

Задачи для самостоятельного решения.

1. Вычислить

$$\iint_{(\sigma)} (5x^2 + 5y^2 + z^2) dx dy$$

где σ - внешняя сторона части верхней полусферы

$$z = \sqrt{4 - x^2 - y^2},$$

вырезанная конусом

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

2. Вычислить

$$\iint_{(\sigma)} \left(\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} \right) dx dy,$$

где σ - нижняя (внутренняя) сторона поверхности

$$z = 4 - \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9}, \text{ отсеченной плоскостью } z=0.$$

3. Вычислить

$$\iint_{(\sigma)} (x^2 + z^2) dy dz$$

где σ - внешняя сторона поверхности

$$x = \sqrt{9 - y^2},$$

отсеченная плоскостями $z = 0, z = 2$.

4. Вычислить

$$\iint_{(\sigma)} \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + kz \right) dx dy$$

где σ - внешняя сторона поверхности

$$z = c^2 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2},$$

отсеченная плоскостью $z = 0$.

5. Вычислить

$$\iint_{(\sigma)} \left(\frac{3x^2}{a^2} + \frac{5y^2}{b^2} + z + k \right) dx dy$$

где σ - внешняя сторона поверхности

$$z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \quad (z > 0),$$

вырезанная цилиндром $\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right)^2 = c^2 \left(\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right)$.

6. Вычислить

$$\iint_{(\sigma)} \frac{dydz}{x} + \frac{dzdx}{y} + \frac{dxdy}{z}$$

где σ - внешняя сторона эллипсоида

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$