

Резюме к главе 3

В настоящей главе рассмотрен вопрос о сопоставлении системе линейных уравнений одного матричного уравнения. Сформулирована теорема Крамера для системы из n линейных уравнений с n неизвестными. Изучены все случаи решения произвольных систем из m линейных уравнений с n неизвестными с любым соотношением между m и n . Сделан вывод о числе решений таких систем и установлена связь между числом решений системы и рангами её матрицы и расширенной матрицы. Для однородной системы линейных уравнений приведён критерий единственности её нулевого решения.

Вопросы и задачи для самоконтроля к гл. 3, раздел 1

1. Найдите общее решение системы:
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_4 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 5. \end{cases}$$
2. При каких значениях параметра λ система
$$\begin{cases} x + \lambda y + z = -1, \\ \lambda x + y + z = 0, \\ x - y + z = 1. \end{cases}$$
 - а) совместна и определённа? б) совместна и неопределённа?
 - в) несовместна?
3. Решите систему уравнений по формулам Крамера
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$$
4. В каком случае однородная система линейных уравнений имеет ненулевые решения? её нулевое решение единственно?

Ответы, указания, решения к задачам для самоконтроля к гл. 3, раздел 1

1. $(2C, C, 0, 1)$, где C – любое действительное число. 2. а) $\lambda \neq 2, \lambda \neq -1$; б) $\lambda = 2$; в) $\lambda = -1$. 3. $(1, 2, -2)$