

Вариант 1

1. Докажите тождество:

$$B \setminus (C \cup A) = (B \setminus C) \cap (B \setminus A).$$

2. Найдите $\delta_R, \rho_R, R^{-1}, R \circ R, R^{-1} \circ R, R \circ R^{-1}$ для следующего бинарного отношения:

$$R = \{ \langle x; y \rangle \mid x, y \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \text{ и } \sin x > y \}.$$

3. Является ли следующая функция из A в B инъекцией, сюръекцией, биекцией:

$$y = x^3, A = B = \mathbb{R}?$$

4. Сколько есть четырехзначных чисел, у которых все цифры четные?
5. Два грибника собрали вместе 20 подосиновиков и 15 подберезовиков. Сколькими способами можно распределить все грибы между ними, если каждый должен взять как минимум по 6 грибов каждого вида?
6. Сколькими способами можно переставлять буквы слова «парабола»?
7. Сколько рациональных членов содержится в разложении

$$(\sqrt{6} + \sqrt[6]{7})^{30}?$$

8. Найдите свободный член в разложении:

$$\left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}} + x^3\right)^{16}.$$

9. В саду 78 кустов. Два садовника полили кусты: первый половину кустов и второй половину. Вскоре выяснилось, что 5 кустов они полили вместе. Сколько кустов осталось не политыми?
10. Сколько есть натуральных чисел до 1000, которые не делятся на 3, 5?

Вариант 2

1. Докажите:

$$A \cap B \div C \cap D \subset (A \div C) \cup (B \div D).$$

2. Найдите $\delta_R, \rho_R, R^{-1}, R \circ R, R^{-1} \circ R, R \circ R^{-1}$ для следующего бинарного отношения:

$$R = \{\langle x; y \rangle | x, y \in [0; \infty) \text{ и } xy < a\},$$

a – данное ненулевое действительное число.

3. Является ли предпорядком, частичным порядком, линейным порядком следующее бинарное отношение:

$$R = \{\langle x; y \rangle | x, y \in \mathbb{N} \text{ и } x \text{ и } y \text{ разной четности}\}?$$

4. Сколькими способами из 28 костей домино можно выбрать две кости так, чтобы их можно было приложить друг к другу?

5. Для соревнования по бегу на 3 км тренер отбирает команду 7 человек из секции 18 человек. Сколько есть возможных способов набрать команду, если 3 определенных спортсмена точно поедут на соревнования?

6. Сколькими различными ожерелий можно составить из m разных бусинок?

7. Вычислите:

$$\sum_{k=2}^n k(k-1)C_n^k.$$

8. Найдите коэффициент при x^{15} , получающийся в выражении после раскрытия скобок и приведения подобных членов:

$$(1 + x^3 + x^5)^6.$$

9. Множество A состоит из множеств B и C . Всего в множестве A 80 элементов, множестве B – 50 элементов, множестве C – 45 элементов. Сколько элементов содержатся и в множестве B , и в множестве C ?

10. В группе 15 студентов изучают Python, 16 – Java Script, 19 – C++. При этом 6 студентов одновременно изучают Python и Java Script, 4 – Python и C++, 5 – C++ и Java Script, один студент изучает сразу три языка программирования. Сколько в группе студентов?

Вариант 3

1. Упростите выражение:

$$B \setminus (B \setminus A).$$

2. Найдите $\delta_R, \rho_R, R^{-1}, R \circ R, R^{-1} \circ R, R \circ R^{-1}$ для следующего бинарного отношения:

$$R = \{(x; y) | x, y \in \mathbb{N} \text{ и } x - y = k\},$$

k – данное целое неотрицательное число.

