

Биологу, статистику и физику дали неделю срока и \$100.000, чтобы каждый из них придумал способ угадывания коня, который победит на скачках. Через неделю все трое приходят...

Биолог:

- Я разработал таблицу, по которой, зная физические данные коней, можно будет предсказать победителя!

Статистик:

- Я построил регрессию, по которой, зная результаты предыдущих забегов, можно предсказать коня-победителя.
-

Физик:

- Для окончания работы мне потребуется ещё \$1000000 и два года. К настоящему моменту я построил модель победы абсолютно упругого сферического коня в вакууме!

(Старинный аспирантский анекдот)

Понятие «Модель». Математическое моделирование

Информатика, 1 курс.
Лекция 7.

В ЭТОЙ ЛЕКЦИИ:

- Модели и их виды.
- Общий вид математической модели.
- Классификация математических моделей по цели моделирования.
- Примеры математических моделей и их реализации.

Модель



Модель – образ объекта, воспроизводящий его существенные свойства, и абстрагирующий от остальных. Заменяет объект в ситуации принятия решений.

Пример



Виды моделей



**Физические
модели –**

воспроизводят
физические
характеристики
объекта

**Аналоговые
модели –**

воспроизводят
поведение
объекта

**Интуитивные
модели –**

воспроизводят
восприятие
объекта
автором
модели

Информационная модель

– достоверное описание в той или иной форме
свойств объекта

Математическое моделирование

Математическая модель – описание зависимости одних параметров объекта или процесса от других.

Общий вид математической модели:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_m) = (y_1, y_2, \dots, y_n)$$

Цели математического моделирования

Управление –

нужно найти такой набор значений входных параметров, чтобы получить заданные значения выходных

$$f(x_1, x_2, \dots, x_m) = (y_1, y_2, \dots, y_n)$$

$$f(x_1, x_2, \dots, x_m) = (y_1, y_2, \dots, y_n)$$

Прогнозирование –

нужно определить, какими будут значения выходных параметров при данных значениях входных

Понимание –

по накопленным значениям входных и выходных данных нужно понять вид зависимости

$$f(x_1, x_2, \dots, x_m) = (y_1, y_2, \dots, y_n)$$

$$f(x_1, x_2, \dots, x_m) = (y_1, y_2, \dots, y_n)$$

Оптимизация –

нужно найти значения входных параметров, при которых набор выходных значений будет лучшим по какому-то критерию.

Математические модели: управление

Какую сумму следует положить в банк, чтобы через M месяцев там оказалось S рублей, если проценты начисляются ежемесячно и составляют $P\%$?

$$S = X * \left(\frac{100 + P}{100} \right)^M$$

Из этого уравнения можно найти X , выполнив расчёты на калькуляторе. Но это нерационально. Воспользуемся MS Excel.

E3		fx =B3*((100+D3)/100)^C3				
	A	B	C	D	E	F
1						
2		Нач.вклад	Срок (мес)	Процент	Сумма	
3		1	12	1,5	1,195618171	
4						
5						

Ввести формулы

Выполнить подбор параметра

Получить результат

A	B	C	D	E	F
	Нач.вклад	Срок (мес)	Процент	Сумма	
	1	12	1,5	1,195618171	

Подбор параметра

Установить в ячейке: E3

Значение: 10000

Изменяя значение ячейки: \$B\$3

OK Отмена

Нач.вклад	Срок (мес)	Процент	Сумма
8363,874219	12	1,5	10000

Математические модели: прогнозирование

Сколько порций фрикандо пороманьольски получится из P кг перца, T кг томатов, C кг чеснока и B кг баклажанов, если на одну порцию идет 180 г баклажанов, 120 г перца, 100 г томатов и 10 г чеснока?

Решение:
целая часть минимума из
 $B/0.18, P/0.12, T/0.1, C/0.01$

Для разнообразия решим эту задачу с помощью самостоятельно написанной программы на VB.

