Тема 1. ОБОСНОВАНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

Комплексные числа возникают в связи с задачей решения квадратных уравнений. Известно, что не всякое квадратное уравнение можно решить, оставаясь в области R —действительных чисел. Простейшее неразрешимое в R квадратное уравнение имеет вид

$$x^2+1=0 \qquad (1)$$

Возникает необходимость расширить систему действительных чисел до такой системы чисел, в которой уравнение (1) имело бы решение. Будем считать, что уравнение (1) на самом деле разрешимо, но его корень не является действительным числом, а представляет собой новое число. Обозначим его символом i, причем будем считать, что $i^2=-1$.

Операция умножения, примененная к действительному числу b и числу i, приводит к числам вида bi ($b \in$ R), а операция сложения – к числам вида $a+ib$ ($a \in$ R, $b \in$ R). Таким образом, введение нового числа i влечет за собой необходимость рассматривать числа вида $a+ib$. Эти числа называются *компле́ксными* (составными). Множество всех комплексных чисел обозначается через C.

Заметим, что основные арифметические операции – сложение и умножение – уже не выводят за пределы множества C, т.е. не требуют вводить каких-то новых чисел. Действительно, с учетом того, что $i^2=-1$, получим

$$(a+ib)+(c+id)=(a+c)+i(b+d)$$

$$(a+ib)\cdot(c+id)=(ac-bd)+i(ad+bc)$$

Именно так и вводились первоначально комплексные числа.

> Название комплексного числа предложил К. Гаусс (1777-1855).
> Символ i ввел в рассмотрение Л. Эйлер (1707-1783).

Однако введение понятия комплексного числа, в свою очередь, порождает ряд вопросов: что же все-таки представляет собой число i? Можно ли распространять на него обычные законы арифметики? Законно ли рассматривать вместе выражения, содержащие действительные числа и число i? Иначе говоря, возникает задача строгого и полного построения теории комплексных чисел.