Тема 4. Представление комплексного числа в алгебраической форме

Особую роль среди комплексных чисел играет пара (0,1), обозначаемая символом i и согласно сложившимся традициям называемая *мнимой единицей*. По закону умножения

$$(0,1)\cdot(0,1)=(0-1,0+0)=(-1,0)=-1$$

таким образом $i^2=-1$. Следовательно, среди комплексных чисел содержится корень уравнения (1), т.е. такое число, квадрат которого равен числу –1.

Покажем, что для построенных комплексных чисел $z=(a,b)$ может быть получена их обычная форма $z=a+bi$. Рассмотрим сначала произведение действительного числа b на i. Согласно (3),

$$bi=(b,0)\cdot(0,1)=(b\cdot 0-0\cdot 1,\, b\cdot 1+0\cdot 0)=(0,b)\text{, тогда}$$

$$(a,b)=(a,0)+(0,b)=(a,0)+(b,0)\cdot(0,1)=a+bi$$

Теперь можно забыть о первоначальном способе задания комплексных чисел как пары (a,b) и записывать комплексное число в виде $a+bi$. Такая форма записи комплексного числа называется *алгебраической формой*.

Первая компонента комплексного числа $z=a+bi$ называется *действительной частью* (от франц. réel – действительный) и обозначается $\operatorname{Re}z=a$; вторая компонента называется его *мнимой частью* (от франц. imaginaire – мнимый) и обозначается $\operatorname{Im}z=b$.

Подчеркнем, что мнимая часть, так же, как и действительная часть комплексного числа, есть число действительное. Например, $\operatorname{Re}(3-2i)=3,\quad \operatorname{Im}(3+2i)=-2$.

Если $\operatorname{Im}z=0$, то z – действительное число, если $\operatorname{Re}z=0$, то z имеет вид bi и называется чисто мнимым числом.

При умножении комплексного числа z на действительное число λ, оба числа $\operatorname{Re}z$ и $\operatorname{Im}z$ умножаются на λ. Например, $-3(2-5i)=-6+15i$.