2°. **Необходимое условие интегрируемости.**.

Теорема 1.1. (*необходимое условие интегрируемости*). Если функция интегрируема по промежутку $[a,b]$, то она необходимо ограничена на этом промежутке.

►Предположим противное, что функция $f(x)$ не является ограниченной на $[a,b]$, но имеет конечный интеграл $J=\int_a^b f(x)dx$. Возьмем произвольное $\varepsilon>0$. По определению интеграла существует число $\delta>0$ такое, что при любом разбиении промежутка $[a,b]$ на частичные промежутки и при выполнении условия $\lambda<\delta$ будет выполняться неравенство $|\sigma_n-J|<\varepsilon$, которое эквивалентно двойному неравенству

$$J-\varepsilon<\sigma_n<J+\varepsilon. \qquad (*)$$

Неравенство $(*)$ выполняется при любом выборе точек ξ_k, $(k=0,1,\ldots,n-1)$ на частичных промежутках.

С другой стороны, неограниченная на $[a,b]$ функция не ограничена хотя бы на одном частичном промежутке, пусть на $[x_m,x_{m+1}]$. Тогда за счет выбора точки ξ_m на этом частичном промежутке можно сделать значение функции $f(\xi_m)$ следовательно, и произведение $f(\xi_m)\Delta x_m$, а потому и всю интегральную сумму σ_n сколь угодно большой по модулю, в частности, выходящей за пределы интервала $(*)$. Полученное противоречие доказывает теорему. ◄