

Контрольные вопросы и задачи к разделу 3

1. Что такое алгебраическая линия? Сформулируйте теорему об инвариантности порядка алгебраической линии.
2. На плоскости Oxy даны прямая $L: x - 2y + 2 = 0$ и точка $A(2, -1)$. Найдите:
а) проекцию точки A на прямую L ; б) уравнение прямой, проходящей через точку A параллельно прямой L ; в) расстояние от точки A до прямой L .
3. Каковы различные виды уравнений прямой на плоскости? прямой в пространстве?
4. Напишите равенства, выражающие условия параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости и в пространстве.
5. Какие прямые на плоскости нельзя задать уравнением с угловым коэффициентом?
6. Напишите формулы для угла между двумя прямыми на плоскости.
7. Напишите формулу для расстояния от точки до прямой на плоскости, от точки до плоскости.
8. Почему плоскости и только они называются поверхностями 1-го порядка?
9. Какими двумя способами можно задать линию в пространстве с помощью уравнений?
10. Каков геометрический смысл коэффициентов в общем уравнении прямой на плоскости? в общем уравнении плоскости?
11. Даны плоскость $P: 3x - 2y + 7 = 0$ и точка $A(2, -1, 3)$. Найдите проекцию точки A на плоскость P .
12. Что такое эллипс? Сформулируйте свойство фокальных радиусов точки эллипса. Постройте эллипс $4x^2 - 8x + y^2 = 0$. Найдите координаты центра симметрии, полуоси, координаты фокусов.
13. Каким свойством обладают фокальные радиусы гиперболы? Какие прямые называются асимптотами гиперболы? Напишите уравнения асимптот гиперболы $4x^2 - 9y^2 = 36$.
14. Что такое эксцентриситет гиперболы? Как он влияет на ее форму?
15. Сформулируйте свойство параболы, связанное с её директрисой и фокусом. Постройте параболу $y^2 + 4x - 2y + 5 = 0$, найдите координаты фокуса и уравнение директрисы.
16. Какая алгебраическая поверхность называется цилиндрической, конической?
17. Какую поверхность определяет уравнение, содержащее только две прямоугольные координаты из трёх?
18. Какие уравнения в прямоугольной декартовой системе координат $Oxyz$ задают невырожденные поверхности второго порядка?

19. Что такое эллипсоид? Какими линиями являются его сечения координатными плоскостями в прямоугольной декартовой системе координат?

20. В каком случае эллипсоид называется эллипсоидом вращения? При вращении какой фигуры и вокруг какой оси он образуется?

21. Какой симметрией обладают однополостный и двуполостный гиперболоиды, параболоиды и почему?

22. Написать уравнения линий, образующихся в сечении координатными плоскостями гиперболоидов и параболоидов, заданных каноническими уравнениями. Нарисовать эти линии.

23. Постройте поверхности, определённые уравнениями:

а) $x = 3$; б) $x^2 = 4(x + y)$; в) $x^2 - y^2 + z^2 = -1$.

Ответы на контрольные вопросы и задачи к разделу 3

2. а) $(4/5; 7/5)$; б) $x - 2y - 4 = 0$; в) $6/\sqrt{5}$. **11.** $(-19/13; 17/13; 3)$. **12.** Эллипс с центром в точке $(1, 0)$, оси симметрии параллельны осям координат; длины полуосей: 1, 2; $(0, \pm\sqrt{3})$ – координаты фокусов. **13.** $y = \pm 2x/3$. **15.** Вершина параболы находится в точке $(-1, 1)$, фокус в точке $(-2, 1)$, $x = 0$ – уравнение директрисы. **23.** а) Плоскость, перпендикулярная оси Ox и отсекающая от нее отрезок, равный 3; б) параболический цилиндр с образующими, параллельными оси Oz , направляющей цилиндра служит парабола, расположенная в плоскости Oxy и определяемая уравнением $x^2 = 4(x + y)$ или $(x - 2)^2 = 4(y + 1)$; её вершина находится в точке $(2, -1)$, фокус – в точке $(2, 0)$; в) двуполостный гиперболоид вращения, ось гиперболоида – ось Oy .