

Лабораторная работа №1 (весна) – ступень 2

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА (итерационный метод и его реализация)

Выполнил(а): Киселева Ксения

Группа: ПМон2 Вариант: 4

Метод (МПИ, ММН, МЧеб(К), МСГ): ММН

1. Постановки задач

Основная задача

$$\Delta u(x, y) = -e^{-xy^2} \quad \text{при } x \in (1, 2), y \in (2, 3);$$

$$u(1, y) = (y-2)(y-3) \quad u(2, y) = y(y-2)(y-3),$$

$$y \in [2, 3];$$

$$u(x, 2) = (x-1)(x-2) \quad u(x, 3) = x(x-1)(x-2).$$

$$x \in [1, 2];$$

Форма пластины: квадрат/прямоугольник

Функция температуры (обозначение): $u(x, y)$

Функция плотности источников и стоков тепла (обозначение): $f(x, y)$

Какую функцию нужно искать (запишите): $u^*(x, y)$

Тестовая задача

$$\Delta u(x, y) = -\pi^2 \sin(\pi xy)(x^2 + y^2) \quad \text{при } x \in (1, 2), y \in (2, 3);$$

$$u(1, y) = \sin(\pi y) \quad u(2, y) = \sin(2\pi y),$$

$$y \in [2, 3];$$

$$u(x, 2) = \sin(2\pi x) \quad u(x, 3) = \sin(3\pi x).$$

$$x \in [1, 2];$$

Решение тестовой задачи

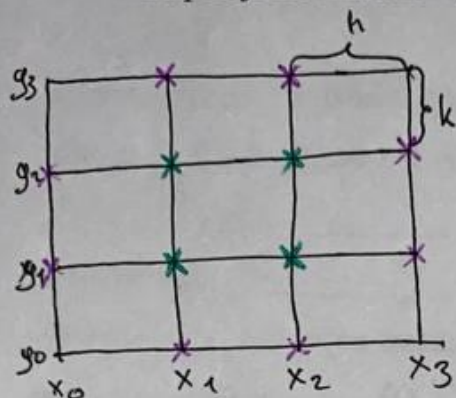
$$u^*(x, y) = \sin(\pi xy)$$

2. Сетка и разностная схема (общий вид)

Приведите описание сетки (рисунок и формулы).

Запишите разностную схему как систему разностных уравнений (для сетки произвольной размерности), укажите диапазоны изменения индексов.

Нарисуйте шаблон разностного оператора.



\times - ГЧ \times - внут. узлы $(n \times m) = (3 \times 3)$

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3}$$

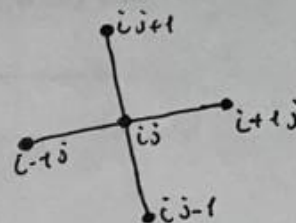
$$a=1 \quad b=2 \\ c=2 \quad d=3$$

$$k = \frac{d-c}{m} = \frac{3-2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$A = -2 \left(\frac{1}{h^2} + \frac{1}{k^2} \right)$$

$$x_i = x_0 + ih \quad (i=0,3)$$

$$y_j = y_0 + jh \quad (j=0,3)$$



Разностная схема

$$\begin{pmatrix} v_{11} & v_{21} & v_{12} & v_{22} \\ v_{11} & v_{21} & v_{12} & v_{22} \\ v_{11} & v_{21} & v_{12} & v_{22} \\ v_{11} & v_{21} & v_{12} & v_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} \\ v_{21} \\ v_{12} \\ v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -f_{11} - \frac{v_{01}}{h^2} - \frac{v_{10}}{k^2} \\ -f_{21} - \frac{v_{31}}{h^2} - \frac{v_{20}}{k^2} \\ -f_{12} - \frac{v_{02}}{h^2} - \frac{v_{13}}{k^2} \\ -f_{22} - \frac{v_{32}}{h^2} - \frac{v_{23}}{k^2} \end{pmatrix}$$

3. Разностная схема как СЛАУ $AV = F$

Размерность матрицы $A \quad (m-1)(n-1) \times (m-1)(n-1)$ Свойства матрицы A :

1) $\det A \neq 0$

2) $A = A^T$

3) $A < 0$

4) \exists орт. базис из соб. век.

Минимальное по модулю собственное число $|\lambda_{\min}| \leq \left| \frac{4}{h^2} \sin^2 \frac{\pi}{2n} + \frac{4}{k^2} \sin^2 \frac{\pi}{2m} \right| \approx 19,48684$

Максимальное по модулю собственное число $|\lambda_{\max}| \geq \left| \frac{4}{h^2} \sin^2 \frac{\pi(n-1)}{2n} + \frac{4}{k^2} \sin^2 \frac{\pi(m-1)}{2m} \right| \approx 18,10^7$

Число обусловленности $\mu_A = \|A\|_2 \|A^{-1}\|_2 \leq \left| \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \right| \approx 911890$

4. Запись схемы в виде $AV = F$ или $-AV = -F$
на сетке размерности (3, 3)

(должны быть указаны все элементы матрицы, вектора и правой части на сетке конкретной размерности, использовать альбомный разворот или вклеить свой рисунок)

$$\begin{pmatrix} -36 & 9 & 9 & 0 \\ 9 & -36 & 0 & 9 \\ 9 & 0 & -36 & 9 \\ 0 & 9 & 9 & -36 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} \\ v_{21} \\ v_{12} \\ v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -f_{11} - 9\mu_{01} - 9\mu_{10} \\ -f_{21} - 9\mu_{31} - 9\mu_{20} \\ -f_{12} - 9\mu_{02} - 9\mu_{13} \\ -f_{22} - 9\mu_{32} - 9\mu_{23} \end{pmatrix} \quad AV = F$$

$$-AV = -F$$

$$\begin{pmatrix} 36 & -9 & -9 & 0 \\ -9 & 36 & 0 & 9 \\ -9 & 0 & 36 & -9 \\ 0 & -9 & -9 & 36 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} \\ v_{21} \\ v_{12} \\ v_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{11} + 9\mu_{01} + 9\mu_{10} \\ f_{21} + 9\mu_{31} + 9\mu_{20} \\ f_{12} + 9\mu_{02} + 9\mu_{13} \\ f_{22} + 9\mu_{32} + 9\mu_{23} \end{pmatrix}$$

5. Описание итерационного метода

1) Запишите итерационный метод в каноническом виде (т.е. для решения произвольных СЛАУ вида $Ax = b$, $A=A^T > 0$), укажите параметры метода;

2) Запишите итерационный метод для решения схемы $-AV = -F$, а именно:

а) – формулы для расчета каждой компоненты искомого вектора V на очередной итерации (исходный вариант и оптимизация);

б) – формулы для расчета невязки R (исходный вариант и оптимизация);

с) – формулы для расчета параметров метода (оптимизация).

