Тема 3. Множество комплексных чисел как расширение множества действительных чисел

Рассмотрим комплексное число вида $(a,0)$. Множество таких чисел обозначим C*. Очевидно, что C* $\subset$ C. Если каждому действительному числу a сопоставить комплексное число $(a,0)$, т.е. $a \to (a,0)$, то получим взаимнооднозначное соответствие между множеством R и множеством C*. Действительно, для любых двух чисел a и b из R числу $(a+b)$ соответствует комплексное число $(a+b,\ 0)$ или $(a+b) \to (a+b,\ 0)$ Но, согласно формуле (2), $(a+b,\ 0) = (a,0)+(b,0)$, следовательно, сумме действительных чисел a и b отвечает сумма соответствующих им комплексных чисел, т.е. $a+b \to (a,0)+(b,0)$.

Аналогично, для произведения: действительному числу (ab) соответствует комплексное число $(ab,0)$ или. $(ab) \to (ab,0)$. Но, с учетом формулы (3), $(ab,0) = (a,0)\cdot(b,0)$, следовательно, произведению действительных чисел a и b отвечает произведение соответствующих им комплексных чисел, т.е. $ab \to (a,0)\cdot(b,0)$

Из сказанного следует то, что, если отождествлять каждое действительное число a с комплексным числом $(a,0)$, то тем самым множество действительных чисел R с его обычной арифметикой окажется как бы вложенным в множество комплексных чисел C. То есть, множество комплексных чисел является расширением множества действительных чисел. Это позволяет нам всегда полагать $(a,0) = a$, а пары (0,0) и (1,0) считать обычными действительными числами 0 и 1.