

# BCC202 - Estruturas de Dados I

## Aula 16: Ordenação: ShellSort

**Pedro Silva**

Universidade Federal de Ouro Preto, UFOP  
Departamento de Computação, DECOM  
Email: [silvap@ufop.edu.br](mailto:silvap@ufop.edu.br)

2021



## Conteúdo

Introdução

Passo a Passo

Valor de  $h$

Análise de Complexidade

Considerações Finais

Bibliografia

## Conteúdo

### Introdução

### Passo a Passo

### Valor de $h$

### Análise de Complexidade

### Considerações Finais

### Bibliografia

## ShellSort

- ▶ Proposto por **Donald Shell** em 1959.
- ▶ É uma extensão do ***InsertionSort***.
- ▶ Problemas com o algoritmo de *ordenação por inserção*:
  - ▶ Troca itens adjacentes para determinar o ponto de inserção.
    - ▶ São efetuadas  $n - 1$  comparações e movimentações quando o menor item está na posição mais à direita do vetor.
  - ▶ Ineficiente para  $n$  grande
- ▶ O método de **Shell** contorna este problema permitindo trocas de registros distantes um do outro.

## Sequência $h$ – ordenada

- ▶ Os itens separados de  $h$  posições são rearranjados, gerando sequências ordenadas.
- ▶ É dito que cada sequência está  **$h$ -ordenada**.
- ▶ Depois, o valor de  $h$  é reduzido progressivamente, até atingir o valor 1, que resultará no vetor completamente ordenado.

# Conteúdo

Introdução

**Passo a Passo**

Valor de  $h$

Análise de Complexidade

Considerações Finais

Bibliografia

## Exemplo I

Vetor Inicial:

45	56	12	43	95	19	8	67
----	----	----	----	----	----	---	----

## Exemplo I

Vetor Inicial:

45	56	12	43	95	19	8	67
----	----	----	----	----	----	---	----

$h = 4$

45	56	12	43	95	19	8	67
----	----	----	----	----	----	---	----



## Exemplo I

Vetor Inicial:

45	56	12	43	95	19	8	67
----	----	----	----	----	----	---	----

$h = 4$

45	19	12	43	95	56	8	67
----	----	----	----	----	----	---	----

## Exemplo I

Vetor Inicial:

45	56	12	43	95	19	8	67
----	----	----	----	----	----	---	----

$h = 4$

45	19	8	43	95	56	12	67
----	----	---	----	----	----	----	----

## Exemplo I

Vetor Inicial:

45	56	12	43	95	19	8	67
----	----	----	----	----	----	---	----

$h = 4$

45	19	8	43	95	56	12	67
----	----	---	----	----	----	----	----

## Exemplo I

Vetor Inicial:

45	56	12	43	95	19	8	67
----	----	----	----	----	----	---	----

$h = 4$

45	19	8	43	95	56	12	67
----	----	---	----	----	----	----	----

## Exemplo I

Vetor Inicial:

45	56	12	43	95	19	8	67
----	----	----	----	----	----	---	----

$h = 4$

45	19	8	43	95	56	12	67
----	----	---	----	----	----	----	----

$h = 2$

8	19	12	43	45	56	95	67
---	----	----	----	----	----	----	----

## Exemplo I

Vetor Inicial:

45	56	12	43	95	19	8	67
----	----	----	----	----	----	---	----

$h = 4$

45	19	8	43	95	56	12	67
----	----	---	----	----	----	----	----

$h = 2$

8	19	12	43	45	56	95	67
---	----	----	----	----	----	----	----

## Exemplo I

Vetor Inicial:

45	56	12	43	95	19	8	67
----	----	----	----	----	----	---	----

$h = 4$

45	19	8	43	95	56	12	67
----	----	---	----	----	----	----	----

$h = 2$

8	19	12	43	45	56	95	67
---	----	----	----	----	----	----	----

## Exemplo I

Vetor Inicial:

