ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ К РАЗДЕЛУ 3

ЗАДАНИЕ 1 –ПРЯМАЯ НА ПЛОСКОСТИ.

***По тематике раздела 3 студент должен уметь*:**

Составить уравнение прямой, проходящей через две заданные точки, через одну точку в заданном направлении (на плоскости и в пространстве).Составить уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно данному вектору. Находить точку пересечения прямой и плоскости. Находить углы между прямыми и плоскостями.Приводить уравнения кривой 2-го порядка к каноническому виду (при отсутствии членов с произведением координат), строить кривую.Делать приближённые чертежи поверхностей 2-го порядка, заданных каноническими уравнениями. Делать приближённые чертежи цилиндрических поверхностей вида $f(x,y)=0$, $f(x,z)=0$, $f(y,z)=0$ и поверхностей вращения

Задание 3-1.

Даны координаты трёх вершин треугольника на плоскости xOy: **а)** $A(-6;-4)$, $B(-10;-1)$, $C(6;1)$; **б)** $A(12;0)$, $B(18;8)$, $C(0;5)$. Требуется:

3-1.1. Вычислить длину стороны AB;

3-1.2. Составить уравнение прямой, проходящей через точки A и B.

3-1.3. Составить уравнение высоты, проведённой из вершины C.

3-1.4. Найти расстояние от вершины B до стороны AC.

3-1.5. Найти угол A.

Задание 3-2.

3-2.1.^{O} На прямой $2x+y+11=0$ найдите точку, равноудалённую от двух данных точек $A(1;1)$ $B(3;0)$.

3-2.2. Найдите координаты точки, симметричной точке $(2;-4)$ относительно прямой $4x+3y+1=0$.

3-2.3. Вычислите координаты вершин ромба, если известны уравнения двух его сторон $2x-y+4=0$ и $2x-y+10=0$, и уравнение одной из его диагоналей $x+y+2=0$.

3-2.4. Даны уравнения двух сторон треугольника $4x-5y+9=0$ и $x+4y-3=0$. Найдите координаты всех вершин треугольника и уравнение третьей стороны, если известно, что медианы этого треугольника пересекаются в точке $(3;1)$.

ОТВЕТЫ, УКАЗАНИЯ (РЕШЕНИЯ) К ЗАДАЧАМ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ К РАЗДЕЛУ 3

ЗАДАНИЕ №1

ОТВЕТЫ И УКАЗАНИЯ

3-1.1. а) 5.. **3-1.2. а)** $3x+4y+34=0$. **3-1.3. а)** $4x-3y-21=0$. **3-1.4. а)** $d=56/13$.

3-1.5. а) $\arccos(-33/65)$. *Указание.* Это угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$..

3-2.1. $(-15/8;-29/4)$. *Указание.* План решения – Пусть (x_0, y_0) - координаты искомой точки. Тогда ее. расстояние до точки $A(1,1)$ равно $\sqrt{(x_0-1)^2+(y_0-1)^2}$, а до точки $B(3,0)$.равно $\sqrt{(x_0-3)^2+y_0^{\,2}}$. Приравнивая эти расстояния, получим 1-е уравнение, связывающее числа (x_0, y_0). С другой стороны координаты искомой точки удовлетворяют уравнению прямой $2x+y+11=0$. Решая полученную систему, получаем ответ.

3-2.2. (74.25,-82,25). *Указание.* План решения – 1. Через заданную точку (2,-4) проводим прямую

перпендикулярную заданной прямой $4x + 3y + 1 = 0$..
2. Находим точку M_0 -точку пересечения полученной прямой с заданной. Пусть ее координаты- (x_0, y_0).
3. Находим координаты искомой точки $M_1(x_1, y_1)$, исходя из того, что координаты точки M_0 есть полусумма координат точки $M_1(x_1, y_1)$ и заданной точки с координатами(2,-4).
3-2.3.(2,0);(-4,2); (0,4); (-6,-2) .. *Указание.* Принять во внимание, что, диагонали ромба перпендикулярны.
3-2.4.(39/21);(57/7,-9/7); 8x+11y-51=0.. *Указание.* Принять во внимание, что медианы точкой пересечения делятся в отношении 2 : 1, считая от вершины, из которой проведена медиана..

РЕШЕНИЯ

3-2.4. Пусть в треугольнике ABC уравнение стороны AB: $4x - 5y + 9 = 0$, а уравнение стороны AC : $x + 4y - 3 = 0$. Пусть AD –медиана, проведенная из вершины A к стороне CB треугольника, точка $O(3,1)$ – точка пересечения медиан (сделайте чертеж).

Координаты вершины A находятся как координаты точки пересечения прямых $4x - 5y + 9 = 0$ и $x + 4y - 3 = 0$. Решая соответствующую систему, получаем: $x_A = -1, y_A = 1$.
Теперь находим координаты точки D, учитывая, что точка $O(33,1)$ делит отрезок AD в отношении 2:1. Получаем: $x_D = 5, y_D = 1$.
Пусть (x_B, y_B) - координаты вершины B, а (x_C, y_C) - координаты вершины C. Для нахождения этих координат получаем систему, состоящую из 4-х уравнений:

1) $4x_B - 5y_B + 9 = 0$ - точка B принадлежит прямой $4x - 5y + 9 = 0$
2) $x_C + 4y_C - 3 = 0$ - точка C принадлежит прямой $x + 4y - 3 = 0$
3) $\dfrac{x_B + x_C}{2} = x_D = 5$ -точка D-середина стороны ВС.
4) $\dfrac{y_B + y_C}{2} = y_D = 1$ -точка D-середина стороны ВС.

Решая систему, получаем ответ:
B(39/21);C(57/7,-9/7);
Уравнение стороны BC получаем как уравнение прямой, проходящей через точки A и B:
8x+11y-51=0..