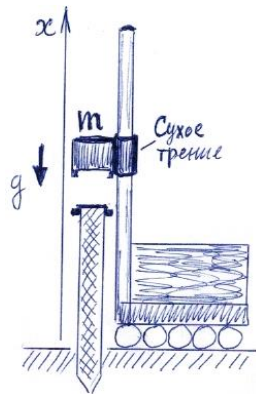


Домашнее задание ДЗ-3 по ТУ для групп 21Б1ПМоп1+2 к 04 марта 2024

1. Задача «О забивке сваи».



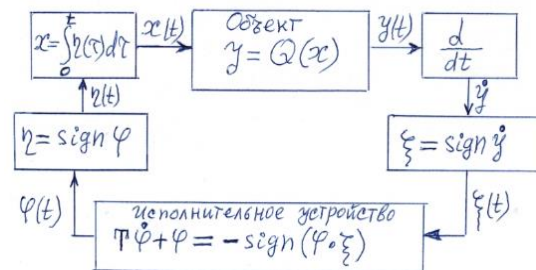
Вдоль вертикальной штанги скользит тяжелая болванка–ударник массы m , которая при падении должна ударять по колпаку забиваемой в грунт сваи. Болванка прикреплена к штанге с помощью муфты. При ее скольжении по штанге возникает сила кусочно-постоянного сухого трения, равного $(-F^*)$ при движении вверх и $+F^*$ при движении вниз. Примем, что $F^* < mg$ (т.е. ударник не может «залипнуть» на штанге). Считать, что выбор точки 0 на вертикальной оси отсчета соответствует положению центра масс болванки в положении ее соприкосновения с колпаком сваи.

В нижней части болванки–ударника имеется камера сгорания, автоматически заполняемая парами бензина при движении вверх. Если болванка падает на колпак сваи, и скорость ее падения по модулю невелика ($0 > \dot{x} > -v^*$), то происходит неабсолютно упругий удар о колпак и отскок с коэффициентом восстановления скорости $0 < k < 1$. Если же скорость падения по модулю достаточно велика ($-v^* > \dot{x}$), возникает самопроизвольный подрыв горючей смеси в камере, и в результате этого взрыва болванке сообщается встречный импульс величины J ,

направленный вверх. Это приводит к изменению величины скорости и, возможно, ее направления. Если после сообщения импульса скорость остается отрицательной, то дополнительно возникает неабсолютно упругий удар о колпак с остаточной скоростью и отскок с коэффициентом восстановления скорости $0 < k < 1$. Считать, за время наблюдения колпак сваи остается на прежнем уровне.

Нужно выполнить следующее: (А) построить математическую модель с учетом всех указанных условий; (В) получить аналитическое описание участков фазовой траектории без ударов и импульсов; (С) нарисовать качественный вид фазовых траекторий для полученной «сшитой» системы в пространстве состояний, имеющем вид полуплоскости $\{(x, \dot{x}): x \geq 0\}$, изобразить мгновенные переходы, возникающие в моменты сообщения импульсов и ударов; (D) выбрать в качестве секущей потока траекторий неотрицательную полуось \dot{x} , откладывая вдоль нее значение параметра $s = \dot{x}$ (скорость, с которой фазовая точка приходит на эту секущую); (Е) обозначить через \bar{s} значение скорости при повторном возврате фазовой точки на секущую, получить связь значения \bar{s} со значением s , т.е. получить формулы, описывающие функцию точечного отображения секущей в себя; (F) построить график функции точечного отображения для случая, когда у точечного отображения в области $s > 0$ существует единственная асимптотически устойчивая неподвижная точка. Понять структуру области притяжения этой неподвижной точки, а также выяснить структуру разбиения фазового пространства на траектории и вид области притяжения найденного автоколебательного режима.

2. Задача «Экстремальный регулятор». Построить математическую модель динамики экстремального регулятора, представленного в виде схемы на рисунке. Задачей экстремального регулятора является приведение входного сигнала $x(t)$ объекта регулирования к значению, обеспечивающему минимально возможное значение выхода $y(t)$ этого объекта. В последующем экстремальное значение должно поддерживаться, даже если функция качества функционирования $Q(x)$ объекта будет постепенно изменяться. Требуется построить качественный вид фазового портрета для случая, когда выход $y(t)$ объекта регулирования связан с его входом $x(t)$ простым соотношением, когда $Q(x) = x^2$. Параметр T считать положительным.



Требуется выписать уравнения движения и получить интегральные кривые для каждого из квадрантов фазовой плоскости, построить фазовый портрет и точечное отображение положительной полуоси ϕ в себя, исследовать характер сходимости к неподвижной точке точечного отображения. Выяснить, соответствует ли она значению x , обеспечивающему минимум целевого выхода $y = Q(x)$.

3. Предлагаю познакомиться по методическому пособию Ю.И. Неймарка (файл «Операционные системы исчисления.pdf») с материалом из раздела «Введение», в котором содержатся общие соображения (можно сказать философия, идеология) по использованию операционных систем. Прошу также прочитать из раздела 1.2 материал «Преобразование Лапласа» (стр. 11-12) и познакомиться с материалом про обобщенные функции (стр. 16–20).