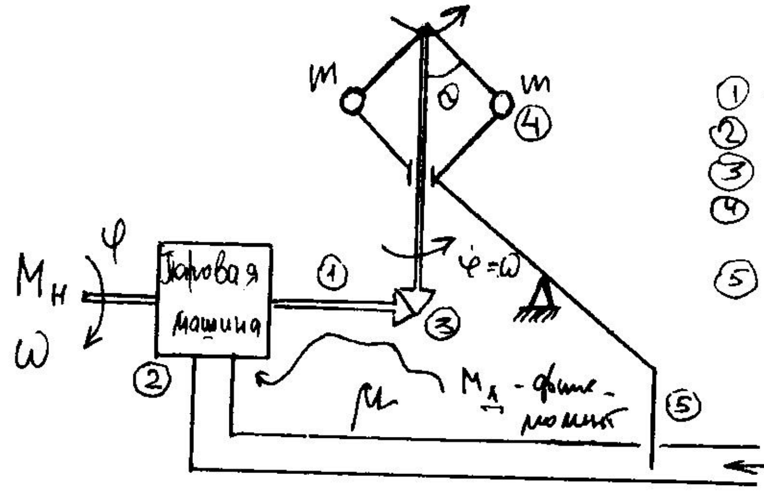
Лекция № 11

Прямое регулирование. Паровая машина
Регулятор Ползунова - Уатта (1764 - 1765 г.г.)



① - вал паровой машины
② - маховик
③ - зубчатая передача
④ - шары, управляющие заслонкой
⑤ - заслонка

μ - подача пара

θ - угол расхождения шаров

Задача: поддержание постоянной скорости вращения.

Регулирование прямое потому что перемещение заслонки осуществляется непосредственно самим регулятором. Если между регулятором и заслонкой (регулирующим органом) есть например усилитель мощности, это уже непрямое регулирование.

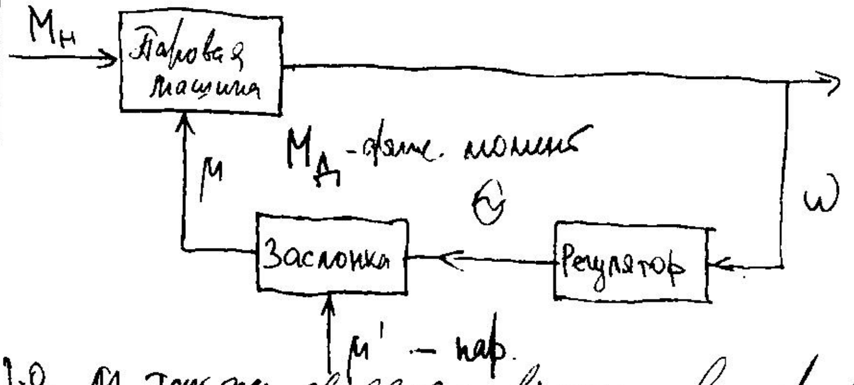
Дадим звеньевое представление для сис-мы регул-и

Что является входом: нагрузка на вал (момент нагрузки, $M_н$)

выход: угловая скорость вращения вала ω

Разобьем систему на звенья:

1. Паровая машина (ПМ)
2. Регулятор
3. Заслонка



Т.о. μ также является входом в паровую машину

Т.о. имеем два входа (M_H и M) и один выход: ω

Рсм. отдельно каждый элемент.

1. ПМ. φ - угол поворота вала.