Укажите, зачем проведена замена знаков в системе $AV = F$.

1) $Ax = b$, $x \in \mathbb{R}^n$, $b \in \mathbb{R}^n$, $A(n \times n)$, $\det A \neq 0$

$\frac{x^{(s+1)} - x^{(s)}}{\tau_s} + Ax^{(s)} = b$, где τ_s (число) на каждом шаге метода выбирают так, чтобы для уже вычисленного приближения $x^{(s)} \in \mathbb{R}^n$ следующая невязка $r^{(s+1)} \in \mathbb{R}^n$, то есть $r^{(s+1)} = Ax^{(s+1)} - b$, была минимальной.

Если $A=A^T > 0$ и невязка измеряется в евклидовой норме, следует выбрать

$$\tau_s = \frac{(Ar^{(s)}, r^{(s)})}{(Ar^{(s)}, Ar^{(s)})}, \quad \tau_s - \text{параметр шага } s+1$$

2) а) $-AV = -F$

$$v_{ij}^{(s+1)} = v_{ij}^{(s)} + \tau_s (Av_{ij}^{(s)} - f_{ij}) = v_{ij}^{(s)} + \tau_s R_{ij}^{(s)}$$

б) $R^{(s)} = -AV^{(s)} + F$, $A = -2\left(\frac{1}{h^2} + \frac{1}{k^2}\right)$

$$R_{ij}^{(s)} = Av_{ij}^{(s)} - \frac{1}{h^2}(v_{i-1,j}^{(s)} + v_{i+1,j}^{(s)}) - \frac{1}{k^2}(v_{i,j-1}^{(s)} + v_{i,j+1}^{(s)}) + f_{ij}$$

с) $\tau_s = \frac{(AR^{(s)}, R^{(s)})}{(AR^{(s)}, -AR^{(s)})} = \frac{(-AR^{(s)}, R^{(s)})}{(AR^{(s)}, AR^{(s)})}$

6. Анализ структуры погрешности

Запишите обозначения и определения всех типов (компонент) погрешностей, возникающих при решении основной и тестовой задачи с помощью разностных схем итерационными методами.

Запишите утверждения, необходимые для оценки погрешностей, и формулировку теоремы о сходимости итерационного метода.

Общая погрешность: $Z_{общ} = U - \tilde{v}^{(s)}$

$\begin{matrix} \uparrow & & \nwarrow \\ \text{точн. реш.} & & \text{числ. реш.} \\ Z_{в} & & \text{на } s\text{-ом шаге} \end{matrix}$

$$Z_{общ} = \underbrace{(U - v)}_{\text{погр. сх.}} + \underbrace{(v - v^{(s)})}_{\text{погр. мет.}} + \underbrace{(v^{(s)} - \tilde{v}^{(s)})}_{\text{погр. выч.}}$$

v - точное решение схемы

$v^{(s)}$ - решение на шаге s без выч. погр.

$\tilde{v}^{(s)}$ - реальное решение на шаге s

$$|Z_{общ}| \leq |Z_{сх}| + |Z_{мет}| + |Z_{в}|$$

Теорема о сход. и погр. метода

При решении СЛАУ с симметр., положит. определенной матр.

$A = A^T > 0$ методом мин. невязок метод сходится и для погрешности метода на шаге s верна оценка

$$\|z^{(s)}\|_2 \leq \mu_A \left(\frac{\mu_A - 1}{\mu_A + 1} \right)^s \|z^{(0)}\|_2; \quad \|z^{(s)}\|_2 \leq \mu_A \left(\frac{\mu_A - 1}{\mu_A + 1} \right)^{2s} \|z^{(0)}\|_2$$

Здесь $z^{(s)} = x^{(s)} - x^*$ - погр. метода на шаге s , $z^{(0)} = x^{(0)} - x^*$ -

- погр. метода на начальном приближении, $0 < \lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_n$ -

- собств. числа мат. $A = A^T > 0$ (они положит. и упоряд.)

λ_1 - мин. из них, λ_n - максим. из них. Через μ_A обознач.

число обусловленности матрицы A , опр. на основе евкл. норм:

$$\mu_A = \|A\|_2 \|A^{-1}\|_2 \leq \frac{\lambda_n}{\lambda_1}$$

Теорема о сход. схемы

$$\|z\|_\infty < \frac{(b-a)^2 + (d-c)^2}{16} \cdot (\hat{M}_1 k^2 + \hat{M}_2 k^2) \quad \begin{matrix} M_1 = \frac{1}{12} \max |u_{xxxx}^{IV}| \\ M_2 = \frac{1}{12} \max |u_{yyyy}^{IV}| \end{matrix}$$

Итер. метод сходится, если \forall нач. прил. посл. $\{v^{(s)}\}$

сходится к точн. решению $\lim_{s \rightarrow \infty} \|v^{(s)} - u\| = 0$

Погр. реш СЛАУ оценка: $\|z^{(s)}\|_\infty \leq \|z^{(s)}\|_2 \leq \|A^{-1}\|_2 \|R^{(s)}\|_2$

$$\lambda_{min} \approx 19.7392$$

```
#include <iostream>
#include <cmath>

int main() {
    int n = 1500;
    int m = 1500;
    int a = 1;
    int b = 2;
    int c = 2;
    int d = 3;

    double h = double(b - a) / n;
    double k = double(d - c) / m;

    const double pi = 3.14159265359;
    double result = 4 / (h * h) * pow(sin(pi / (2 * n)), 2) + 4 / (k * k) * pow(sin(pi / (2 * m)), 2);

    std::cout << result << std::endl;

    return 0;
}
```

