Отчет по лабораторной работе №3

Модель боевых действий

Бурдина Ксения Павловна

2022 Feb 24th

Содержание

List of Figures

List of Tables

1 Цель работы

Целью данной работы является построение математической модели боевых действий - модели Ланчестера на примере задачи о боевых действиях войск и отрядов в процессе войны между двумя государствами.

2 Задание

В ходе работы необходимо:

1. Прописать уравнения для построения моделей боевых действий с учетом потерь, не связанных с боевыми действиями, и потерь, произошедших на поле боя, при условии, что численность армии страны X в начале войны составляет 80000 человек, а численность армии страны Y - 115000 человек.

2. Построить график для модели боевых действий между регулярными войсками.

3. Построить график для модели боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов.

3 Теоретическое введение

Постановка задачи следующая:

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 80000 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 115000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)$ и $Q(t)$ непрерывными функциями.

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.3x(t) - 0.56y(t) + sin(t+10) \\ \frac{dy}{dt} = -0.68x(t) - 0.33y(t) + cos(t+10) \end{cases}$$

в первом случае и

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.31x(t) - 0.77y(t) + sin(2t+10) \\ \frac{dy}{dt} = -0.67x(t)y(t) - 0.51y(t) + cos(t+10) \end{cases}$$

во втором, с начальными условиями:

$$\begin{cases} x_0 = 80000 \\ y_0 = 115000 \end{cases}$$

4 Выполнение лабораторной работы

1. Принимаем за $X_0 = 80000$, $y_0 = 115000$ - численность войск на момент начала боевых действий.

2. Рассмотрим возможные варианты развития войны для случаев, когда боевые действия происходят между регулярными войсками, а также когда боевые действия происходят с участием регулярных войск и партизанских отрядов.

3. Заметим, что в первом случае, когда боевые действия идут только между регулярными войсками, численность каждой армии зависит от следующих факторов:

1) Скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями. Здесь потери описывают члены $-a(t)x(t)$ и $-h(t)y(t)$, где $a(t), h(t)$ - величины, характеризующие степень слияния различных факторов на потери.
2) Скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон. Потери на поле боя в данном случае отражают члены $-b(t)y(t)$ и $-c(t)x(t)$, где коэффициенты $b(t)$ и $c(t)$ указывают на эффективность боевых действий со стороны y и x соответственно.
3) Скорость поступления подкрепления. Она задается некоторыми функциями $P(t), Q(t)$, которые учитывают возможность подхода подкрепления к войскам X и Y в течение одного дня.

4. Получаем, что в первом случае модель боевых действий описывается следующим образом:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$
$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

5. Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличие от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что теперь потери партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой неизвестной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. Учитывая, что все коэффициенты имеют то же значение, что и в первом случае, получаем следующую модель боевых действий:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$
$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