3. Является ли следующее бинарное отношение рефлексивным, иррефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным, эквивалентностью:

$$R = \{(x; y) | x, y \in \mathbb{R} \text{ и } x = y^3\}.$$

4. У англичан принято давать детям несколько имен. Сколькими способами можно назвать ребенка, если ему дадут не более трех имен, а общее число имен равно 300?
5. Сколькими способами можно разложить 8 разных писем в 10 разных конвертов?
6. Петя привез с моря ракушки: 5 белых ракушек, 6 желтых ракушек и 10 разноцветных ракушек. Он решил украсить ими свою полку и выложить их в ряд. Сколькими способами он может разложить ракушки у себя на полке?
7. Докажите:

$$\sum_{k=1}^n k C_n^k = n \cdot 2^{n-1}.$$

8. Найдите все члены, не содержащие радикалов в разложении:

$$\left(1 - \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x^2}\right)^9.$$

9. Сколькими способами можно разложить 12 разных вещей в 7 разных ящиков таким образом, чтобы один любой ящик остался пустым?
10. В множестве A 90 элементов, множестве B – 54 элемента, множестве C – 66 элементов. При этом 16 элементов одновременно принадлежат A и B , 25 – A и C , 20 – B и C , а 10 элементов содержатся сразу в трех множествах. Сколько всего элементов?

Вариант 4

1. Докажите:

$$B \subset A \Rightarrow \bar{A} \subset \bar{B}.$$

2. Найдите $\delta_R, \rho_R, R^{-1}, R \circ R, R^{-1} \circ R, R \circ R^{-1}$ для следующего бинарного отношения:

$$R = \{\langle x; y \rangle | x, y \in \mathbb{R} \text{ и } y = \sqrt{x}\}.$$

3. Является ли следующее бинарное отношение рефлексивным, иррефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным, эквивалентностью:

$$R = \{\langle x; y \rangle | x, y \in \mathbb{R} \text{ и } x^3 = y^3\}.$$

4. Из пункта А в пункт Б идут 7 дорог, а из пункта Б в пункт В – 10 дорог. Сколькими способами можно добраться из А в В через Б и вернуться обратно, если идти по разным дорогам?

5. В группе 28 студентов. Сколькими способами можно выбрать старосту, заместителя старосты и профорга, если на эти должности должны быть назначены разные люди?

6. На плоскости проведены n прямых, причём никакие две из них не параллельны и никакие три не пересекаются в одной точке. Сколько точек пересечения этих прямых?

7. Сколько рациональных членов содержится в разложении

$$(\sqrt{9} + \sqrt[3]{5})^{18}?$$

8. Напишите разложение $\left(x + 2y^2 + \frac{1}{z}\right)^5$.

9. Найдите количество натуральных чисел от 1 до 999, не делящихся ни на одно из чисел 4, 5, 10.

10. Сколькими способами можно переставить 10 книг на полке так, чтобы никакие из трех данных книг не стояли рядом?

Вариант 5

1. Докажите:

$$A \cap B \subset C \Leftrightarrow (A \setminus C) \cap (B \setminus C) = \emptyset.$$

2. Найдите $\delta_R, \rho_R, R^{-1}, R \circ R, R^{-1} \circ R, R \circ R^{-1}$ для следующего бинарного отношения:

$$R = \{\langle x; y \rangle | x, y \in \mathbb{R} \text{ и } y = |x|\}.$$

3. Является ли предпорядком, частичным порядком, линейным порядком следующее бинарное отношение:

$$R = \{\langle x; y \rangle | x, y \in \mathbb{R} \text{ и } x \geq y\}?$$

4. Сколько существует семизначных чисел, все цифры которых различны?

5. В рамках шахматного кружка был проведен турнир. Сколько было сыграно партий, если игры проводились в два тура, а принимало в них участие n человек?

6. На предприятии 40 инженеров. Сколькими способами можно из них выбрать 12 человек для проекта, если инженеров А, Б и С нельзя отправлять вместе на проект?

7. Вычислите:

$$\sum_{k=1}^n (3k - 2) C_n^k.$$

8. Найдите сумму всех коэффициентов, получающихся после раскрытия скобок и приведения подобных членов в выражении:

$$(1 - x + y)^5.$$

9. Сколько существует целых чисел от 1 до 33000, которые не делятся ни на 3, ни на 5, но делятся на 11?

10. Множество содержит в себе 6 элементов. Эти шесть элементов содержатся в трех множествах по три. Сколько элементов содержится одновременно в трех множествах?

