

Криволинейные интегралы II рода.

Задачи для самостоятельного решения.

Пример 1. Вычислить

$$\int_L x^3 dx + x^2 dy,$$

где L - дуга кривой $y = x^2$ от A(1,1) до B(3,9).

Пример 2. Вычислить

$$\int_L \cos^3 x dx + y dy,$$

где L - дуга кривой $y = \sin x$ от $x = 0$ до $x = \frac{\pi}{2}$.

Пример 3. Вычислить

$$\int_L (x^3 - y^3) dx + xy dy,$$

где L - дуга кривой $y = a^x$ от A(0,1) до B(1,a).

Пример 4. Вычислить

$$\int_L x^2 y dx + y^2 x dy,$$

где L - дуга кривой $x = t, y = t^3$ ($0 \leq t \leq 1$)

Пример 5. Вычислить

$$\int_L (x + y) dx + (x - y) dy,$$

где L - дуга окружности

$$x = R \cos t, y = R \sin t \quad (0 \leq t \leq \pi/2).$$

Пример 6. Вычислить

$$\int_L y^2 dx + x^2 dy,$$

где L - первая арка циклоиды

$$x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t) \quad (a > 0)$$

Пример 7. Вычислить

$$\int_L yz dx + xz dy + xy dz,$$

где L - дуга кривой

$$x = t, y = t^2, z = t^3 \quad (0 \leq t \leq 1).$$

Пример 8. Вычислить

$$\int_L xy dx + z dy + (x^2 - y^2) dz,$$

где L - дуга винтовой линии

$$x = a \cos t, y = a \sin t, z = bt \quad (0 \leq t \leq \pi/2).$$

Пример 9. Вычислить криволинейный интеграл

$$\oint_L (x + y) dx - (x - y) dy,$$

где L - эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

а) непосредственно, б) по формуле Грина.

Пример 10. Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_C (2x - 3y^2 + 1) dx + (2 - 6xy) dy$$

где L - эллипс $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ от точки (2;0) точки В(0;3)