Консоль отладки Microsoft Visual Studio

19.7392

C:\Users\User\source\repos\Project5\x64\Debug\Project5.exe (процесс 3272) завершил работу с кодом 0.
 Чтобы автоматически закрывать консоль при остановке отладки, включите параметр "Сервис" ->"Параметры" ->"Отладка" -> "Автоматически закрыть консоль при остановке отладки".
 Нажмите любую клавишу, чтобы закрыть это окно: █

$$\lambda_{min} \approx 18 \times 10^7$$

```
#include <iostream>
#include <cmath>

int main() {
    int n = 1500;
    int m = 1500;
    int a = 1;
    int b = 2;
    int c = 2;
    int d = 3;

    double h = double(b - a) / n;
    double k = double(d - c) / m;

    const double pi = 3.14159265359;
    double result = 4 / (h * h) * pow(sin(pi * (n - 1) / (2 * n)), 2) + 4 / (k * k) * pow(sin(pi * (m - 1) / (2 * m)), 2);

    std::cout << result << std::endl;

    return 0;
}
```

Консоль отладки Microsoft Visual Studio

1.8e+07

C:\Users\User\source\repos\Project5\x64\Debug\Project5.exe (процесс 16676) завершил работу с кодом 0.
 Чтобы автоматически закрывать консоль при остановке отладки, включите параметр "Сервис" ->"Параметры" ->"Отладка" -> "Автоматически закрыть консоль при остановке отладки".
 Нажмите любую клавишу, чтобы закрыть это окно: █

$$\mu_A \approx 911890$$

```
#include <iostream>
#include <cmath>

int main() {
    int n = 1500;
    int m = 1500;
    int a = 1;
    int b = 2;
    int c = 2;
    int d = 3;

    double h = double(b - a) / n;
    double k = double(d - c) / m;

    const double pi = 3.14159265359;
    double lmax = 4 / (h * h) * pow(sin(pi * (n - 1) / (2 * n)), 2) + 4 / (k * k) * pow(sin(pi * (m - 1) / (2 * m)), 2);
    double lmin = 4 / (h * h) * pow(sin(pi / (2 * n)), 2) + 4 / (k * k) * pow(sin(pi / (2 * m)), 2);
    double result = lmax / lmin;

    std::cout << result << std::endl;

    return 0;
}
```

Консоль отладки Microsoft Visual Studio

911890

C:\Users\User\source\repos\Project5\x64\Debug\Project5.exe (процесс 4508) завершил работу с кодом 0.
 Чтобы автоматически закрывать консоль при остановке отладки, включите параметр "Сервис" -> "Параметры" -> "Отладка" -> "Автоматически закрыть консоль при остановке отладки".
 Нажмите любую клавишу, чтобы закрыть это окно:

$$\mu_A \left(\frac{\mu_A - 1}{\mu_A + 1} \right)^{647851} \approx 220218$$

```
#include <iostream>
#include <cmath>

int main() {
    int n = 1500;
    int m = 1500;
    int a = 1;
    int b = 2;
    int c = 2;
    int d = 3;
    int N = 647853;

    double h = double(b - a) / n;
    double k = double(d - c) / m;

    const double pi = 3.14159265359;
    double lmax = 4 / (h * h) * pow(sin(pi * (n - 1) / (2 * n)), 2) + 4 / (k * k) * pow(sin(pi * (m - 1) / (2 * m)), 2);
    double lmin = 4 / (h * h) * pow(sin(pi / (2 * n)), 2) + 4 / (k * k) * pow(sin(pi / (2 * m)), 2);
    double Ma = lmax / lmin;
    double result = Ma * pow(((Ma - 1) / (Ma + 1)), N);

    std::cout << result << std::endl;

    return 0;
}
```

Консоль отладки Microsoft Visual Studio

220218

C:\Users\User\source\repos\Project5\x64\Debug\Project5.exe (процесс 8476) завершил работу с кодом 0.
 Чтобы автоматически закрывать консоль при остановке отладки, включите параметр "Сервис" -> "Параметры" -> "Отладка" -> "Автоматически закрыть консоль при остановке отладки".
 Нажмите любую клавишу, чтобы закрыть это окно:

```
#include <iostream>
#include <cmath>
#define _USE_MATH_DEFINES
#include <math.h>

double fourth_partial_derivative_x(double x, double y) {
    return pow(M_PI, 4) * pow(y, 4) * cos(M_PI * x * y);
}

double fourth_partial_derivative_y(double x, double y) {
```

```

    return pow(M_PI, 4) * pow(x, 4) * cos(M_PI * x * y);
}

int main() {
    setlocale(LC_ALL, "Russian");
    const int N = 1500; // Количество точек для аппроксимации
    double h = (2.0 - 1.0) / N; // Шаг для x
    double k = (3.0 - 2.0) / N; // Шаг для y
    double max_modulus_x = 0.0;
    double max_modulus_y = 0.0;

    for (int i = 0; i < N; ++i) {
        for (int j = 0; j < N; ++j) {
            double x = 1.0 + i * h;
            double y = 2.0 + j * k;
            double fourth_deriv_x = fourth_partial_derivative_x(x, y);
            double fourth_deriv_y = fourth_partial_derivative_y(x, y);

            if (std::abs(fourth_deriv_x) > max_modulus_x) {
                max_modulus_x = std::abs(fourth_deriv_x);
            }

            if (std::abs(fourth_deriv_y) > max_modulus_y) {
                max_modulus_y = std::abs(fourth_deriv_y);
            }
        }
    }
    double M1 = max_modulus_x / 12;
    double M2 = max_modulus_y / 12;

    double res = 0.125 * (M1 * h * h + M2 * k * k);

    std::cout << "M1: " << M1 << std::endl;
    std::cout << "M2: " << M2 << std::endl;
    std::cout << "||Z||: " << res << std::endl;

    return 0;
}

```

Консоль отладки Microsoft Visual Studio

M1: 656.926

M2: 129.706

||Z||: 4.37017e-05

C:\Users\User\source\repos\Project5\x64\Debug\Project5.exe (процесс 9204) завершил работу с кодом 0.

Чтобы автоматически закрывать консоль при остановке отладки, включите параметр "Сервис" -> "Параметры" -> "Отладка" -> "Автоматически закрыть консоль при остановке отладки".