Вариант 6

1. Упростите выражение:

$$A \cap \overline{(A \cap B) \div B}.$$

2. Найдите $\delta_R, \rho_R, R \circ R, R^{-1} \circ R, R \circ R^{-1}$ для следующего бинарного отношения:

$$R = \{\langle x; y \rangle | x, y \in \mathbb{R} \text{ и } x = yk\},$$

k – целое ненулевое число.

3. Является ли следующее бинарное отношение функцией из A в B :

$$R = \{\langle x; y \rangle | x, y \in \mathbb{R} \text{ и } y = \cos x\}, A = B = \mathbb{R}?$$

4. В школе пятиклассникам преподают 10 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на среду, если должно быть 6 уроков по разным предметам?

5. В классе 27 учеников. Каким образом можно отобрать 4 учеников для участия в олимпиаде по химии?

6. Сколькими способами можно переставлять буквы слова «дискретная»?

7. Сколько рациональных членов содержится в разложении

$$(\sqrt{5} + \sqrt[5]{7})^{15}?$$

8. Найдите все члены, не содержащие радикалов в разложении:

$$\left(4 + \frac{2}{\sqrt[3]{x}} + x^3\right)^9.$$

9. Сколькими способами можно переставлять буквы слова «шалаш», чтобы никакие две одинаковые буквы не стояли рядом?

10. Сколькими способами можно переставлять n разных предметов так, чтобы никакие два из фиксированного набора a_1, \dots, a_k предметов не стояли рядом?

Вариант 7

1. Докажите тождество:

$$C \setminus (A \cup B) = (C \setminus A) \setminus B.$$

2. Найдите $\delta_R, \rho_R, R^{-1}, R \circ R, R^{-1} \circ R, R \circ R^{-1}$ для следующего бинарного отношения:

$$R = \{\langle x; y \rangle | x, y \in \mathbb{R} \text{ и } x = \sqrt{y}\}.$$

3. Является ли предпорядком, частичным порядком, линейным порядком следующее бинарное отношение:

$$R = \{\langle x; y \rangle | x, y \in \mathbb{Z} \text{ и } |x| = y\}?$$

4. Бросают три игральные кости. Сколькими способами они могут упасть так, что все оказавшиеся сверху грани либо одинаковы, либо попарно различны?
5. Пассажир оставил вещи в автоматической камере хранения, а когда пришел получать вещи, выяснилось, что он забыл номер. Он только помнил, что в номере были числа 32 и 29. Чтобы открыть камеру, нужно правильно набрать пятизначный номер. Какое наибольшее количество номеров нужно перебрать, чтобы открыть камеру?
6. Сколькими способами можно раздать колоду из 36 карт четырем игрокам по девять карт каждому?
7. Докажите:

$$\sum_{k=2}^n k(k-1)C_n^k = n(n-1)2^{n-1}.$$

8. Напишите разложение $(1 + \sqrt{x} + x^3)^6$.
9. В лифт вошли 5 человек. Сколькими способами они могут выйти на пяти этажах так, чтобы ровно на двух этажах не вышел ни один человек?
10. Из ряда натуральных чисел вычеркнули все числа, которые являются квадратами или кубами целых чисел. Какое из оставшихся чисел стоит на сотом месте?

Вариант 8

1. Докажите:

$$A \subset C \Rightarrow A \setminus B \subset C \setminus B \text{ для любого множества } B;$$

2. Найдите $\delta_R, \rho_R, R^{-1}, R \circ R, R^{-1} \circ R, R \circ R^{-1}$ для следующего бинарного отношения:

$$R = \{\langle x; y \rangle | x, y \in \mathbb{R} \text{ и } x = y^3\}.$$

3. Является ли следующее бинарное отношение рефлексивным, иррефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным, эквивалентностью:

$$R = \{\langle x; y \rangle | x, y \in \mathbb{R} \text{ и } x > y\}?$$

4. В роте 4 офицера и 56 солдат. Сколькими способами может быть выделен наряд, состоящий из одного офицера и 6 солдат?

5. Сколькими способами можно разбить 16 студентов на две подгруппы?