45	56	12	43	95	19	8	67
----	----	----	----	----	----	---	----

$h = 4$

45	19	8	43	95	56	12	67
----	----	---	----	----	----	----	----

$h = 2$

8	19	12	43	45	56	95	67
---	----	----	----	----	----	----	----

$h = 1$

8	12	19	43	45	56	67	95
---	----	----	----	----	----	----	----



## Exemplo I

Vetor Inicial:

45	56	12	43	95	19	8	67
----	----	----	----	----	----	---	----

$h = 4$

45	19	8	43	95	56	12	67
----	----	---	----	----	----	----	----

$h = 2$

8	19	12	43	45	56	95	67
---	----	----	----	----	----	----	----

$h = 1$

8	12	19	43	45	56	67	95
---	----	----	----	----	----	----	----

## Exemplo II

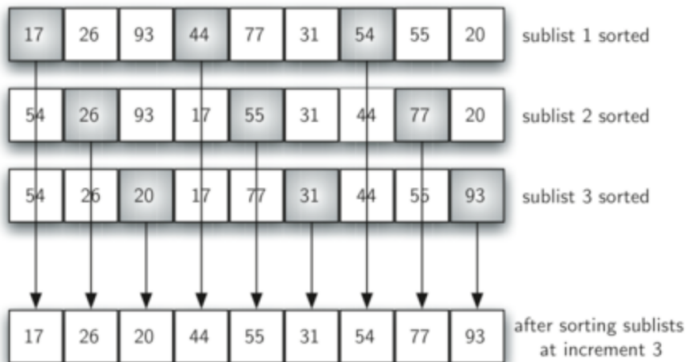
- ▶ A lista tem nove itens. Se usarmos um incremento de três ( $h = 3$ ), em vez de quebrar a lista em sublistas de itens contíguos:
  - ▶ Três "sublistas"  
 , cada uma sendo submetida à ordenação por inserção.



**Figura:** Elementos 3 – *ordenados*

## Exemplo II

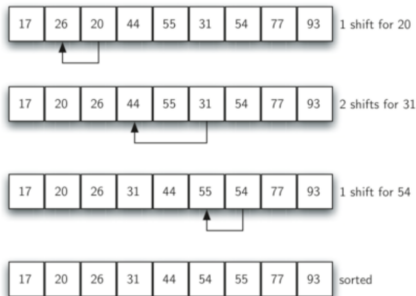
Os itens 3 – *distantes* ficam mais próximos de onde pertencem no vetor ordenado.



**Figura:** Elementos mais próximos da ordenação final

## Exemplo II

- ▶ Ordenação por inserção final usando um incremento de  $h = 1$ ; em outras palavras, uma **ordenação por inserção convencional**.
- ▶ Reduzido o número total de operações de deslocamento (4) necessárias para chegar ao vetor ordenado.



A seguir, mais detalhes sobre o passo a passo do *shellsort*.



Animação



Vídeo

Algumas observações sobre o *shellsort*.

- ▶ À medida que  $h$  decresce, o vetor vai ficando cada vez mais próximo da ordenação.
- ▶ Com  $h = 1$ , o algoritmo se comporta exatamente igual ao **InsertionSort**.
- ▶ Mas, como podemos escolher uma boa sequência de valores para  $h$ ?

# Conteúdo

Introdução

Passo a Passo

**Valor de  $h$**

Análise de Complexidade

Considerações Finais

Bibliografia

## Escolha de $h$

- ▶ Como escolher o valor de  $h$ ?
  - ▶ Para  $s = 1$ :  $h(s) = 1$ ;
  - ▶ Para  $s > 1$ :  $h(s) = 3h(s - 1) + 1$

- ▶ A sequência para  $h$  corresponde a:

**1, 4, 13, 40, 121, 364, 1.093, 3.280, ...**

- ▶ *Knuth (1973, p. 95)* mostrou experimentalmente que esta sequência é difícil de ser batida por mais de 20% em eficiência.
- ▶ Para conhecer outras sequências, clique aqui.



