SPRAWOZDANIE METODY NUMERYCZNE

LABORATORIUM NR 1

Aleksandra Krzemińska,

Informatyka Stosowana II rok WFiIS, I stopień,

rok 2021

Wstęp teoretyczny

Celem laboratorium było rozwiązanie układu równań liniowych metodą Gaussa-Jordana. Z metody tej wynika, iż każdy układ równań liniowych można zapisać w postaci macierzy. Przykładowo, poniższy układ równań liniowych,

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

można zapisać w następujący układ macierzowy: $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}$,

a następnie przekształcić w macierz współczynników: $\left[\begin{matrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{matrix}\middle|\begin{matrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{matrix}\right]$.

Za pomocą przekształceń elementarnych doprowadzamy macierz współczynników do 'macierzy schodkowej', co pozwala wówczas w prosty sposób wyznaczyć rozwiązanie układu równań.

Zadanie do wykonania

Wykorzystując znajomość prostego oscylatora harmonicznego (II zasada Newtona) $\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\frac{k}{m}x(t) = -\omega^2 x(t)$ przybliżając drugą pochodną położenia x w chwili t w następujący sposób: $\frac{d^2x(t)}{dt^2} \approx \frac{x(t+\Delta t) - 2x(t) + x(t-\Delta t)}{(\Delta t)^2}$

oraz wyprowadzając oznaczenia na $\Delta t=h$, $x_i = x(ih)$, można uzyskać wzór iteracyjny na x_{i+1} w zależności od x_i i x_{i-1} - $x_{i+1} + (\omega^2h^2 - 2)x_i + x_{i-1} = 0$.

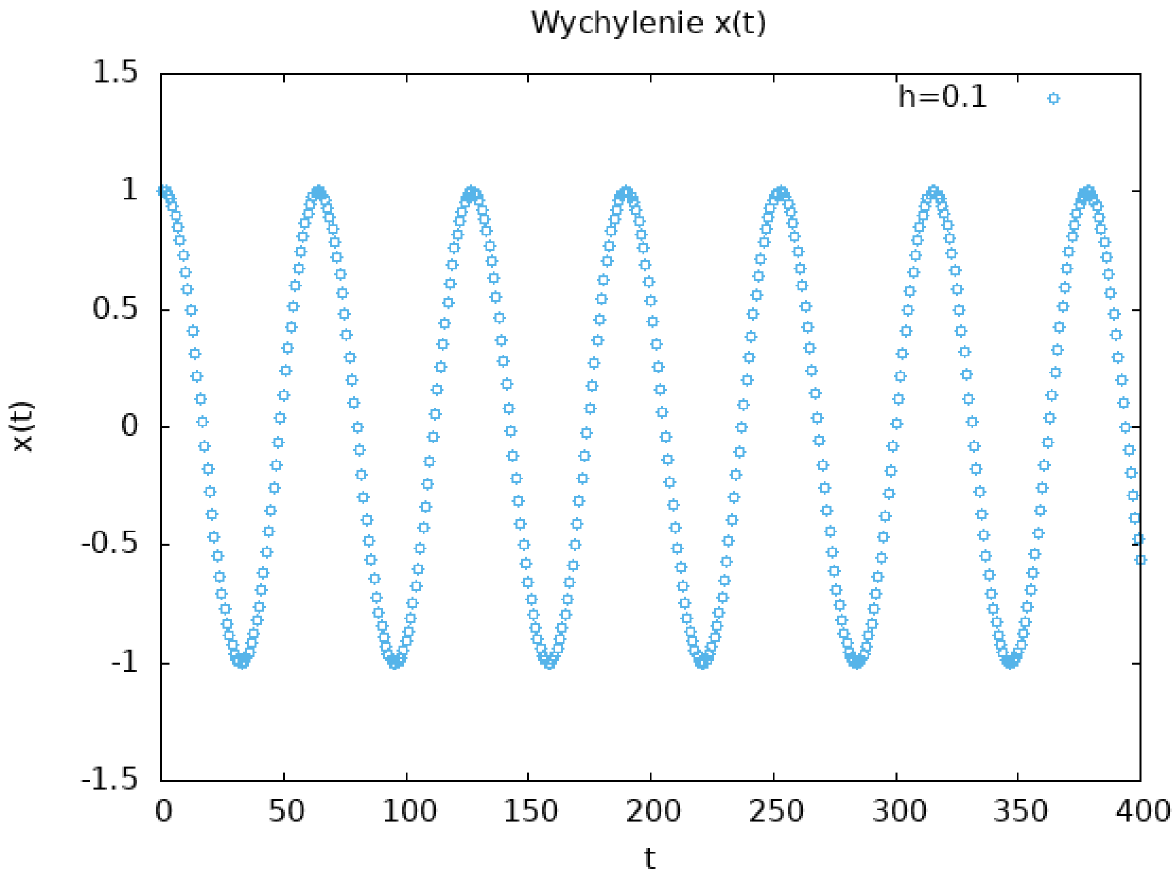
Na podstawie tego wyprowadzenia zadaniem podczas laboratoriów było rozwiązanie następującego układu metodą Gaussa-Jordana opisaną powyżej.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & (\omega^2h^2-2) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & (\omega^2h^2-2) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (\omega^2h^2-2) & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & (\omega^2h^2-2) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & (\omega^2h^2-2) & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \\ v_0h \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Metoda

Przyjęte zostały warunki początkowe: dla $v_0 = 0$, $A = 1$ oraz krok całkowania (krok dla t) $h= 0.1$. Do implementacji wykorzystane zostały biblioteki podane podczas laboratorium: nrutil.h, nrutil.c oraz gaussj.c. Wykorzystane z nich zostały funkcje potrzebne do stworzenia macierzy (*matrix*, która przyjmuje indeksy - rozmiar - docelowej macierzy) oraz funkcja *gaussj* – rozwiązująca układ macierzowy metodą Gaussa-Jordana. Uzyskane wyniki przedstawione zostały na wykresie poniżej.

WYNIKI



Jak widać na powyższym wykresie - numerycznie uzyskana zależność wychylenia *x(t)* od czasu, przy ustalonym kroku h = 0.1, ma kształt funkcji cos(t), która jest analitycznym rozwiązaniem dla oscylatora harmonicznego.

WNIOSKI

Wykorzystana na laboratorium funkcja *gaussj()* okazała się bardzo wydajna – przy dobraniu odpowiednio dużej macierzy uzyskaliśmy bardzo dokładne wyniki, jednocześnie bez dużego nakładu czasowego. Ważnym zaznaczenia jest fakt, że przy podobnych metodach obliczania wartości w sposób numeryczny, znaczenie ma wytworzenie odpowiednio dużej ilości danych wynikowych, aby uzyskane wyniki były miarodajne.