6. Сколькими способами можно переставлять буквы слова «моделирование»?

7. Вычислите:

$$\sum_{k=0}^n \frac{C_n^k}{k+1}.$$

8. Найдите свободный член в разложении:

$$\left(3 + x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4.$$

9. Четыре человека сдают свои шляпы в гардероб. В предположении, что шляпы возвращаются наугад, найдите количество возможных распределений шляп, при которых ни одна не вернулась к своему владельцу.

10. На одной из кафедр университета работают 18 человек, причем каждый из них знает хотя бы один иностранный язык. Десять человек знают английский, девять человек – французский, семеро – немецкий, четверо знают английский и немецкий, трое – немецкий и французский, двое – английский и французский. Сколько человек знают все три языка?

Вариант 9

1. Докажите тождество:

$$(B \setminus A) \setminus C = (B \setminus C) \setminus (A \setminus C).$$

2. Найдите δ_R , ρ_R , R^{-1} , $R \circ R$, $R^{-1} \circ R$, $R \circ R^{-1}$ для следующего бинарного отношения:

$$R = \{\langle x; y \rangle | x, y \in \mathbb{R} \text{ и } |x| = |y|\}.$$

3. Является ли предпорядком, частичным порядком, линейным порядком следующее бинарное отношение:

$$R = \{\langle x; y \rangle | x, y \in \mathbb{N} \text{ и } x \text{ и } y \text{ разной четности}\}?$$

4. Каким образом можно выбрать 6 карт из колоды, содержащей 52 карты, так, чтобы среди них были карты одной масти?

5. Сколько существует трехзначных чисел, у которых все цифры разные?

6. Кофейня продает 4 вида кофе: капучино, эспрессо, латте и американо. Каждый день администратор выбирает кофе дня, на который распространяется скидка. Ему необходимо составить график «кофе дня» на 28 дней вперед. Сколькими способами он может это сделать, если необходимо, чтобы ни один вид кофе не был скидочным два дня подряд?

7. Сколько рациональных членов содержится в разложении

$$(\sqrt[4]{7} - \sqrt[6]{5})^{24}?$$

8. Найдите коэффициент при x^{19} , получающийся в выражении после раскрытия скобок и приведения подобных членов:

$$(1 - x^3 + x^4)^9.$$

9. В лифт девятиэтажного дома на первом этаже вошли 5 человек. Сколькими способами они могут выйти на остальных этажах так, чтобы на 2-й, 5-й и 7-й этажи вышел хотя бы один человек?

10. В классе 35 учащихся. Из них 20 посещают математический кружок, 11 физический, 10 учащихся не посещают ни один из кружков. Сколько учеников посещают только математический кружок?

Вариант 10

1. Упростите выражение:

$$A \cap \overline{(A \cup A \cap B) \setminus B}.$$

2. Найдите $\delta_R, \rho_R, R^{-1}, R \circ R, R^{-1} \circ R, R \circ R^{-1}$ для следующего бинарного отношения:

$$R = \{\langle x; y \rangle | x, y \in \mathbb{R} \text{ и } x = y\}.$$

3. Является ли следующее бинарное отношение рефлексивным, иррефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным, эквивалентностью:

$$R = \{\langle x; y \rangle | x, y \in \mathbb{R} \text{ и } x < y\}?$$

4. Сколько существует шестизначных чисел, составленных из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, делящихся на 4, если любая цифра может повторяться произвольное число раз?
5. Сколько существует способов выборки четырех различных кукол из 15?
6. Имеются 19 шаров: 9 красных, 5 зеленых, 4 желтых и один синий. Сколько существует способов разложить их в один ряд?
7. Вычислите:

$$\sum_{k=0}^n \frac{C_n^k}{k+2}.$$

8. Найдите сумму всех коэффициентов, получающихся после раскрытия скобок и приведения подобных членов в выражении:

$$(2 - x + x^3)^5.$$

9. Сколькими способами можно переставлять буквы слова «колокол», чтобы никакие две одинаковые буквы не стояли рядом?
10. В группе выбирают старосту, заместителя старосты и профорга. По результатам 10 человек хотят быть старостой, 7- заместителем старосты и 8 – профоргом, еще 10 студентов в голосовании не участвовали. Причем, хотят быть заместителем и профоргом 5 человек, профоргом и старостой – 2 человека, посты заместителя и старосты и все три поста занимать не хочет никто. Сколько всего человек в группе?

