§3. Гиперболоиды

Определение 3.1. Поверхности второго порядка, определяемые в некоторой прямоугольной декартовой системе координат *Oxyz* уравнениями

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1,\quad a\ge b>0,\ c>0, \qquad (3.1)$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1,\quad a\ge b>0,\ c>0, \qquad (3.2)$$

называются *однополостным* и *двуполостным* гиперболоидами соответственно.

Характер симметрии этих поверхностей такой же, как у эллипсоида. Числа *a, b, c* называются их *полуосями*.

1°. Однополостный гиперболоид. В сечении плоскостью $z=0$ получаем *горловой эллипс* $\Gamma_1:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ с полуосями a и b (рис. 3.1), а в сечении плоскостями $x=0$, $y=0$ – гиперболы $\Gamma_2:\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ и $\Gamma_3:\frac{x^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ (рис. 3.1).

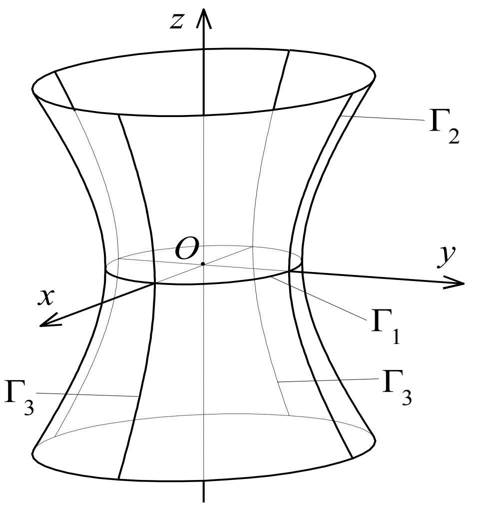

Рис. 3.1. Однополостный гиперболоид

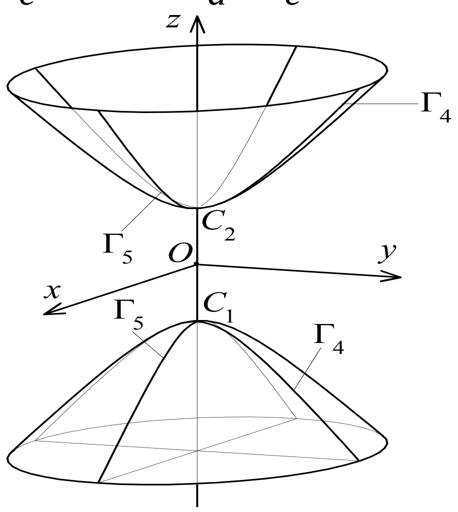

Рис.3.2. Двуполостный гиперболоид

2°. Двуполостный гиперболоид. Эта поверхность расположена вне части пространства, лежащей между плоскостями $z=\pm c$, где $|z|<c$. Точки $C_1(0,0,-c)$ и $C_2(0,0,c)$ называются *вершинами* двуполостного гиперболоида (рис. 3.2). Сечения данной поверхности координатными плоскостями x=0 и y=0 являются гиперболами $\Gamma_4:\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$, $\Gamma_5:\frac{x^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ (рис. 3.2). Сечения поверхности плоскостями $z=h$, $|h|>c$, есть эллипсы: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=\frac{h^2}{c^2}-1$.