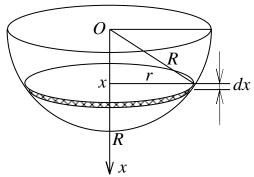
§2. Работа переменной силы



Пример 2.1. Какую работу нужно затратить, чтобы выкачать воду из полусферического сосуда радиуса R?

ightharpoonup Плоскостями, параллельными плоскости воды, разобьем полушар на элементы толщины dx (рис. 2.1). Элементарная сила (сила тяжести),

Рис. 2.1. Иллюстрация к примеру 2.1 действующая в направлении оси Ox на слой, толщиной dx, с точностью до бесконечно малых высших порядков относительно dx равна $\rho g \pi r^2 dx$, где ρ – плотность воды, g – ускорение свободного падения. Следовательно, элементарная работа силы равна

$$dA = \rho g \pi r^2 x \, dx \,,$$

где x – уровень воды, $r = \sqrt{R^2 - x^2}$; отсюда находим

$$A = \int_{0}^{R} \rho g \pi (R^{2} - x^{2}) x \, dx = \pi \rho g \left(R^{2} \frac{x^{2}}{2} - \frac{x^{4}}{4} \right) \Big|_{0}^{R} = \gamma \pi \left(\frac{R^{4}}{2} - \frac{R^{4}}{4} \right) = \pi \rho g \frac{R^{4}}{4}. \blacktriangleleft$$