**Задача 1.**

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & \boxed{1} & 5 \\ 4 & 5 & 0 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 0 & 1.5 & 6 \\ 1.5 & 0 & 5 \\ 6 & \boxed{-5} & 0 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 0 & \boxed{-1.5} & 6 \\ \boxed{-1.5} & 0 & 5 \\ 6 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

**Матрица B:**
Не все элементы на главной диагонали равны нулю, т.е. расстояние в самой точке больше 0, что невозможно

**Матрица C:**
Матрица не ссеметрична, а также имеет отрицательное значение, что невозможно для расстояния

**Матрица D:**
Два элемента матрицы меньше 0, однако расстояние меджу точками не может быть отрицательным

**Задача 2.**

а.

| id | $x$ | $y$ | $x'$ | $y'$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 10 | 5 | 1.3 | 0.8 |
| 2 | 6 | -1 | 0 | -0.8 |
| 3 | 6 | 0 | 0 | -0.5 |
| 4 | 5 | -1 | -0.3 | -0.8 |
| 5 | 3 | 7 | -1 | 1.3 |

$$\bar{x} = \frac{10+6+6+5+3}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

$$\bar{y} = \frac{5-1+0-1+7}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$S_x = \sqrt{\frac{(10-6)^2+(6-6)^2+(6-6)^2+(5-6)^2+(3-6)^2}{4}} = \sqrt{\frac{26}{4}} = \sqrt{6,5} \approx 3$$

$$S_y = \sqrt{\frac{(5-2)^2+(-1-2)^2+(0-2)^2+(-1-2)^2+(7-2)^2}{4}} = \sqrt{\frac{56}{4}} = \sqrt{14} \approx 4$$

$$x' = \frac{x-\bar{x}}{S_x}$$

$$y' = \frac{y-\bar{y}}{S_y}$$

b.

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1.6 & 1.3 & 1.6 & 2.3 \\ 1.6 & 0 & 0.3 & 0.3 & 2.1 \\ 1.3 & 0.3 & 0 & 0.3 & 1.8 \\ 1.6 & 0.3 & 0.3 & 0 & 2.1 \\ 2.3 & 2.1 & 1.8 & 2.1 & 0 \end{pmatrix}$$

$d(1,2) = max\ \{|x_1 - x_2|,\ |y_1 - y_2|\} = max\ \{|1.3 - 0|,\ |0.8 + 0.8|\} = max\ \{1.3,\ 1.6\} = 1.6$

$d(1,3) = max\ \{|x_1 - x_3|,\ |y_1 - y_3|\} = max\ \{|1.3 + 0|,\ |0.8 + 0.5|\} = max\ \{1.3,\ 1.3\} = 1.3$

$d(1,4) = max\ \{|x_1 - x_4|,\ |y_1 - y_4|\} = max\ \{|1.3 + 0.3|,\ |0.8 + 0.8|\} = max\ \{1.6,\ 1.6\} = 1.6$

$d(1,5) = max\ \{|x_1 - x_5|,\ |y_1 - y_5|\} = max\ \{|1.3 + 1|,\ |0.8 - 1.3|\} = max\ \{2.3,\ 0.5\} = 2.3$

$d(2,3) = max\ \{|x_2 - x_3|,\ |y_2 - y_3|\} = max\ \{|0 - 0|,\ |-0.8 + 0.5|\} = max\ \{0,\ 0.3\} = 0.3$

$d(2,4) = max\ \{|x_2 - x_4|,\ |y_2 - y_4|\} = max\ \{|0 + 0.3|,\ |-0.8 + 0.8|\} = max\ \{0.3,\ 0\} = 0.3$

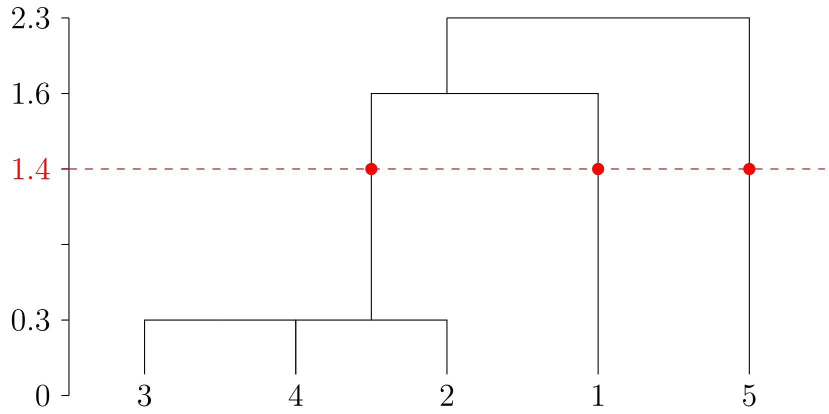
$d(2,5) = max\ \{|x_2 - x_5|,\ |y_2 - y_5|\} = max\ \{|0 + 1|,\ |-0.8 - 1.3|\} = max\ \{1,\ 2.1\} = 2.1$

$d(3,4) = max\ \{|x_3 - x_4|,\ |y_3 - y_4|\} = max\ \{|0 + 0.3|,\ |-0.5 + 0.8|\} = max\ \{0.3,\ 0.3\} = 0.3$

$d(3,5) = max\ \{|x_3 - x_5|,\ |y_3 - y_5|\} = max\ \{|0 + 1|,\ |-0.5 - 1.3|\} = max\ \{1,\ 1.8\} = 1.8$

$d(4,5) = max\ \{|x_4 - x_5|,\ |y_4 - y_5|\} = max\ \{|-0.3 + 1|,\ |-0.8 - 1.3|\} = max\ \{0.7,\ 2.1\} = 2.1$

c.




d. Если "рахрезать"дендрограмму по расстоянию 1.4, то мы получим три кластер

**Задача 3.**

**1.** $\boldsymbol{d(i,i)=0}$

Мера $S = 1 - R^2$ равна 0 только, когда $R = 1$, что в свою очередь означает полную корреляцию между переменными, но не означает, что это одна и таже точка

**2.** $\boldsymbol{d(i,j) \geqslant 0}$

$R^2$ принимает значение от 0 до 1, поэтому $S = 1 - R^2$ всегда будет иметь положительное значение, также в пределах от 0 до 1

**3.** $\boldsymbol{d(i,j) = d(j,i)}$

$S(i,j) = 1 - R_{ij}^2$

$S(i,j) = S(j,i)$

$1 - R_{ij}^2 = 1 - R_{ji}^2$

$R_{ij}^2 = R_{ji}^2$

Следовательно можно сказать, что свойство симметричности выполняется для меры $S = 1 - R^2$, так как квадраты коэффициентов корреляции симметричны

**4.** $\boldsymbol{d(i,k) \leqslant d(i,j) + d(j,k)}$

$S_{ik} \leqslant S_{ij} + S_{jk}$

$1 - R_{ik}^2 \leqslant (1 - R_{ij}^2) + (1 - R_{jk)}^2$

$1 - R_{ik}^2 \leqslant 1 - R_{ij}^2 + 1 - R_{jk}^2$

$1 - R_{ik}^2 \leqslant 2 - (R_{ij}^2 + R_{jk}^2)$

$-R_{ik}^2 \leqslant 1 - (R_{ij}^2 + R_{jk}^2)$

$R_{ik}^2 \geqslant R_{ij}^2 + R_{jk}^2 - 1$

Следовательно, можно сказать, что неравенство треугольника не соблюдается для меры $S = 1 - R^2$

**Вывод:** мера $S = 1 - R^2$ не удовлетворяет всем свойствам метрики, поэтому она не будет являться метрикой