

## Контрольные вопросы и задачи к главе 2, раздел 10

### Задание 1. (Сходимость положительных числовых рядов.)

1.1. Исследуйте сходимость числовых рядов с помощью признаков сравнения:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 4n - 1}{3n^3 + 4}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + 3}{4n^4 + \sqrt{n} + 1}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n + \sqrt{n} + 3}{n \sqrt{n}}; \\ \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n^2 + 1}. & \text{д) } \sum_{n=1}^{\infty} \ln \left( 1 - \frac{3}{n^2} \right); & \text{е) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(1/\sqrt{n})}{n^2 + n - 1}. \end{array}$$

1.2. Исследуйте сходимость рядов с помощью признаков Даламбера и Коши:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n + 3}{2^n}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 + 6n + 3}{3^{n-1}(2n + 7)}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n/2}}{3^{5n+1}(n^2 + 3)}; \\ \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)!}. & \text{д) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2}; & \text{е) } \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^{n(n-1)}; \\ \text{ж) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{n!}. \end{array}$$

1.3. Исследуйте сходимость рядов с помощью интегрального признака Коши:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}; & \text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n (\ln n)^2}; & \text{в) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \sqrt{\ln n}}. \end{array}$$

1.4. Даны ряды с положительными членами:  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (1) и  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  (2),  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$ . С

помощью признаков сходимости знакоположительных рядов установите какое из нижеследующих утверждений справедливо: А) ряд (2) сходится, если  $b_n = na_n$ ; В) ряд (2) расходится, если  $b_n > a_n, n \geq 10$ ; С) ряд (2) расходится, если  $b_n = 3^n a_n$ ; D) ряд (2) сходится, если  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1$ .

## Ответы на контрольные вопросы и задачи к главе 2, раздел 10

### Задание 1. (Сходимость положительных числовых рядов.)

- 1.1. а) расходится; б) сходится. в) расходится; б) сходится. г) сходится. д) сходится. е) сходится.
- 1.2. а) сходится; б) сходится. в) сходится; б) сходится. г) сходится. д) расходится. е) сходится. ж) расходится.
- 1.3. а) расходится. б) сходится. в) расходится
- 1.4. А), С).