

УПРАЖНЕНИЯ

Задание 1. Найти множество точек комплексной плоскости, удовлетворяющее условию:

- 1.1. $|z+1-i| = |z-1+i|$; 1.2. $|z+1-2i| \leq 0$; 1.3. $|z+2-i| = \sqrt{3}$
1.4. $|z-2|^2 + |z+2|^2 = 26$; 1.5. $\left| \frac{z-1}{z+1} \right| \leq 1$; 1.6. $\frac{1}{4} < \operatorname{Re}\left(\frac{1}{\bar{z}}\right) + \operatorname{Im}\left(\frac{1}{\bar{z}}\right) < \frac{1}{2}$;
1.7. $|z-i| + |z+i| = 4$; 1.8. $\operatorname{Im}(\bar{z})^2 < 1$; 1.9. $|z| - \operatorname{Re} z \leq 0$ 1.10. $|z| > 2 + \operatorname{Im} z$

Задание 2. Записать в тригонометрической форме:

- 2.1. $z = -\sqrt{3} + i$; 2.2. $z = -4$; 2.3*. $z = 2 + \sqrt{3} + i$;
2.4. $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)}$; 2.5. $z = -1 - i\sqrt{3}$; 2.6. $z = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$;
2.7. $z = 1 - \sin\alpha + i\cos\alpha \quad \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$; 2.8. $z = 1 - i$
2.9. $z = 1 + \cos\alpha + i\sin\alpha \quad (\pi < \alpha \leq 2\pi)$; 2.10. $z = -\cos\frac{\pi}{12} - i\sin\frac{\pi}{12}$;

Задание 3. Записать в алгебраической форме:

- 3.1. $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$; 3.2. $2\left(\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}\right)$; 3.3. $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2i}\right)^2$;
3.4. $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{40}$; 3.5. $e^{i\pi}$; 3.6. $3e^{i2\pi k}$; 3.7. $4e^{i\frac{\pi}{4}}$;
3.8. $\frac{(1+i)^9}{(1-i)^7}$; 3.9. $\frac{\cos\alpha + i\sin\alpha}{\cos\beta - i\sin\beta}$; 3.10. $\left(1 + \cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)^4$;

Задание 4. Вычислить:

- 4.1. $\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$; 4.2. $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{10}$; 4.3. $\frac{(-1+i\sqrt{3})^{15}}{(1-i)^{10}}$
4.4. $(1-i)^8(1-i\sqrt{3})^{-6}$; 4.5. $\left(\frac{i^5+2}{i^{19}+1}\right)^2$; 4.6. $\frac{(-1-i\sqrt{3})^5}{(1+i)^2}$

$$4.7. \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{13}; \quad 4.8^*. \left(\frac{1+\sqrt{2}+i}{2}\right)^{16}; \quad 4.9^*. \left(1+\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^{12}; \quad 4.10^*. \left(1-\frac{\sqrt{3}-i}{2}\right)^{24}.$$

Задание 5. Найти все значения $\sqrt[n]{w}$, если :

$$5.1. w = -8, n=3; \quad 5.2. w = -1, n=4; \quad 5.3. w = -4+i\sqrt{48}, n=3;$$

$$5.4. w = 1+i, n=8; \quad 5.5. w = 2-i2\sqrt{3}, n=4; \quad 5.6. w = 27i^5, n=3;$$

$$5.7. w = i^4, n=3; \quad 5.8. w = -1+i, n=3; \quad 5.9. w = 2+i2\sqrt{3}, n=2;$$

$$5.10. w = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right), n=5.$$

Задание 6. Вычислить и изобразить геометрически на комплексной плоскости:

$$6.1. \sqrt[3]{1}; \quad 6.2. \sqrt[3]{-1}; \quad 6.3. \sqrt[3]{i}; \quad 6.4. \sqrt[3]{-i}; \quad 6.5. \sqrt[4]{i^3};$$

$$6.6. \sqrt[5]{i^6}; \quad 6.7. \sqrt{i}; \quad 6.8. \sqrt[4]{1}; \quad 6.9. \sqrt[6]{64}; \quad 6.10. \sqrt[3]{i^{15}}.$$

Задание 7. Пользуясь формулой Муавра, выразить через степени $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$ следующие функции:

$$7.1. \sin 4\alpha; \quad 7.2. \cos 4\alpha; \quad 7.3. \sin 5\alpha; \quad 7.4. \cos 5\alpha; \quad 7.5. \cos 6\alpha;$$

$$7.6. \sin 6\alpha; \quad 7.7. \sin 7\alpha; \quad 7.8. \cos 7\alpha; \quad 7.9. \cos 8\alpha; \quad 7.10. \sin 8\alpha.$$

Задание 8. Решить уравнение:

$$8.1. z^3 + 3z^2 + 3z + 3 = 0;$$

$$8.2. z^4 - 4z^3 + 6z^2 - 4z - 15 = 0$$

$$8.3. z^9 + 27 = 0;$$

$$8.4. z^6 + 27 = 0;$$

$$8.5. z^8 + z^4 + 1 = 0;$$

$$8.6. z^3 + 9z - 26 = 0;$$

$$8.8. z^3 + 3z^2 - 3z - 1 = 0;$$

$$8.7. z^3 - 6z^2 + 57z - 196 = 0;$$

$$8.9. z^3 - 6z + 4 = 0;$$

$$8.10. z^3 + 45z - 98 = 0.$$