[redacted]

$$T = \frac{1}{2} I(\theta)\,\dot{\varphi}^2$$

$I(\theta)$ - момент инерции вращающихся частей машины

$Q_\varphi = M_Д - M_H$ — обобщенный момент

$M_Д = M_Д(\mu, \dot{\varphi})$ - движущий момент, зависящий от μ (величины подачи пара) и от угловой скорости вращения вала $\dot{\varphi}\ (= \omega)$

Тогда ур-ие дв-ия

$$I(\theta)\,\ddot{\varphi} = M_Д - M_H \qquad (1)$$

Пусть $I(\theta) = I$ $\left(\frac{dI}{d\theta} = 0\right)$, тогда (1):

$$I\dot{\omega} = M_Д(\mu, \omega) - M_H \qquad (2) \quad -$$

- это одномерная д. система

Ур-ие (2) нелинейное. Но нас интересует установившийся режим, при котором $\omega = \omega_0 = \mathrm{Const}$ и $\mu = \mu_0 = \mathrm{Const}$.

Эти значения определяются из условия

$$M_Д(\omega_0, \mu_0) - M_H = 0 \qquad (3)$$

← состояния равновесия

Ур-в. 2

Введем отклонения от равн. состояния

$$\boxed{\xi = \omega - \omega_0} \qquad \boxed{\eta = \mu - \mu_0}, \quad \xi \ll 1;\ \eta \ll 1$$

Линеаризуем

$$I\dot{\xi} = M_Д(\omega_0, \mu_0) + \left.\frac{\partial M_Д}{\partial \omega}\right|_{(\omega_0,\mu_0)} \xi + \left.\frac{\partial M_Д}{\partial \mu}\right|_{(\omega_0,\mu_0)} \eta \;\; \Big| - \left[M_H^0 \overset{+}{\mp} m\right]^2$$

M_H^0 - нагрузка в установившемся режиме, т.е.

$$M_Д(\omega_0, \mu_0) - M_H^0 = 0$$

m - малое изменение нагрузки.

Обозначим $a = \frac{\partial M_д}{\partial \omega}\Big|_{(\omega_0, \mu_0)}$; $b = \frac{\partial M_д}{\partial \mu}\Big|_{(\omega_0, \mu_0)}$

тогда имеем.

$$I\dot{\xi} = a\xi + b\eta \oplus \bar{m} \qquad (4)$$

Переходим в пр-во изобр-ий

$$\xi(p) = \underbrace{\frac{b}{Ip-a}}\eta(p) \oplus \underbrace{\frac{m(p)}{Ip-a}} \qquad (5)$$

т.о. $K_{\eta\xi} = \frac{b}{Ip-a}$ или инерционное звено

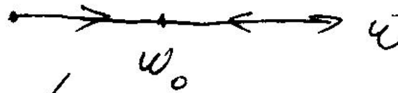
$K_{m\xi} = \frac{1}{Ip-a}$ или апериодическое

Система устойчива при $a<0$.

т.е. при $\frac{\partial M_д}{\partial \omega}\Big|_{(\omega_0, \mu_0)} < 0$.

т.е. движ. момент с увеличением угл. скорости убывает.

Фазовый портрет.



Дв. момент $M_д$ растет с увеличением подачи пара и убывает с ростом скорости вращения вала. (Пуск машины)

2. Регулятор.

Ф-ия Лагранжа $L = \frac{1}{2} A(\theta)\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} B\dot{\theta}^2 - V(\theta)$ (6)

$A(\theta)$ - момент инерции вращат. тела ; $\dot{\varphi} = \omega$

Обобщ. сила $Q_\theta = -h\dot{\theta}$ - (7) - вязкое трение

B - момент инерции шаров

Ур-ие Лагранжа ($\omega = \omega(t)$ - но эта величина поступает на вход регулятора. Она задана)

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = Q_\theta$$

и после подстановок имеем

$$B\ddot{\theta} - \frac{1}{2}A'(\theta)\omega^2 + V'(\theta) + h\dot{\theta} = 0 \qquad (9)$$

