§3. Функция нескольких переменных

Как известно, соответствие, которое каждому элементу множества E относит некоторый элемент множества G называется *отображением* E в G или *функцией* и обозначается обычно буквой f.

Если E – некоторое множество точек m-мерного пространства, а G – множество вещественных чисел, то f называют *вещественной функцией* m *переменных*. Тогда, если точке $X(x_1, x_2, \dots, x_m) \in E$ соответствует вещественное число $w \in G$, пишут: $w = f(X)$ или $w = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$. Величины $x_1, x_2, \dots, x_m$ называют *независимыми переменными* или *аргументами*, а w – *зависимой переменной*, или *функцией*. Множество E в этом случае называют *областью определения функции*.

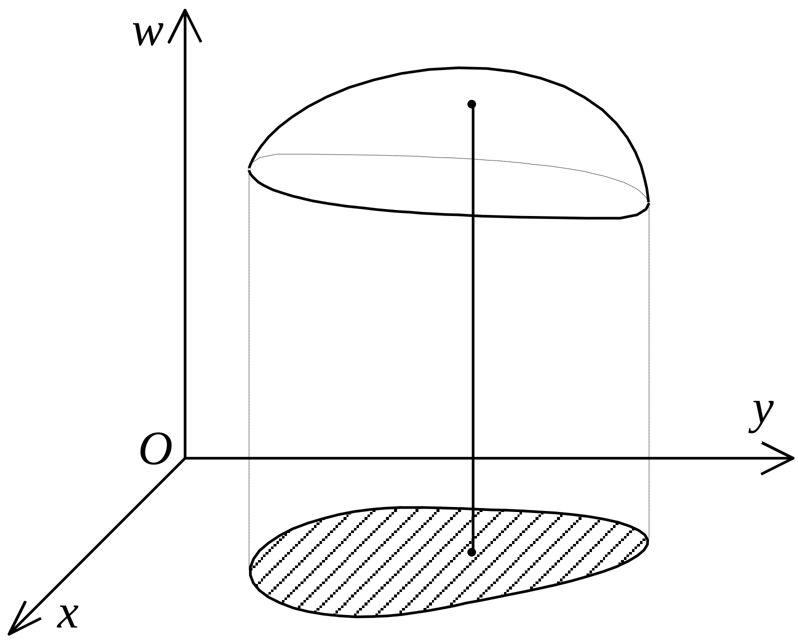

Рис. 2.1. График функции $w = f(x, y)$

В частности, если E – множество точек двумерного пространства, то имеем функцию двух переменных $w = f(x, y)$: ее можно изобразить графически. Делается это так: строят прямоугольную систему координат в пространстве с координатами x, y, w и относят каждой точке (x, y) множества E точку (x, y, w) с третьей координатой $w = f(x, y)$. Когда точка (x, y) пробегает множество E, то соответствующая точка (x, y, w) опишет, вообще говоря, некоторую поверхность (рис. 2.1).

В этом случае равенство $w = f(x, y)$ называют *уравнением поверхности*.

По аналогии с этим множество точек $(x_1, x_2, \dots, x_m, w)$, удовлетворяющих уравнению $w = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$, называется *гиперповерхностью*, а равенство $w = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$ – *уравнением гиперповерхности*.