

Вопросы и задачи для самоконтроля к §§5, 6 гл. 2, раздел 7/2

1. Сформулируйте определения интегралов второго рода в трех рассмотренных в §5 случаях.

2. Укажите геометрический смысл несобственного интеграла второго рода для промежутка $[a, b)$ при условии, что функция $f(x)$, стоящая под знаком интеграла, непрерывна на $[a, b)$ и стремится к $+\infty$ при $x \rightarrow b-0$.

3. Вычислите интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$, применив формулу Ньютона – Лейбница.

4. Вычислите интеграл $\int_0^1 x \ln x \, dx$, применив формулу интегрирования по частям.

*5. Установите сходимость или расходимость интеграла $\int_0^1 \frac{\cos x}{\sqrt{x}} dx$, применив предельный признак сравнения.

6. При каких значениях интеграл $\int_a^b \frac{dx}{(x-a)^p}$ сходится, а при каких расходится?

Ответы, указания, решения к задачам для самоконтроля к §§5, 6 гл. 2, раздел 7/2

3. 2.

$$4. \int_0^1 x \ln x \, dx = \left[\begin{array}{l} u = \ln x \\ dv = x \, dx \end{array} \middle| \begin{array}{l} du = dx/x \\ v = x^2/2 \end{array} \right] = \frac{x^2}{2} \ln x \bigg|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 x \, dx = -\frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{2} \bigg|_0^1 = -\frac{1}{4}.$$

*5. Сходится, так как $\frac{|\cos x|}{\sqrt{x}} \leq \frac{1}{\sqrt{x}}$; $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2$.