

Вопросы и задачи для самоконтроля к гл. 2, раздел 8

1. Найти первые и вторые частные производные функции

$$w = \frac{x + y}{x - y}.$$

2. $w = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$, показать, что эта функция удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0.$$

3. Сформулируйте теорему о смешанных производных.

4. Что называется полным дифференциалом функции нескольких переменных? Найти полный дифференциал функции $w = x^2 + xy + y^2$ в точке $(-2; 3)$.

5. В чем состоит свойство инвариантности полного дифференциала?

6. Какая функция называется n раз дифференцируемой? Найти полный дифференциал второго порядка функции $w = x^2 + xy + y^2$.

Ответы и указания к решению задач по разделу 10, глава 2

$$1. \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{2y}{(x-y)^2}, \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{2x}{(x-y)^2}; \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{4y}{(x-y)^3}, \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = -2\frac{x+y}{(x-y)^3}, \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{4x}{(x-y)^3}.$$

3. См. §2.

$$4. \text{См. §3; } dw|_{(-2; 3)} = -dx + 4dy.$$

5. См. §4.

$$6. \text{См. §5; } d^2w = 2dx^2 + 2dx dy + 2dy^2.$$