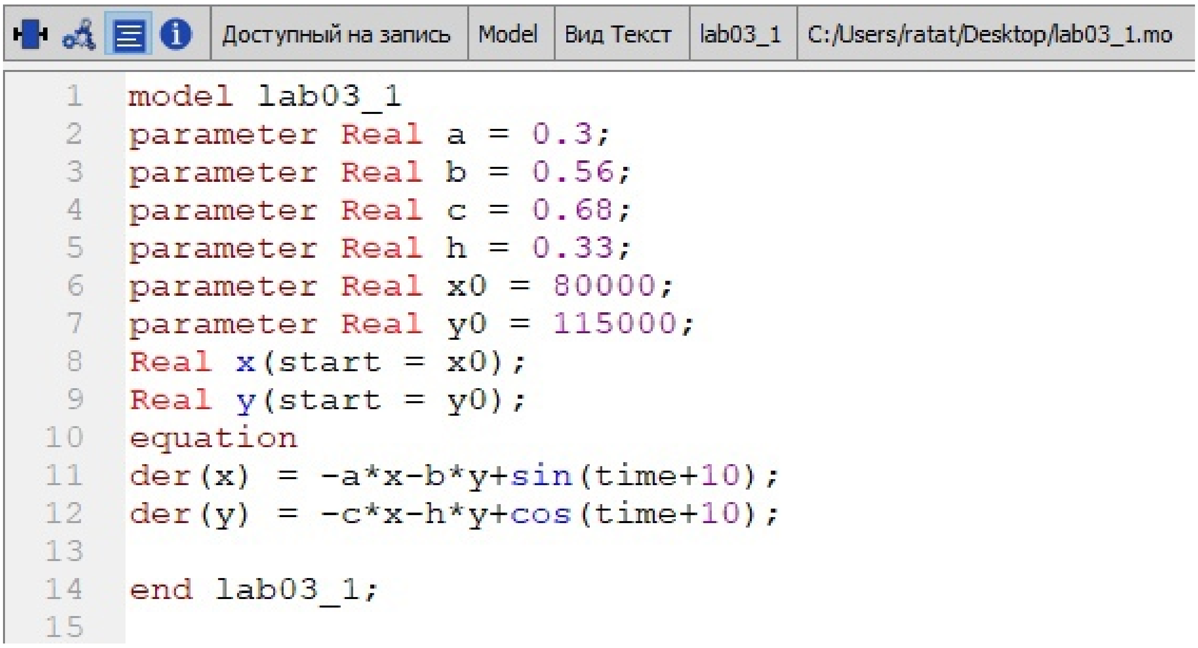
6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений с начальными условиями. Мы будем решать задачу для двух случаев.

7. Напишем программу для расчёта траектории движения в OpenModelica. Зададим начальные значения для численности войск $x_0 = 80000$ и $y_0 = 115000$. Далее запишем коэффициенты для расчета скорости потери численности войск в первом случае: $a = 0.3, b = 0.56, c = 0.68, h = 0.33$.

Установим, что переменные x, y имеют начальные значения x_0, y_0 соответственно. Запишем уравнения, описывающие нашу модель для случая, когда боевые действия происходят между регулярными войсками:

$$der(x) = -a * x - b * y + sin(time + 10)$$

$$der(y) = -c * x - h * y + cos(time + 10)$$




```
model lab03_1
parameter Real a = 0.3;
parameter Real b = 0.56;
parameter Real c = 0.68;
parameter Real h = 0.33;
parameter Real x0 = 80000;
parameter Real y0 = 115000;
Real x(start = x0);
Real y(start = y0);
equation
der(x) = -a*x-b*y+sin(time+10);
der(y) = -c*x-h*y+cos(time+10);

end lab03_1;