Нажмите любую клавишу, чтобы закрыть это окно: _

7. Численное решение тестовой задачи с заданной погрешностью

Тестовая задача должна быть решена с заданной погрешностью $\varepsilon = 0.5 \cdot 10^{-6}$

Тестовая задача решена с погрешностью $\varepsilon_1 = 3,6 \cdot 10^{-4}$

Максимальное отклонение точного и численного решений в узле

$$x = \underline{1,277} \quad y = \underline{2,07333}$$

Для решения тестовой задачи использована сетка

число разбиений по x $n = \underline{1500}$

число разбиений по y $m = \underline{1500}$

метод МММ

параметры —

Значения критериев остановки метода:

по точности $\varepsilon_{мет} = \underline{10^{-14}}$

по числу итераций $N_{max} = \underline{10^6}$

На решение СЛАУ затрачено

$N = \underline{647853}$ итерации

Достигнута точность метода

$$\varepsilon^{(N)} = \underline{9,946 \cdot 10^{-14}}$$

СЛАУ решена с невязкой $\|R^{(N)}\| = \underline{3,7 \cdot 10^{-5}}$

(указать)

для невязки использована норма евклидова

(указать)

погрешность решения СЛАУ $\|Z^{(N)}\|_{\infty} \leq \|Z^{(N)}\|_2 \leq \|A^{-1}\|_2 \cdot \|R^{(N)}\|_2 \leq \underline{1,85 \cdot 10^{-6}}$

(оценить)

$$A = \frac{1}{4/5 \cdot \sin^2 \frac{\pi}{2n} + \frac{4}{5} \sin^2 \frac{\pi}{2m}} = \underline{0,05}$$

Начальное приближение итерационного метода

нулевое

(указать)

Невязка на начальном приближении $\|R^{(0)}\| = \underline{3176185}$

(указать)

для невязки использована норма евклидова

(указать)

погрешность решения СЛАУ $\|Z^{(N)}\|_{\infty} \leq \|Z^{(N)}\|_2 \leq \left(\frac{\mu_A - 1}{\mu_A + 1}\right)^N \|A^{-1}\|_2 \|R^{(N)}\|_2 \approx$

(оценить)

$$\approx 220218 \cdot 1,85 \cdot 10^{-6} \approx \underline{0,405201}$$

По теореме о сходимости схемы погрешность схемы

$$\|z\|_{\infty} \leq \underline{4,37014 \cdot 10^{-5}} = \frac{(b-a)^2 + (d-c)^2}{16} (M_1 h^2 + M_2 k^2) \quad M_1 = \frac{1}{12} \max |u_{xxxx}| \approx 656,926$$

(оценить)

использована норма $\|z\|_{\infty} = \underline{\max |z|}$

(указать)

Общая погрешность решения тестовой задачи с учетом ее компонент

$$\|z_{общ}\|_{\infty} \leq \underline{z_{выч} + 4,37014 \cdot 10^{-5} + 0,405201} = \underline{0,405245 + z_{выч}}$$

(оценить)

использована норма $\|z_{общ}\|_{\infty} = \underline{\max |z|}$

(указать)

Примечание. Для метода простой итерации (МПИ) в справке должно быть указано значение параметра τ , для метода с чебышевскими параметрами должно быть указано число K и способ расчета параметров τ_l , $l = 0, \dots, K$: на основе собственных значений или их оценок.

u(x, y)	v(x, y)	u - v											
	ij	1	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.06	1.07	1.08	1.09	1.1	1.11
	ij	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	0	0	0.06279052	0.12533323	0.18738131	0.24866898	0.30901699	0.36812455	0.42577929	0.48175367	0.53582679	0.58778525	0.63742399
2.01	0.03141076	0.09442107	0.15705502	0.21906292	0.28019763	0.34021543	0.39887711	0.45594883	0.51120309	0.56441964	0.61538637	0.66390011	0.71036891
2.02	0.06279052	0.12595657	0.18861554	0.25051518	0.31140628	0.37104371	0.42918738	0.48560232	0.54006406	0.59255071	0.64225265	0.68956899	0.73490899
2.03	0.09410831	0.15736527	0.21998241	0.28170515	0.34228254	0.40146828	0.45902174	0.51470891	0.56830338	0.61958726	0.66835202	0.71439941	0.75836335
2.04	0.12533323	0.18861554	0.25112341	0.31260019	0.37279345	0.43145605	0.48834711	0.54323307	0.59588854	0.64609734	0.69365331	0.73836118	0.78126518
2.05	0.15643447	0.22009654	0.28200658	0.34316794	0.40290644	0.46097437	0.51711309	0.57114344	0.62287878	0.67184987	0.71812637	0.76142518	0.80194588
2.06	0.18738131	0.25051518	0.31260019	0.37337764	0.43258936	0.48999115	0.54534145	0.5984085	0.64897014	0.69681467	0.74174177	0.78356335	0.82278057
2.07	0.21814324	0.28110223	0.34287284	0.40319395	0.46181054	0.51847481	0.5729472	0.62499745	0.67440549	0.72096244	0.76447153	0.80474877	0.84249557
2.08	0.24866898	0.31140628	0.37279345	0.43258936	0.49053078	0.54639378	0.59991765	0.65088023	0.69906454	0.74426492	0.78628943	0.82595757	0.86359958
2.09	0.27899111	0.34139684	0.40232139	0.46153186	0.51873432	0.57377194	0.62622288	0.67602726	0.72291891	0.76669474	0.80716642	0.84415958	0.87813695
2.1	0.30901699	0.37104371	0.43145605	0.48999115	0.54639435	0.60042023	0.65183373	0.70041115	0.74594115	0.78822561	0.82780857	0.86523958	0.90091611
2.11	0.33873792	0.40031705	0.4601378	0.51793743	0.57346206	0.62646778	0.67672179	0.72400333	0.76810474	0.8088323	0.84600711	0.87946588	0.91049611
2.12	0.36812455	0.42918738	0.48834711	0.54534145	0.59991765	0.65183373	0.70085947	0.74677749	0.78938419	0.82849063	0.86392342	0.89552543	0.92369957
2.13	0.39714789	0.45762564	0.51605502	0.5721745	0.62573289	0.67649046	0.7242	0.76870789	0.80975499	0.84717756	0.88080811	0.91049611	0.93699957
2.14	0.42577929	0.48560232	0.54323307	0.5984085	0.65088023	0.70041115	0.74677749	0.78976976	0.8291937	0.86487119	0.89664104	0.92435937	0.94909614
2.15	0.4539905	0.5130919	0.56985335	0.62401599	0.67533281	0.72356978	0.76850692	0.80939329	0.84767794	0.88155076	0.91140328	0.93709935	0.95949611
2.16	0.48175367	0.54006406	0.59588854	0.64897014	0.69906454	0.74594115	0.78938419	0.82919327	0.86518643	0.89719672	0.92507721	0.94969957	0.97099611
2.17	0.50904142	0.56649254	0.6213119	0.67324484	0.72200509	0.76750091	0.80938615	0.84751123	0.88169903	0.91179071	0.9374665	0.95914626	0.

