Gabriel Catizani Faria Oliveira - 20.1.4004 - Dia: 05/10/2021

Hora: 16:11

1) $tr(A^t) = tr(A)$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad A^t = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Soma da diagonal principal $A = 4$ Soma da diagonal principal $A^t = 4$

Verdadeiro

2) Se $A$ e $B$ são matrizes $n \times n$ então $(AB)^t = A^t B^t$

Falso

$$(AB)^t = \underset{2\times 2}{\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}} \underset{2\times 2}{\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 6+20 & 9+4 \\ 2+10 & 3+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 26 & 13 \\ 12 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^t B^t = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6+3 & 15+1 \\ 8+6 & 20+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 16 \\ 14 & 24 \end{bmatrix}$$

O certo seria que $(AB)^t = B^t A^t$, ou seja, o termo que multiplicava na direita dentro do parênteses passa a multiplicar a esquerda! Logo:
$(AB)^t \neq (A^t B^t)$

Gabriel Catizani Faria Oliveira - 20.1.4004

3) Se $A + B$ é uma matriz simétrica, então $A$ e $B$ são matrizes simétricas

$$A + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$\| \downarrow$ Transposta

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B^t = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Como vemos através desse contra exemplo, $A$ e $B$ não são matrizes simétricas apesar de $A + B$ ser simétrica

Falso

Gabriel Catizani Faria Oliveira - 2014004

4) Independente do valor de $k$, o sistema linear

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 2y = k \end{cases}$$

não pode ter uma única solução

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ k \end{bmatrix}$$

Escalonando a matriz aumentada:

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -2 & k \end{array}\right] \xrightarrow{L_2 \to L_2 - 2L_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & k-6 \end{bmatrix}$$

Falso

O sistema linear depende do valor de $k$, pois só existe solução se $k$ for igual a 6

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 0 + 0 = k - 6 \to \boxed{k = 6} \end{cases}$$

Gabriel Catjan Faro Oliveira - 20.1.4004

5) Se uma matriz se encontra em sua forma escalonada reduzida, então essa matriz também se encontra em sua forma escalonada

Verdadeiro

- Uma matriz está na forma <u>escalonada reduzida</u> quando satisfaz as seguintes condições

↳ Todas as linhas nulas ocorrem abaixo das linhas não nulas

↳ O pivô de cada linha não nula é igual a 1;

↳ O pivô de cada linha não nula ocorre à direita do pivô da linha anterior

↳ Se uma coluna contém um pivô, então todos os seus outros elementos são iguais a 0

- E a matriz está em forma <u>escalonada</u> quando

↳ As linhas que contém apenas zeros estão abaixo das demais

↳ O primeiro elemento não nulo de uma linha (conhecido como pivô) está em uma coluna à direita do elemento pivô da linha acima

Ex: A partir desses conceitos, vamos ver uma matriz escalonada reduzida, que também é escalonada

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow$$

<u>Escalonada</u>, pois possui a última linha nula e o primeiro elemento não nulo da linha está a uma coluna à direita do elemento líder da linha acima.

Além disso, é <u>reduzida</u>, pois o pivô de cada linha não nula é igual a 1 e se uma coluna contém um pivô, então todos os seus outros elementos são iguais a 0

Gabriel Catizani Faria Oliveira - 20[illegible].1.4004

Essa seria um exemplo de uma matriz apenas escalonada, mas não reduzida

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 9 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

6) Se a matriz aumentada do sistema $AX = B$ tem um pivô na última coluna, então o sistema não possui soluções.

$$AX = B$$

Verdadeiro

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 12 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$\boxed{0 = 1}$ → O sistema não possui solução, pois 0 nunca será igual a 1

↳ $0x_1 + 0x_2 + 0x_3 = 1$

$\boxed{0 = 1}$