§8. Расстояние от точки до плоскости

Пусть в пространстве введена прямоугольная декартова система координат и задана плоскость P, определяемая уравнением

$$Ax + By + Cz + D = 0,$$

и точка $M_0(x_0, y_0, z_0)$, не принадлежащая P.

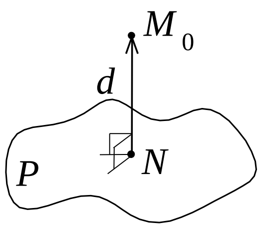

Рис. 8.1. К понятию расстояния от точки M_0 до плоскости P

Расстоянием d от точки M_0 до плоскости P называется, как известно, длина отрезка M_0N, где $N(x_1, y_1, z_1)$ – проекция точки M_0 на данную плоскость (рис. 8.1). Рассуждая также как в §5, можно показать, что для величины d справедлива формула:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}. \tag{8.2}$$

Пример 8.1. Найти длину ребра куба, если одна из его граней расположена в плоскости $P: x - 2y - 2z + 2 = 0$, а одна из его вершин – в точке $A(4, -1, -2)$.

►Точка $A(4, -1, -2)$ не принадлежит плоскости P, поскольку её координаты не удовлетворяют уравнению P. Следовательно, длина d ребра куба равна расстоянию от точки A до плоскости P (рис. 8.2). Найдём это расстояние по формуле (8.2):

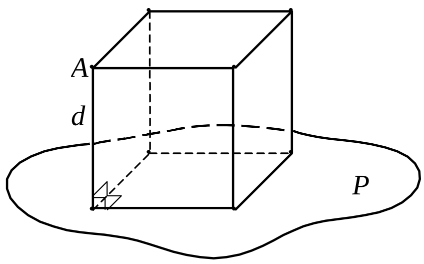

Рис. 8.2. К примеру 8.1

$$d = \frac{|4 - 2(-1) - 2(-2) + 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = \frac{12}{\sqrt{9}} = 4. ◄$$