в общем случае ф-ции A и V - нелинейные.
Общая система : (2) + (9)
Т.о. имеем 3^х мерное фаз. пр-во.
Нас интересует лишь установившееся состояние равновесия $O(\theta_0, \omega_0, \dot{\theta}_0)$. Если бы мы имели конкретные ф-ции $A(\theta)$ и $V(\theta)$, а также зависимость $M_Д(\mu, \omega)$ то можно было бы найти конкретные координаты $\theta_0, \omega_0, \dot{\theta}_0$.
Рез (9) в окр. с.р. O

$$\xi = \omega - \omega_0 \; ; \; \boxed{\zeta = \theta - \theta_0}$$

Линеаризованное уравнение примет вид:

$$B\ddot{\zeta} + h\dot{\zeta} + \underbrace{\left(-\frac{1}{2}A''(\theta_0)\omega_0^2 + V''(\theta_0)\right)}_{c}\zeta = \underbrace{A'(\theta_0)\omega}_{d}\xi \qquad (10)$$

$$B\ddot{\zeta} + h\dot{\zeta} + c\zeta = d\xi \qquad (11)$$

Перейдем к изображениям (нулевые н.у.) начальные условия

$$Bp^2\zeta(p) + hp\zeta(p) + c\zeta(p) = d\xi(p)$$

Тогда:

$$K(p) = \frac{d}{Bp^2 + hp + c} \qquad (12)$$

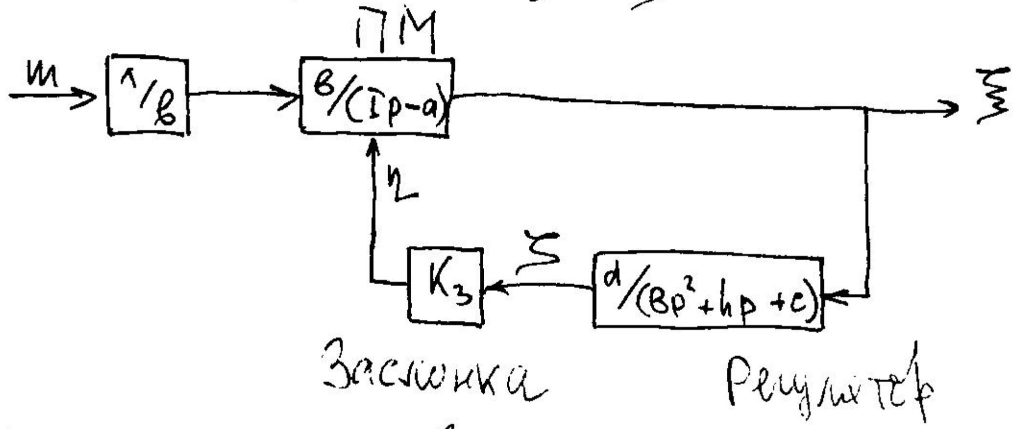
Это колебательное звено. Его устойчивость ?

3. Дроссельная заслонка

Здесь зависимость подачи пара μ от θ определяется функциональным уравнением $\mu = F(\theta)$.
Линеаризуем это уравнение в окр-ти установившегося режима μ_0, θ_0 и получим

$$\eta = \underbrace{F'(\theta_0)}_{K_3 =}\zeta \qquad (13) \text{ — усилительное звено}$$

Теперь построим к-ты передачи от
$m \to \xi$ и $\eta \to \xi$



$K(p)$ от m к ξ $\quad K_{m\xi}(p) =$

$$= \frac{1}{b} \cdot \frac{b/(Ip-a)}{1 - \frac{b}{(Ip-a)} \cdot \frac{K_з d}{(Bp^2+hp+c)}}$$

С принципами работы этого регулятора связана работа И.А. Вышнеградского "Регуляторы прямого действия" (1876 г.), основными тезисами которой являются:

- Увеличение массы шаров вредно влияет на устойчивость.
- Уменьшение трения вредно влияет на устойчивость.
- Уменьшение момента инерции маховика вредно влияет на устойчивость.
- Уменьшение неравномерности хода (в зависимости от нагрузки) вредно влия устойчивость.

Все эти выводы противоречат инженерному "здравому смыслу".

Подаваемый пар — это вход всей системы