Тема 2. Основные определения

Запись комплексного числа в виде $a+ib$ наводит на мысль о возможности задания комплексного числа упорядоченной парой (a,b) действительных чисел. В соответствии с этим введем такое определение:

- *Комплексным числом называется упорядоченная пара действительных чисел* (a,b); *при этом* (a,b) *и* (b,a) *— различные пары, если* $a \neq b$.

Множество комплексных чисел обозначается через C. Элементы множества C обозначаются строчными буквами латинского алфавита $x,y,z,\ldots$

На множестве C понятие равенства, операции сложения и умножения вводятся следующим образом:

Равенство комплексных чисел $z_1=(a,b)$ *и* $z_2=(c,d)$ имеет место в том и только в том случае, когда равны их соответствующие компоненты:

$$z_1=z_2 \Leftrightarrow (a,b)=(c,d) \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} a=c \\ b=d \end{cases}$$

- *Суммой и произведением комплексных чисел* $z_1=(a,b)$ *и* $z_2=(c,d)$ *называются пары* $(a+c,\, b+d)$, $(ac-bd,\, ad+bc)$, *т.е.*

$$z_1+z_2 \Leftrightarrow (a,b)+(c,d)=(a+c,\, b+d) \tag{2}$$

$$z_1\cdot z_2 \Leftrightarrow (a,b)(c,d)=(ac-bd,\, ad+bc) \tag{3}$$

Эти операции обладают такими же свойствами, что и обычные операции сложения и умножения на множестве действительных чисел.

1. коммутативность сложения: $(a,b)+(c,d)=(c,d)+(a,b)$;
2. ассоциативность сложения: $\big((a,b)+(c,d)\big)+(e,f)=(a,b)+\big((c,d)+(e,f)\big)$;
3. наличие нейтрального элемента $(0,0)$ относительно операции сложения: $(a,b)+(0{,}0)=(a+0,\, b+0)=(a,b)$
4. наличие противоположной пары $(-a,-b)$: $(a,b)+(-a,-b)=(0{,}0)$
5. коммутативность умножения: $(a,b)\cdot(c,d)=(c,d)\cdot(a,b)$;
6. ассоциативность умножения: $\big((a,b)(c,d)\big)\cdot(e,f)=(a,b)\cdot\big((c,d)(e,f)\big)$;
7. дистрибутивность умножения относительно сложения: $\big((a,b)+(c,d)\big)\cdot(e,f)=(a,b)\cdot(e,f)+(c,d)\cdot(e,f)$
8. наличие нейтрального элемента $(1,0)$ относительно операции умножения: $(a,b)\cdot(1{,}0)=(a\cdot 1-b\cdot 0,\, a\cdot 0+b\cdot 1)=(a,b)$

(Рекомендуется свойства 5, 6, 7 вывести самостоятельно).