```

Figure 4.1: рис 1. Код программы в случае 1

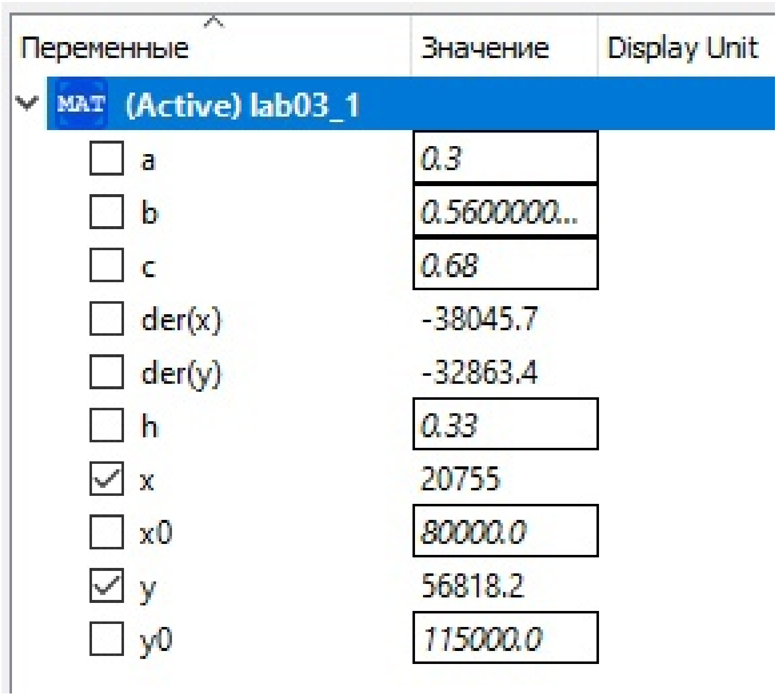


Figure 4.2: рис 2. Значения переменных в случае 1

В результате выполнения данной программы получаем следующий график модели боевых действий:

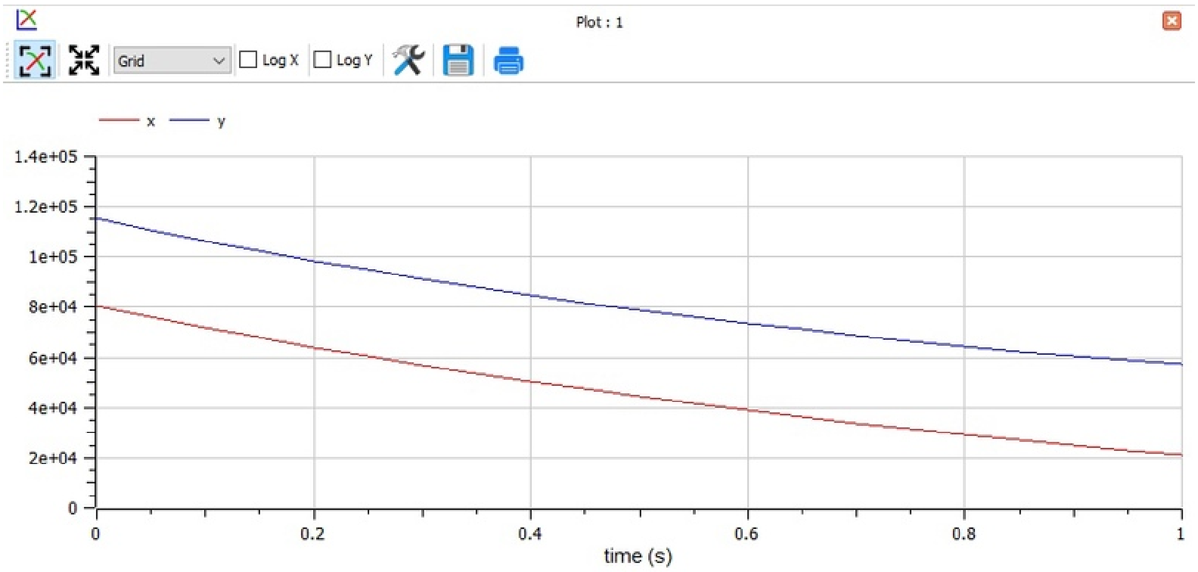


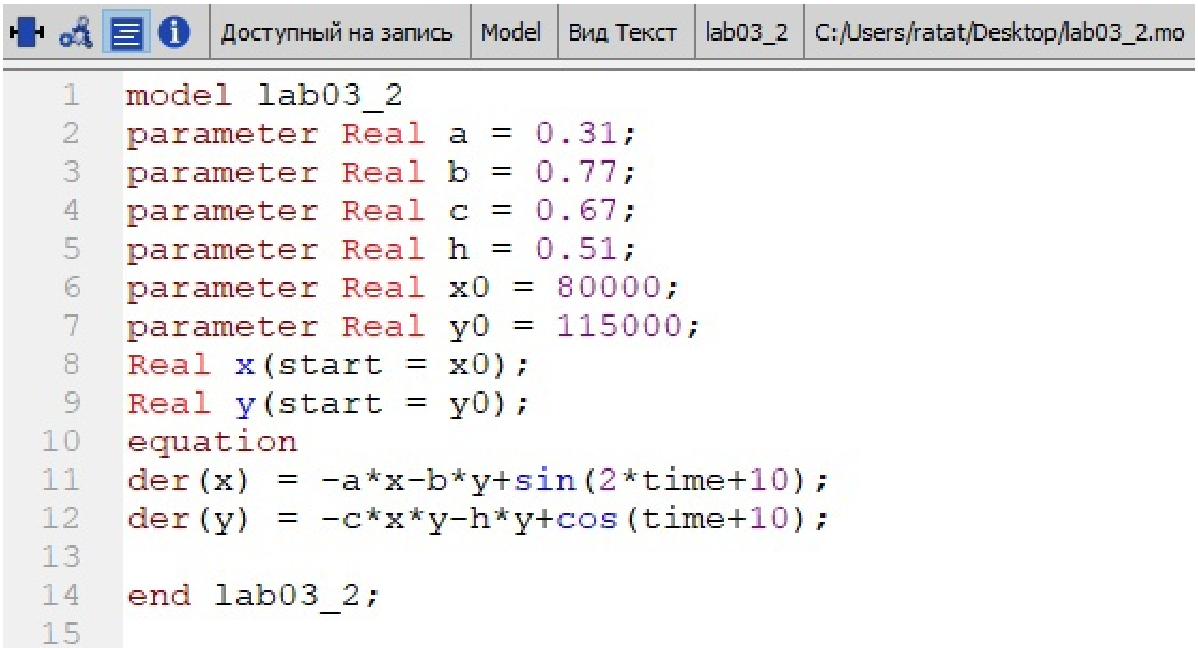
Figure 4.3: рис 3. Изменение численности армий X и Y в случае 1

8. Напишем программу для расчёта траектории движения лдя второго слу-

чая. Начальные значения для численности войск остаются прежними. Коэффициенты для расчета скорости потери численности войск в данном случае будут следующими: $a = 0.31, b = 0.77, c = 0.67, h = 0.51$. Установим, что переменные x, y имеют начальные значения x_0, y_0 соответственно. Запишем уравнения, описывающие нашу модель для случая, когда боевые действия происходят между регулярными войсками:

$$der(x) = -a * x - b * y + sin(2 * time + 10)$$

$$der(y) = -c * x * y - h * y + cos(time + 10)$$




```
model lab03_2
parameter Real a = 0.31;
parameter Real b = 0.77;
parameter Real c = 0.67;
parameter Real h = 0.51;
parameter Real x0 = 80000;
parameter Real y0 = 115000;
Real x(start = x0);
Real y(start = y0);
equation
der(x) = -a*x-b*y+sin(2*time+10);
der(y) = -c*x*y-h*y+cos(time+10);

end lab03_2;
```

