**Задача 1.**

$n = 25$

$s^2 = 20$

$\bar{x} = 3$

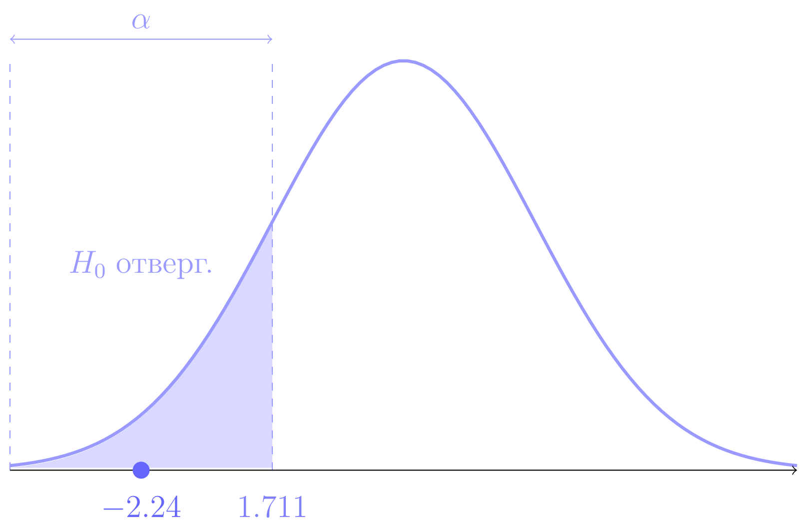
1. $\alpha = 0.05$

$H_0 : \mu = 5$

$H_1 : \mu < 5$

$t_{\text{набл}} = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{s^2}} \cdot \sqrt{n} = \dfrac{3-5}{\sqrt{20}} \cdot \sqrt{25} = -\sqrt{5} = -2.24$

$t_{\text{крит}}(0.95, df = 24) = 1.711$




**Вывод:** $t_{\text{набл}}$ попадает в критическую область, поэтому у нас есть основание отвернуть $H_0$ в пользу $H_1$, то есть $\mu < 5$

2. $\alpha = 0.05$

$H_0 : \mu = 5$

$H_1 : \mu = 6$

$t_{\text{набл.}} = 2.064$

Построев границы доверительных интервалов для среднених значений из нулевой $[3.15; 6.85]$ и альтернативной $[4.15; 7.85]$ гипотезы нам нужна вероятность $P(4.15 < t < 6.85) \approx 0.027$

Ошибка второго рода = 0.027

Мощность = 0.973

**Задача 2.**

$Var(x_1) = Var(x_2) = Var(x_3) = Var(x_4) = Var(x_5) = \sigma^2$ - так как по условию выборка имеет нормальное распределение

Мы также предполагаем, что наблюдения выборки независимы, так как выборка из нормального распределения, поэтому $Cov(x_i, x_j) = 0$, $i \neq j$

$Var(0.2x_1 + 0.25x_2 + 0.1x_3 + 0.2x_4 + 0.25x_5) = \sigma^2(0.2^2 + 0.25^2 + 0.1^2 + 0.2^2 + 0.25^2) = 0.215\sigma^2$

$Var(\bar{x}) = \frac{1}{n} \cdot \sigma^2 = \frac{1}{5}\sigma^2 = 0.2\sigma^2$

**Вывод:** Исходя из того, что вариация оценки не сильно, но больше, чем вариация среднего, мы можем сказать, что оценка математического ожидания является менее эффективной, чем среднее арифметическое. То есть, среднее арифметическое имеет меньшую вариацию и более точно приближает истинное значение генерального параметра среднего.