u(x, y)	v(x, y)	u - v												
u	v	u - v	1	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.06	1.07	1.08	1.09	1.1	1.11
0	0	0												
2	0	0.06279052	0.12533323	0.18738131	0.24868989	0.30901699	0.36812455	0.42577929	0.48175367	0.53582679	0.58778525	0.63742399		
2.01	0.03141076	0.09442256	0.15705795	0.21906724	0.28020325	0.3402231	0.39888515	0.45595796	0.51121323	0.5644307	0.61539825	0.66391272		
2.02	0.06279052	0.12595947	0.18862124	0.25052356	0.31141721	0.37105705	0.42902029	0.4856209	0.5400837	0.59237211	0.64227562	0.68959335		
2.03	0.09410831	0.1573695	0.21999072	0.28171736	0.34229846	0.40148769	0.45904442	0.51473463	0.56833189	0.6196183	0.66838532	0.71443469		
2.04	0.12533323	0.18862104	0.25113419	0.31261061	0.37281406	0.43148117	0.48837451	0.54326663	0.59592534	0.64613737	0.69369622	0.7384066		
2.05	0.15643447	0.21962962	0.28201968	0.34318716	0.40293146	0.46100485	0.51716655	0.57118369	0.62283232	0.67189827	0.71871812	0.76417998		
2.06	0.18738131	0.25052299	0.31261548	0.37339882	0.43261852	0.49002664	0.54538282	0.5984553	0.64902187	0.69687083	0.74180184	0.7836268		
2.07	0.21814324	0.2811111	0.3428902	0.40321938	0.46184399	0.51851499	0.57299401	0.62505033	0.67446389	0.7210258	0.76453921	0.80482018		
2.08	0.24868989	0.31141615	0.37281275	0.43261762	0.49057547	0.54643931	0.5999651	0.65093877	0.6991212	0.74433489	0.78633611	0.82583138		
2.09	0.27899111	0.34140766	0.40235242	0.46156276	0.5187835	0.57376805	0.62627944	0.67609138	0.7229892	0.7667708	0.8072475	0.84424487		
2.1	0.30901699	0.37105541	0.43147889	0.49002453	0.5464376	0.60047267	0.65189463	0.70047976	0.74601667	0.78830724	0.82716747	0.8624283		
2.11	0.33873792	0.40032958	0.46016225	0.51797312	0.57350826	0.62652374	0.6767867	0.72407638	0.76818505	0.80891899	0.84609927	0.8795626		
2.12	0.36812455	0.42920069	0.48837306	0.54537928	0.59996658	0.65189293	0.70092807	0.74685459	0.78946885	0.8285819	0.86402031	0.89562696		
2.13	0.39714789	0.45763968	0.51608236	0.57221432	0.62578434	0.67655264	0.72429197	0.76878668	0.8094358	0.84727294	0.88090921	0.91060187		
2.14	0.42577929	0.48561792	0.54326169	0.59845016	0.65093399	0.70047605	0.74685252	0.78985386	0.82928581	0.8649702	0.89674583	0.92446914		
2.15	0.4539905	0.51310725	0.56988317	0.62405934	0.67533889	0.72363715	0.76805487	0.81002637	0.84777316	0.88165296	0.91151127	0.93721192		
2.16	0.48175367	0.54008	0.59591946	0.64901533	0.69912234	0.74601075	0.78946444	0.82928438	0.86528438	0.89730167	0.92488174	0.94881475		
2.17	0.50904142	0.56650901	0.62134382	0.67329113	0.72210962	0.76757249	0.8094685							

$u(x,y)$	$v(x,y)$	$ u-v $										
i/j	1	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.06	1.07	1.08	1.09	1.1	1.11
i/j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2.01	0	1.49E-06	2.93E-06	4.31E-06	5.63E-06	6.87E-06	8.04E-06	9.13E-06	1.014E-05	1.106E-05	1.188E-05	1.261E-05
2.02	0	2.9E-06	5.7E-06	8.38E-06	1.093E-05	1.334E-05	1.56E-05	1.77E-05	1.963E-05	2.139E-05	2.297E-05	2.436E-05
2.03	0	4.23E-06	8.31E-06	1.221E-05	1.592E-05	1.941E-05	2.269E-05	2.572E-05	2.851E-05	3.104E-05	3.33E-05	3.529E-05
2.04	0	5.49E-06	1.078E-05	1.582E-05	2.061E-05	2.512E-05	2.933E-05	3.323E-05	3.68E-05	4.003E-05	4.291E-05	4.542E-05
2.05	0	6.68E-06	1.31E-05	1.922E-05	2.502E-05	3.047E-05	3.556E-05	4.025E-05	4.454E-05	4.84E-05	5.182E-05	5.48E-05
2.06	0	7.81E-06	1.53E-05	2.242E-05	2.916E-05	3.549E-05	4.137E-05	4.679E-05	5.173E-05	5.616E-05	6.007E-05	6.345E-05
2.07	0	8.87E-06	1.736E-05	2.543E-05	3.305E-05	4.018E-05	4.68E-05	5.289E-05	5.841E-05	6.334E-05	6.768E-05	7.14E-05
2.08	0	9.87E-06	1.931E-05	2.826E-05	3.669E-05	4.457E-05	5.186E-05	5.854E-05	6.459E-05	6.997E-05	7.467E-05	7.869E-05
2.09	0	1.082E-05	2.113E-05	3.09E-05	4.009E-05	4.865E-05	5.656E-05	6.378E-05	7.029E-05	7.606E-05	8.107E-05	8.532E-05
2.1	0	1.17E-05	2.284E-05	3.338E-05	4.326E-05	5.244E-05	6.091E-05	6.861E-05	7.552E-05	8.163E-05	8.69E-05	9.132E-05
2.11	0	1.254E-05	2.445E-05	3.568E-05	4.62E-05	5.596E-05	6.492E-05	7.304E-05	8.031E-05	8.669E-05	9.217E-05	9.672E-05
2.12	0	1.332E-05	2.594E-05	3.783E-05	4.893E-05	5.92E-05	6.86E-05	7.71E-05	8.466E-05	9.127E-05	9.689E-05	0.00010153
2.13	0	1.404E-05	2.734E-05	3.982E-05	5.145E-05	6.218E-05	7.197E-05	8.078E-05	8.859E-05	9.537E-05	0.0001011	0.00010576
2.14	0	1.472E-05	2.863E-05	4.166E-05	5.377E-05	6.49E-05	7.503E-05	8.411E-05	9.211E-05	9.901E-05	0.00010479	0.00010944
2.15	0	1.535E-05	2.982E-05	4.335E-05	5.588E-05	6.737E-05	7.779E-05	8.708E-05	9.523E-05	0.00010221	0.00010799	0.00011257
2.16	0	1.594E-05	3.092E-05	4.489E-05	5.78E-05	6.96E-05	8.025E-05	8.971E-05	9.795E-05	0.00010496	0.0001107	0.00011518
2.17	0	1.647E-05	3.192E-05	4.629E-05	5.953E-05	7.159E-05	8.242E-05	9.2E-05	0.0001003	0.00010728	0.00011294	0.00011727
2.18	0	1.696E-05	3.283E-05	4.755E-05	6.107E-05	7.334E-05	8.431E-05	9.396E-05	0.00010226	0.00010918	0.00011472	0.00011885
2.19	0	1.74E-05	3.365E-05	4.867E-05	6.242E-05	7.485E-05	8.593E-05	9.56E-05	0.00010386	0.00011067	0.00011603	0.00011994
2.2	0	1.78E-05	3.438E-05	4.966E-05	6.36E-05	7.615E-05	8.726E-05	9.692E-05	0.00010509	0.00011176	0.00011691	0.00012054
2.21	0	1.816E-05	3.502E-05	5.051E-05	6.459E-05	7.721E-05	8.833E-05	9.793E-05	0.00010597	0.00011244	0.00011734	0.00012066
2.22	0	1.847E-05	3.557E-05	5.123E-05	6.541E-05	7.806						

