ТЕМА 5. ВЫЧИТАНИЕ И ДЕЛЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

Пусть u и v два комплексных числа.

- *Разностью* $v-u$ *называется комплексное число z, удовлетворяющее условию*

$$u+z=v \tag{4}$$

Полагая $u=a+bi,\ v=c+di,\ z=x+yi$, вместо равенства (4) можно записать

$$(a+x)+(b+y)i=c+di \quad \Leftrightarrow \begin{cases} a+x=c \\ b+y=d \end{cases},$$

откуда получаем $x=c-a,\ y=d-b$. Таким образом, разность комплексных чисел задается равенством $(c+di)-(a+bi)=(c-a)+(d-b)i$.

Пусть u и v два комплексных числа, причем $u\neq 0$

- *Частным* $\frac{v}{u}$ *называется комплексное число z, удовлетворяющее уравнению*

$$u\,z=v \tag{5}$$

Полагая $u=a+bi,\ v=c+di,\ z=x+yi$ вместо равенства (5) можно записать

$$(ax-by)+(ay+bx)i=c+di \quad \Leftrightarrow \begin{cases} ax-by=c \\ bx+ay=d, \end{cases}$$

определитель системы $\Delta=\begin{vmatrix} a & -b \\ b & a \end{vmatrix}=a^2+b^2\neq 0$, следовательно, по теореме Крамера, система имеет единственное решение:

$$x=\frac{\Delta_1}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix} c & -b \\ d & a \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & -b \\ b & a \end{vmatrix}}=\frac{ac+bd}{a^2+b^2}, \qquad y=\frac{\Delta_2}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & -b \\ b & a \end{vmatrix}}=\frac{ad-bc}{a^2+b^2},$$ таким образом

$$\frac{v}{u}=\mathrm{z}=\frac{ac+bd}{a^2+b^2}+\frac{ad-bc}{a^2+b^2}i \tag{6}$$

Более простой способ нахождения частного указан в следующем параграфе.