Домашнее задание.

Потенциальное векторное поле.

Определить является ли векторное поле $\bar{a}\,(M)$ потенциальным. Для потенциального поля найти его потенциал тремя способами.

1) $\bar{a}(M) = y\bar{\imath} + x\bar{\jmath} + e^{z}\bar{k}$

2) $\bar{a}(M) = (x^2 - z^2)\bar{\imath} - 3xy\bar{\jmath} + (y^2 + z^2)\bar{k}$

3) $\bar{a}(M) = 2xyz\bar{\imath} + x^2z\bar{\jmath} + yx^2\bar{k}$

Вычислить линейный интеграл в векторном поле $\bar{a}(M)$

по дуге, соединяющей точки A и B (A – начало дугии, B- конец дуги)

4) $\bar{a}(M) = (x^2 - 2zy)\bar{\imath} + (y^2 - 2xz)\bar{\jmath} + (z^2 - 2xy)\bar{k}$;

A(1;-1;2) , B(-2;4;2)

5) $\bar{a}(M) = (z^2 + 2yx)\bar{\imath} + (x^2 + 2zy)\bar{\jmath} + (y^2 + 2xz)\bar{k}$;

A(0;1;-2) , B(2;3;1)

6) определить тип векторного поля (потенциальное, соленоидальное, гармоническое или общего вида):

6.1 $\bar{a} = 6x\bar{i} - 15y\bar{j} + 9z\bar{k}$

6.2 $\bar{a} = 5x^2y\,\bar{i} - 10xyz\bar{k}$

6.3 $\bar{a} = 6y^2\,\bar{i} + 6z\bar{j} + 6x\bar{k}$

6.4 $\bar{a}(M) = x^2y\bar{\imath} - 2xy^2\bar{\jmath} + 2xyz\bar{k}$

6.5 $\bar{a}(M) = (2xy + z)\bar{\imath} + (x^2 - 2y)\bar{\jmath} + x\bar{k}$

7) Пользуясь оператор Гамильтона, найти следующие дифференциальные операции. Сделать проверку непосредственным вычислением в декартовых координатах

7.1 $div(\bar{a} \times \bar{b})$

7.2 $rot(\bar{c} \times \bar{r})$, $\bar{c} -$ постоянный вектор; $\bar{r} = \{x; y; z\}$

8) Для векторного поля $\boldsymbol{a}(M) = 6x^2\,\boldsymbol{i} + 3\cos(3x + 2z)\,\boldsymbol{j} + \cos(3y + 2z)\,\boldsymbol{k}$

8.1 определить класс поля

8.2 в точке (1; 2; 3) поле имеет источник или сток

8.3 Расписать через оператор «набла», если существует такая дифференциальная операция 2 порядка, и вычислить следующие дифференциальные операции:

$$grad\ div\ \boldsymbol{a}(M);\quad rot\ div\ \boldsymbol{a}(M);\quad div\ rot\ \boldsymbol{a}(M).$$

9) Для векторного поля $\boldsymbol{a}(M) = \frac{x\,\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j}}{\sqrt{x^2 + y^2 + 4}}$

9.1 определить класс поля и найти соответсвующий ему потенциал

9.2 в точке (1; 2; 3) поле имеет источник или сток

9.3 Расписать через оператор «набла», если », если существует такая дифференциальная операция 2 порядка, и вычислить следующие дифференциальные операции:

$$grad\ div\ \boldsymbol{a}(M);\quad rot\ div\ \boldsymbol{a}(M);\quad div\ rot\ \boldsymbol{a}(M).$$