8. Численное решение основной задачи с заданной точностью

Основная задача должна быть решена с заданной точностью $\varepsilon = 0.5 \cdot 10^{-6}$

Основная задача решена с точностью $\varepsilon_2 = 1,954 \cdot 10^{-2}$

Максимальное отклонение численных решений на основной сетке и сетке с половинным шагом в узле

$$x = 1,474 \quad y = 2,502$$

Для решения основной задачи использована сетка

число разбиений по x $n = 500$

число разбиений по y $m = 500$

метод ММН

параметры —

Значения критериев останова метода:

по точности $\varepsilon_{мет} = 0,5 \cdot 10^{-6}$

по числу итераций $N_{max} = 10^5$

На решение СЛАУ затрачено

$N = 32081$ итерации

Достигнута точность метода

$\varepsilon^{(N)} = 5 \cdot 10^{-7}$

СЛАУ решена с невязкой $\|R^{(N)}\| = 2,5 \cdot 10^{-8}$

(указать)

для невязки использована норма евклидова

(указать)

погрешность решения СЛАУ $\|Z^{(N)}\|_{\infty} \leq \|Z^{(N)}\|_2 \leq \frac{\|A^{-1}\|_2 \cdot \|R^{(N)}\|_2}{0,65} \leq 1,25 \cdot 10^{-9}$ (оценить)

$$A = \frac{1}{y_{k1} \sin^2 \frac{\pi}{2n} + y_{k2} \sin^2 \frac{\pi}{2m}} \quad 0,65$$

Начальное приближение итерационного метода

нулевое

(указать)

Невязка на начальном приближении $\|R^{(0)}\| = 13771800$

(указать)

для невязки использована норма евклидова

(указать)

погрешность решения СЛАУ $\|Z^{(N)}\|_{\infty} \leq \|Z^{(N)}\|_2 \leq \frac{\mu_A (\frac{\mu_A - 1}{\mu_A + 1})^N}{\text{говорились не досчитывать}} \|A^{-1}\|_2 \|R^{(N)}\|_2$ (оценить)

Для контроля точности использована сетка

число разбиений по x $2n = 1000$

число разбиений по y $2m = 1000$

метод ММН

параметры —

Значения критериев останова метода:

по точности $\varepsilon_{мет-2} = 0,5 \cdot 10^{-6}$

по числу итераций $N_{max-2} = 10^5$

На решение СЛАУ затрачено

$N2 = 60775$ итерации

Достигнута точность метода

$\varepsilon^{(N2)} = 5 \cdot 10^{-5}$

СЛАУ решена с невязкой $\|R^{(N2)}\| = 6,41 \cdot 10^{-9}$ (указать)

для невязки использована норма евклидова (указать)

погрешность решения СЛАУ $\|Z^{(N2)}\|_\infty \leq \|Z^{(N2)}\|_2 \leq \frac{\|A^{-1}\|_2}{0,05} \|R^{(N2)}\|_2 \leq 3,205 \cdot 10^{-10}$ (оценить)

Начальное приближение итерационного метода

нулевое (указать)

Невязка на начальном приближении $\|R^{(0)}\| = 106189000$ (указать)

для невязки использована норма евклидова (указать)

погрешность решения СЛАУ $\|Z^{(N2)}\|_\infty \leq \|Z^{(N2)}\|_2 \leq \frac{\mu_A \left(\frac{\mu_A - 1}{\mu_A + 1}\right)^{2N}}{\mu_A + 1} \|A^{-1}\|_2 \|R^{(N2)}\|_2$ (оценить)
договорились не считать

