§4. Некоторые подмножества из $\boldsymbol{R}$

Пусть a и b – заданные вещественные числа, причем $a<b$. Далее будем использовать следующие обозначения и терминологию:

1. $\{x\in\boldsymbol{R}\colon a < x < b\} = (a, b)$ – интервал или открытый промежуток.
2. $\{x\in\boldsymbol{R}\colon a \le x \le b\} = [a, b]$ – отрезок (сегмент, замкнутый промежуток).
3. $\{x\in\boldsymbol{R}\colon a < x \le b\} = (a, b]$ и $\{x\in\boldsymbol{R}\colon a \le x < b\} = [a, b)$ – полуинтервалы.

Множества 1-3 относятся к конечным промежуткам.

4. $\{x\in\boldsymbol{R}\colon x \le a\} = (-\infty, a]$ и $\{x\in\boldsymbol{R}\colon x \ge a\} = [a,+\infty)$ – бесконечные полуинтервалы.
5. $\{x\in\boldsymbol{R}\colon x < a\} = (-\infty, a)$ и $\{x\in\boldsymbol{R}\colon x > a\} = (a,+\infty)$ – бесконечные интервалы.
6. $\{x\in\boldsymbol{R}\colon -\infty < x < +\infty\} = (-\infty, \infty)$ – бесконечный интервал или числовая прямая.
7. $U(a)$ – окрестность точки a – любой интервал (a_1, a_2), содержащий эту точку a (рис. 4.1).

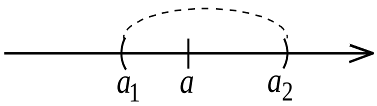

Рис. 4.1. Окрестность точки a

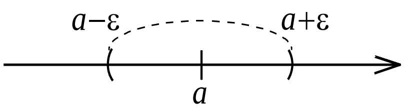

Рис. 4.2. ε - окрестность точки a

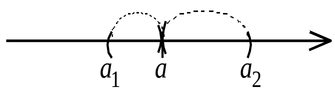

Рис. 4.3. Проколотая окрестность точки a

8. $U_\varepsilon(a) = (a-\varepsilon, a+\varepsilon)$ – ε - окрестность точки a (рис. 4.2).
9. $\overset{\circ}{U}(a)$ – проколотая окрестность точки a – объединение интервалов $(a_1, a)\cup(a, a_2)$, a_1, a_2 – любые вещественные числа (рис. 4.3).
10. $\overset{\circ}{U}_\varepsilon(a)$ – проколотая ε-окрестность точки a – объединение интервалов $(a-\varepsilon, a)\cup(a, a+\varepsilon)$ (рис. 4.4).

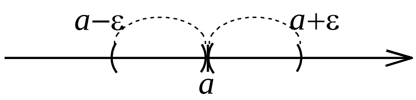

Рис. 4.4. Проколотая ε – окрестность точки a

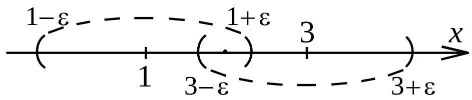

Рис. 4.5. К примеру 4.1

Пример 4.1. Записать в виде промежутков множества $U_\varepsilon(1)\cup U_\varepsilon(3)$, $U_\varepsilon(1)\cap U_\varepsilon(3)$ при $\varepsilon\in(1, 2)$.

►$U_\varepsilon(1)=(1-\varepsilon, 1+\varepsilon)$, $U_\varepsilon(3)=(3-\varepsilon, 3+\varepsilon)$. $U_\varepsilon(1)\cup U_\varepsilon(3)=(1-\varepsilon, 3+\varepsilon)$, $U_\varepsilon(1)\cap U_\varepsilon(3)=(3-\varepsilon, 1+\varepsilon)$ (рис. 4.5).◄