

§3. Давление на пластинку, погруженную вертикально в жидкость

Для вычисления силы давления жидкости используют закон Паскаля, согласно которому сила давления жидкости на пластинку площади S с глубиной погружения h равна

$$P = \rho g h S, \quad (3.1)$$

где ρ – плотность жидкости, g – ускорение свободного падения.

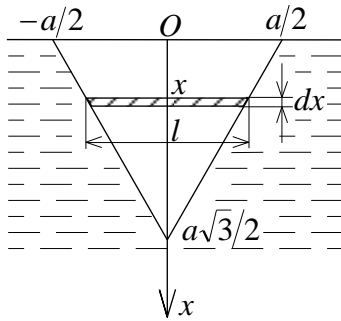


Рис. 3.1. Иллюстрация к примеру 3.1

Пример 3.1. Треугольный щит вертикально опущен в воду, причем основание треугольника находится на уровне воды (рис. 3.1). Требуется найти силу давления P на одну из сторон щита, если щит имеет форму равностороннего треугольника со стороной a .

► Прямыми, параллельными плоскости воды, разобьем треугольник на элементы (полоски) ширины dx . Площадь одного такого элемента (отбрасывая бесконечно малые высшего порядка), находящегося на расстоянии x от поверхности воды, равна

$$dS = l dx.$$

Из подобия треугольников, изображенных на рис. 3.1, ясно, что длина l полоски удовлетворяет соотношению

$$\frac{l}{a} = \frac{a\sqrt{3}/2 - x}{a\sqrt{3}/2},$$

откуда $l = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(a \frac{\sqrt{3}}{2} - x \right)$ и, следовательно, в силу (3.1) элементарное давление dP на

полоску ширины dx равно $dP = \rho g x \frac{2}{\sqrt{3}} \left(a \frac{\sqrt{3}}{2} - x \right) dx$. Отсюда

$$P = \rho g \int_0^{a\sqrt{3}/2} x \frac{2}{\sqrt{3}} \left(a \frac{\sqrt{3}}{2} - x \right) dx = \frac{2}{\sqrt{3}} \rho g \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Bigg|_0^{a\sqrt{3}/2} = \frac{2}{\sqrt{3}} \rho g \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2 3}{4} - \frac{a^3 3\sqrt{3}}{3 \cdot 8} \right) = \frac{\rho g a^3}{8}$$

◀

Пример 3.2. Найти силу давления P , испытываемую полукругом радиуса R , погруженным вертикально в воду так, что его диаметр совпадает с поверхностью воды (рис. 2.16).

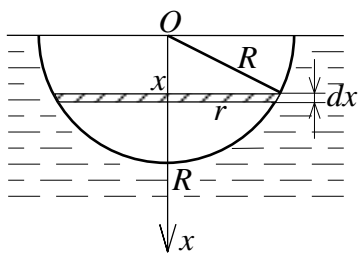


Рис. 3.2. Иллюстрация к примеру 3.2

► Разобьем площадь полукруга на элементы (полоски) ширины dx , параллельные поверхности воды. Площадь одного такого элемента (отбрасывая бесконечно малые высшего порядка), находящегося на расстоянии x от поверхности воды, равна

$$dS = 2r dx = 2\sqrt{R^2 - x^2} dx.$$

Сила давления, испытываемая этим элементом, равна

$dP = \rho g x 2\sqrt{R^2 - x^2} dx$, где ρ – плотность воды, g – ускорение свободного падения.

Отсюда вся сила давления есть

$$P = 2\rho g \int_0^R x\sqrt{R^2 - x^2} dx = -\frac{2}{3}\rho g \sqrt{(R^2 - x^2)^3} \Big|_0^R = \frac{2}{3}\rho g R^3. \blacktriangleleft$$