§6. Цилиндры второго порядка

Определение 6.1. Алгебраическая поверхность *n*-го порядка называется *цилиндрической поверхностью* (или *цилиндром*), если в некоторой прямоугольной декартовой системе координат *Oxyz* она может быть задана уравнением вида

$$F(x, y) = 0, \tag{6.1}$$

где $F(x, y)$ – многочлен *n*-й степени относительно переменных *x*, *y*, не содержащий переменной *z*. Кривая Γ, определяемая уравнением (6.1) в плоскости *Oxy*, называется *направляющей* этого цилиндра (рис. 6.1).

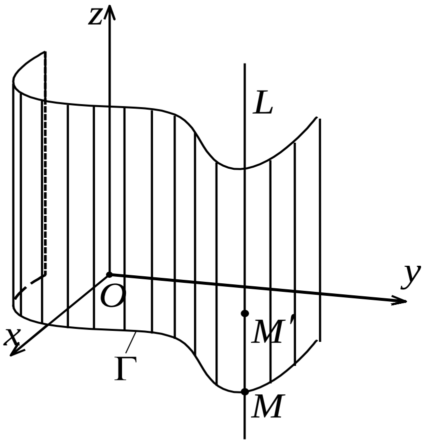

Рис. 6.1. К понятию цилиндрической Поверхности

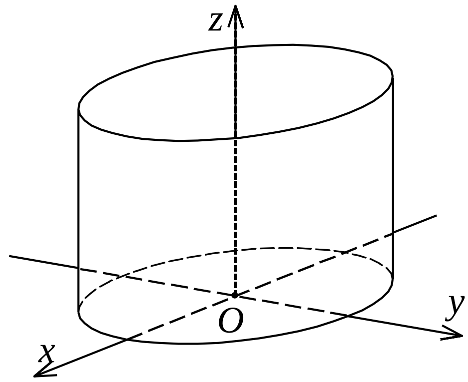

Рис. 6.2. Эллиптический цилиндр

Если точка $M(x, y, 0)$ принадлежит Γ (значит, и данному цилиндру), то все точки $M'(x, y, z)$, где *z* – любое действительное число, тоже ему принадлежат, ибо координаты M' удовлетворяют уравнению (6.1). Все они расположены на прямой *L*, проходящей через точку $M(x, y, 0)$ параллельно оси *Oz* (рис. 6.1). Итак, данный цилиндр образован прямыми, параллельными оси *Oz* и пересекающими его направляющую Γ. Эти прямые называются его *образующими*.

Замечание 6.1. Цилиндры с образующими, параллельными осям *Ox* и *Oy*, определяются уравнениями вида $G(y, z) = 0$ и $H(x, z) = 0$.

Определение 6.2. Поверхности второго порядка, определяемые в некоторой прямоугольной декартовой системе координат уравнениями вида

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \; a, b > 0, \tag{6.2}$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \; a, b > 0, \tag{6.3}$$

$$y^2 = 2px, \; p > 0 \tag{6.4}$$

называются *цилиндрами второго порядка*.

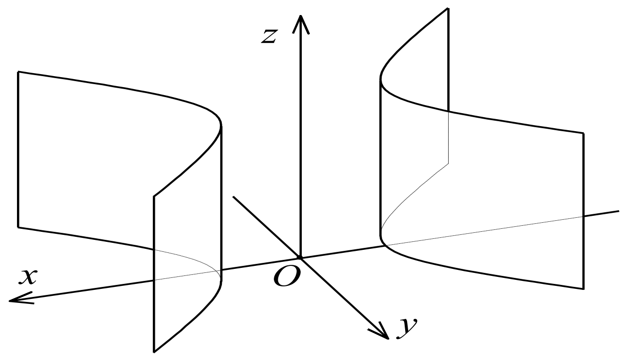

Рис. 6.3. Гиперболический цилиндр

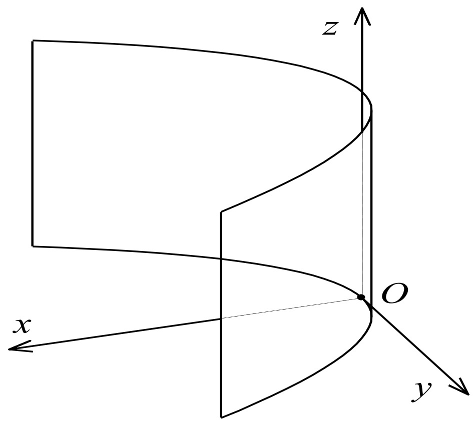

Рис. 6.4. Параболический цилиндр

Направляющими этих цилиндров служат эллипс, гипербола и парабола, определяемые уравнениями (6.2) – (6.4) в плоскости Oxy. Их образующие, как было установлено выше, параллельны оси Oz (рис. 6.2 – 6.4).