Module Module1

```
Sub Main()  
    Dim b, p, t, c As Single  
  
    Console.WriteLine("Сколько баклажанов???)")  
    b = Console.ReadLine  
    Console.WriteLine("Сколько перца???) ")  
    p = Console.ReadLine  
    Console.WriteLine("Сколько томатов???)")  
    t = Console.ReadLine  
    Console.WriteLine("Сколько чеснока???)")  
    c = Console.ReadLine  
    b = Int(b / 0.18)  
    p = Int(p / 0.12)  
    t = Int(t / 0.1)  
    c = Int(c / 0.001)  
  
    If b <= 0 Or p <= 0 Or t <= 0 Or c <= 0 Then  
        Console.WriteLine("Облом!!!")  
    ElseIf b <= p And b <= t And b <= c Then  
        Console.WriteLine(b)  
  
    ElseIf p <= t And p <= c And p <= b Then  
        Console.WriteLine(p)  
  
    ElseIf t <= c And t <= b And t <= p Then  
        Console.WriteLine(t)  
    Else  
        Console.WriteLine(c)  
    End If  
    Console.ReadLine()  
  
End Sub
```

End Module

file:///C:/Users/elenak/AppData

```
Сколько баклажанов???  
3  
Сколько перца???  
2  
Сколько томатов???  
1  
Сколько чеснока???  
5  
10
```

Внимание! Программа
написана школьником
и довольно небрежна!

Математические модели: понимание

Как зависит количество часов, проводимых за компьютером, от возраста? Исходные данные – результаты опроса.

Сколько времени в среднем Вы проводите за компьютером в день?

- ☐ Никогда не пользуюсь компьютером
- ☐ Менее 1 часа
- ☐ 1-3 часа
- ☐ 3-5 часов
- ☐ 6-8 часов
- ☐ 8-12 часов
- ☐ Более 12 часов

Укажите Ваш возраст: _____

Сформируем из данных таблицу MS Excel, для каждого опрошенного внесём в неё возраст и среднее время за компьютером

Возраст	Время за компьютером	Сред.
23	4	8;L2:L8)
12	3	
70	1	
33	6	
18	5	
27	6	
44	6	
7	1	
47	2	
8	2	
50	3	
19	4	
66	2	
50	1	
25	6	
19	5	
26	3	
15	3	
37	3	
58	0	
71	4	

1	Никогда не пользуюсь компьютером	0
2	Менее 1 часа	0,5
3	1-3 часа	2
4	3-5 часов	4
5	6-8 часов	7
6	8-12 часов	10
7	Более 12 часов	16

Аргументы функции

ПРОСМОТР

Искомое_значение D3 = 4

Просматриваемый_вектор F2:F8 = {1:2:3:4:5:6:7}

Вектор_результатов L2:L8 = {0:0,5:2:4:7:10:16}

= 4

Ищет значения в одной строке, одном столбце или массиве. Включен для обеспечения обратной совместимости.

Вектор_результатов диапазон, содержащий только одну строку или один столбец того же размера, что и просматриваемый вектор.

Значение: 4

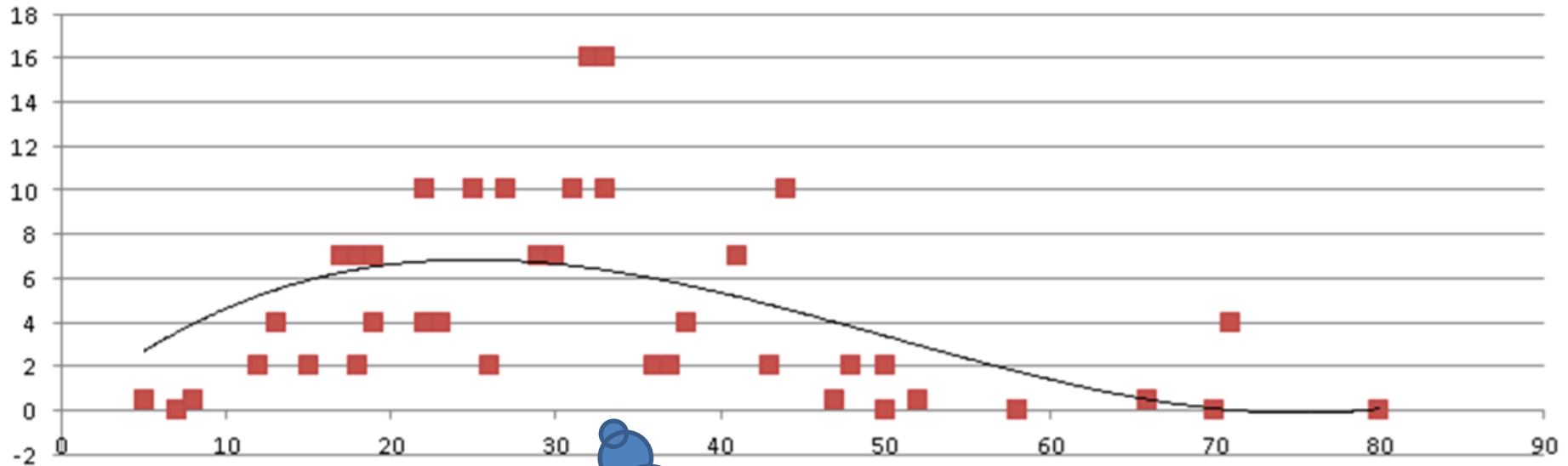
[Справка по этой функции](#)

