Тема 11. Показательная форма комплексного числа

Рассмотрим функцию, введенную Эйлером

$$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi, \qquad \varphi \in R \tag{12}$$

Умножая обе части равенства (12) на r, получим

$$re^{i\varphi} = r(\cos\varphi + i\sin\varphi), \text{ где } \quad r = |z|, \quad \varphi = Arg\, z$$

Запись комплексного числа в виде

$$z = re^{i\varphi}$$

называется *показательной формой* записи. Эта форма удобна при выполнении действий умножения, деления, возведения в степень. Используя (12) и свойства тригонометрических функций, можно показать, что

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 e^{i\varphi_1} \cdot r_2 e^{i\varphi_2} = r_1 \cdot r_2 e^{i(\varphi_1+\varphi_2)}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}\frac{e^{i\varphi_1}}{e^{i\varphi_2}} = \frac{r_1}{r_2} e^{i(\varphi_1-\varphi_2)}$$

$$z^n = \left(re^{i\varphi}\right)^n = r^n e^{i\varphi n}.$$

Представить в показательной форме

а) i, *б)* -1, *в)* $1-\sqrt{3}i$

<u>Р е ш е н и е</u>

а) $i = 0 + 1\cdot i = 1(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}) = e^{\frac{\pi}{2}i}$ •

б) $-1 = -1 + 0\cdot i = 1(\cos\pi + i\sin\pi) = e^{i\pi}$ •

в) $1-\sqrt{3}i = 2(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}) = e^{\frac{5\pi}{3}i}$ •