---

---

**1 Algorithm: SHELLSORT****Input:**  $\text{int}^* v, \text{int } n$ **2 begin****3     for**  $h \leftarrow 1$  **to**  $h < n$  **do****4         |**  $h = 3 * h + 1$  // *h inicial***5     end****6     do****7         |**  $h \leftarrow (h - 1) / 3$  // *atualiza h***8         for**  $i \leftarrow h$  **to**  $i < n$  **do****9             |**  $aux \leftarrow v[i]$   $j \leftarrow i$ **10            |** **while**  $v[j - h] > aux$  **do****11                 |**  $v[j] \leftarrow v[j - h]$ **12                 |**  $j = j - h$ **13                 |** **if**  $j < h$  **then****14                     |** interrompe - sair do bloco de repetição**15                 |** **end****16             end****17             |**  $v[j] \leftarrow aux$ **18         end****19     while**  $h \neq 1$ ;**20 end**

## Conteúdo

Introdução

Passo a Passo

Valor de  $h$

**Análise de Complexidade**

Considerações Finais

Bibliografia

## Tempo, Comparação e Espaço

Depende também dos valores de  $h$  escolhidos.

- ▶ Conjecturas referentes ao número de comparações para a sequência de Knuth:
  - ▶ Conjectura 1:  $C(n) = O(n^{1.25})$ .
  - ▶ Conjectura 2:  $C(n) = O(n (\ln n)^2)$ .
  - ▶ Complexidade de espaço/consumo de espaço
    - ▶ Extra:  $O(1)$

## Vantagens e Desvantagens

### Vantagens

- ▶ Shellsort é uma ótima opção para arquivos de tamanho moderado.
- ▶ Sua implementação é simples e requer uma quantidade de código pequena.

### Desvantagens

- ▶ O tempo de execução do algoritmo é sensível à ordem inicial do arquivo.
- ▶ O método **não é estável**.

## Conteúdo

Introdução

Passo a Passo

Valor de  $h$

Análise de Complexidade

**Considerações Finais**

Bibliografia

- ▶ *Algoritmo de ordenação* chamado **Shellsort**: tende a melhorar a ordenação por inserção.
- ▶ Sua complexidade não é bem conhecida, mas, em geral, é adequado para ordenar pequenas quantidades de dados.

## Quadro Comparativo

► Quadro comparativo dos métodos de ordenação:

Algoritmo	Comparações			Movimentações			Espaço	Estável	In situ
	Melhor	Médio	Pior	Melhor	Médio	Pior			
Bubble	$O(n^2)$			$O(n^2)$			$O(1)$	Sim	Sim
Selection	$O(n^2)$			$O(n)$			$O(1)$	Não*	Sim
Insertion	$O(n)$	$O(n^2)$		$O(1)$	$O(n^2)$		$O(1)$	Sim	Sim
Merge	$O(n \log n)$			$O(n \log n)$			$O(n)$	Sim	Não
Quick	$O(n \log n)$		$O(n^2)$	–			$O(n)$	Não*	Sim
Shell	$O(n^{1.25})$ ou $O(n (\ln n)^2)$			–			$O(1)$	Não	Sim

\* Existem versões estáveis.

## *Filas de Prioridade (Heap e HeapSort)*



## Conteúdo

Introdução

Passo a Passo

Valor de  $h$

Análise de Complexidade

Considerações Finais

**Bibliografia**

## Bibliografia

Os conteúdos deste material, incluindo figuras, textos e códigos, foram extraídos ou adaptados de:

- ▶ O Shell Sort, disponível em [https://panda.ime.usp.br/pythonds/static/pythonds\\_pt/05-OrdenacaoBusca/0ShellSort.html](https://panda.ime.usp.br/pythonds/static/pythonds_pt/05-OrdenacaoBusca/0ShellSort.html). Acessado em 2021.

 Cormen, Thomas H. and Leiserson, Charles E. and Rivest, Ronald L. and Stein, Clifford.

*Introduction to Algorithms.*

The MIT Press, 2011.

## Exercício

- ▶ Dada a sequência de números: 3 4 9 2 5 1 8.
- ▶ Ordene em ordem crescente utilizando o algoritmo aprendido em sala (**ShellSort**), apresentando a sequência dos números a cada passo (Teste de Mesa).