Для решения задачи с нужной точностью
нужно увеличить сетку до 1500×1500

Численное решение основной задачи

$i \backslash j$	1	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.06	1.07	1.08	1.09	1.1	1.11
u_j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	0	-0.0099	-0.0196	-0.0291	-0.0384	-0.0475	-0.0564	-0.0651	-0.0736	-0.0819	-0.09	-0.0979
2.01	-0.0099	-0.01874026	-0.02758139	-0.03634398	-0.04499071	-0.05350115	-0.06186271	-0.07006695	-0.07810782	-0.085968077	-0.09368229	-0.10120957
2.02	-0.0196	-0.02758134	-0.03564293	-0.04370538	-0.05171992	-0.05965626	-0.06748413	-0.0751986	-0.08278481	-0.0902342	-0.09754001	-0.10469681
2.03	-0.0291	-0.03634381	-0.04370517	-0.05111691	-0.05852956	-0.06590731	-0.07322392	-0.08045978	-0.08759986	-0.09463237	-0.10154785	-0.1083386
2.04	-0.0384	-0.04499028	-0.05171851	-0.05852896	-0.06537621	-0.07222446	-0.07904572	-0.08581796	-0.09252365	-0.09914869	-0.10568152	-0.11211256
2.05	-0.0475	-0.05350028	-0.05965109	-0.06590557	-0.07222316	-0.07856989	-0.08491776	-0.09124383	-0.09752922	-0.10375829	-0.10991799	-0.11599733
2.06	-0.0564	-0.061862	-0.06748135	-0.0732204	-0.07904225	-0.08491537	-0.09081277	-0.09671151	-0.10259217	-0.10843828	-0.11423581	-0.11997275
2.07	-0.0651	-0.07006452	-0.07519405	-0.0804537	-0.08581127	-0.09123775	-0.09670755	-0.10219834	-0.1076907	-0.11316783	-0.11861516	-0.12402001
2.08	-0.0736	-0.07810417	-0.08277787	-0.08759031	-0.09251252	-0.09751791	-0.10258243	-0.1076846	-0.11280543	-0.11792812	-0.12303788	-0.12812167
2.09	-0.0819	-0.08597556	-0.09022416	-0.09461829	-0.09913173	-0.10374001	-0.10842065	-0.1131532	-0.11791924	-0.12270224	-0.12748744	-0.13226165
2.1	-0.09	-0.09367513	-0.0975261	-0.10152807	-0.10565715	-0.10989078	-0.11420794	-0.11858924	-0.12301697	-0.12747502	-0.13194882	-0.1364252
2.11	-0.0979	-0.1012	-0.10467815	-0.10831179	-0.11207904	-0.115959	-0.11993201	-0.12397974	-0.12808522	-0.13223287	-0.13640841	-0.14059881
2.12	-0.1056	-0.10854786	-0.11167576	-0.11496294	-0.11838919	-0.1219351	-0.12558227	-0.12931334	-0.13311213	-0.1369636	-0.14085387	-0.14477014
2.13	-0.1131	-0.11571674	-0.11851513	-0.12147599	-0.12458059	-0.12781085	-0.13114947	-0.13458005	-0.13808714	-0.14166529	-0.14527404	-0.1489279
2.14	-0.1204	-0.12270499	-0.125193	-0.12784624	-0.13064724	-0.1335791	-0.13662553	-0.13977101	-0.14300082	-0.14630109	-0.14965879	-0.15306177
2.15	-0.1275	-0.12951119	-0.1317066	-0.1340696	-0.13658389	-0.13923358	-0.14200332	-0.1448784	-0.14784477	-0.15088913	-0.15399891	-0.15716232
2.16	-0.1344	-0.13613412	-0.13805348	-0.14014254	-0.14238596	-0.14476879	-0.14727653	-0.14989519	-0.1526114	-0.15541238	-0.15828604	-0.16122091
2.17	-0.1411	-0.14257269	-0.14423154	-0.14606192	-0.14804939	-0.15017984	-0.15243952	-0.15481513	-0.1572939	-0.15986359	-0.16251253	-0.16522963
2.18	-0.1476	-0.14882597	-0.1502389	-0.15182499	-0.1535706	-0.15546237	-0.15748724	-0.15963256	-0.16188611	-0.16423614	-0.16667141	-0.16918121
2.19	-0.1539	-0.1548931	-0.15607388	-0.15742928	-0.15894638	-0.16061248	-0.16241518	-0.16434239	-0.16638242	-0.16852401	-0.17075631	-0.17306896
2.2	-0.16	-0.16077334	-0.161735	-0.16287258	-0.16417383	-0.16562665	-0.16721921	-0.16893998	-0.17077775	-0.17272169	-0.17476136	-0.17688674
2.21	-0.1659	-0.166466	-0.16722091	-0.16815292	-0.16925035	-0.17050169	-0.17189563	-0.17342113	-0.17506745	-0.17682415	-0.17868119	-0.18062886
2.22	-0.1716	-0.17197049	-0.1725304	-0.17326848	-0.17417359	-0.17523472	-0.17644106	-0.17778201	-0.17924726	-0.18082678	-0.18251085	-0.1842901
2.23	-0.1771	-0.17728624	-0.17766237	-0.17821765	-0.17894141	-0.17982311	-0.1808524	-0.1820191	-0.1833133	-0.18472531	-0.18624577	-0.1878656
2.24	-0.1824	-0.18241275	-0.18261583	-0.18299893	-0.18355185	-0.18426447	-0.18512684	-0.1861292	-0.18726198	-0.18851585	-0.18988175	-0.19135059

