

Резюме

Изложенные в этой главе теоремы позволяют найти:

- 1) интервалы монотонности функции,
- 2) точки локального экстремума функции,
- 3) интервалы выпуклости и вогнутости функции,
- 4) точки перегиба функции,
- 5) асимптоты функции,
- 6) наибольшее и наименьшее из значений функции в области ее определения.

Последний параграф посвящен описанию метода численного решения уравнения $f(x) = 0$.

Контрольные вопросы к главе 3

1. Сформулируйте критерий монотонности функции на промежутке. В чем состоит достаточный признак строгой монотонности? Найдите интервалы строгой монотонности функции $f(x) = \sqrt[3]{x^2(1-x)}$.

2. Какие точки называют критическими точками функции? Найдите критические точки функции $f(x) = \sqrt[3]{x^2(1-x)}$, укажите, какие из них являются точками максимума или минимума.

3. Сформулируйте критерий выпуклости функции на промежутке. В чем состоит признак строгой выпуклости функции, дважды дифференцируемой на промежутке? Найдите интервалы строгой выпуклости функции $f(x) = \sqrt[3]{x^2(1-x)}$, укажите точки перегиба.

4. Что называют вертикальной асимптотой функции? Наклонной асимптотой функции? Выясните, существуют ли асимптоты функции $f(x) = \sqrt[3]{x^2(1-x)}$.

Ответы на контрольные вопросы к главе 3

1. $(-\infty; 0)$ – интервал убывания; $\left(0; \frac{2}{3}\right)$ – интервал возрастания; $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$ – интервал убывания.

2. $x_1 = 0$ – точка минимума, $f(0) = 0$; $x_2 = \frac{2}{3}$ – точка максимума, $f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{\sqrt[3]{4}}{3} \approx 0.53$;

$x_3 = 1$ – критическая точка, не являющаяся точкой экстремума.

3. $(-\infty; 0)$ и $(0; 1)$ – интервалы строгой выпуклости вверх; $(1; +\infty)$ – интервал строгой выпуклости вниз; $x_3 = 1$ – точка перегиба; $f(1) = 0$.

4. Вертикальных асимптот функция не имеет. Прямая $y = -x + \frac{1}{3}$ является наклонной асимптотой при $x \rightarrow +\infty$ и при $x \rightarrow -\infty$. На приведенном ниже рисунке схематически изображен график функции $f(x) = \sqrt[3]{x^2(1-x)}$.

