§3. Интегрирование по частям

Этот метод интегрирования состоит в применении формулы

$$\boxed{\int u\,dv = uv - \int v\,du}. \tag{3.1}$$

Здесь $u = u(x)$, $v = v(x)$ – дифференцируемые функции.

Название «по частям» объясняется тем, что (сложный) интеграл $\int u\,dv$ берется двумя (более простыми) частями $\int dv = v$ и $\int v\,du$.

Пример 3.1. $\int xe^x dx = \int x\,de^x = \left[\begin{array}{c|c} u = x & du = dx \\ dv = de^x & v = e^x \end{array}\right] = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x + C$.

Пример 3.2. $$\int x\ln x\,dx = \left[\begin{array}{c|c} \ln x = u & du = \dfrac{dx}{x} \\ x\,dx = dv & v = \dfrac{x^2}{2} \end{array}\right] = \frac{x^2}{2}\ln x - \int \frac{x^2}{2}\cdot\frac{dx}{x} =$$

$$= \frac{x^2}{2}\ln x - \frac{1}{2}\int x\,dx = \frac{x^2}{2}\ln x - \frac{1}{2}\cdot\frac{x^2}{2} + C = \frac{x^2}{4}(2\ln x - 1) + C.$$

Метод интегрирования по частям целесообразен для произведения степенной и трансцендентной функций, а также во многих других случаях.