

§6. Кинетическая энергия тела

Кинетическая энергия системы n материальных точек с массами m_1, m_2, \dots, m_n , обладающих соответственно линейными скоростями v_1, v_2, \dots, v_n , равна

$$K = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2}. \quad (6.1)$$

Для подсчета кинетической энергии тела его надлежащим образом разбивают на элементарные частицы (играющие роль материальных точек), а затем, суммируя кинетические энергии этих частиц, в пределе вместо суммы (6.1) получают интеграл.

Пример 6.1. Найти кинетическую энергию однородного кругового цилиндра плотности γ с радиусом основания R и высотой H , вращающегося с угловой скоростью ω вокруг своей оси.

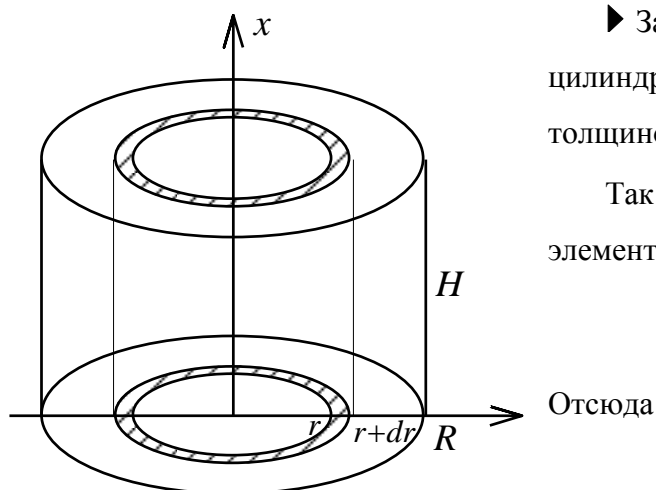


Рис. 6.1. Иллюстрация к примеру 6.1

► За элементарную массу dm принимаем массу полого цилиндра высоты H , с внутренним радиусом r и толщиной стенок dr (рис. 6.1). Имеем: $dm = 2\pi r \gamma H dr$.

Так как линейная скорость массы dm равна $v = \omega r$, то элементарная кинетическая энергия dK равна

$$dK = \frac{v^2 dm}{2} = \frac{\omega^2 r^2 \cdot 2\pi r \gamma H dr}{2}.$$

Отсюда

$$K = \pi \omega^2 \gamma H \int_0^R r^3 dr = \pi \omega^2 \gamma H \frac{R^4}{4}. \quad \blacktriangleleft$$