Вариант 11

1. Докажите тождество:

$$B \setminus (C \setminus A) = (B \setminus C) \cup B \cap A.$$

2. Найдите $\delta_R, \rho_R, R^{-1}, R \circ R, R^{-1} \circ R, R \circ R^{-1}$ для следующего бинарного отношения:

$$R = \{\langle x; y \rangle | x, y \in \mathbb{R} \text{ и } xy < 0\}.$$

3. Является ли следующая функция из A в B инъекцией, сюръекцией, биекцией:

$$y = ax,$$

где a — заданное действительное ненулевое число, $A = B = \mathbb{R}$?

4. Сколькими способами можно расставить n различных предметов в ряд так, чтобы данные два предмета не стояли рядом?
5. В районе находятся 5 школ. Мамы восьмерых первоклассников решают отдать их в школы. Сколько существует распределений первоклассников по школам?
6. Сколькими способами можно переставлять буквы слова «гипербола»?
7. Вычислите:

$$\sum_{k=0}^n (C_n^k)^2.$$

8. Найдите свободный член в разложении:

$$\left(3 + x^3 + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^{12}.$$

9. Сколько существует натуральных чисел от 1 до 2000, которые не делятся ни на 6, ни на 8, но делятся на 17?
10. Сколькими способами можно пересаживать трёх математиков, трёх физиков и трёх астрономов так, чтобы никакие трое коллег не сидели рядом?

Вариант 12

1. Докажите:

$$C \subset B \cup A \Leftrightarrow C \setminus B \subset A.$$

2. Найдите $\delta_R, \rho_R, R^{-1}, R \circ R, R^{-1} \circ R, R \circ R^{-1}$ для следующего бинарного отношения:

$$R = \{(x; y) | x, y \in \mathbb{R} \text{ и } y = x + b\},$$

где b - действительное ненулевое число.

3. Является ли предпорядком, частичным порядком, линейным порядком следующее бинарное отношение:

$$R = \{(x; y) | x, y \in [0; \infty) \text{ и } x^2 = y^2\}?$$

4. Сколькими способами можно расставить 18 человек разного роста в колонну по три, если в каждой колонне люди должны стоять по росту?

5. Имеются 25 одинаковых тетрадей. Их нужно распределить между шестью детьми, причем у каждого должно быть как минимум 2 тетради. Сколькими способами это можно сделать?

6. Сколькими способами можно расставить 12 оловянных, 7 пластмассовых и 5 алюминиевых солдатиков в ряд?

7. Докажите:

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k k C_n^k = 0.$$

8. Найдите все члены, не содержащие радикалов в разложении:

$$\left(1 - x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6.$$

9. Из последовательности натуральных чисел удалили все числа, делящиеся на 3, а затем удалили все числа, делящиеся на 7. Какое число стоит на 70-м месте?

10. В летнем лагере 70 ребят. Из них 27 занимаются в драмкружке, 32 поют в хоре, 22 увлекаются спортом. В драмкружке 10 ребят из хора, в хоре 6 спортсменов, в драмкружке 8 спортсменов; 3 спортсмена посещают и драмкружок, и хор. Сколько ребят не поют в хоре, не увлекаются спортом и не занимаются в драмкружке?

Вариант 13

1. Докажите:

$$(A \cup B) \setminus C \subset A \cup (B \setminus C).$$

2. Найдите $\delta_R, \rho_R, R^{-1}, R \circ R, R^{-1} \circ R, R \circ R^{-1}$ для следующего бинарного отношения:

$$R = \{\langle x; y \rangle | x, y \in \mathbb{Z} \text{ и } x \text{ и } y - \text{разной четности}\}.$$

3. Является ли следующее бинарное отношение функцией из A в B :

$$R = \{\langle x; y \rangle | x, y \in \mathbb{R} \text{ и } y = x^2\},$$

$$A = B = \mathbb{R}?$$

4. Из колоды, содержащей 52 карты, вынули 10 карт. В скольких случаях среди этих карт окажется ровно один туз?

