Отчет по лабораторной работе №2

Задача о погоне

Бурдина Ксения Павловна

2022 Feb 17th

Содержание

# Цель работы

Целью данной работы является построение математической модели для дальнейшего решения задачи о погоне на примере задачи преследования браконьеров береговой охраной.

# Задание

В ходе работы необходимо:

1. Выполнить расчёты и вывести уравнение движения катера при условии, что расстояние в момент обнаружении лодки составляет 15.5 км от катера, а скорость катера превышает скорость лодки в 4.5 раза.
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев, в зависимости от начального положения катера относительно полюса.
3. Найти по графику точку пересечения траектории движения катера и лодки.

# Теоретическое введение

Постановка задачи следующая:

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 15.5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4.5 раза больше скорости браконьерской лодки.

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

с начальными условиями:

или

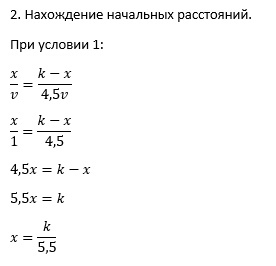
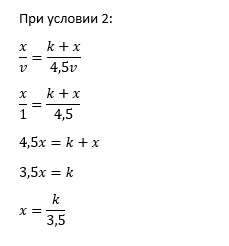
# Выполнение лабораторной работы

1. Принимаем за , - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров , а полярная ось проходит через точку нахождения катера береговой охраны.
3. Заметим, что траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Изначально катер береговой охраны двигается прямолинейно, а после того, как оказывается на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров, начинает двигаться вокруг полюса, удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.
4. Чтобы найти расстояние (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время катер и лодка окажутся на одном расстоянии от полюса. За это время лодка пройдет , а катер (или , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как или (во втором случае ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующих уравнений: $\frac{x}{v} = \frac{k-x}{4.5v} \\$ для первого случая и $\frac{x}{v} = \frac{x+k}{4.5v} \\$ для второго случая.

При решении уравнений получаем следующие начальные условия для решения задачи: для первого случая и для второго случая.

Видим, что значение , а значение .

В результате мы будем решать задачу для двух случаев.

1. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса, удаляясь от него со скоростью лодки . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: - радиальная скорость и - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем . Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус , то есть .

По теореме пифагора получаем следующее уравнение:

.

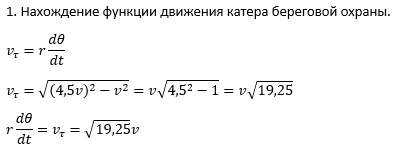


рис 3. Вычисление тангенциальной скорости катера

1. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений с начальными условиями. Исключая из полученной системы производную по , можно перейти к следующему уравнению:

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

1. Напишем программу для расчёта траектории движения в SciLab. Зададим начальное растояние s = 15.5. В функции , которая описывает движение катера береговой охраны, укажем получившееся значение по формуле, а именно запишем значение константы, равное 19.25. Далее установим и (они были найдены в системе начальных условий для первого случая).

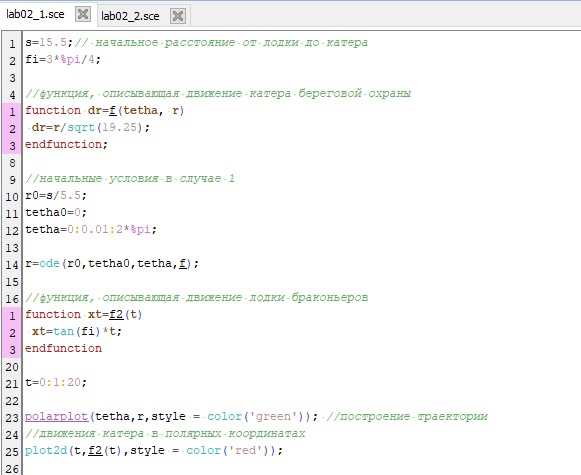


рис 4. Код программы в случае 1

В результате выполнения данной программы получаем следующий график:

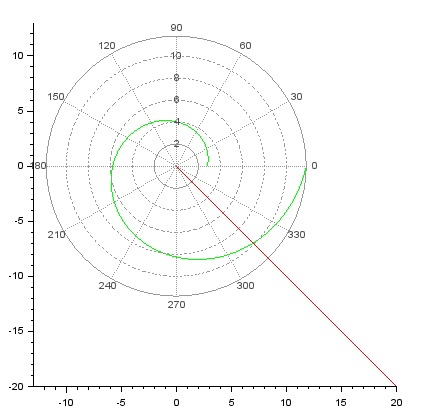


рис 5. Траектория движения катера и лодки в случае 1

По графику видим, что траектории движения лодки и катера пересекутся на растоянии 7.2 км.

1. Теперь заменим в коде значения начальных условий при случае 1 для получения траектории движения в случае 2. Для этого зададим значения и (они были найдены в системе начальных условий для второго случая).

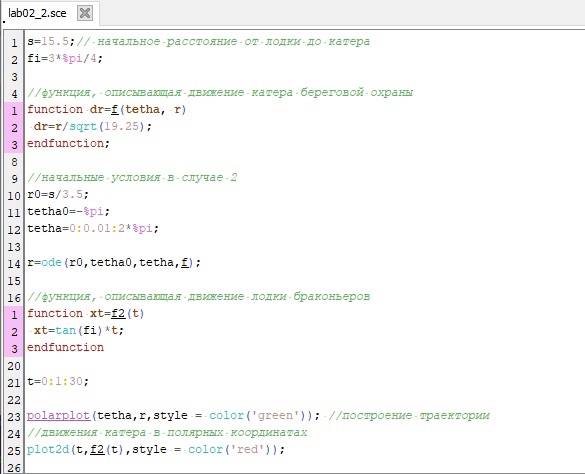


рис 6. Код программы в случае 2

В результате выполнения данной программы получаем следующий график:

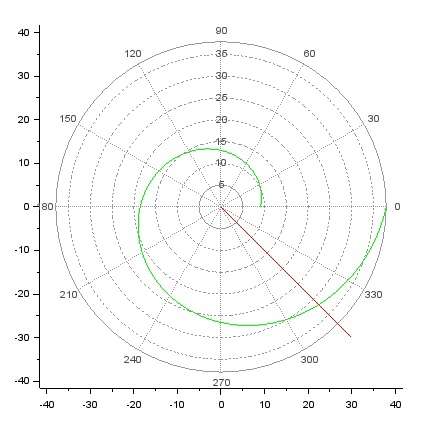


рис 7. Траектория движения катера и лодки в случае 2

По графику видим, что траектории движения лодки и катера пересекутся на растоянии 23 км.

# Выводы

В процессе выполнения работы мы построили математическую модель для решения задачи о погоне на примере задачи преследования браконьеров береговой охраной. Мы записали дифференциальные уравнения, описывающие движение катера, построили графики движения катера и лодки для двух случаев и нашли точки пересечения траекторий движения катера и лодки для двух случаев.

# Список литературы

1. Методические материалы курса “Математическое моделирование”.
2. Куроткин В. И., Стерлигов В. Л. Самонаведение ракет. М. -Военное издательство Минобороны СССР: 1963, 88 с.