Gabriel Catizani Farias Oliveira - 201.4004 Data: 27/10/2022

Término: 17:59

1) Se A é uma matriz n x n não invertível (singular), então o sistema linear

$AX = \bar{0}$

$$\det(A) = \begin{bmatrix} 8 & 7 & 6 \\ 2 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 3 \end{bmatrix} = 8 \cdot \det\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} - 7 \cdot \det\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} + 6 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$8 \cdot 3 - 7 \cdot 6 + 6 \cdot (3) = 24 - 42 + 18 = 0$$

Como det(A) = 0, a matriz A é singular. De acordo com o teorema 2.8 do Reginaldo, quando a a matriz é singular, o sistema homogêneo $AX = \bar{0}$ tem solução não trivial, ou seja, temos uma solução além do 0. Se temos mais de uma solução, temos infinitas.

Verdadeiro

Gabriel Catojan Ícaro Oliveira - 2014004

2) O determinante de uma matriz quadrada triangular inferior A é a soma das entradas das diagonais A

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Falso

$$\det(A) = (5 \cdot 2) - (0 \cdot 4) = 10$$

Soma das entradas das diagonais de $A = 7 + 4 = 11$

3) Se $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, então $\dfrac{A^2 - 3I_3}{2}$ é igual a?

$$\frac{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^2 - 3\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}{2} = \frac{\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}}{2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{-1}{2} \end{bmatrix} = A^{-1}$$

a) o $2A$

b) o A^{-1}

c) o $2A^{-1}$

d) o $\frac{3}{2}A^{-1}$

Resposta B

Gabriel Catyan Fario Oliveira - 20.14004

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow{L_1 \leftrightarrow L_2} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow{L_3 \to L_3 - L_1} \left[\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow{L_3 \to L_3 - L_2}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 & -1 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow{L_3 \to -\frac{1}{2} L_3} \left[\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow[L_1 \to L_1 - L_3]{L_2 \to L_2 - L_3} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{array}\right]$$

$$\underbrace{\begin{matrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{matrix}}_{A^{-1}}$$

Catizani Fávio Oliveira – 30.14004

4) Se A é uma matriz quadrada que $A^2 = I_n$, então A^{-1} é igual:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriz da esquerda já está escalonada

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right]$$
$$\underbrace{\quad}_{A} \qquad \underbrace{\quad}_{A^{-1}}$$

→ Como a inversa da matriz identidade é a própria identidade, vemos que $\underline{A^{-1} = A}$

a) $A + I$

b) $2A$

c) 0 (matriz nula)

d) A

5) Sabendo que $n! = n(n-1)\ldots 3, 2, 1$, se $A = \begin{bmatrix} 1! & 2! & 3! \\ 2! & 3! & 4! \\ 3! & 4! & 5! \end{bmatrix}$ então $\det(A)$ é igual a:

$$\det A = 1 \begin{vmatrix} 3! & 4! \\ 4! & 5! \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2! & 3! \\ 4! & 5! \end{vmatrix} + 6 \begin{vmatrix} 2! & 3! \\ 3! & 4! \end{vmatrix}$$

$$= 1 \begin{vmatrix} 6 & 24 \\ 24 & 120 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 24 & 120 \end{vmatrix} + 6 \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 6 & 24 \end{vmatrix}$$

$$= 1(720 - 576) - 2(240 - 144) + 6(48 - 36)$$
$$= 144 - 192 + 72 = 24$$

Caderno Cotyam Fávio Oliveira - 20.14004

6) Se $A = \begin{bmatrix} 2x & 5 \\ 8 & x \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$, sabendo que $\det(A) = \det(B)$

quais são os possíveis valores de x?

$$\det(B) = \begin{vmatrix} 6 & -2 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} = 18 - (-14) = 32$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 2x & 5 \\ 8 & x \end{vmatrix} = (2x \cdot x) - (8 \cdot 5) = 2x^2 - 40$$

$$2x^2 - 40 = \det(B)$$

$$2x^2 - 40 = 32$$

$$2x^2 = 72$$

$$x^2 = 36$$

$$x = \pm\sqrt{36} \quad x' = 6 \quad x'' = -6$$

a) ○ $\{-3, 3\}$

b) ○ $\{6\}$

c) ✓ $\{-6, 6\}$

d) ○ $\{3\}$