Figure 4.4: рис 4. Код программы в случае 2

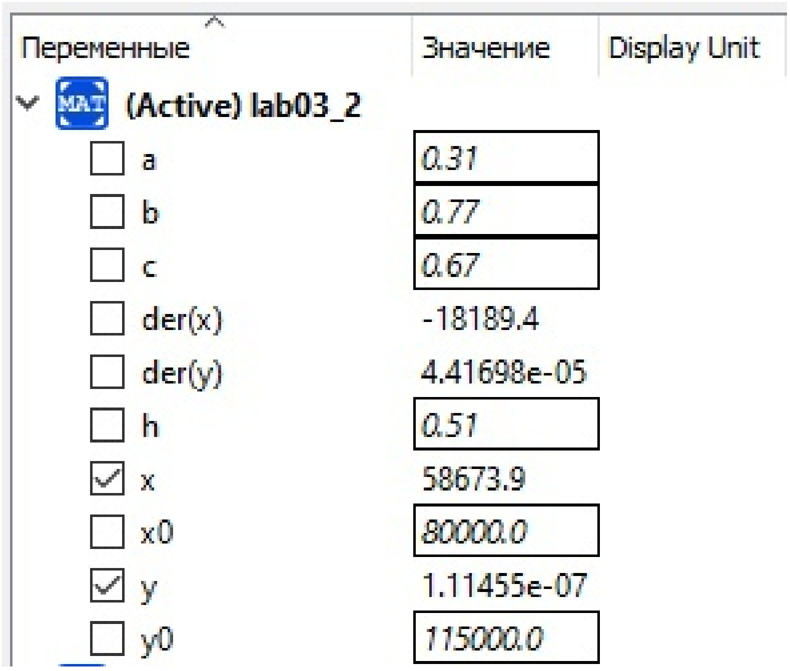


Figure 4.5: рис 5. Значения переменных в случае 2

В результате выполнения данной программы получаем следующий график модели боевых действий:

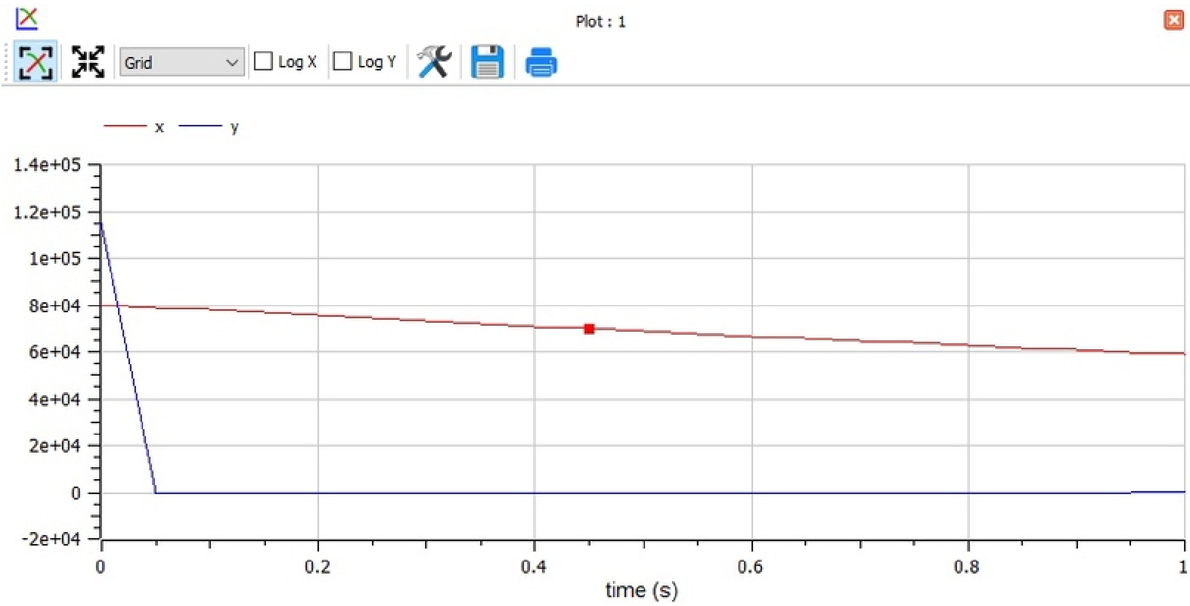


Figure 4.6: рис 6. Изменение численности армий X и Y в случае 2

5 Выводы

В процессе выполнения работы мы построили математическую модель боевых действий - модель Ланчестера на примере задачи о боевых действиях войск и отрядов в процессе войны между двумя государствами. Мы записали дифференциальные уравнения, описывающие скорость потери численности войск для случая, когда боевые действия идут между регулярными войсками, а также для случая, когда боевые действия проходят с участием регулярных войск и партизанских отрядов, и построили графики потерь численности каждой армии в процессе боевых действий для этих двух случаев.

6 Список литературы

1. Методические материалы курса “Математическое моделирование”.

2. Шумов В. В., Корепанов В. О. “Математические модели боевых и военных действий”. М: 2019, 26 с.