OK

Отмена

Сред.

$$y = 0,0001x^3 - 0,0165x^2 + 0,6166x$$
$$R^2 = 0,3607$$



На основе таблицы построили точечную диаграмму и линию тренда с уравнением. Формула зависимости получена, но, судя по коэффициенту корреляции R^2 она не очень точна. Можно сделать вывод об отсутствии чёткой зависимости между возрастом и пристрастием к компьютеру.

Математические модели: оптимизация

У надомницы Тюткиной P кг пряжи и H часов рабочего времени. На один свитер уходит 800 г пряжи и 8 часов, на шапку 300 и 4, на варежки 200 и 3, на шарфик 250 г и 1,5 часа. Оптовый покупатель платит Тюткиной 350 р за свитер, 160 р за шапку, 75 р за варежки и 60 р за шарфик. Сколько чего следует связать Тюткиной, чтобы получить максимальную прибыль?

Пример
исходных
данных

Продукт	Пряжа	Время	Прибыль
Свитер	800	8	350
Шапка	300	4	160
Варежки	200	3	75
Шарф	250	1,5	60
Имеется:	3000	40	

N – количество видов продуктов

M – количество ресурсов

R_{ij} – расход j -го ресурса на единицу i -го продукта, $i=1...N, j=1...M$

P_i – прибыль от реализации единицы i -го продукта, $i=1...N$

K_j – имеющееся количество j -го ресурса, $j=1...M$

Требуется найти X_i – выпуск i -го продукта в единицах.

Это постановка оптимизационной задачи. Не пугайтесь – для её решения есть готовые программные инструменты.


$$\sum_{i=1}^N P_i X_i \rightarrow \max$$

$$\sum_{i=1}^N R_{ij} X_i \leq K_j, j=1 \dots M$$


$$X_i \geq 0, \text{ целые, } i=1 \dots N$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2		Продукт	Пряжа	Время	Прибыль	ПЛАН	Пряжа на план	Время на план	Прибыль от плана
3		Свитер	800	8	350	1	=C3*F3	=D3*F3	=E3*F3
4		Шапка	300	4	160	1	=C4*F4	=D4*F4	=E4*F4
5		Варежки	200	3	75	1	=C5*F5	=D5*F5	=E5*F5
6		Шарф	250	1,5	60	1	=C6*F6	=D6*F6	=E6*F6
7		Имеется:	3000	40			=СУММ(G3:G6)	=СУММ(H3:H6)	=СУММ(I3:I6)

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию: 

До: ☒ Максимум ☐ Минимум ☐ Значения:

Изменяя ячейки переменных: 

В соответствии с ограничениями:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2		Продукт	Пряжа	Время	Прибыль	ПЛАН	Пряжа на план	Время на план	Прибыль от плана
3		Свитер	800	8	350	0	0	0	0
4		Шапка	300	4	160	10	3000	40	1600
5		Варежки	200	3	75	0	0	0	0
6		Шарф	250	1,5	60	0	0	0	0
7		Имеется:	3000	40			3000	40	1600

Решение
найдено!

Результаты поиска решения

Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.

☒ Сохранить найденное решение

☐ Восстановить исходные значения

☐ Вернуться в диалоговое окно параметров

Отчеты

Результаты

☐ Отчеты со

ОК

Отмена

Сохранить сценарий...

Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены

Если используется модуль ОПГ, то найдено по крайней мере локально оптимальное решение. Если используется модуль поиска решений линейных задач симплекс-методом, то найдено глобально оптимальное решение.

Итоги:

- Мы постоянно при принятии решений заменяем реальные объекты их информационными моделями.
- Видов моделей много, нас сейчас интересуют математические.
- Общий вид математической модели – формула зависимости выходных данных от входных (иногда формула разворачивается в алгоритм расчёта).
- Целями построения математической модели могут быть управление, прогнозирование, понимание и оптимизация.
- Имеются мощные инструменты для реализации математических моделей на компьютере. Уметь ими пользоваться полезно и интересно.