Численное решение на удвоенной сетке

$i \backslash j$	1	1.005	1.01	1.015	1.02	1.025	1.03	1.035	1.04	1.045	1.05	1.055
u_j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	0	-0.004975	-0.0099	-0.014775	-0.0196	-0.024375	-0.0291	-0.033775	-0.0384	-0.042975	-0.0475	-0.051975
2.005	-0.004975	-0.00964074	-0.0143067	-0.01895303	-0.02357039	-0.02815367	-0.03269972	-0.03720642	-0.04167225	-0.04609608	-0.05047701	-0.05481435
2.01	-0.0099	-0.0143067	-0.01873347	-0.02316046	-0.02757528	-0.03196998	-0.03633919	-0.04067909	-0.04498689	-0.04926042	-0.053498	-0.05769824
2.015	-0.014775	-0.01895302	-0.02316045	-0.02738047	-0.0316007	-0.03581218	-0.04000834	-0.04418426	-0.04833616	-0.05246109	-0.05655666	-0.06062094
2.02	-0.0196	-0.02357037	-0.02757524	-0.03160066	-0.03563527	-0.0396701	-0.04369812	-0.04771381	-0.05171278	-0.05569147	-0.05964698	-0.0635769
2.025	-0.024375	-0.02815362	-0.03196989	-0.03581208	-0.03967002	-0.0435352	-0.0474006	-0.05126046	-0.05511003	-0.05894539	-0.06276325	-0.06656802
2.03	-0.0291	-0.03269963	-0.03633901	-0.04000812	-0.0436979	-0.04740045	-0.05110898	-0.05481774	-0.05852185	-0.06221716	-0.06590012	-0.06956772
2.035	-0.033775	-0.03720627	-0.04067881	-0.04418388	-0.0477134	-0.05126008	-0.0548175	-0.05838004	-0.06194282	-0.06550016	-0.06905527	-0.07259293
2.04	-0.0384	-0.04167202	-0.04498646	-0.04833557	-0.05171209	-0.05510933	-0.05852125	-0.06194244	-0.06536811	-0.06879404	-0.07221649	-0.07563214
2.045	-0.042975	-0.04609675	-0.0492598	-0.05246022	-0.05569042	-0.05894425	-0.06221606	-0.06550069	-0.06879349	-0.0720903	-0.07538737	-0.07868137
2.05	-0.0475	-0.05047657	-0.05349713	-0.05655543	-0.05964547	-0.06276155	-0.06589839	-0.06905109	-0.07221519	-0.0753866	-0.07856165	-0.08173698
2.055	-0.051975	-0.05481376	-0.05769708	-0.06061927	-0.06357481	-0.06655844	-0.06956519	-0.07259043	-0.07562988	-0.07867958	-0.08173953	-0.08479561
2.06	-0.0564	-0.05910674	-0.06185852	-0.06465011	-0.06747641	-0.07033253	-0.07321381	-0.07611587	-0.07903461	-0.08196623	-0.08490718	-0.08785423
2.065	-0.060775	-0.06335502	-0.06598049	-0.06864657	-0.07134852	-0.07408178	-0.07684197	-0.07962495	-0.08242678	-0.08524382	-0.08807264	-0.09091004
2.07	-0.0651	-0.0675582	-0.07006219	-0.07260748	-0.07518964	-0.07780441	-0.08044766	-0.08311545	-0.08580405	-0.08850993	-0.09122978	-0.09396049
2.075	-0.069375	-0.07171592	-0.07410293	-0.07653183	-0.07899849	-0.08149888	-0.08402911	-0.08658545	-0.08916433	-0.09176236	-0.09437634	-0.09700325
2.08	-0.0736	-0.07582787	-0.0781021	-0.08041874	-0.0827739	-0.0851638	-0.08758475	-0.0900332	-0.09250574	-0.09499912	-0.09751025	-0.10003619
2.085	-0.077775	-0.0798938	-0.08205917	-0.08426743	-0.08651489	-0.08879797	-0.09111318	-0.09345714	-0.09582659	-0.09821841	-0.1006296	-0.10305734
2.09	-0.0819	-0.08391345	-0.08597369	-0.08807721	-0.09022055	-0.0924003	-0.09461315	-0.09685587	-0.09912535	-0.10141858	-0.10373268	-0.1060649
2.095	-0.085975	-0.08788663	-0.08984523	-0.09184747	-0.09389008	-0.09596982	-0.09808353	-0.10022812	-0.10240062	-0.10459813	-0.10681788	-0.10905721
2.1	-0.09	-0.09181314	-0.09367341	-0.09557766	-0.09752277	-0.09950565	-0.10152329	-0.10357274	-0.10565114	-0.10775571	-0.10988377	-0.11203274
2.105	-0.093975	-0.09569282	-0.09745791	-0.09926759	-0.10111796	-0.10300699	-0.1049313	-0.10688867	-0.10887574	-0.11089004	-0.11292899	-0.11499008
2.11	-0.0979	-0.0995255	-0.101119842	-0.102917829	-0.10467506	-0.10647312	-0.10830732	-0.11017495	-0.11207335	-0.11399997	-0.1159523	-0.11792791
2.115	-0.101775	-0.10331107	-0.10489466	-0.10652306	-0.10819352	-0.10990338	-0.11164997	-0.11343069	-0.11524301	-0.11708443	-0.11895255	-0.12084502
2.12	-0.1056	-0.10704937	-0.10854638	-0.11008842	-0.11167287	-0.11329715	-0.11495873	-0.11665509	-0.11838379	-0.12014243	-0.12192868	-0.12374027

9. Проверка программы: контроль «порядка сходимости»

Проверка убывания погрешности ε_1 при решении тестовой задачи и проверка динамики точности ε_2 при решении основной задачи показывают следующее:

Тестовая задача

n	m	$\varepsilon_{мет}$	$\varepsilon^{(s)}$	Тестовая задача, величина $\max u^*(x_i y_j) - v^{(N)}(x_i y_j) $	Отношение значений погрешности
5	5	$1 \cdot 10^{-8}$	$8,7 \cdot 10^{-9}$	$2,444 \cdot 10^{-1}$	3,7. 4,2
10	10	$1 \cdot 10^{-8}$	$9,6 \cdot 10^{-9}$	$6,566 \cdot 10^{-2}$	
20	20	$1 \cdot 10^{-8}$	$1,18 \cdot 10^{-5}$	$1,562 \cdot 10^{-2}$	
40	40	$1 \cdot 10^{-8}$	$3,8 \cdot 10^{-4}$	$9,854 \cdot 10^{-2}$	
Порядок 2					

Основная задача

n	m	$\varepsilon_{мет}$	$\varepsilon^{(N)}$	$\varepsilon_{м2}$	$\varepsilon^{(N2)}$	Основная задача, величина $\max v^{(N)}(x_i y_j) - v^{(N2)}(x_{2i} y_{2j}) $	Отношение значений точности
5	5	10^{-8}	$4,3 \cdot 10^{-7}$	10^{-7}	$4,8 \cdot 10^{-7}$	0,0105630	3,72 3,47 3,14
10	10	10^{-7}	$4,2 \cdot 10^{-7}$	10^{-8}	$4,9 \cdot 10^{-7}$	0,00283245	
20	20	10^{-8}	$4,3 \cdot 10^{-7}$	10^{-8}	$5 \cdot 10^{-7}$	0,0008144	
40	40	10^{-8}	$4,9 \cdot 10^{-7}$	10^{-8}	$4,9 \cdot 10^{-7}$	0,0002570	
Порядок 2							

Вопрос: Сходимость и порядок сходимости есть свойства схемы. Ни одно из значений – ни ε_1 , ни ε_2 , не является погрешностью схемы. Опираясь на теоретический материал, объясните, почему результаты работы программы должны подтвердить динамику величин ε_1 и ε_2 с каким-либо порядком.

Примечания

1. Значения критерия выхода по числу итераций (N_{max} и N_{max-2}) в каждом из расчетов должны быть таковы, чтобы выход состоялся по точности.

2. Если «порядок сходимости» не подтверждается, ошибку следует искать в программе или организации расчетов.