5. В живом уголке имеются 7 хомяков, 6 морских свинок и 4 рыбки. Сколькими способами можно набрать группу из хомяков, морских свинок и рыбок, если между собой они различимы и в группе должен быть хотя бы один хомяк и морская свинка?

6. Сколькими способами можно разложить 18 разных книг по трём разным бандеролям по 9, 6 и 3 книги?

7. Сколько рациональных членов содержится в разложении

$$(\sqrt{15} + \sqrt[4]{7})^{16}?$$

8. Найдите сумму всех коэффициентов, получающихся после раскрытия скобок и приведения подобных членов в выражении:

$$(1 + x^2 + x^4)^5.$$

9. Сколькими способами можно переставлять буквы слова «математика», чтобы никакие две одинаковые буквы не стояли рядом?

10. Сколькими способами можно переставлять n разных предметов так, чтобы никакие два из фиксированного набора a_1, \dots, a_k предметов не стояли рядом?

Вариант 14

1. Упростите выражение:

$$(A \div B) \div A \cap \bar{B}.$$

2. Найдите $\delta_R, \rho_R, R^{-1}, R \circ R, R^{-1} \circ R, R \circ R^{-1}$ для следующего бинарного отношения:

$$R = \{\langle x; y \rangle | x, y \in \mathbb{R} \text{ и } x = yk\},$$

k – действительное ненулевое число.

3. Является ли следующее бинарное отношение рефлексивным, иррефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным, эквивалентностью:

$$R = \{\langle x; y \rangle | x, y \in \mathbb{R} \text{ и } |x| = |y|\}?$$

4. Даны n точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Сколько прямых можно провести, соединяя точки попарно.

5. Сколько существует трехзначных чисел, состоящих из цифр 2, 4, 7, 9, если цифры могут повторяться?

6. Сколькими способами можно переставлять буквы слова «учитель» так, чтобы согласные шли в алфавитном порядке?

7. Вычислите:

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k (2k+1) C_n^k.$$

8. Напишите разложение $(3 + x + y)^4$.

9. Сколькими способами можно разложить 12 разных вещей в 7 разных ящиков таким образом, чтобы один данный ящик (например нижний) остался пустым?

10. Сколько существует целых чисел от 1 до 100, которые не являются ни полным квадратом, ни полным кубом, ни четвёртой степенью?

Вариант 15

1. Докажите тождество:

$$(B \setminus C) \cap A = (A \cap B) \setminus (B \cap C).$$

2. Найдите $\delta_R, \rho_R, R^{-1}, R \circ R, R^{-1} \circ R, R \circ R^{-1}$ для следующего бинарного отношения:

$$R = \{(x; y) | x, y \in [-\pi; 0] \text{ и } \operatorname{ctg} y > x\}.$$

3. Является ли следующая функция из A в B инъекцией, сюръекцией, биекцией:

$$y = \cos x, A = [0; \pi], B = [-1; 1]?$$

4. Сколько существует четырёхзначных чисел, составленных из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, цифры которых идут в убывающем порядке?
5. Места в палатке различаются в зависимости от положения относительно входа. Сколькими способами можно разместить в палатке троих туристов?
6. У студента 12 яблок и 8 бананов, все фрукты одного вида одинаковы. Каждый день студент съедает один фрукт, все фрукты - в течение 20 дней. Сколькими способами он может это сделать?

7. Вычислите:

$$\sum_{k=1}^n k^2 C_n^k.$$

8. Найдите коэффициент при x^{17} , получающийся в выражении после раскрытия скобок и приведения подобных членов:

$$(1 + x^5 + x^7)^9.$$

9. Сколькими способами можно переставлять буквы слова «царапина», чтобы никакие две одинаковые буквы не стояли рядом?
10. Из последовательности натуральных чисел удалили все числа, делящиеся на 8, а затем удалили все числа, делящиеся на 5. Какое число стоит на 70-м месте?